

강재 모멘트 골조의 비선형 지진 해석을 위한 IBS 보 요소

IBS Beam Element for Nonlinear Seismic Analysis of Steel Moment Frames

김달성* · 김동성** · 김기동*** · 고만기****

Kim, Dal Sung · Kim, Dong Seong · Kim, Kee Dong · Ko, Man Gi

Abstract

This study presents a non-prismatic beam element for modeling the elastic and inelastic behavior of steel beams, which have the post-Northridge(cover plate) connections in steel moment frames that are subjected to earthquake ground motions. The elastic stiffness matrix for non-prismatic members with increased beam section (IBS) connection is in the closed-form. The plasticity model is of a discrete type and is composed of a series of nonlinear hinges connected by rigid links. The hardening rules can model the inelastic behavior for monotonic and random cyclic loading, and the effects of local buckling. Moreover the determination of yield surfaces, stiffness parameters, and hardening (or softening) rule parameters for IBS beam element were described. Analytical results of the IBS beam element show good correlation with test data and FEM results.

Keywords : Steel moment frames, IBS connections, Seismic analysis, Beam element

요 지

본 연구는 지진운동의 영향 하에서 강재 모멘트 골조로 이루어진 post-Northridge(덮개판) 연결부를 갖는 보의 탄성 및 비탄성 거동을 모델하기 위한 부등단면 보(IBS 보) 요소를 제시한다. 덮개판(IBS) 연결부를 갖는 부등단면 보의 탄성강성 매트릭스는 수치적분이 필요치 않은 수식으로 표현된다. 소성모델은 분포형이며 강제링크로 연결된 일련의 비선형 힌지로 구성 되어있고 경화법칙은 단조 및 임의의 주기 하중에 대한 비탄성 거동과 국부좌굴의 효과를 고려할 수 있다. 또한 IBS 보 요소에 대한 항복면, 강성 변수, 그리고 경화(혹은 연화) 법칙 변수의 결정과정을 기술하였고 IBS 보 요소의 해석결과를 실험 및 FEM 해석결과와 비교하였다. IBS 보 요소의 해석결과는 실험 및 FEM 결과와 좋은 상관관계를 보였다.

핵심용어 : 강재 모멘트 골조, IBS 연결부, 지진해석, 보 요소

1. 서 론

철골 모멘트 골조는 지진에 대해 우수한 연성능력을 발휘하는 구조시스템으로 간주되어 왔으나 1994년 Northridge 지진에 의하여 철골 모멘트 골조의 보-기둥 연결부에서 광범위한 접합부 파괴가 발생하여 모멘트 저항골조의 연성능력을 저하시게 되었다. Pre-Northridge 연결부의 파괴는 보 플랜지와 기둥 플랜지 사이의 용접과 용접 부근에서 나타난 취성파괴가 주된 형태였다(youssef 등, 1995).

1994년 Northridge 지진 이후로 pre-Northridge 연결부를 개선하기 위한 많은 연구가 수행되어왔다. 연결부의 개선은 큰 소성 변형이 용접부위에 집중되는 것을 방지하기 위해서 보의 단부를 보강(IBS)하거나 보 플랜지를 절취(RBS)하여 보의 단부에서 일정거리 떨어진 위치에서 소성힌지가 발생하도록 유도하는 방향으로 진행되었다(AISC, 2005a;

AISC, 2005b).

개선된 연결(IBS, RBS)부에 대한 상당히 많은 연구와 실험이 수행되었음에도 불구하고 연결부의 잠재적이고 중요한 몇 가지 사항은 철저하게 조사되지 못 하였다. 이러한 사항 중의 하나가 보 단면의 증가 또는 감소가 골조의 탄성강성에 미치는 효과이고 다른 하나는 골조의 동적 비선형 거동에 미치는 영향이다.

일반적으로 미국 서부해안 지역 같은 강진지역에서의 강재 모멘트 골조에 대한 부재 단면의 결정은 강도에 지배 받기 보다는 강성(층간 상대변위)에 근거하여 이루어 진다. 따라서 층간 상대변위의 정확한 예측이 강재 모멘트골조의 안전하고 경제적인 설계에 있어서 핵심요소라고 할 수 있다. 그러나 개선된 연결부를 사용한 골조의 탄성강성 변화량을 정확하게 정량적으로 예측한 연구 결과는 거의 없는 실정이다. 더구나 개선된 연결부로 인한 골조의 비탄성 거동의 변화에

* (주)경동기술공사 구조부 상무이사 · 공학석사 · 구조기술사 (E-mail : dskim@kdec.co.kr)

** 정희원 · 교신저자 · 공주대학교 건설환경공학과 박사과정 (E-mail : dskim93@kongju.ac.kr)

*** 공주대학교 건설환경공학과 교수 (E-mail : kkkim@kongju.ac.kr)

**** 정희원 · 공주대학교 건설환경공학과 교수 (E-mail : mgko@kongju.ac.kr)

관한 연구는 더더욱 적은 실정이다.

본 연구의 목적은 보 단부의 보강(IBS)이 강제모멘트 골조의 거동에 미치는 영향을 조사할 수 있도록 IBS연결부를 갖는 보의 탄성 및 비탄성 거동을 정확히 예측할 수 있는 요소소를 개발하는데 있다.

2. IBS 보의 해석 모델

2.1 개요

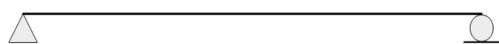
본 연구에서 제안한 2차원 보 요소 모델의 몇 가지 특징 및 가정을 정리하면 아래와 같다.

① 보 요소는 모멘트, 축력, 전단에 의한 거동을 모델할 수 있으며 보의 순경간 부분을 정의한다. 모멘트로 인한 항복후의 비탄성거동은 분포 소성 접근방법을 사용하여 모델되고, 전단과 축력으로 인한 비탄성 효과는 고려되지 않는다. 항복면에는 전단과 모멘트 혹은 축력과 모멘트 사이의 상호작용이 고려되지 않는다.

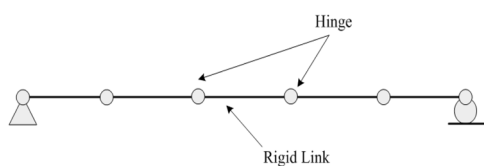
② 비선형 실험결과를 보다 더 면밀하게 정의 할 수 있도록 다선형 힘-변형관계가 사용되고 단조하중과 임의주기하중하의 비탄성거동과 국부좌굴의 영향을 고려하기위한 경화법칙이 사용된다.

본 연구에서 제안한 2차원 IBS 보 요소는 그림 1과 같이 선형 탄성 보 보조-요소(linear elastic beam sub-element)와 강체링크(rigid link)에 의해 연결된 일련의 비선형 힌지로 이루어진 분포 소성 보조-요소(discrete plastic sub-element)로 구성되어 있다. 분포 소성 보조-요소의 힌지는 실제 길이를 갖지 않고, 모멘트로 인한 항복후의 비탄성거동은 이런 힌지들에 집중된다. 힌지는 초기에 강체로 가정되므로 IBS 보 요소의 초기 강성은 선형 탄성 보 보조-요소의 강성으로 정의된다. 힌지 위치에서 내력이 증가한다면 힌지는 항복할 수 있고 결과적으로 IBS 보 요소의 강성이 감소하게 된다.

힌지는 하나의 다선형 모멘트-회전각 관계를 보유하고 있고 이 관계의 기울기 변화를 고려하기 위하여 여러개의 항복면(1차원 힘 공간의 항복선)이 1차원 힘 공간에서 연속적으로 배열된다. IBS 보 요소의 비선형 힘-변형 관계는 각 힌지에 대한 다선형 힘-변형 관계가 선형 탄성 보 보조-요소의 선형 힘-변형 관계와 조합되어 나타나게 된다. 변형이 증가하는 상황 하에서 힌지는 다선형 힘-변형 관계를 따르며 경화(혹은 연화)된다. 변형경화(혹은 연화)는 결과적으로 항복면들의 움직임을 초래하고 항복면의 크기를 확장(혹은



(a) 선형 탄성 보 보조-요소



(b) 분포 소성 보조-요소

그림 1. 2차원 IBS 보 요소 2.2 자유도

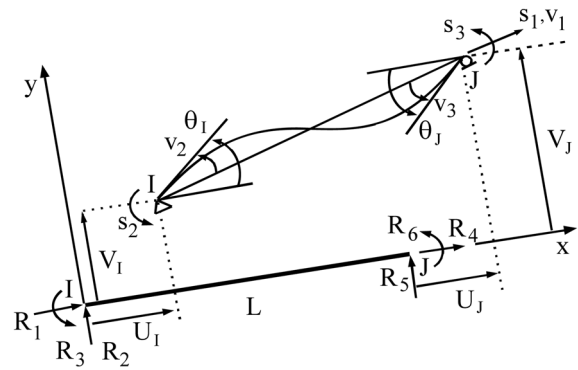


그림 2. 국부좌표계에서의 요소상대력 및 변위

수축)시키게 된다. Mroz(1967)의 운동학적 경화이론이 임의 하중에 대한 모델 능력을 향상시킬 수 있도록 등방 경화 법칙과 함께 조합되어 사용되었다. 이러한 경화 법칙들은 항복한 힌지의 힘과 변형 사이의 접선 강성 관계를 확립하기 위하여 필요한 것이다. 힌지의 접선 강성으로 구성되는 분포 소성 보조-요소의 접선강성은 선형 탄성 보 보조-요소의 강성과 조합되어 IBS 보 요소의 접선강성을 구성하게 된다. 만약 힌지에서 모멘트가 감소한다면 하중저감(unloading)이 발생함에 따라 힌지는 다시 강체로 거동하게 된다.

IBS 보 요소는 2개의 절점을 갖고 있고, 이 절점은 전체 좌표계의 구조물에 연결 되며 그림 2에 나타난 것처럼 각 절점은 국부 좌표계에서 변위와 회전에 대하여 3개의 자유도를 갖고 있다. 만약 국부좌표계에서 강체 움직임이 제거된다면 부재는 단순 지지보로 간주될 수 있다. 평형 조건으로부터 국부 절점력 \mathbf{R} (\mathbf{R}_1 에서 \mathbf{R}_6)은 상대력 \mathbf{s} (s_1, s_2 및 s_3)로 결정될 수 있으며 상대력 \mathbf{s} 로부터 절점력(nodal forces) \mathbf{R} 의 변환은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{s} \quad (1)$$

여기서 \mathbf{A} 는 널리 알려진 힘 변환 매트릭스로 Przemieniecki (1968)에서 찾아볼 수 있다.

기하학적 조건으로부터 국부 변위 \mathbf{r} 에서 상대 변형 \mathbf{v} (v_1, v_2 및 v_3)로의 변환은 식(2)와 같이 이루어질 수 있다.

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{r} \quad (2)$$

여기서 $\mathbf{r}^T = \{U_i, V_i, \theta_i, U_j, V_j, \theta_j\}$ 이다.

2.2 강성

IBS 보 요소의 변형 증분 $d\mathbf{v}$ 는 탄성변형과 비탄성변형 증분의 조합으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$d\mathbf{v} = d\mathbf{v}_e + d\mathbf{v}_p = \mathbf{f}_e \cdot d\mathbf{s} + \mathbf{f}_p \cdot d\mathbf{s} = \mathbf{F}_t \cdot d\mathbf{s} \quad (3)$$

여기서 $d\mathbf{v}_e$ (dv_1^e, dv_2^e 및 dv_3^e)는 선형 탄성 보 보조-요소의 변형벡터, $d\mathbf{v}_p$ ($0, dv_2^p$ 및 dv_3^p)는 분포 소성 보조-요소의 변형벡터, dv_2^p 와 dv_3^p 는 절점 I와 J에서의 소성 회전각 증분, \mathbf{f}_e 는 전단영향을 고려한 선형 탄성 보 보조-요소의 유연도, \mathbf{f}_p 는 분포 소성 보조-요소의 유연도, $d\mathbf{s}$ 는 작용의 증분이며, \mathbf{F}_t 는 접선 유연도 매트릭스이다. 접선 강성도 매트릭스 \mathbf{K}_t 는 \mathbf{F}_t 의 역행렬로 결정된다.

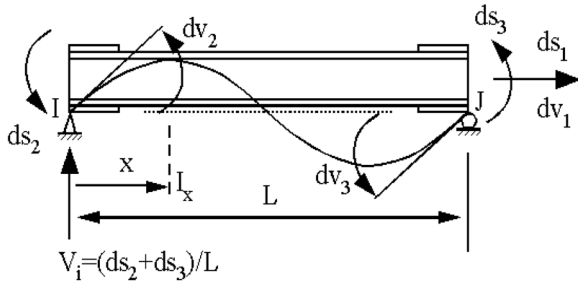


그림 3. 부등단면(IBS) 보

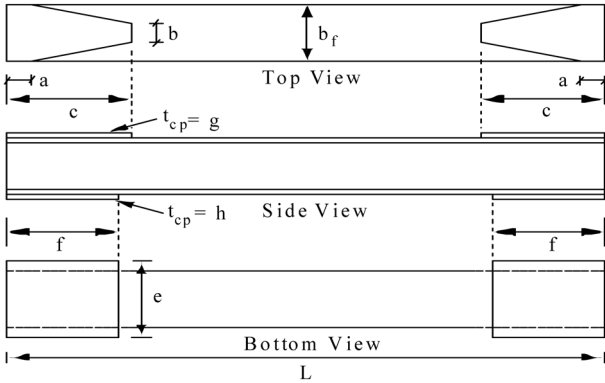


그림 4. 덮개판 보강 IBS 보

$$f_e = \begin{bmatrix} \int_0^L \frac{1}{EA_x} dx & 0 & 0 \\ 0 & \int_0^L \frac{(\xi-1)^2}{EI_x} dx + \int_0^L \frac{1}{L^2 GA_x^s} dx & \int_0^L \frac{(\xi-1)\xi}{EI_x} dx + \int_0^L \frac{1}{L^2 GA_x^s} dx \\ 0 & \int_0^L \frac{(\xi-1)\xi}{EI_x} dx + \int_0^L \frac{1}{L^2 GA_x^s} dx & \int_0^L \frac{\xi^2}{EI_x} dx + \int_0^L \frac{1}{L^2 GA_x^s} dx \end{bmatrix} \quad (4)$$

선형 탄성 보 보조-요소의 유연도는 그림 3과 같은 부등단면 (IBS) 보에 Castigliano의 제 2정리를 적용하여 식(4)와 같이 결정된다. 여기서 EA_x , GA_x^s 및 EI_x 는 각각 임의의 거리에 서의 축방향, 유효전단, 휨에 대한 강성이고, $\xi=x/L$ 이다. 식(4) 는 그림 4에 나타나있는 IBS 보에 대하여 매트릭스의 각 요소를 적분함으로써 다음과 같이 변환 될 수 있다.

$$f_e = \begin{bmatrix} \frac{L}{EA} f_a & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{EI} f_{ii} + \frac{1}{LGA} f_s & \frac{L}{EI} f_{ij} + \frac{1}{LGA} f_s \\ 0 & \frac{L}{EI} f_{ji} + \frac{1}{LGA} f_s & \frac{L}{EI} f_{jj} + \frac{1}{LGA} f_s \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 A=보 단면적, I=보 단면 2차 모멘트, L=보 길이 이다. 축방향 변형과 관련된 유연도 계수 f_a 는 식 (6)과 같이 정의 된다.

$$f_a = \left(\frac{2aA}{LA_A} + \frac{L-2c}{L} \right) + \frac{A}{LS_g} \left[-\ln \left\{ 1 - \frac{S_g(f-a)}{A_A} \right\} + \ln \left\{ 1 + \frac{S_g(f-a)}{A_H} \right\} \right] + \frac{A}{LS_g} \left[-\ln \left\{ 1 - \frac{S_g(c-f)}{A_D} \right\} + \ln \left\{ 1 + \frac{S_g(c-f)}{A_F} \right\} \right] \quad (6)$$

f_a 에 관한 보다 자세한 사항 그리고 휨과 관련된 유연도

계수 f_{ii} , f_{ij} , f_{jj} 와 전단에 대한 형상계수 f_s 에 대한 자세한 사항은 관련논문(김달성, 2006)을 통해 찾아 볼 수 있다.

분포 소성 보조-요소의 유연도는 그림 1(b)에 나타나 있는 분포 소성 보조-요소에 가상일의 원리를 적용하여 식(7)과 같이 정의 될 수 있다.

$$f_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^n \frac{(\xi_i-1)^2}{k_p^i} & \sum_{i=1}^n \frac{(\xi_i-1)\xi_i}{k_p^i} \\ 0 & \sum_{i=1}^n \frac{(\xi_i-1)\xi_i}{k_p^i} & \sum_{i=1}^n \frac{\xi_i^2}{k_p^i} \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.3 힌지 유연도(Hinge Flexibility)

힌지의 변형을 유발하는 하중 s^h 는 다음과 같이 정의된다.

$$s^h = M^h \quad (8)$$

여기서 위 첨자 h는 소성 힌지를 의미한다. 하중 s^h 가 증가 함에 따라 초기에 강체로 거동하던 힌지가 항복할 수 있다. 힌지가 항복한 후에 하중 증가분 ds^h 는 힌지의 소성 변형 증가분 $d\theta_p^h$ 를 다음과 같이 발생시킨다.

$$d\theta_p^h = \frac{1}{k_p^h} ds^h = f_p^h \cdot ds^h \quad (9)$$

여기서 k_p^h 는 그림 5에 나타나 있는 각 힌지에 주어진 하중-변형 관계로부터 결정되는 소성강성을 의미한다. IBS 보 요소의 항복후 강성이 타당하려면 k_p^h 가 적절히 선택되어야 한다는 점에 유의해야 한다.

항복면은 소성 포텐셜 함수로 간주되기 때문에 항복면의 외부 직각 방향은 항복면 함수 Φ 의 경사도(gradient)로 정의되어 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n = \frac{\Phi_{,s}}{\sqrt{\Phi_{,s}^T \cdot \Phi_{,s}}} \quad (10)$$

여기서 n은 현 활동점에서(current action point) 항복면의 외향 단위 수직 벡터이고, 항복함수의 경사도 $\Phi_{,s}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi_{,s} = \frac{\partial \Phi}{\partial M} \quad (11)$$

식(10)을 사용하여 식(9)를 표현하면 소성변형 증가분 $d\theta_p^h$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$d\theta_p^h = n \cdot n^T \cdot f_p^h \cdot ds^h = n \cdot \lambda \quad (12)$$

여기서 λ 는 힌지의 소성변형의 크기를 결정하는 스칼라량이다.

현재의 소성 상태에서 어떤 규정된 변형 증분에 대하여 소성흐름과 탄성 하중 저장(elastic unloading) 사이의 차이를 구별하기 위하여 본 연구에 사용된 절차는 항복면으로부터 하중이 계속 증가하는 동안에 λ 로 정의되는 소성변형의 크기가 플러스 값이 되어야 한다는 기준에 근거하고 있다.

힌지의 항복은 모멘트가 항복면에 도달 할 때 발생하는데 첫 번째 항복은 최초 항복면에 의해 결정되고 그 후에 발생하는 강성 변화는 그림 5에 나타나 있는 것처럼 각 강성변화에 상응하는 항복면에 의하여 고려된다. 본 연구에서는 최

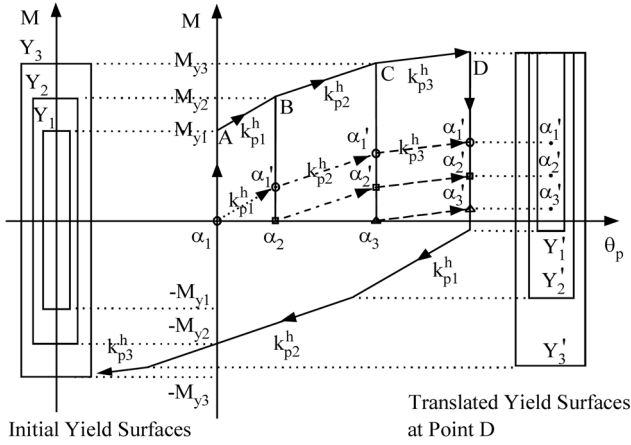


그림 5. 항복면과 Mroz의 운동학적 경화법칙

초의 항복면과 유사한 모양을 갖고 있는 3개의 연속적인 항복면(일축의 경우에는 항복선)이 다선형 힘-변형 관계를 적용하기 위해 사용되었다. 그림 5에 나타나 있는 항복면 Y_i 의 항복함수 Φ 는 식(13)과 같이 정의된다.

$$\Phi = \left| \frac{(M - \alpha_i)}{M_{yi}} \right| = 1 \quad (13)$$

여기서 M_{yi} 와 α_i 는 항복면 Y_i 의 크기와 원점을 나타낸다.

2.4 경화 법칙(Hardening Rule)

주기하중하의 금속의 거동은 2개 한계 상태, 단조거동을 나타내는 초기상태(virgin state)와 안정상태의 주기거동을 나타내는 포화상태(saturated state)로 정의될 수 있다. 소성 변형이 축적됨에 따라 금속의 성질은 초기상태에서 포화상태로 진전된다. 이 거동을 모델하기위해 Mosaddad 와 Powell (1982)은 Mroz(1967)의 불변 경화 모델을 가변 장(variable field) 모델로 확장하였다. 이 모델에서는 초기상태에서 포화상태로의 전이가 축적된 소성변형에 근거한 가중함수(weighting function)에 의해 결정된다. 본 연구에서는 이 확장된 Mroz의 경화법칙을 새롭게 수정하여 힘-변형 관계에 적용하였다.

초기 항복 발생 후에 현재의 거동은 Mroz의 운동학적 경화 법칙을 따르게 된다. 현 상태가 그림 5에 나타나있는 초기 항복면 위의 점 A에 다다른다면 현재의 항복하게 되고 계속적인 하중증가는 초기 항복면의 다음단계 항복면으로의 이동을 초래하게 된다. 항복면 Y_i 의 항복면 Y_{i+1} 로의 이동은 그림 5에 보이는 항복면 Y_i 에 상응하는 소성강성 k_{pi}^h 에 의해 정의되는 방향을 따르게 된다. 따라서 항복면 Y_i 의 이동 증분(translation increment) $d\alpha_i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$d\alpha_i = ds^h = k_{pi}^h \cdot d\theta_p^h \quad (14)$$

Mroz의 운동학적 경화 법칙에서는 항복면들이 중첩되지 않고 접촉점은 현 활동점이어야 한다. 따라서 몇 개의 항복면이 접해있을 경우 경화법칙은 접촉 되어있는 항복면 중에서 가장 바깥쪽 항복면에만 적용되던 된다. 하중 저감(unloading)이 발생하는 경우처럼 내부 항복면들의 원점을 경신해야 하는 경우에는 내부 항복면들의 새로운 원점은 기하학적 조건으로부터 쉽게 결정될 수 있다.

확장된 Mroz 모델에서는 소성 현재의 임의 주기거동을 2

개의 가중함수를 사용하여 결정하는데 첫째는 초기상태에서 포화상태로의 전이를 정의하기 위한 가중함수 w_1 이고, 둘째는 전이중에 발생할 수 있는 국부 좌굴을 고려하기 위한 가중함수 w_2 이다. 가중함수 w_1 과 w_2 는 축적된 소성회전각의 함수로 가정되고 다음과 같이 정의된다.

$$w_1 = f(\Sigma\theta_p), 0 \leq w_1 \leq 1; w_2 = f(\Sigma\theta_p), 0 \leq w_2 \leq 1 \quad (15)$$

여기서 $\Sigma\theta_p$ 는 축적된 소성회전각이다.

소성변형이 축적됨에 따라 재료의 성질은 초기상태에서 벗어나 포화 상태에 도달하게 되고 이러한 전이 동안에 항복면은 활동공간에서 확장(혹은 수축)되고 이동된다. 축적된 소성변형이 특정 값에 도달하면 전이 단계는 끝이 나고 뒤이은 거동은 순수 운동학적 경화 법칙을 따르게 되며 포화상태 물성치의 지배를 받는다. 이때 전이 동안의 항복모멘트 M_{yi} 와 소성강성 k_{pi}^h 의 순간 값은 다음과 같이 결정된다.

$$M_{yi} = (1 - w_1) \cdot M_{yi}^v + w_1 \cdot M_{yi}^s, \quad i=1 \text{에서 } 3 \quad (16a)$$

$$k_{pi}^h = (1 - w_1) \cdot k_{pi}^{hv} + w_2 \cdot k_{pi}^{hs}, \quad i=1 \text{에서 } 3 \quad (16b)$$

여기서 M_{yi}^s 와 k_{pi}^{hv} 는 각각 초기 상태 항복면 Y_i 의 항복모멘트와 이에 대응하는 소성 강성이고 M_{yi}^s 와 k_{pi}^{hs} 는 포화 상태 항복면 Y_i 의 항복모멘트와 이에 상응하는 소성강성이다. 축적된 소성 회전각이 특정값 β 에 도달하여 국부좌굴이 발생하면 그 이후의 거동은 가중 계수(weighting factor) w_2 에 의해 지배를 받게 되고 항복모멘트 M_{yi} 와 소성강성 k_{pi}^h 는 다음식과 같이 결정된다.

$$M_{yi} = w_2 \cdot M_{yi}^\beta, \quad i = 1 \text{에서 } 3 \quad (17a)$$

$$k_{pi}^h = w_2^\alpha \cdot k_{pi}^{h\beta}, \quad i = 1 \text{에서 } 3 \quad (17b)$$

여기서 M_{yi}^β 와 $k_{pi}^{h\beta}$ 는 축적된 소성회전각이 β 에 도달할때의 항복면 Y_i 의 크기와 이에 상응하는 소성 강성이고 α 는 특정 상수이다. 변수 w_1 , w_2 , β , α 는 실험과 해석을 통하여 뒤의 3장에서 결정된다.

하중증분 ds^h 에 대하여 현 항복면은 식(14)에 따라 크기의 변화 없이 먼저 이동된다. 그 후에 모든 항복면의 크기는 식(16) 또는 식(17)에 w_1 (혹은 w_2)의 새로운 값을 사용하여 경신된다. 항복면의 경신과 항복면 꺾임의 추적과 보정에 관한 상세한 과정은 관련논문(김달성, 2006)을 통해 찾아볼 수 있다.

항복면 크기와 소성강성의 경신은 상태 결정과정의 모든 비탄성 부 증분(sub-increment)마다 경신하는 연속 경신방법과 하중 저감(unloading)이 발생하는 경우에만 경신 하는 불연속경신으로 분류된다. 불연속 경신 방법은 하중 저감이 일어날 때만 물성치의 경신이 이루어지므로 계산 효율이 연속 경신방법에 비해 매우 우수하다. 대부분의 실무적인 적용에 있어서 보요소의 주기거동은 불연속 경신방법을 사용하여 충분히 정확하게 모델 될 수 있으므로 본 연구에서는 이 방법을 채택하여 항복면의 크기와 소성강성을 경신하였다.

2.5 소성강성의 결정

분포 소성 보조-요소는 그림 1(b)와 같이 보 길이방향을 따라 일련의 강체링크로 분할되고 2개의 인접 강체 링크 사

이에 하나의 소성힌지가 놓이게 된다. 모든 비탄성 변형은 이러한 소성힌지에 발생하는 것으로 가정된다. 단면에 대하여 모멘트-곡률 관계가 규정된다면 소성 힌지의 모멘트-회전 각 관계는 곡률에 2개 인접 강체링크의 중간의 사이 거리를 곱함으로써 결정될 수 있다. 균일 단면 부재의 경우에 보 길이에 걸쳐 발생할 수 있는 모든 가능한 모멘트 변화를 고려하기 위해서는 충분한 수의 소성힌지가 등 간격으로 배치되어야 한다. 등 간격으로 배치된 소성 힌지의 수가 증가할수록 보다 더 정확한 결과가 얻어질 수 있다.

지진하중 하에서 강제 모멘트 저항 골조의 보는 부재의 길이에 걸쳐 그림 6(a)에 보이는 것처럼 부재단부에서 크기가 같고 부호가 반대이며 선형 혹은 거의선형에 가까운 변화를 보이는 휨 모멘트 분포를 갖는다. 이러한 역대칭 모멘트 조건을 갖는 등 단면 보의 항복은 부재단부에 집중된다.

역대칭 모멘트 조건하의 보강 단면을 갖는 IBS보의 항복은 덮개판 바로 바깥 부분의 보강되지 않은 단면위치에 집중되고 단부에도 일정부분 발생 할 수 있다. 따라서 역대칭 모멘트 조건을 갖는 IBS보 부재에 대해서 분포 소성 보조 요소의 소성 힌지를 항복이 집중되는 영역에 세밀하게 배치하는 방법은(다수 힌지 방법) 보 길이에 따라 동일한 수의 소성힌지를 등 간격으로 배치하는 경우보다 더 좋은 결과를 낼 것이다.

항복영역에 세밀하게 배치된 소성힌지에 대한 모멘트-회전 각 관계는 단면에 대하여 결정된 모멘트-곡률관계로부터 정의될 수 있다. 또한 소성힌지에 대한 모멘트-회전 각 관계가 그림 6(b)에 보이는 것 같은 보 부재의 절반을 나타내는 등가 캔틸레버보에 대한 실험 혹은 해석을 통해서 얻어지는 모멘트-회전 각 관계로부터 결정 될 수도 있는데 이 등가 캔틸레버보 방법에서는 유한한 영역에서 일어나는 모든 소성 변형이 하나의 소성힌지에 집중되는 것으로 가정된다. 따라서 등 단면 부재의 경우에 소성힌지는 각 부재단부에 배치되고 부재전체에 대하여 2개의 소성힌지가 사용된다. 보강단

면을 갖는 IBS보와 같은 부등단면 보의 경우에는 소성힌지가 그림 6(b)와 같이 각 항복영역(덮개판 끝단의 비보강 단면과 부재단부)에 배치되고 부재전체에 대하여 총4개의 소성힌지가 고용된다. 본 연구에서는 다수 힌지 방법이 모멘트-곡률관계와 같은 보다 국부적인 응답을 제공함에도 불구하고 계산 효율 때문에 등가 캔틸레버보 방법이 사용되었다. 소성힌지의 휨모멘트가 그림 6(b)에 보이는 항복모멘트를 초과하는 경우에 소성힌지에 대한 소성강성계수는 식 (7)과 그림 6(b)로부터 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$k_{pi}^1 = \frac{k_e k_i}{k_e - k_i} \cdot \left(\frac{L_1}{L}\right)^2 = \frac{k_e k_i}{k_e - k_i} \quad (18a)$$

$$k_{pi}^2 = \frac{k_e k_i}{k_e - k_i} \cdot \left(\frac{L_2}{L}\right)^2 \quad (18b)$$

여기서 k_e 와 k_i 는 각각 탄성강성과 M_{yi} 와 M_{yi+1} 사이의 하중-변형 관계의 기울기이고, k_{pi}^1 과 k_{pi}^2 는 부재단부(그림 6(b)의 점1) 힌지의 소성강성과 내부 항복영역(그림 6(b)의 점2) 힌지의 소성강성을 각각 의미한다.

3. IBS 보 요소의 검증

3.1 유한요소 탄성해석과의 비교

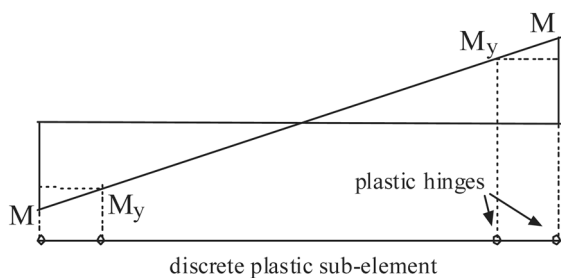
IBS 보 요소와 유한요소(FEM)해석에 의해 결정된 등가캔틸레버 보의 자유단의 처짐값을 비교하였다. W36×150과 W30×148 단면을 갖는 캔틸레버 보에 대하여 각각 보 길이 4.6 m(15ft)와 6.1 m(20ft)를 적용하였다. 해석에 적용된 덮개판(IBS)의 제원은 표 1에 나타나있다. FEM 해석모델은 8절점 6면체 블록 요소를 사용하여 이루어졌고 요소의 수는 가능한 정확한 해석결과를 얻을 수 있도록 결정되었다. FEM 해석은 유한 요소 프로그램 ABAQUS(Hibbit 등, 1996)를 사용하여 수행되었고, 탄성 계수 200 GPa와 푸와송비 0.3이 FEM해석에 사용되었다. 해석결과는 표 2에 정리하였다.

표 1. 덮개판의 규격 (그림 4 참조)

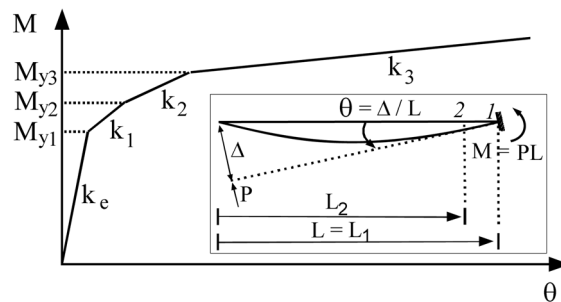
단면	a mm (in.)	b mm (in.)	c mm (in.)	e mm (in.)	f mm (in.)	g mm (in.)	h mm (in.)
W36×150	51 (2)	51 (2)	355 (14)	380 (15)	355 (14)	12 (0.473)	12 (0.473)
W30×148	51 (2)	51 (2)	355 (14)	305 (12)	355 (14)	16 (0.625)	16 (0.625)

표 2. IBS 보요소와 FEA에 의해 얻어진 처짐값의 비교

모델	자유단 수직 처짐 (mm)	등단면보					
		탄성 이론식			IBS 보		
		FEM	차이 (%)	IBS 요소	FEM	차이 (%)	
4.75 m 보	W36×150	20.32	20.24	0.37	19.19	19.22	0.18
	W30×148	26.95	26.87	0.28	25.22	25.40	0.72
6.10 m 보	W36×150	46.25	46.03	0.49	44.23	44.23	0.05
	W30×148	61.75	61.54	0.34	58.59	58.95	0.61



(a) IBS 보 요소의 소성힌지



(b) 등가 캔틸레버보의 모멘트-회전 각 관계

그림 6. IBS 보 요소의 분포 소성 보조-요소 모델

먼저 유한요소 모델의 정확도를 평가하기 위하여 균일단면 캔틸레버 보에 대한 유한요소 해석 결과와 탄성 이론식에 의한 결과를 비교하였다. 캔틸레버 보 자유단의 수직 처짐을 계산을 위한 이론식은 다음과 같다.

$$\Delta = \frac{Pl_b^3}{3EI} + f_s \frac{Pl_b}{AG} \quad (19)$$

여기서 $f_s = A/A_w = A/(dt_w)$ = 균일 단면의 전단에 대한 형상 계수, l_b = 캔틸레버 보의 길이, P = 자유단 수직하중이다. 등 단면 보에 대한 2개 해석결과의 차이는 0.49% 미만으로 매우 작게 나타났다. 이러한 두 결과의 밀접한 일치는 유한요소 해석이 처짐 값을 정확히 예측할 수 있음을 제시하고 있다.

IBS 보 요소의 정확도를 평가하기 위하여 IBS 보 요소와 유한요소 해석에 의한 IBS를 갖는 캔틸레버 보의 자유단 처짐 값을 비교하였다. 표 2에 보이는 것처럼 IBS 보 요소에 의한 처짐과 유한요소 해석에 의한 결과의 차이는 0.72% 이하로 작게 나타났다. 이러한 결과는 IBS 보 요소가 탄성 처짐을 정확히 추정할 수 있음을 제시한다.

3.2 비탄성 거동에 대한 실험 및 유한요소해석 결과와의 비교

IBS 보 요소를 이용하여 IBS 보의 비탄성 거동을 모델하기 위해서는 IBS 보 요소의 구성요소의 하나인 분포 소성 보조-요소의 소성힌지 특성이 정의되어야 한다. 본 연구에서는 소성 힌지의 특성을 등가 캔틸레버 보 방법을 사용하여 결정하였다. 지진하중을 받는 IBS보는 역대칭 모멘트분포를 갖기 때문에 IBS보의 항복은 IBS 끝단의 비보강 단면에 집중되고 부재 단부에도 일정부분 발생할 수 있다. 등가 캔틸레버 보 방법에 따라 위의 항복거동을 모델하는 경우에는 각 항복영역(부재 단부와 IBS 끝단의 비보강 단면)의 비탄성 거동을 정의 할 수 있는 소성힌지가 상응하는 위치에 하나씩 놓여야 한다. 따라서 부재단부에 위치한 소성힌지의 특성을 결정하기 위해서는 부재단부에 비탄성거동이 집중되는 등가 캔틸레버 보가 사용되고 IBS 끝단의 비보강 단면에 위치한 소성힌지의 특성을 결정하기 위해서는 IBS 끝단의 비보강 단면에 비탄성거동이 집중되는 등가 캔틸레버 보가 사용되어야 한다.

소성힌지의 특성은 각 항복면에 상응하는 항복 모멘트 (M_{yi})와 소성 강성(k_{pi})을 결정함으로써 정의되는데 임의 주기 거동을 모델할 수 있도록 초기 비탄성 단조거동과 안정화된 비탄성 주기거동에 대하여 각각 결정되어야 한다. 또한, 초기 단조거동에서 안정화된 주기거동으로 전이하는 과정의 항복면의 크기 변화와 소성강성의 변화를 고려하기 위하여 경화(혹은 연화) 법칙 변수가 결정되어야 한다. 그리고 이러한 소성힌지 특성은 상응하는 등가 캔틸레버 보에 대한 실험 및(혹은 FEM 해석 결과와 대조(calibration)하여 결정된다.

3.2.1 비탄성 단조거동

본 연구에서는 균일 단면 보와 그림 4에 보이는 IBS 보의 절반을 나타내는 등가 캔틸레버 보에 대한 FEM 해석결과와 IBS 보 요소의 해석결과를 대조하여 부재단부와 IBS 끝단의 비보강 단면(IBS 단부)에 위치한 소성힌지의 초기

비탄성 단조거동에 상응하는 항복 모멘트(M_{yi})와 소성 강성(k_{pi})을 결정하였다. 해석대상 캔틸레버 보의 단면과 길이 그리고 덮개판의 제원은 탄성해석 모델과 같다. 비탄성 해석모델에 사용된 강종은 A36과 A572 Gr. 50이고 각 강종의 평균 응력-변형률 관계(김달성, 2006)가 해석모델에 적용되었다.

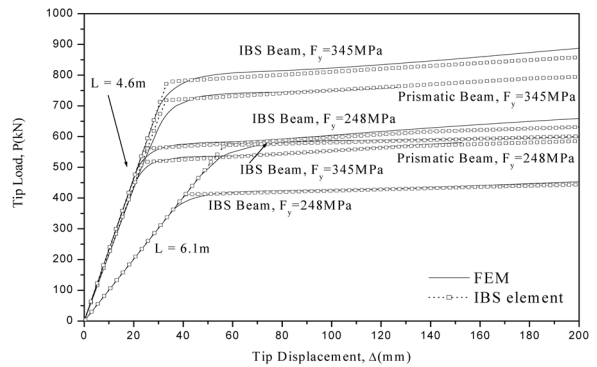
표 3에는 부재단부와 IBS 단부에 위치하는 소성힌지에 대한 각 항복면에 상응하는 항복모멘트와 소성강성이 나타나 있다. 이러한 항복모멘트와 소성강성은 그림 7에 보이는 FEM 해석결과와 대조하여 결정되었다. 부재단부에 위치한 소성힌지의 경우는 보 길이에 걸쳐 균일한 단면을 갖는 보의 해석결과와 IBS 단부에 위치한 소성힌지는 상응하는 IBS 보의 해석결과와 대조하여 결정되었다. 본 연구에서는 보-기둥 연결부 중에서 FEMA350(FEMA, 2000)의 사전 검증된 용접 플랜지-용접 웹 연결부에 대하여 부재단부 힌지의 특성을 결정하였다.

그림 7에는 표 3의 소성힌지의 항복모멘트와 소성강성을 사용한 IBS 보요소의 해석결과와 FEM 해석 결과의 비교가 나타나 있다. 이 그림으로부터 IBS 보요소가 초기 항복단계를 제외하고 FEM 결과와 상당히 좋은 상관관계를 보인다는 것을 알 수 있다. IBS 보요소의 주요한 목적이 강진 발생시

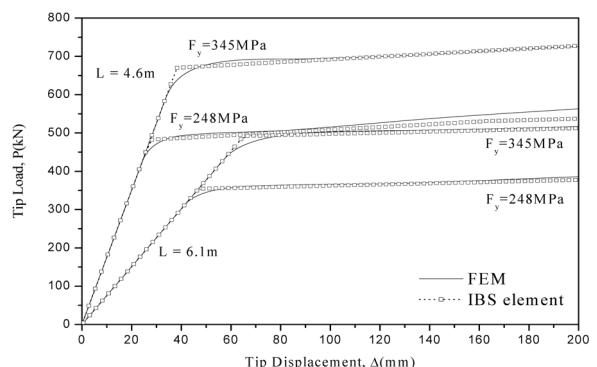
표 3. 단조거동에 대한 소성힌지의 항복모멘트와 소성강성

부재 단부	$M_{y1}/M_p^{(1)}$	M_{y2}/M_p^1	M_{y3}/M_p^1	K_{p1}/K_e	K_{p2}/K_e	K_{p3}/K_e
		1.0	1.1	1.2	0.02	0.01
IBS 단부 힌지	$M_{y1}/M_p^{(2)}$	M_{y2}/M_p	M_{y3}/M_p	K_{p1}/K_e	K_{p2}/K_e	K_{p3}/K_e
	1.0	1.1	1.2	0.02	0.01	0.001

- 1) M_p^1 = 보강 단면 소성모멘트
- 2) M_p = 일반 단면 소성모멘트



(a) W36X150 단면



(b) W30X148 단면

그림 7. 캔틸레버 보의 비탄성 단조거동

나타나는 주기거동의 큰 소성변형을 모델하는 것이기 때문에 IBS 보요소가 초기항복단계를 약간 과다 평가하는 것은 큰 문제가 아닐 것으로 판단된다.

3.2.2 비탄성 주기거동

안정화된 비탄성 주기거동에 대한 소성힌지의 항복 모멘트 (M_{yi})와 소성 강성(k_{pi})은 실험결과와의 대조를 통하여 결정되었다. 부재단부에 위치한 소성힌지의 주기거동에 대한 M_{yi} 와 k_{pi} 는 그림 8(a)에 보이는 CR-시리즈 시험체(Lee, 2000)에 대한 실험결과로부터 결정되었고, IBS 단부에 위치한 소성힌지의 주기거동에 대한 M_{yi} 와 k_{pi} 는 그림 8(b)에 보이는 것과 같은 AISC-시리즈, SAC4, NSF6, 그리고 NSF7 시험체(Engelhardt, 1998)에 대한 실험결과로부터 결정되었다. 시험체의 부재 단면, 덮개판의 제원 및 재료특성은 관련 문헌에 상세히 소개되어 있다.

표 4에는 부재 단부에 위치하는 소성힌지의 안정화된 주기거동에 대한 각 항복면에 상응하는 항복모멘트와 소성강성이 나타나있다. 이러한 항복모멘트와 소성강성은 그림 9에

표 4. 주기거동에 대한 부재단부 소성힌지의 항복모멘트와 소성강성

시험체	M_{y1}/M_p	M_{y2}/M_p	M_{y3}/M_p	K_{p1}/K_e	K_{p2}/K_e	K_{p3}/K_e
CR-시리즈	0.8	1.1	1.25	0.3	0.1	0.03

보이는 실험결과와 대조하여 결정되었다. 그림 9에는 표 4의 소성힌지의 항복모멘트와 소성강성을 사용한 IBS 보요소의 해석결과와 실험결과와의 비교가 나타나있다. 실험 및 해석결과는 수직 방향 하중과 수직 변위의 관계이다. 이 그림으로부터 IBS 보 요소가 실험결과와 상당히 좋은 상관관계를 보인다는 것을 알 수 있다.

표 5에는 IBS 단부에 위치하는 소성힌지의 안정화된 주기거동에 대한 각 항복면에 상응하는 항복모멘트와 소성강성이 나타나있다. 이러한 항복모멘트와 소성강성은 그림 10에 보이는 실험결과에 대조를 통하여 결정되었다. 또한 그림 10에는 표 5의 소성힌지의 항복모멘트와 소성강성을 사용한 IBS 보 요소의 해석결과와 실험결과와의 비교가 나타나있다. 실험 및 해석결과는 하중-변위 관계이다. 이들 그림으로부터 IBS 보 요소가 국부좌굴 발생 전까지 실험결과와 상당히 좋

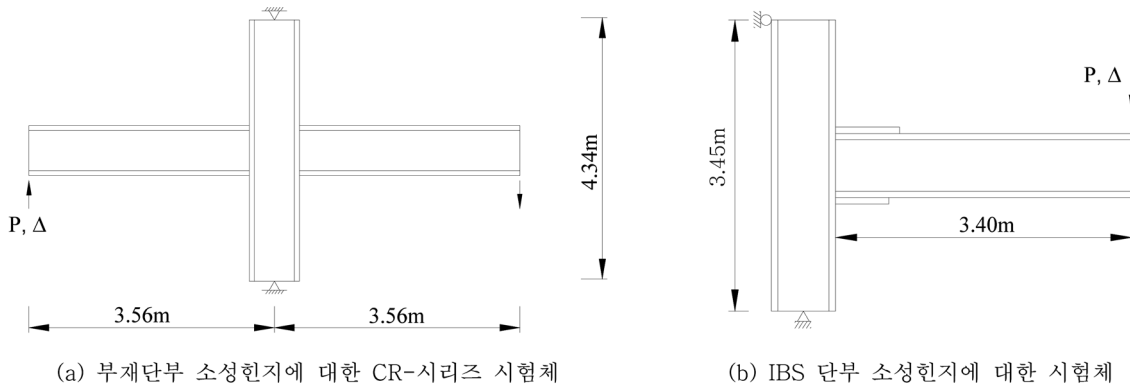


그림 8. 주기거동 시험체의 제원

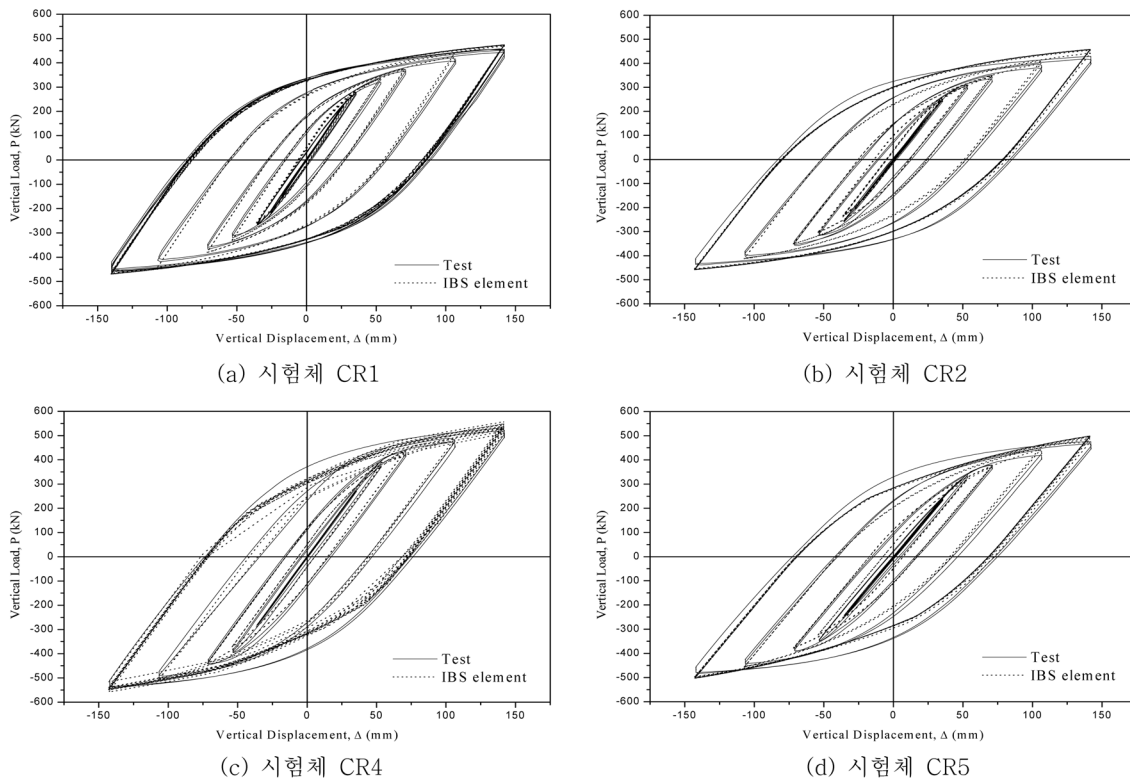


그림 9. CR-시리즈 시험체의 실험결과와의 비교

표 5. 주기거동에 대한 IBS 단부 소성힌지의 항복모멘트와 소성강성

시험체	M_{y1}/M_p	M_{y2}/M_p	M_{y3}/M_p	K_{p1}/K_e	K_{p2}/K_e	K_{p3}/K_e
AISC-시리즈	0.7	0.9	1.025	0.4	0.2	0.03
SAC4와 NSF6&7	0.9	1.1	1.25	0.3	0.1	0.02

은 상관관계를 보인다는 것을 알 수 있다.

표 5의 소성힌지에 대한 항복모멘트와 소성강성이 시험체에 따라 다르게 나타났는데 그 이유는 같은 강종 일지라도 시험체에 따라 재료의 역학적 특성이 매우 다르게 나타나고 또한 하나의 힌지특성을 사용하여 작은 진폭의 거동과 큰 진폭의 거동을 모두 정확히 정의하는데 상당한 어려움이 존재하기 때문이다. 그림 10을 살펴보면 AISC-시리즈 시험체는 약 6.3 cm의 변형에서 국부좌굴이 발생하였고 NSF7 시험체는 약 7.6 cm 그리고 SAC4는 약 10.2 cm 변형에서 발생하였다. NSF6 시험체의 경우에는 전체변형동안 국부좌굴이 발생하지 않았다. 국부좌굴이 발생하지 않거나 늦게 발

생하는 시험체의 경우에 비탄성거동의 루프(Loop)가 비교적 크고 완만하게 나타났으나 국부좌굴이 빨리 발생하는 시험체의 경우에는 비탄성거동의 루프(Loop)가 비교적 작고 가파른 형태였다. 따라서 NSF와 SAC 시험체에 대한 소성힌지의 항복모멘트는 큰 진폭의 거동을 정의하기위하여 AISC-시리즈 시험체에 대한 작은 진폭의 거동을 정의하기위한 소성힌지의 항복모멘트보다 크게 결정되었다.

재료 역학적 특성의 변화와 국부좌굴로 인한 다양한 진폭의 거동으로 인하여 다양하게 나타나는 IBS 보의 비탄성거동을 하나의 고정된 힌지 특성을 사용하여 모두 정확히 고려하는 것은 매우 어려운 일이다. 그러나 IBS 보를 갖는 모멘트 골조의 비탄성거동에 대한 경향을 파악하기 위해서는 정확성에 대한 일부 손상을 감수하더라도 주어진 IBS 보의 제원과 강중에 대하여 하나의 고정된 힌지 특성을 결정할 필요가 있다. 비탄성 변형동안에 국부좌굴이 방지된 경우에는 표 5의 NSF6에 대한 소성힌지 특성과 그렇지 않은 경우에는 표 5의 AISC-시리즈에 대한 소성힌지 특성을 IBS 단부의 소성힌지에 대한 고정된 힌지 특성으로 사용한다면 강성관점에서 안전측의 해석결과를 얻을 수 있을 것으로 판

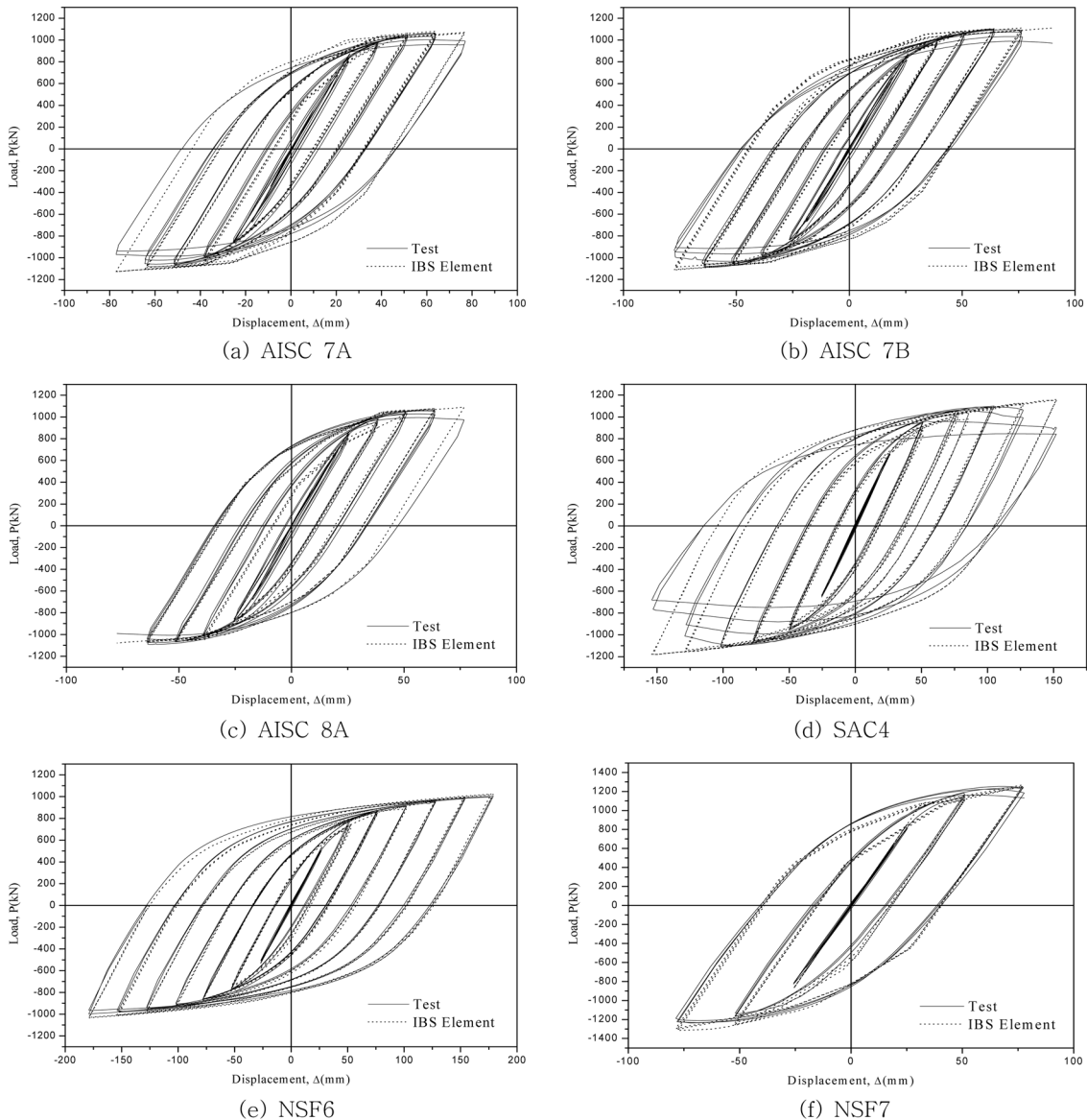


그림 10. IBS 단부 소성힌지에 대한 시험체의 실험결과와의 비교

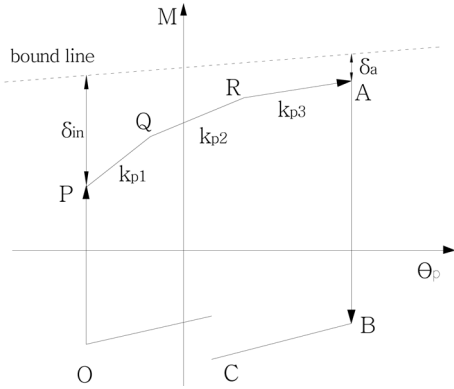


그림 11. 전이과정 가중합수 결정 방법

단된다.

그림 11에는 초기 단조거동에서 안정화된 주기거동으로의 전이과정에 대한 가중합수를 결정하기 위한 방법이 나타나있다. 그림 11의 경로 O-P-Q-R-A를 따라 하중이 증가하다 점 A에서 하중저감(unloading)이 발생할 때 경로 A-B-C에 대한 가중합수 w_1 은 식 (20)과 같이 결정된다.

$$w_1 = w_1^P \cdot (1 - e^{-\delta_a / \delta_{in}}) \quad (20)$$

여기서 w_1^P = 경로 O-P-Q-R-A에 대한 가중합수; δ_{in} = 항복 시작점 P와 bound line(Dafalias, 1975) 사이의 거리; δ_a = 하중저감 발생점 A와 bound line 사이의 거리. IBS 보 요소의 해석결과와 실험결과와의 상관관계가 국부좌굴 발생 전까지 상당히 좋게 나타났다는 것로부터 위의 가중합수 w_1 이 적절하다는 것을 알 수 있다.

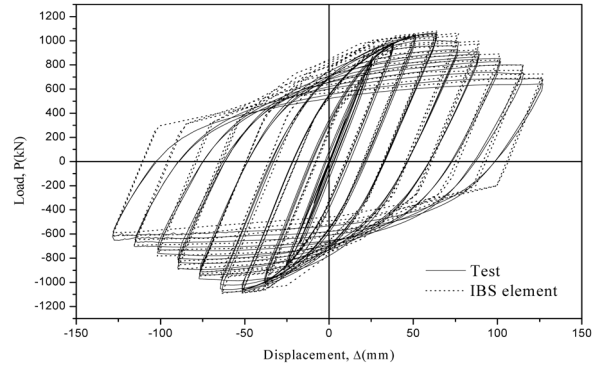
국부좌굴이 발생하여 항복면의 크기가 감소하는 현상을 고려하기 위한 가중합수 w_2 는 실험결과와 대조하여 경험적으로 식 (21)과 같이 결정되었다.

$$\text{AISC7A: } w_2 = 0.55 + \frac{0.45}{1 + e^{(\Sigma\theta_p - .708)/0.3}} \quad (21a)$$

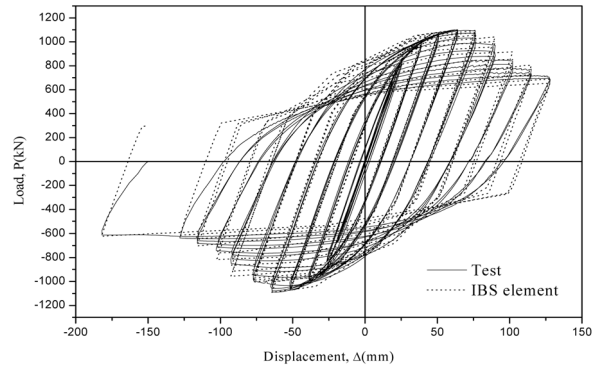
$$\text{AISC7B와 AISC8A : } w_2 = 0.6 + \frac{0.4}{1 + e^{(\Sigma\theta_p - .708)/0.22}} \quad (21b)$$

여기서 $\Sigma\theta_p$ = 누적 소성회전각이다. 국부좌굴이 시작되는 누적 소성회전각 β 는 AISC 7A와 AISC 7B의 경우 0.15이고 AISC 8A는 0.16이 적정한 것으로 나타났으며 국부좌굴 발생 후의 소성강성을 결정하기 위하여 사용되는 상수 α 는 AISC 7A의 경우 5이고 AISC 7B와 AISC 8A는 6이 적정하였다. 재료 역학적 특성의 변화와 덮개판의 다양한 제원 등의 원인으로 국부좌굴이 발생하는 시기와 국부좌굴의 정도가 매우 다양하게 나타나기 때문에 각 시험체에 대하여 가중합수 w_2 와 β 가 결정되었다.

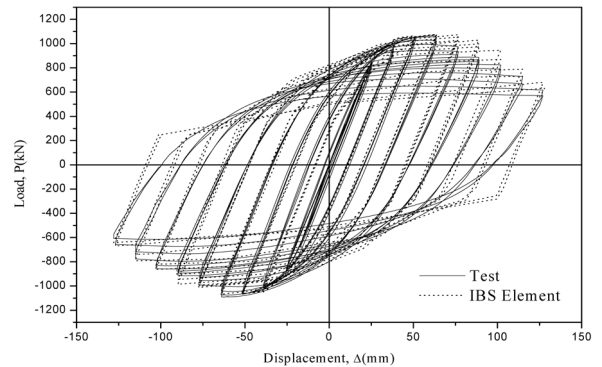
그림 12에는 가중합수를 사용하여 국부좌굴을 고려한 해석결과와 실험결과와의 비교가 나타나있다. 이 그림으로부터 해석과 실험결과가 상당히 좋은 상관관계를 보인다는 것을 알 수 있다. 그러나 이러한 결과는 한정된 실험결과에 근거하여 결정된 가중합수 w_2 와 β 를 상응하는 시험체에 적용하여 얻어진 것이기 때문에 국부좌굴을 발생시키는 주요 요인이 다른 경우에는 위의 가중합수 w_2 와 β 의 적용성이 떨어질 것이다. 따라서 보다 다양한 국부좌굴 현상을 정의하기 위해서는 광범위한 조사와 연구가 필요하다고 판단된다. 그러나 보다 나은 대안이 없는 상황에서는 IBS 보의 국부좌굴이



(a) AISC 7A 시험체



(b) AISC 7B 시험체



(c) AISC 8A 시험체

그림 12. 국부좌굴을 고려한 해석결과와 실험결과와의 비교

모멘트 저항 골조의 지진거동에 미치는 영향을 정성적으로 파악하는데 식 (21)의 가중합수가 유용하게 이용될 수 있다고 판단된다.

4. 결 론

본 연구에서는 IBS 연결부를 갖는 강재 보의 탄성 및 비탄성 거동을 정의하기 위한 부등단면 보 요소를 개발하고 이를 다양한 실험 및 FEM 결과와 비교 검증하였다. 개발된 IBS 보 요소는 IBS보의 단조거동과 임의의 주기거동 그리고 국부 좌굴거동을 정의 할 수 있는 경화 규칙을 갖추고 있다. 단조거동의 경우 초기 항복단계를 제외하고 IBS 보 요소의 해석 결과가 FEM결과와 상당히 좋은 상관관계를 보였고 주기거동의 경우에도 국부 좌굴이 발생하기 전까지 실험결과와 좋은 상관관계를 보였다. 또한 국부좌굴을 고려한 해석결과도 실험결과와 합리적인 상관관계를 보였다. IBS 보의 비탄성 거동이 모멘트 저항 골조의 지진거동에 미치는 영향을

정성적으로 파악하는데 IBS 보 요소가 유용하게 이용될 수 있다고 판단된다.

참고문헌

김달성(2006) IBS 연결부를 갖는 보에 대한 해석 요소 개발. 석사학위논문, 공주대학교.

AISC (2005a) *Seismic provisions for structural steel buildings*. ANSI/AISC 341-2005, Chicago.

AISC (2005b) *Prequalified connections for special and intermediate steel moment frames for seismic application*. ANSI/AISC 358-005, Chicago.

ABAQUS (1996) *User's manual-version 5.6*. Hibbit, Karlsson, and Sorenson, Inc., Pawtucket, R.I.

Dafalias, Y.F. (1975) *On Cyclic and Anisotropic Plasticity: I) A General Model Including Material Behavior Under Stress Reversals, II) Anisotropic*. Ph.D. Thesis, Dept. of Civ. Engrg., University of California, Berkeley.

Federal Emergency Management Agency (FEMA) (2000) *Recommended seismic design criteria for new steel moment-frame buildings*. FEMA 350, Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.

Engelhardt, M.D. and Sabol, T.A. (1998) *Reinforcing of Steel Moment Connections with Cover Plates: Benefits and Limitations*. Engineering Structures, Vol. 20, No. 4-6, pp. 510-20.

Lee, D.Y., Cotton, S.C., Dexter, R.J., and Hajjar, J.F. (2002) *Column Stiffener Detailing and Panel Zone Behavior of Steel Moment Frame Connections*. Report No. ST-01-3.2, University of Minnesota.

Mosaddad, B. and Powell, G.H. (1982) *Computational models for cyclic plasticity rate dependence, and creep in finite element analysis*. EERC Report No. 82/26, University of California, Berkeley.

Mroz, Z. (1967) *An attempt to describe the behavior of metals under cyclic loads using a more general work hardening model*. Acta Mechanica, Vol. 7, No. 2-3, pp. 199-212.

Przemieniecki, J.S. (1968) *Theory of matrix structural analysis*. McGraw-Hill Book Co., New York, N.Y.

Youssef, N., Bonowitz, D., and Gross, J. (1995) *A survey of steel moment-resisting frame buildings affected by the 1994 Northridge earthquake*. NIST Rep. No. NISTIR 5625, National Institute of Standards and Technology, United States Dept. of Commerce Technology Administration, Washington, D.C.

(접수일: 2007.11.6/심사일: 2008.1.14/심사완료일: 2008.1.14)