

직접단순전단변형에 따른 주응력 방향의 회전을 고려한 구성모델

A Constitutive Model for Rotation of Principal Stress Axes during Direct Simple Shear Deformation

박성식* · 이종천**

Park, Sung-Sik · Lee, Jong-Cheon

Abstract

A constitutive model, which can simulate the effect of principal stress rotation associated with direct simple shear test, is proposed in this study. The model is based on two mobilized planes. The plastic strains occur from the two mobilized planes, and depend on stress state, and they are added. The first plane is a plane of maximum shear stress, which rotates about the horizontal axis, and the second plane is a horizontal plane which is spatially fixed. The second plane is used to consider the effect of principal stress rotation on simple shear tests under different stress states. The soil skeleton behavior observed in drained simple shear tests is captured in the model. This constitutive model is incorporated into the dynamic coupled stress-flow finite difference program FLAC. The model is first calibrated with drained simple shear tests on loose Fraser River sand. The measured shear stress and volume change are partially induced by principal stress rotation and compared with model calculations. The model is verified by comparing predicted and measured settlements due to rigid footing resting on loose sands. Settlements predicted by the proposed model were very similar to measured settlements. Mohr-Coulomb model can not consider the effect of principal stress rotation and its prediction was only 20% of measured settlements.

Keywords : *constitutive model, two mobilized planes, principal stress rotation, direct simple shear test*

요 지

본 논문에서는 직접단순전단변형으로 발생하는 주응력 방향의 회전에 의한 소성변형을 고려할 수 있는 구성모델을 제안하였다. 이 모델은 두 개의 응력면에서 발생하는 응력상태의 변화를 이용하여 각 응력면의 소성변형률을 계산하였다. 두 개의 응력면에서 계산된 소성변형률을 합산하여 전체 소성변형률을 구하였다. 첫번째 응력면은 최대전단응력면을 나타내며 이 응력면은 응력변화에 따라 수평방향을 기준으로 회전한다. 두번째 응력면은 수평방향으로 고정된 수평면을 나타낸다. 초기 수직응력과 수평응력이 서로 다른 상태에 있는 직접단순전단시험의 공시체에서 전단변형으로 발생하는 주응력 방향의 회전현상을 두번째 응력면에 작용하는 응력상태를 이용하여 모델링하였다. 본 모델의 구성관계식은 전단변형으로 인한 흙의 골격변화 즉 체적변화를 수식화하였으며 응력-물의 상관관계를 동시에 묘사할 수 있는 FLAC을 이용하여 모델링하였다. 느슨한 Fraser River 모래의 배수 직접단순전단시험에서 발생하는 전단응력과 체적변화는 주응력 방향의 회전에 따른 소성변형을 포함하고 있으므로 이를 계산하여 구성모델을 검증하였다. 느슨한 모래 지반에 놓인 강성기초의 하중 증가에 따라 발생하는 지반침하를 주응력 방향의 회전을 고려하여 예측하였을 때 실제 계측된 침하량과 유사한 결과를 얻었다. 주응력 방향의 회전을 고려하지 않고 Mohr-Coulomb모델을 이용하여 계산된 침하량은 실제 침하량 또는 제안된 모델이 예측한 침하량의 약 20%정도에 해당하였다.

핵심용어 : 구성모델, 두 개의 응력면, 주응력 방향 회전, 직접단순전단시험

1. 서 론

건물이나 기초 구조물을 지지하고 있는 흙은 외부에서 작용하고 있는 하중으로 그림 1(Leroueil와 Hight, 2003)과 같이 하중의 중심축을 기준으로 주응력 방향이 수직방향에서 점차적으로 회전하는 경향이 있다. 그림 1과 같이 기초 구조물로 인한 하중으로 중심축을 제외한 그 이외의 위치

즉 하중의 중심축에서 벗어나면 주응력 방향의 회전현상이 발생한다. Arthur 등(1980)은 이와 같은 주응력 방향의 회전이 흙의 거동(예: 체적변화)에 큰 영향을 미친다는 연구결과를 발표하였으며, 그것을 Missing Parameter라 하여 주응력 방향의 회전의 중요성을 강조하였다. Arthur 등(1977, 1980) 그리고 Sture 등(1987)은 모든 주응력 성분을 측정할 수 있는 Directional Shear Cell(DSC)을 개발하였으며, 이 장비를

*정회원 · 교신저자 · 원광대학교 공과대학 토목환경도시공학부 전임강사 (E-mail : sspark@wku.ac.kr)

**원광대학교 공과대학 토목환경도시공학부 겸임교수

이용하여 평면변형을 조건에서 주응력 방향의 회전에 따른 변형률의 변화를 연구하였다. 주응력 방향의 회전이 크면 클 수록 더 많은 소성변형률이 발생한다는 결과를 얻었다. 그 외 여러 연구자들(e.g., Ishihara와 Towhata, 1983; Symes 등, 1982, 1988; Miura, 1985; Sayao, 1989; Wijewickreme 와 Vaid, 1993)은 Torsional Hollow Cylindrical Testing 장비를 이용하여 주응력 방향의 회전에 따른 사질토의 거동을 연구하였다. Ishihara와 Towhata(1983)는 응력조건을 변화시키지 않은 상태에서 주응력 방향만 회전시켰을 때 Toyoura 모래의 체적변화를 관찰하였다. 주응력 방향을 $\pm 45^\circ$ 로 그림 2(a)에 있는 반원을 따라서 연속적으로 회전시켰다. 그 결과 그림 2(b)와 같이 체적감소가 발생하였으며 회전이 반복됨에 따라 체적감소율이 점차적으로 둔화됨을 알 수 있었다. DSC와 Torsional Hollow Cylindrical Testing 장비는 연속적인 주응력 방향의 회전이 가능하며 공시체에 작용하는 모든 응력상태를 알 수 있다. 이와 같은 실험장비는 고가이며 운용이 쉽지 않은 관계로 실험자료를 얻는 것이 어렵다. 하지만 직접단순전단시험은 장비조작이 비교적 간편하면서도 주응력 방향이 회전한다. 그림 3은 직접단순전단시험 시에 발생하는 주응력 방향의 회전현상을 나타내며, 배수 직접단순전단시험에서 발생하는 체적변형의 일부는 주응력 방향의

회전에 따른 결과이다.

앞서 언급한 주응력 방향의 회전에 따른 소성변형을 고려하기 위하여 지금까지 몇몇 구성모델이 개발되었으나, 아직까지 주응력 방향의 회전을 고려할 수 있는 모델은 드물다. 그 중에서 Pande와 Sharma(1983)가 개발한 Multi-laminate 모델이 가장 잘 알려져 있다. 그 외 유사한 모델로 Kabilamany와 Ishihara(1991)는 3차원 공간에서 각 차원별로 소성변형률을 독립적으로 계산하고 나중에 합쳐서 전체 소성변형률을 계산하였다. 이와 같은 모델은 대부분 계산과정이 복잡하고 많은 수의 입력변수를 요구한다. 본 연구에서는 주응력 방향의 회전에 따른 영향을 고려함과 동시에 입력변수가 적고 입력변수 결정이 쉬운 실무에 적합한 실용적인 모델을 제안하였다. 제안된 모델은 실내시험뿐만 아니라 경제치 문제인 강성기초의 침하량을 예측하여 그 실용성을 입증하였다.

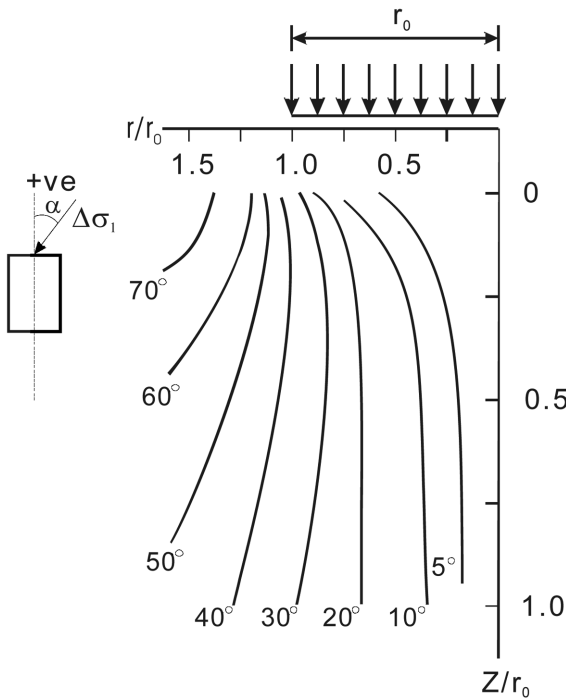
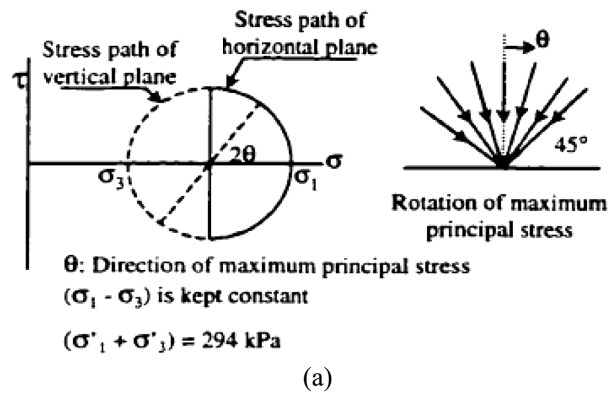


그림 1. 기초 하중에 의한 주응력 증분 방향(Leroueil와 Hight, 2003)



θ: Direction of maximum principal stress ($\sigma_1 - \sigma_3$) is kept constant
($\sigma'_1 + \sigma'_3$) = 294 kPa

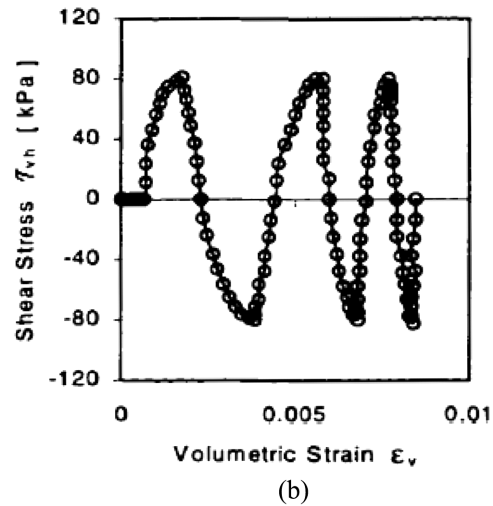


그림 2. 느슨한 상태의 Toyoura 모래를 이용한 순수 주응력 방향의 회전 실험 결과(Ishihara와 Towhata, 1983)

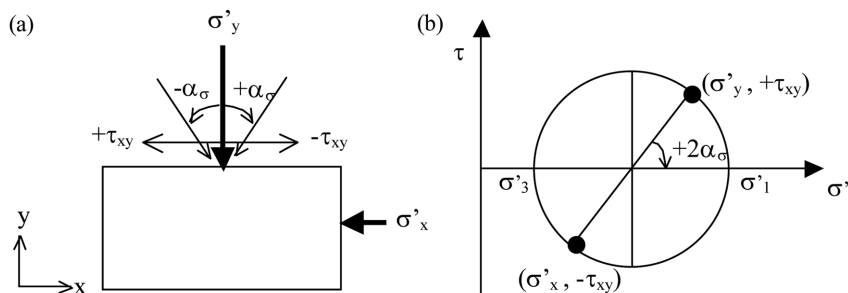


그림 3. 직접단순전단시험 시의 주응력 회전현상

2. Two Mobilized-Plane(TMP)모델

전통적인 소성모델에서는 최대전단응력면과 같이 응력변화에 따라 수평면(방향)을 기준으로 회전 또는 방향이 변하는 면에서의 응력상태를 이용하여 항복을 결정하였다. 본 연구에서 제안한 Two Mobilized-plane(TMP)모델은 전통적인 소성모델과 달리 두 개의 응력면에서 발생하는 소성변형률 증분을 각각 계산하여 합산하였다. TMP모델은 그림 4와 같이 여러 개의 응력면에서 발생하는 소성변형을 고려하기 위하여 Pande와 Sharma(1983)가 제안한 Multi-laminate 모델에 착안하여 개발되었다. 전단 시에 여러 개의 면에서 발생하는 소성변형률 증분은 서로 밀접한 관계가 있다. 하지만 본 모델은 Multi-laminate 모델과 같이 여러 면을 고려한 것이 아니라 계산과정을 단순화시키기 위하여 전통적인 소성모델에서 이용되는 최대전단응력면에 수평면만을 추가적으로 고려하였으며, FLAC(Itasca, 2000)을 이용하여 수식화하였다.

그림 5는 직접단순전단시험에서 두 개의 응력면인 최대전단응력면(Plane of Maximum shear stress)과 수평면(Horizontal Plane)에서 작용하는 전단응력 증분을 나타내고

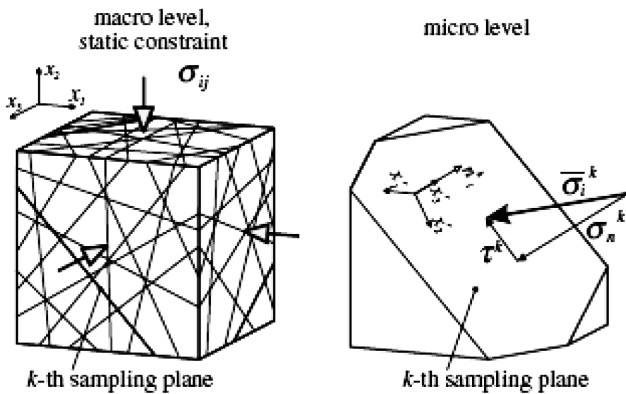


그림 4. 여러 개의 응력면(Sampling Plane)을 고려한 Multi-laminate 모델(Cudny와 Vermeer, 2004)

있다. 이 두 개의 응력면에서 발생하는 응력 증분이 소성변형을 일으킨다. 그림 5(a)는 전단초기의 이방응력상태(수평 응력=수직응력)에서 작은 전단응력이 수평면에 작용하는 상황을 나타내고 있다. 이 경우에 최대전단응력면은 수평면과 45도 각도를 이루고 있다. 초기의 수평면에 전단응력이 작용할 때 최대전단응력면에서의 응력변화인 $\Delta\tau$ 와 $\Delta\sigma$ 는 거의 변화가 없다. 따라서 전통적인 소성모델에서 이와 관련된 소성변형은 발생하지 않는다. 이 때문에 전통적인 소성모델이 계산하는 이방응력상태에 있는 흙의 초기 응력상태는 거의 탄성거동을 나타내고 있다. 하지만 수평면에서 작용하는 전단응력은 45도면을 제외한 수평면과 그 이외의 모든 면에서 응력 증가에 따른 소성변형을 일으킨다. TMP모델은 수평면에 작용하고 있는 응력상태의 변화로 발생하는 소성변형률을 고려함으로써 실험결과와 유사한 계산결과를 얻을 수 있었다. TMP모델에서 수평면(두번째 면)의 응력상태는 주응력 방향의 연속적인 회전으로 인한 소성변형률을 계산해 주는 역할을 하며, 아래 식과 같이 변형률 증분을 표현할 수 있다.

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon^e + \Delta\varepsilon^p = \Delta\varepsilon^e + (\Delta\bar{\varepsilon}^p)_1 + (\Delta\bar{\varepsilon}^p)_2 \quad (1)$$

여기서 $\Delta\varepsilon$, $\Delta\varepsilon^e$, 그리고 $\Delta\varepsilon^p$ 는 각각 전변형률 증분, 탄성변형률 증분, 소성변형률 증분을 나타낸다. $(\Delta\bar{\varepsilon}^p)_1$ 과 $(\Delta\bar{\varepsilon}^p)_2$ 는 첫번째, 두번째 응력면에서 계산되는 소성변형률 증분을 의미한다. Hill(1950)은 등방성을 가진 재료의 소성거동에서 주 변형률 증분(principal strain increments)의 방향과 주응력(principal stresses)의 방향이 일치한다(coaxiality)고 가정하였다. Coaxiality는 최대전단응력면의 응력상태에는 적용되지만 수평면에는 Non-coaxiality를 적용하였다. TMP모델의 구성관계식을 탄성변형과 소성변형으로 나누어 설명한다.

2.1 탄성변형

탄성변형 계산에는 흙의 전단계수 G 와 체적계수 B 가 사용되며, 두 탄성계수는 일반적으로 평균응력 $\sigma'_m = (\sigma'_x + \sigma'_y)/2$ 에 따라 그 값이 달라진다. 먼저 전단계수는 다음과 같이

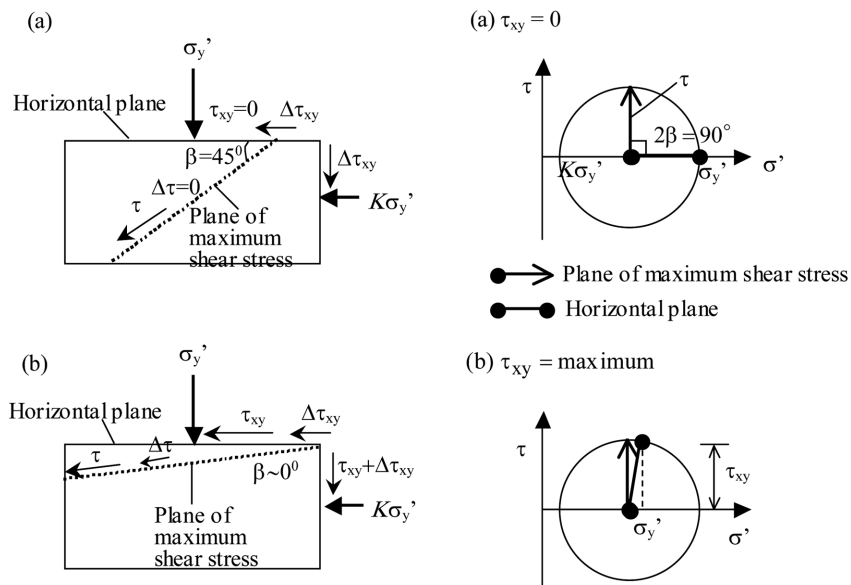


그림 5. 두 개의 응력면에 작용하는 응력상태. (a) 미소변형일때, (b) 대변형일때

정의하였다.

$$G = k_G^e \cdot P_a \cdot (\sigma'_m/P_a)^{0.5} \quad (2)$$

여기서 P_a 는 대기압(=100kPa); k_G^e 는 탄성 전단정수로 Seed 등(1986)에 의하면 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$k_G^e = 21.7 \cdot K_{2max} \quad (3)$$

K_{2max} 는 사질토의 상대밀도에 따라 값이 달라지며, 보통 느슨한 사질토의 경우에는 40 그리고 단단한 사질토의 경우에는 55 정도의 값을 가진다.

전단계수는 실내시험이나 현장시험으로부터 많은 경험식이 제안되었다. 하지만 체적계수는 실험을 통해서 직접적으로 구하는 방법보다는 일반적으로 포아송비 ν 를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$B = \alpha_B \cdot G \quad (4)$$

여기서 α_B 는 $2(1+\nu)/[3(1-2\nu)]$ 이며 본 연구에서는 포아송비로 0.33을 사용하여 α_B 는 2.6이다.

2.2 소성변형

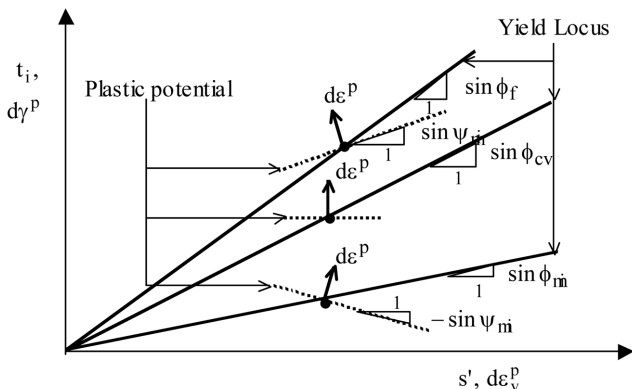
탄소성 이론에서 응력 증분은 탄성변형률 증분에 의해서만 발생하며, 다음과 같이 표현할 수 있다(Prevost 1985).

$$d\sigma = [D]^e d\epsilon^e = [D]^e (d\epsilon - d\epsilon^p) \quad (5)$$

여기서 $[D]^e$ 는 전단계수와 체적계수로 이루어진 탄성계수 행렬을 의미한다. 만약 소성변형이 일어나지 않을 경우에는 소성변형률 증분 $d\epsilon^p$ 가 0이지만, 소성변형이 일어날 경우에는 0이 아닌 값을 가지며 전단변형으로 인한 소성변형률 증분 $d\epsilon^p$ 를 계산해야 한다. 소성변형률 증분은 소성변형의 발생을 정의하는 항복함수, 소성변형의 형상과 정도를 결정하는 경화법칙, 그리고 소성변형의 방향 즉 전단변형에 따른 체적변형의 정도를 정의하는 유동규칙으로부터 계산된다. 얻어진 소성변형률 증분은 식 (5)에서 탄성변형률 증분 계산에 사용된다.

2.2.1 항복함수

TMP모델에서 흙의 항복은 전단변형에 따라 두 개의 응력



Note: subscript 'i' is 1 for the plane of maximum shear stress, and 2 for the horizontal plane.

그림 6. 항복함수와 파괴상태 그리고 소성포텐셜함수

면에서 연속적으로 일어나며, 최대전단응력면 또는 수평면에서의 전단응력비가 증가하면 발생한다. 그림 6에 나타난 항복함수는 식 (6)과 같이 정의하였다.

$$f_i = t_i - s' \cdot \sin \phi_{mi} \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

여기서 $i = 1$ 은 최대전단응력면을 나타내고, $i = 2$ 는 수평면을 의미한다; t_i 는 각각의 면에 작용하는 전단응력; s' 는 평면변형률 조건의 응력변수(= $(\sigma'_1 + \sigma'_3)/2$ 또는 $(\sigma'_x + \sigma'_y)/2$ 이며 두 값은 동일하다); 그리고 ϕ_{mi} 는 각각의 면에서 형성되는 마찰각을 의미한다.

첫번째 응력면인 최대전단응력면에 대한 항복함수는 다음과 같다.

$$f_1 = t_1 - s' \cdot \sin \phi_{m1} \quad (7)$$

여기서 t_1 은 최대전단응력면에서 발생하는 전단응력이다(= $(\sigma'_1 - \sigma'_3)/2$); $s' = (\sigma'_1 + \sigma'_3)/2$; 그리고 ϕ_{m1} 는 최대전단응력면에서의 형성되는 마찰각이다.

두번째 응력면인 수평면에 관한 항복함수는 다음과 같다.

$$f_2 = t_2 - s' \cdot \sin \phi_{m2} \quad (8)$$

여기서 t_2 는 수평면에 작용하는 전단응력(= τ_{xy}); $s' = (\sigma'_x + \sigma'_y)/2$; 그리고 ϕ_{m2} 는 수평면에서 형성되는 마찰각이다. 이 응력면에서 전단응력비 η_2 는 t_2/s' (= $\sin \phi_{m2}$)이며, η_2 의 증가는 항복을 발생시킨다.

2.2.2 경화법칙

경화법칙은 파괴상태 내에서 앞서 언급한 항복상태의 연속적인 발생으로 인한 소성변형을 의미하며, 얼마만큼의 소성변형이 발생하는지를 계산한다. 즉 소성변형이 연속적으로 발생하도록 항복면을 계속해서 확대시키는 과정을 수식화한다. 소성전단변형률(γ^p)이 경화법칙을 결정짓는 변수이며, 그림 7과 같이 연속적인 소성변형(경화현상)을 전단응력비와 소성전단변형률 증분의 관계로 나타낼 수 있다. 소성전단계수가 전단응력비와 소성전단변형률의 관계를 결정하며, 그림 7과 같은 포물선 형태로 구성되었다. 가정된 포물선 관계식은 다음과 같이 표현된다.

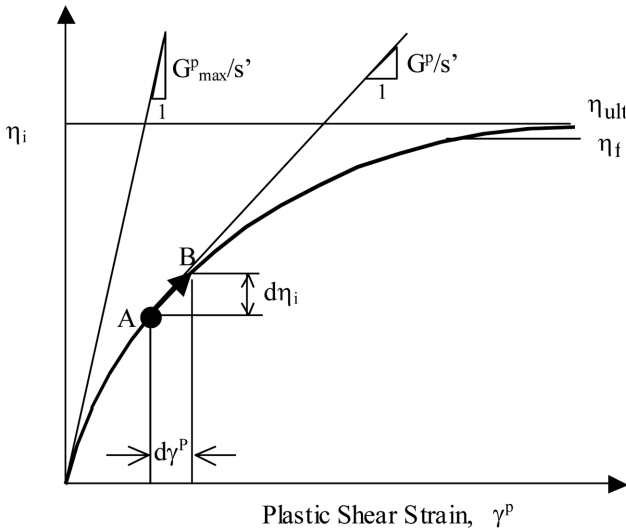
$$\eta_i = \frac{\gamma^p}{\left(\frac{s'}{G_{max}^p}\right) + \left(\frac{\gamma^p}{\eta_{ult}}\right)} \quad (9)$$

여기서 η_i 는 전단응력비(= t_1/s' or t_2/s'); γ^p 는 소성전단변형률; G_{max}^p 는 최대 소성전단계수; 그리고 η_{ult} 는 극한 전단응력비를 의미한다. 식 (9)를 증분 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$d\gamma^p = \frac{1}{G^p/s'} \cdot d\eta_i \quad (10)$$

여기서 $d\gamma^p$ 는 소성전단변형률 증분; G^p 는 소성전단계수; $d\eta_i$ 는 전단응력비 증분(= dt_1/ds' or dt_2/ds')을 나타낸다. 응력 증분 계산에 필요한 소성전단변형률 증분은 정규화된 소성전단계수(= G^p/s')에 의해서 결정된다.

최대전단응력면에서 발생하는 소성전단변형률 증분 $d\gamma^p$ 는



Note: subscript 'i' is 1 for the plane of maximum shear stress, and 2 for the horizontal plane.

그림 7. 포물선 형태의 응력-변형을 관계

그림 7과 같이 전단응력비 변화와 관계되며 다음과 같이 표현된다.

$$d\gamma_1^p = 1/(G_1^p/s') \cdot d\eta_1 \quad (11)$$

여기서 G_1^p 는 최대전단응력면에서 소성전단계수이며 다음과 같다.

$$G_1^p = G_{\max}^p \cdot \left(1 - \frac{\eta_1}{\eta_f} \cdot R_f\right)^2 \quad (12)$$

여기서 η_1 는 파괴 시의 전단응력비이며 $\sin\phi_f$ 와 같다. 여기서 ϕ_f 는 peak 마찰각; 그리고 R_f 는 파괴비(= η_f/η_{ult})로서 포물선 모양을 결정짓는데 사용된다. 최대 소성전단계수 G_{\max}^p 는 다음과 같이 주어진다.

$$G_{\max}^p = k_G^p \cdot P_a \cdot \left(\frac{\sigma'_m}{P_a}\right)^{0.5} \quad (13)$$

여기서 k_G^p 는 소성전단계수의 무차원 파라메타이며 흙의 밀도에 따라 결정된다. 다른 상대밀도(D_r)를 가진 여러 종류의 모래를 모델링한 결과에 의하면 k_G^p 는 k_G^e 와 관계된다. 즉, $k_G^p \approx 4.2 \cdot (D_r)^4 \cdot k_G^e + 100$ (D_r 은 소수점 형식).

최대전단응력면에서 하중의 변화가 생기면 항복면의 위치 $\sin\phi_{m1}$ 가 정해진다. 전단응력비의 증가로 항복이 발생하면 소성변형률이 계산되며 항복면은 $d(\sin\phi_{m1})$ 만큼 확장되며 다음 식으로 표현된다.

$$d(\sin\phi_{m1}) = \left[\frac{G_1^p}{s'}\right] \cdot d\gamma_1^p \quad (14)$$

새로운 항복조건 ($\sin\phi_{m1})_{new}$ 는 과거의 항복상태를 나타내는 ($\sin\phi_{m1})_{old}$ 를 이용하여 다음과 같이 결정된다.

$$(\sin\phi_{m1})_{new} = (\sin\phi_{m1})_{old} + d(\sin\phi_{m1}) \quad (15)$$

수평면에서 경화법칙은 최대전단응력면의 경우와 유사하며, 경화법칙은 수평면에서 발생하는 소성전단변형률 증분 $d\gamma_2^p$ 는 다음과 같다.

$$d\gamma_2^p = 1/(G_2^p/s') \cdot d\eta_2 \quad (16)$$

최대전단응력면과 차이점은 발생하는 전단응력비인 η_2 와 소성전단계수 G_2^p 가 다르다. 수평면에서 작용하는 소성전단계수 G_2^p 는 다음과 같이 결정된다.

$$G_2^p = G_{\max}^p \cdot \left(1 - \frac{\eta_2}{\eta_f} \cdot R_f\right)^2 \quad (17)$$

여기서 η_2 는 수평면에서 작용하는 전단응력비(= τ_{xy}/s')이다. 소성변형의 비등방성을 고려하면 수평면에서 발생하는 소성변형과 관련된 계수 G_2^p 는 최대전단응력면에서 발생하는 소성관련 계수 G_1^p 과 다를 수 있다.

2.2.3 유동규칙

유동규칙(flow rule)은 소성전단변형률 증분과 소성체적변형률 증분의 상대적인 크기와 방향을 정의한다. 유동규칙에서 소성포텐셜함수를 결정하고 이 함수의 접선에서 수직방향을 가지는 소성변형률 증분 $d\epsilon^p$ 를 계산한다. 점성토의 경우는 항복함수를 소성포텐셜함수로 사용하는 관련 유동규칙(associated flow rule)이 일반적이거나 사질토의 경우에는 많은 실내실험으로부터 사질토의 팽창성으로 인하여 비관련 유동규칙(non-associated flow rule)이 더 적합한 것으로 알려져 있다. 전단변형에 의한 체적변형의 관계를 dilatancy라 하며, 주로 응력비와 관계가 된다. 여기서 탄성변형을 무시한 소성변형만을 고려하여 이들의 상대적인 크기를 팽창각 ψ 로 표현한다. $\sin\psi_{m1}$ 는 전단응력비를 나타내는 t_1/s' 또는 $\sin\phi_{m1}$ 를 이용해서 다음과 같이 정의하였다.

$$\frac{d\epsilon_v^p}{|d\gamma^p|} = \frac{\sin\phi_{cv} - t_1/s'}{1 - \sin\phi_{cv} \cdot (t_1/s')} = \sin\psi_{m1} \quad (18a)$$

$$\frac{d\epsilon_v^p}{|d\gamma^p|} = \frac{\sin\phi_{cv} - t_2/s'}{1 - \sin\phi_{cv} \cdot (t_2/s')} = \sin\psi_{m2} \quad (18b)$$

여기서 ϕ_{cv} 는 체적변화가 없는 한계상태의 마찰각을 의미하며, 사질토의 상대밀도에 관계없이 32도에서 33도 범위의 값을 가진다(Negusseey 등, 1988).

TMP모델에서는 그림 6에 묘사된 것처럼 소성포텐셜함수 g 를 항복함수와 형태가 비슷하게 다음과 같이 정의하였다.

$$g_1 = t_1 - s' \cdot \sin\psi_{m1} \quad (19a)$$

$$g_2 = t_2 - s' \cdot \sin\psi_{m2} \quad (19b)$$

여기서 ψ_{m} 은 활동 팽창각(mobilized dilation angle)이라 하며, Mohr-Coulomb모델에서는 이 값이 상수이지만 제안된 모델에서는 전단응력비에 따라 변한다.

소성변형률 증분은 식 (19a)의 소성포텐셜함수 g_1 을 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$(d\bar{\epsilon}^p)_1 = \lambda_1 \cdot \frac{\partial g_1}{\partial \sigma} \quad (20)$$

여기서 λ_1 은 소성변형의 정도를 나타내는 multiplier(상수)이며, 소성변형이 발생할 경우에는 0이 아닌 값을 가지게 된다. 식 (20)에서 얻어진 소성변형률 증분을 식 (5)에 대입하면 응력 증분이 계산되며, 이 응력 증분을 이전 응력에 더

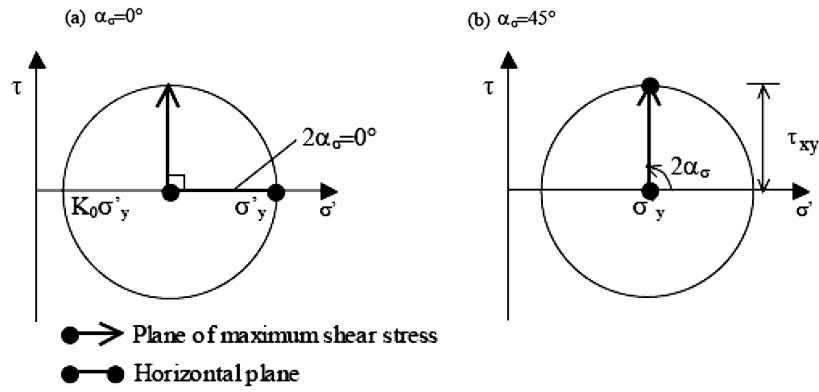


그림 8. 두 종류의 주응력 방향의 회전

하면 새로운 응력이 얻어진다. 이 새로운 응력은 경화법칙에 따라 확장된 항복조건을 만족해야 하므로, 즉 consistency condition($df_1 = 0$)으로부터 미지수 λ_1 를 구할 수 있다.

수평면에서 발생하는 소성변형률 증분은 다음과 같이 계산된다.

$$(d\bar{\epsilon}^p)_2 = \lambda_2^* \cdot \frac{\partial g_2}{\partial \sigma} \quad (21)$$

여기서 $(\partial g_2 / \partial \sigma_x) = -0.5 \sin \psi_{m2}$, $(\partial g_2 / \partial \sigma_y) = -0.5 \sin \psi_{m2}$, 그리고 $(\partial g_2 / \partial \tau_{xy}) = 1$ 이기 때문에 식 (21)은 다음과 같다.

$$(d\bar{\epsilon}_x^p)_2 = \lambda_2^* \cdot \frac{\partial g_2}{\partial \sigma_x} = -0.5 \sin \psi_{m2} \cdot \lambda_2^* \quad (22a)$$

$$(d\bar{\epsilon}_y^p)_2 = \lambda_2^* \cdot \frac{\partial g_2}{\partial \sigma_y} = -0.5 \sin \psi_{m2} \cdot \lambda_2^* \quad (22b)$$

$$(d\bar{\gamma}^p)_2 = \lambda_2^* \cdot \frac{\partial g_2}{\partial \tau_{xy}} = \lambda_2^* \quad (22c)$$

여기서 λ_2^* 는 수정된 λ_2 이며 λ_2 는 수평면의 multiplier이며 consistency condition($df_2 = 0$)으로부터 구해진다. λ_2 의 자세한 유도과정은 Park(2005)을 참조하기 바란다.

수평면에서 발생하는 소성전단변형률 증분은 주응력 방향이 회전함에 따라 점차적으로 소멸된다. 따라서 λ_2 는 수직방향으로부터 주응력 방향과의 각도인 α_σ 의 함수형태인 $\cos 2\alpha_\sigma$ 를 이용하여 아래의 식 (23)과 같이 λ_2^* 로 조정된다.

$$\lambda_2^* = \lambda_2 \cdot (\cos 2\alpha_\sigma)^\chi, \quad \text{where } 0 \leq (\cos 2\alpha_\sigma)^\chi \leq 1.0 \quad (23)$$

여기서 χ 는 조절변수이며 수평면에서 발생하는 소성전단변형률 증분의 소멸형태를 결정지으며 0.1일 때 실험결과와 잘 일치하였다. α_σ 가 0°일 경우(즉, $K = K_0$), 그림 8(a)와 같이 $\lambda_2^* = \lambda_2$ 이다. α_σ 가 45°일 경우, 그림 8(b)에 해당하며 $\lambda_2^* = 0$ 이다. 따라서 λ_2^* 는 0과 λ_2 사이의 값을 가진다.

3. 직접단순전단시험을 이용한 모델의 검증

본 연구에서 제안한 TMP모델을 검증하기 위하여 out-of-plane 방향의 변위를 구속하여 평면변형률 조건을 만족하면서 전단변형 시에 주응력 방향이 회전하는 직접단순전단시험을 이용하였다. 그림 9와 같은 University of British Columbia(UBC)에 있는 Norwegian Geotechnical Institute

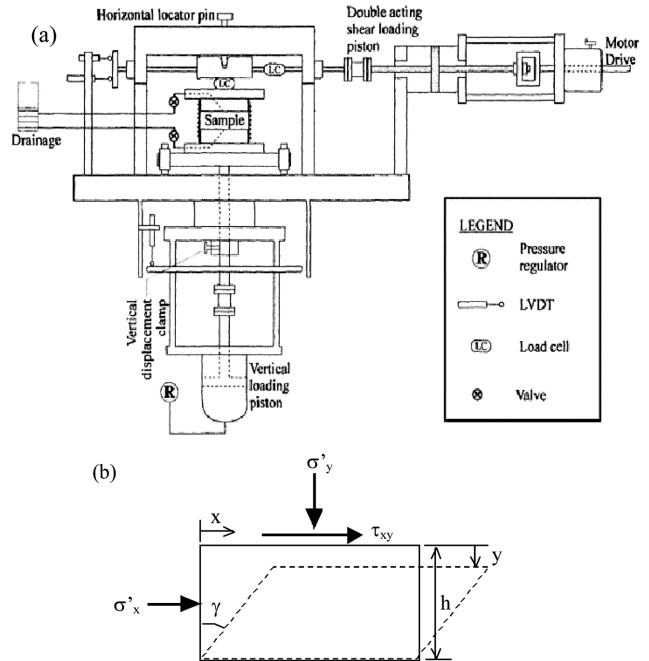


그림 9. 직접단순전단시험기. (a) NGI-type simple shear apparatus at UBC, (b) simple shear deformation

(NGI) 형식의 직접단순전단시험 장비를 이용하여 실내시험을 실시하였다. NGI장비는 나선방향의 철사가 멤브레인 안에 들어 있는 형태의 보강 멤브레인을 사용한 것이 특징이다. 시료는 Fraser River에서 준설했던 모래로 비중은 2.71, 평균입경(D_{50})은 0.26mm, 최소간극비(e_{min})는 0.62, 최대간극비(e_{max})는 0.94이다. 입도분포곡선은 그림 10과 같다. 공시체는 공기중 낙하법으로 만들었으며, 상대밀도는 40% 그리고 초기 수직방향 유효응력(σ'_{y0})은 100kPa를 가하였다. K_0 상태로 압밀한 다음 배수상태에서 정해진 속도(10%/hr)로 전단변형을 실시하였다. 표 1에 나타난 직접단순전단시험의 결과를 TMP모델과 비교하여 제안된 모델을 검증하였다.

3.1 직접전단시험 결과 및 TMP 모델의 검증

직접단순전단시험을 모델링하기 위하여 그림 11과 같은 경계조건을 가정하였다. 하부의 양절점은 양방향(x와 y 방향) 모두 고정하였으며 상부의 양절점은 x방향만 고정하였다. 상부의 좌우 절점은 서로 연결되어 x방향으로 같은 양만큼 변형이 발생하도록 하였다. 수치해석은 상부의 양 절점에 x방향의 아주 작은 속도를 가하여 그림 11의 점선과 같은 전단

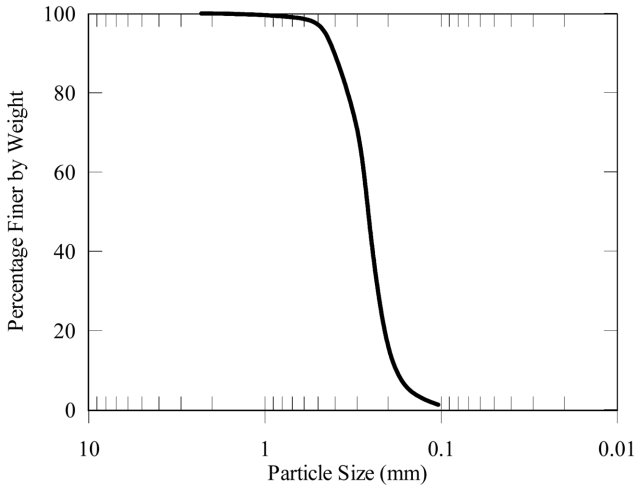


그림 10. Fraser River 모래의 입도분포곡선

표 1. 직접단순전단시험의 조건

Test Type	σ_{y0}' (kPa)	D_r (%)	γ_{max} (%)	Strain Rate (%/hr)
Monotonic	100	40	4	10

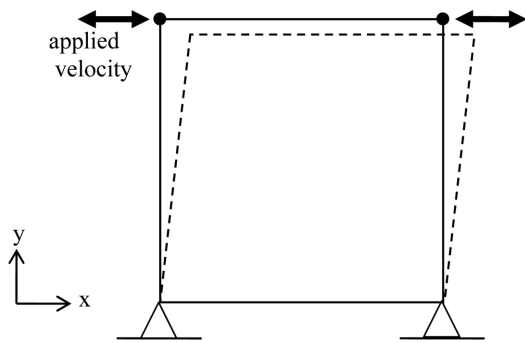


그림 11. 직접단순전단시험의 모델링

변형을 실현하였다. 배수시험이므로 상부 양절점의 y 방향 변위는 허용하였다.

수치해석에서 초기 응력상태는 $\sigma'_{x0}=50\text{kPa}$ 와 $\sigma'_{y0}=100\text{kPa}$ 로 가정하였으며, 그림 11과 같은 하나의 요소를 이용하여 느슨한 모래의 배수전단거동을 계산하였다. 수치해석에 필요한 입력변수는 2개의 탄성변수인 K_G^e (탄성 전단정수)와 포아송비, 그리고 4개의 소성변수인 k_G^p (소성전단계수의 무차원 파라메타), ϕ_{cv} (체적변화가 없는 한계상태의 마찰각), ϕ_f (peak 마찰각), R_f (과과비)이며, 그 값을 표 2에 정리하였다. 전단변형률에 대한 전단응력과 체적변형률의 수치해석 결과는 그림 12에 가는 실선으로 나타내었으며, 굵은 실선의 실험결과와 서로 비교하였다. 전단에 따른 초기수평응력의 변화는 수치해석으로만 계산하였으며 결과는 그림 13에 나타나 있다. 초기값인 50kPa는 점차적으로 증가하여 수직응력인 100kPa와 가깝게 증가하였다. TMP모델을 이용한 느슨한 모래의 수치해석 결과는 실험 결과와 잘 일치함을 알 수 있었다.

4. 강성기초의 침하예측

앞 절에서는 평면변형률 조건을 만족하는 직접단순전단시험을 이용하여 TMP모델을 검증하였다. 하나의 요소를 사용

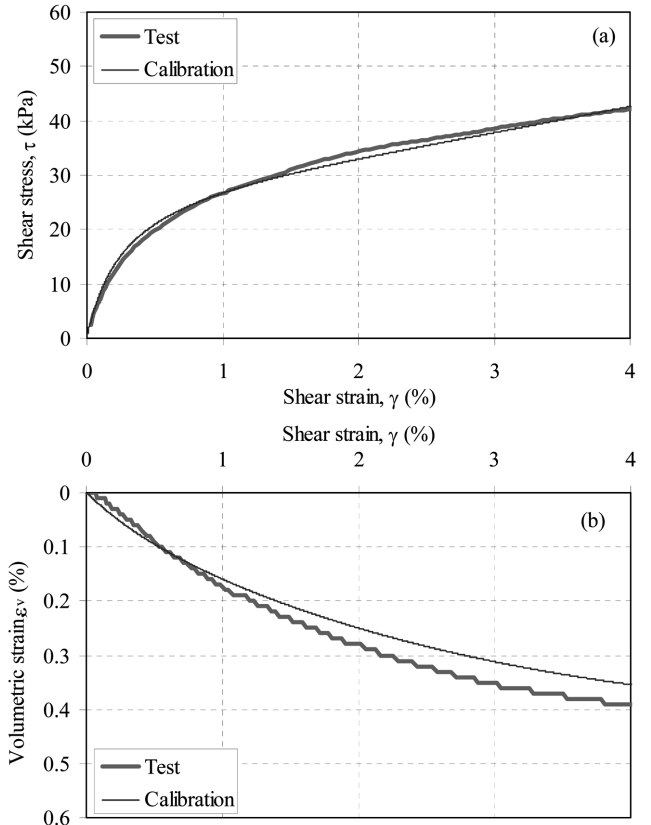


그림 12. Fraser River 모래의 배수 직접단순전단시험 결과와 모델의 검증. (a) shear stress vs. shear strain, (b) volumetric strain vs. shear strain

하는 직접단순전단시험 모델링과는 달리 본 절에서는 여러 개의 요소를 사용하여 느슨한 모래로 된 지반에 놓여있는 강성기초의 재하에 따른 침하예측을 실시하였다. TMP모델로 상대밀도가 40%인 Fraser River 모래로 된 지반의 침하량을 예측한 다음 이 값을 비교하기 위하여 Burland와 Burbidge(1985)의 침하 예측식을 이용하였다. 기초가 놓여있는 지반의 모래 종류는 다르지만 상대밀도 40%와 동일한 지반조건을 고려하였다. Burland와 Burbidge(1985)는 정규

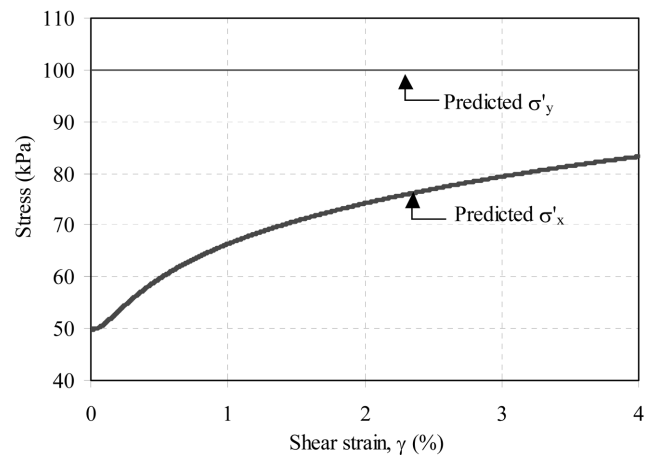


그림 13. Fraser River 모래의 배수전단 시에 예측되는 수평응력(σ'_x)과 수직응력(σ'_y)

표 2. 상대밀도 40%인 Fraser River 모래의 해석에 사용한 입력변수

Parameters	K_G^e	ν	K_G^p	ϕ_{cv}	ϕ_f	R_f
Values	591	0.33	164	33	35	0.99

압밀된 모래 지반 위에 건설된 기초의 많은 현장침하 계측 자료를 분석하여 모래 지반의 침하량 ρ_i 를 다음과 같이 제안하였다.

$$\rho_i = q' \times B^{0.7} \times I_c \quad (24)$$

여기서 ρ_i (단위는 mm)는 침하량; q' (단위는 kN/m²)는 기초 구조물에 의한 유효평균압력; 그리고 B (단위는 m)는 하중을 받는 지역의 폭이다. I_c 는 압축지수이며, 그림 14에 I_c 의 상한치, 하한치 그리고 최적치를 나타내었다. 대표적인 N 값에 대한 I_c 값을 표 3에 나타내었다. TMP모델과 Burland와 Burbidge(1985)의 식이 동일한 지반조건에서의 침하량을 예측하기 위하여 Skempton(1986)이 제안한 식 (25)를 이용하여 상대밀도 40%에 해당하는 N 값을 구하였다. 본 논문에서는 N 값과 이 값의 에너지효율 및 응력수준에 대한 보정치인 $(N_1)_{60}$ 을 같다고 가정하였다. 식 (25)에 의하면 상대밀도 40%에 해당하는 N 값은 7이며 본 논문에서는 식 (25)에 따

라 상대밀도와 N 값이 서로 치환 가능하다.

$$\frac{(N_1)_{60}}{D_r^2} = 44 \quad (25)$$

본 수치해석에서는 TMP모델을 이용하여 $N=7$ (또는 $D_r=40\%$)인 느슨한 모래 지반에 놓여 있는 $B=4m$ 기초의 침하를 예측하였다. 수치해석 지반은 $20m \times 10m$ 크기로 기초 폭의 1/2을 포함한 좌우대칭인 기초의 오른쪽부분으로 여러 개의 요소로 구성되었다. 입력변수는 직접단순전단시험에 사용한 공시체와 상대밀도가 동일한 지반이므로 입력변수도 동일하다. 표 3에 의하면 N 가 7일 경우 I_c 의 상한치, 하한치 그리고 최적치는 0.4, 0.05, 0.11이며, 이 값을 식 (24)에 대입하면 그림 15와 같이 실선과 점선으로 된 Burland와 Burbidge(1985)의 침하량 범위를 얻을 수 있다. 그림 15에 나타난 것처럼 TMP모델의 예측값은 Burland와 Burbidge(1985)의 상한치와 하한치의 중간값인 최적치에 가깝게 예측되었다. 하중 증가에 따른 TMP모델의 침하 예측치는 Burland와 Burbidge(1985)의 경험식과 잘 일치하였다. 하중 증가에 따른 지반의 변형형태와 주응력 방향을 그림 16과 17에 나타내었다. 그림 17의 각 요소에 표시된 십자가 모양에서 긴 선이 주응력 방향을 나타내고 있으며, 기초 아래 비교적 얇은 4m 이내에서 기초 중심축을 벗어날수록 주응력 방향의 회전현상이 뚜렷이 나타나고 있음을 알았다.

주응력 방향의 회전에 의한 소성변형의 고려여부에 따른 침하량 차이를 비교하기 위하여 Mohr-Coulomb(MC)모델을 이용한 해석도 실시하였다. MC모델에 필요한 입력변수는 점착력(c), 마찰각(ϕ), 팽창각(ψ), 전단계수(G), 그리고 체적계수(B)이다. 탄성변형을 나타내는 전단 및 체적계수만 TMP모델과 동일하며, 점착력과 팽창각은 각각 0kPa, 0도로 가정하였다. 한편 마찰각은 N 값을 이용하여 오사키(1958)가 제안한 아래 식 (26)으로부터 구하였으며, N 값이 7일 때 마찰각은 27도이다.

$$\phi = \sqrt{20 \cdot N} + 15 \quad (26)$$

MC모델의 침하 예측치는 그림 15에서 보는 것처럼 Burland와 Burbidge(1985)의 경험식의 하한치보다 상당히 아래 쪽에 위치해 있다. 다시 말하면 MC모델로 느슨한 모래 지반에서 발생하는 주응력 방향의 회전에 의한 소성변형률을 고려하지 않고 계산한 침하량은 실제 침하량 또는 TMP모델이 예측한 침하량의 약 20%정도에 해당하였다.

표 3. 표준관입시험의 N 값에 해당하는 I_c 의 경계값(Burland와 Burbidge, 1985)

SPT N	I_c (mm/(kN/m ²)/m)		
	Lower	Best	Upper
5	0.076	0.17	0.7
7	0.05	0.11	0.4
10	0.03	0.064	0.22
15	0.018	0.037	0.1
20	0.012	0.024	0.07
30	0.007	0.014	0.032

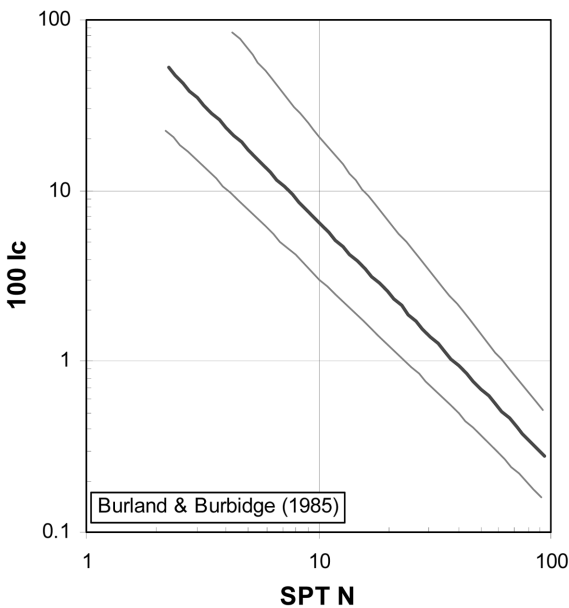


그림 14. 압축지수 I_c 와 SPT N 값의 관계(Burland와 Burbidge, 1985)

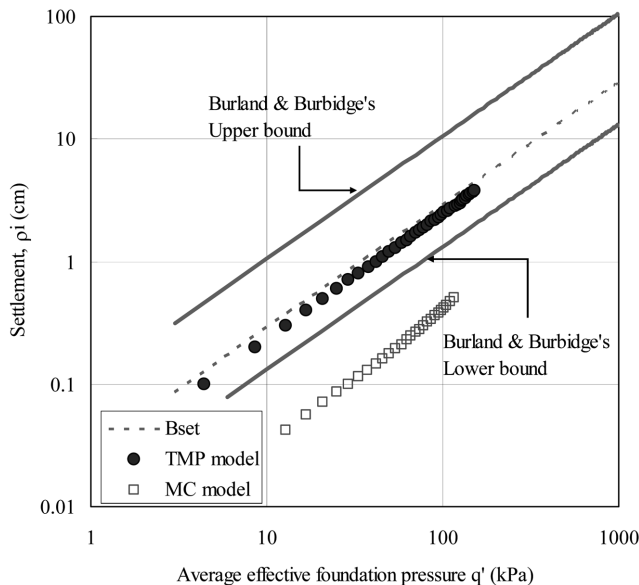


그림 15. $N=7$ 일 때 Burland와 Burbidge(1985) 경계값과 TMP 모델 및 MC모델을 이용한 기초의 침하예측결과

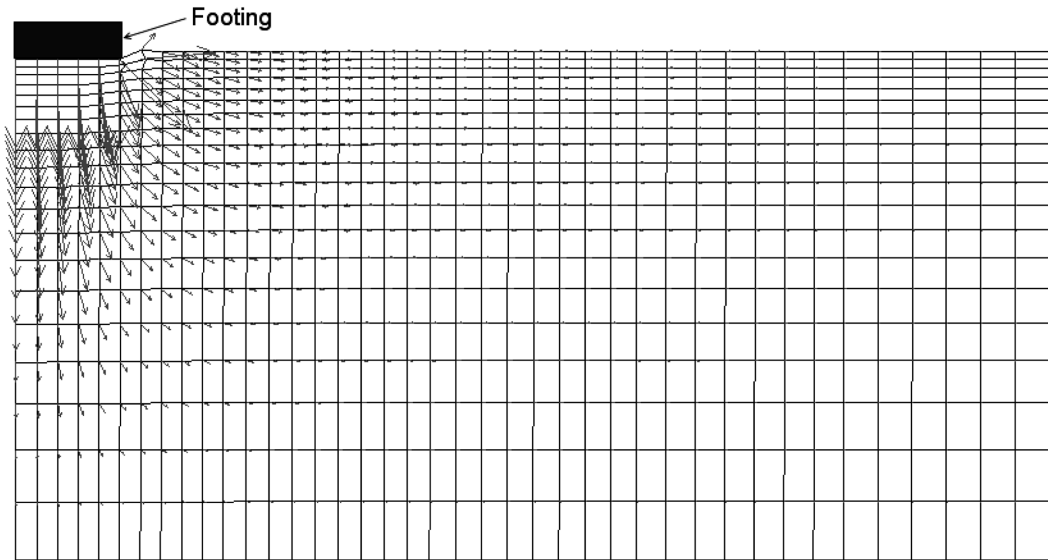


그림 16. 기초 하중으로 인한 변형 후의 해석요소 및 변위벡터(가로 20m, 높이 10m이며 변위는 10배 확대)

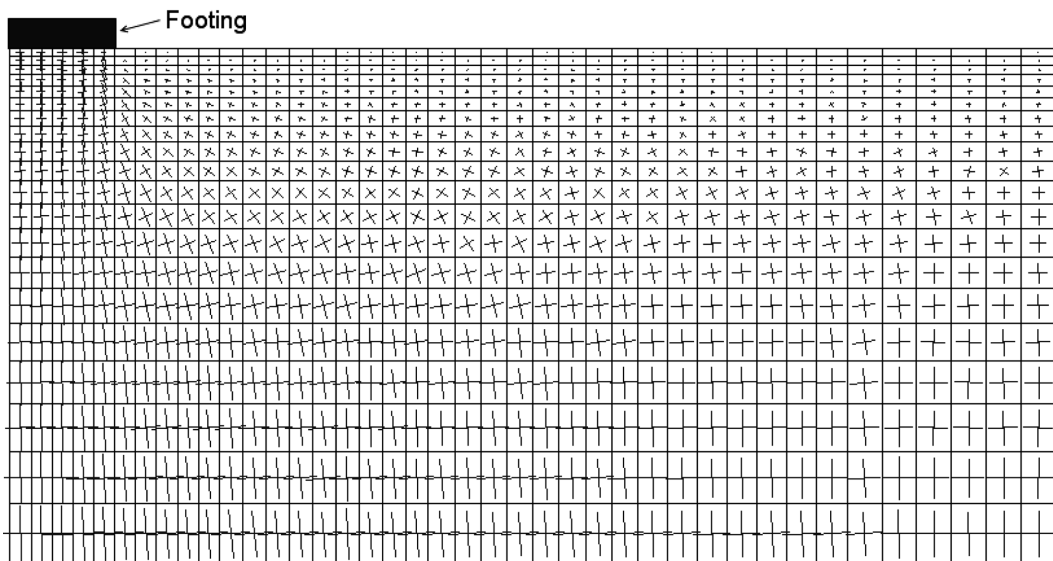


그림 17. 기초 하중으로 인한 주응력텐서(주응력의 크기와 방향에 따라 십자가 모양의 크기와 방향이 결정됨)

5. 결 론

본 논문에서는 전단변형으로 발생하는 주응력 방향의 회전에 따른 소성변형을 고려할 수 있는 구성모델을 제안하였다. 제안한 모델은 응력변화에 따라 회전하는 최대전단응력면의 응력변화와 공간적으로 고정된 수평면에서의 응력변화를 고려하여 각각의 응력면에서의 소성변형률을 계산하였다. 수평면에서 발생하는 소성변형률은 Non-coaxiality를 가정함으로써 주응력 방향의 회전에 따른 소성변형을 고려할 수 있었다. 제안한 모델은 전단변형으로 주응력 방향이 회전하는 직접단순전단시험 결과를 이용하여 검증하였으며, 모델 적용을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 제안한 모델은 느슨한 모래 지반에 놓인 강성기초의 하중 증가에 따라 발생하는 침하를 주응력 방향의 회전에 따른 영향을 고려하여 계산하였으며 예측된 침하량은 경험식과 잘 일치하였다.
2. MC모델로 느슨한 모래 지반에서 발생하는 주응력 방향의 회전에 의한 소성변형률을 고려하지 않고 계산한 침하

량은 실제 침하량 또는 제안한 모델이 예측한 침하량의 약 20%정도에 해당하였다.

감사의 글

이 논문은 2007년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국 학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구(KRF-2007-331-D00468)이며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 오사키(1958) **건축지반조사법**(일본어), 음출판사.
- Arthur, J. R. F., Chua, K. S., Dunstan, T., and Rodriguez del C. J. I. (1980) Principal stress rotation: a missing parameter. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, Vol. 106(GT4), pp. 419-433.
- Arthur, J.R.F., Chua, K.S., and Dunstan, T. (1977) Induced anisotropy in a sand. *Geotechnique*, Vol. 27, No. 1, pp. 13-30.
- Burland, J. B. and Burbidge, M. C. (1985) Settlement of founda-

- tions on sand and gravel. *Proc. Inst. Civ. Engrs.*, 78, Part 1, pp. 1325-1381.
- Cudny, M. and Vermeer, P.A. (2004) On the modelling of anisotropy and destructuration of soft clays within the multi-laminate framework. *Computers and Geomechanics*, Vol. 31, No. 1, pp. 1-22.
- Hill, R. (1950) *The mathematical theory of plasticity*. Oxford University Press, New York.
- Ishihara, K. and Towhata, I. (1983) Sand response to cyclic rotation of principal stress direction as induced by wave loads. *Soils and Foundations*, Vol. 23, No. 4, pp. 11-26.
- Itasca (2000) FLAC, version 4.0. Itasca Consulting Group Inc., Minneapolis.
- Kabilamany, K. and Ishihara, K. (1991) Cyclic behaviour of sand by the multiple shear mechanism model. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 10, No. 2, pp. 74-83.
- Leroueil, S. and Hight, D.W. (2003) Behaviour and properties of natural soils and soft rocks. *Characterisation and Engineering Properties of Natural Soils*, Edited by Tan, T. S., Phoon, K. K., Hight, D. W. and Leroueil, S., Vol. 1, pp. 29-254.
- Miura, K. (1985) *Study on the deformation behaviour of anisotropic sand under principal stress axes rotation*. Ph. D Thesis, Hokkaido University, Japan.
- Negussey, D., Wijewickreme, D., and Vaid, Y.P. (1988) Constant volume friction angle of granular materials. *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 25, No. 1, pp. 50-55.
- Pande, G. N. and Sharma, K. G. (1983) Multi-laminate model of clays-a numerical evaluation of the influence of rotation of the principal stress axes. *Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 7, pp. 397-418.
- Park, S.-S. (2005) *A Two Mobilized-plane model and its application for soil liquefaction analysis*. Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Canada.
- Prevost, J.H. (1985) A simple plasticity theory for frictional cohesionless soils. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 4, No. 1, pp. 9-17.
- Sayao, A.S.F. (1989) *Behaviour of sand under general stress paths in the hollow cylinder torsional device*. Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Canada.
- Seed, H.B., Wong, R.T., Idriss, I.M., and Tokimatsu, K. (1986) Moduli and damping factors for dynamic analyses of cohesionless soils. *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 112, No. 11, pp. 1016-1032.
- Skempton, A.W. (1986) Standard penetration test procedures and the effects in sands of overburden pressure, relative density, particle size, ageing and overconsolidation. *Geotechnique*, Vol. 36, No. 3, pp. 425-447.
- Sture, S., Budiman, J.S., Ontuna, A.K., and Ko, H.-Y. (1987) Directional shear cell experiments on a dry cohesionless soil. *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 10, No. 2, pp. 71-79.
- Symes, M.J., Gens, A., and Hight, D.W. (1988) Drained principal stress rotation in saturated sand. *Geotechnique*, Vol. 38, No. 1, pp. 59-81.
- Symes, M.J., Hight, D.W., and Gens, A. (1982) Investigating anisotropy and the effects of principal stress rotation and of the intermediate principal stress using a hollow cylinder. *Deformation and Failure of Granular Materials*, International Union of Theoretical and Applied Mechanics Symposium, Balkema, pp. 441-449.
- Wijewickreme, D. and Vaid, Y.P. (1993) Behaviour of loose sand under simultaneous increase in stress ratio and principal stress rotation. *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 30, No. 6, pp. 953-964.

(접수일: 2007.10.4/심사일: 2007.11.12/심사완료일: 2007.11.12)