

서해대교 사장교의 동특성 추출 : II. 고유진동수와 감쇠비

Modal Parameter Extraction of Seohae Cable-stayed Bridge : II. Natural Frequency and Damping Ratio

김병화* · 박종철**

Kim, Byeong Hwa · Park, Jong-Chil

Abstract

This paper introduces a new technique that can extract natural frequencies and damping ratios from output-only vibration data. Firstly, the free vibration data is obtained from the cross correlations of the output-only response data using a singular value decomposition process. Secondly, the well-known system identification algorithm is applied to extract the natural frequencies and damping ratios from the extracted free vibration data. Comparing to ERADC technique, the accuracy of the proposed modal parameter identification algorithm has been numerically examined. Furthermore, the practicability of the proposed algorithm has been examined through the output-only acceleration data collected from the Seohae cable-stayed bridge. Using the proposed technique, total 24 modes have been identified for the deck plate motions of the bridge.

Keywords : modal parameter extraction, ambient vibration test, natural frequency, damping ratio, cable-stayed bridge, system identification

요 지

본 논문은 상시진동데이터로부터 구조물의 고유진동수 및 감쇠비를 추정하는 기법을 소개한다. 제안된 기법은 TDD기법에서 추출된 모드형상과 상호상관신호로부터 직교 잡음이 제거된 자유진동함수를 추출하고 시스템 인식기술을 적용하여서 각 모드별 고유진동수와 감쇠비를 추정한다. 제안 알고리즘의 정확도는 수치적으로 기존의 기법과 비교분석 되었다. 제안 알고리즘의 현장 적용성 검토는 서해대교 보강형의 수직방향 가속도에 대한 상시진동데이터를 통하여 검증되었으며, 총 24개의 저차모드가 추출되었다.

핵심용어 : 동특성추출, 상시진동실험, 고유진동수, 감쇠비, 사장교, 시스템인식

1. 서 론

최근의 구조동역학 분야 중에서 구조물의 손상도추정, 실시간 건전도 모니터링, 구조물의 동적응답 예측, 및 하중추정 연구 등은 정확한 동적수치모델의 구축이 매우 중요한 실무 문제이다. 정확한 수치모델의 구축을 위해서는 실구조물에 대한 동특성추출실험(modal testing)을 통한 고유진동수와 감쇠비의 추정이 선행과제이다.

교량과 같은 대형 토목구조물은 입력신호의 계측이 용이치 않기 때문에, 구조응답만을 이용하여 고유진동수와 감쇠비를 추정하여야 한다. 구조응답만을 이용하여 구조물의 고유진동수와 감쇠비를 추출하는 방법은, 이용하는 응답특성에 따라서 시간영역방법과 주파수영역방법으로 크게 분류할 수 있다. 시간영역방법은 로그법(logarithm decrement technique, Chopra 1995), ITD기법(Ibrahim and Mikulick,

1997), ERADC기법(Juang 1994), SSI기법(Peeters and Roeck 2000) 등이 대표적이라 할 수 있고, 주파수영역의 대표적인 방법들은 PP기법(Peak picking, Bendat and Piersol 1980)과 하프파워법(half-power bandwidth, Clough and Penzien 1993) 및 FDD기법(Brinker 등 2000) 등을 포함한다.

기존의 방법들은, 상시진동에 따른 구조응답으로부터 자유진동함수의 특성을 갖는 RD(Random Decrement)함수를 추출하고, 추출된 RD함수로부터 고유진동수와 감쇠비를 추정하는 것이 일반적 절차이다. 그러나 RD함수의 정상성 가정(stationary assumption)을 만족 시키려면 장기간의 데이터수집이 불가피하며, 계측점마다 추정된 고유진동수 및 감쇠비가 다소 차이가 있을 수 있다. 이러한 약점에 대해서, RD함수가 아닌 두개의 계측점들 사이의 상호상관(cross correlation)함수를 이용하는 NExT(Natural Excitation Technique)기법(James 등

*정회원 · 교신저자 · 경남대학교 토목공학과 교수 · 공학박사 (E-mail : bhkim@kyungnam.ac.kr)

**정회원 · 한국도로공사 도로교통연구원 전임연구원

1993)이 그 대안으로서 주목된다. 왜냐하면, 상호상관함수의 특성은 자유진동함수의 특성을 갖기 때문이다(Farrar and James, 1997).

장대교량과 같은 대형 토목구조물의 동특성 추출실험에는 센서이동기법(roving sensor technique)이 빈번히 채택되고 있다. 센서이동기법은 기준점(reference point)에 대한 응답 계측점들의 상호상관함수들의 추출이 용이하기 때문에 RD함수를 이용하는 것 보다는 상호상관함수로부터 직접 고유진동수 및 감쇠비를 추출하는 것이 보다 효율적일 수 있다.

본 논문은 동반논문(I. 모드형상)에 대한 후속연구로서, 고해상도 모드형상 추출방법인 TDD기법(Kim 등 2005)의 고유진동수 및 감쇠비 추출 부분에 대하여 개선된 알고리즘을 새롭게 제안한다. 기존의 TDD기법은, 모드형상추출 후에 산출된 각 모드별 대표 단자유도 신호를 ERADC기법 등 기존의 방법을 이용하여 고유진동수와 감쇠비를 추정하였다. 본 연구에서는 TDD기법으로 산출된 단자유도 대표 상호상관신호로부터 고유진동수와 감쇠비를 추정하는 새로운 알고리즘을 제안한다. 제안 알고리즘은 각 모드별 단자유도 상호상관신호에 대하여 잘 알려진 민감도 기반의 시스템인식기법(Stubbs 1985)을 적용하였다. 민감도 기반의 시스템인식기법은 구조물의 손상도추정(Kim and Stubbs 1995; Kim 등 2006), 및 케이블의 장력추정(Kim and Park 2007; 김병화 등 2007; 박대호 등 2007; 장한택 등 2008) 연구분야에 폭넓게 적용되었으나, 고유진동수 및 감쇠비 추출에 대한 응용은 저자가 알고있는 한 본 연구가 최초이다.

제안 알고리즘의 정확도는 수치 검증을 통하여 기존의 기법과 비교분석 하였으며, 동반논문(I. 모드형상)에서 실시한 서해대교 사장교의 보강형에 대한 실측 자료에 대하여 현장 적용성을 검증하였다.

2. 이 론

TDD기법으로 추출된 i 번째 모드형상을 이용하여 i 번째 모드를 대표하는 가속도 상호상관함수(cross correlation function) $\ddot{c}_i(t)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다(Kim 등 2005).

$$\ddot{c}_i(t) = \frac{\Phi_i^T}{\Phi_i \Phi_i} y(t) \quad (1)$$

식 (1)를 이용하여 추출된 신호는 시간 잡음을 포함하고있기 때문에 q 개의 시간 샘플에 대하여 다음 식 (2)와 같이 상관관계행렬 \mathbf{C} 를 정의할 수 있다.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \ddot{c}_i(1) & \ddot{c}_i(2) & \cdots & \ddot{c}_i(q) \\ \ddot{c}_i(2) & \ddot{c}_i(3) & \cdots & \ddot{c}_i(q+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ddot{c}_i(q) & \ddot{c}_i(q+1) & \cdots & \ddot{c}_i(2q) \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서, 균등한 샘플주기 Δt 로 계측하여 임의의 시간 $t = k\Delta t$ 를 정수 심볼 k 로 표시하였다. 식 (2)는 다음과 같이 특이치 분해과정 SVD(singular value decomposition)를 통해서 직교 잡음을 제거하여야 한다.

$$\mathbf{C} = \mathbf{V}\mathbf{E}\mathbf{V}^T \quad (3)$$

여기서, 직교 잡음이 제거된 i 번째 모드를 대표하는 가속도 상호상관함수벡터 \ddot{c}_i 는 특이치행렬 \mathbf{E} 중에서 가장 큰 특이치에 상응하는 특이벡터(singular vector) \mathbf{V} 이다. 특이치가 가장 큰 벡터가 첫번째 특이치벡터 \mathbf{v}_1 라면 다음과 서술할 수 있다.

$$\ddot{c}_i = \mathbf{v}_1 \quad (4)$$

식(4)을 이용하여 추출된 각 모드별 대표 SDOF 가속도 상호상관함수는 자유진동 함수(free vibration function)와 동일한 형태(Farrar와 James 1997)이다. 그러므로 TDD기법을 이용하여 추출된 각 모드별 데이터로부터 SI(system identification) 기법을 적용하여 고유진동수 및 감쇠비를 추출한다.

SI 기법은 역해석의 일종으로서 계측치와 시뮬레이션치가 같도록 하는 시뮬레이션 시스템의 변수들을 최적화하는 방법이다. 본 연구에서 고려한 시뮬레이션 시스템은 식(4)에서 추출된 각 모드별 단자유도 진동시스템의 임의시간 $t = k\Delta t$ 에서 자유진동함수 $\ddot{c}_i(k)$ 를 다음과 같이 고려한다.

$$\ddot{c}_i(k) = A e^{-\xi \omega t} \cos(\omega_d k\Delta t - \theta) \quad (5)$$

여기서, A , ω , ξ , $\omega_d = \omega\sqrt{1-\xi^2}$, 및 θ 는 각각 진폭, 고유진동수, 감쇠비, 감쇠고유진동수, 그리고 이동각(translation angle)이다. 인식해야 할 변수들은 고유진동수, 감쇠비, 진폭 및 이동각이다. 그러면, 인식변수의 수를 $p(=4)$ 라고 할 때, 인식하고자 하는 변수들의 집합인 인식벡터 \mathbf{U} 의 크기는 다음과 같이 $p \times 1$ 이다.

$$\mathbf{U} = [\omega \ \xi \ A \ \theta]^T \quad (6)$$

임의시간 $t = k\Delta t$ 에서 i 번째 모드의 상호상관 $\ddot{c}_i(k)$ 은 인식변수벡터의 함수로 나타낼 수 있고, Taylor 급수 전개 후 고차항을 무시하면 상호상관의 변량 $\delta\ddot{c}_i(k)$ 는 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\delta\ddot{c}_i(k) \equiv \ddot{c}_i(\mathbf{U} + d\mathbf{U}) - \ddot{c}_i(\mathbf{U}) \quad (7)$$

그러면 상호상관 변량은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\delta\ddot{c}_i(k) = \sum_{n=1}^p \frac{\partial \ddot{c}_i(k)}{\partial U_n} dU_n \quad (8)$$

여기서, U_n 는 인식변수벡터 \mathbf{U} 의 n 번째 항을 나타낸다. 예를 들면, U_1 은 i 번째 고유진동수를 나타내고, U_2 는 i 번째 모드의 감쇠비 ξ 를 나타낸다. 또한, 식 (8)은 계산의 효율성을 높이기 위하여서 다음과 같이 표준화(normalization) 될 수 있다.

$$\frac{\delta\ddot{c}_i(k)}{\ddot{c}_i(k)} = \sum_{n=1}^p \frac{\partial \ddot{c}_i(k)}{\partial U_n} \frac{U_n}{\ddot{c}_i(k)} \frac{dU_n}{U_n} \quad (9)$$

상호상관함의 샘플수가 q 개 일 경우에도, 식 (9)는 다음과 같이 간단한 선형 민감도 방정식으로 기술할 수 있다.

$$\mathbf{Z} = \mathbf{F}\mathbf{a} \quad (10)$$

여기서, $q \times 1$ 벡터 \mathbf{Z} 는 고유진동수의 변화율을 나타내며, 다음과 같이 정의 된다.

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \frac{\delta \ddot{c}_i(1)}{\ddot{c}_i(1)} & \dots & \frac{\delta \ddot{c}_i(q)}{\ddot{c}_i(q)} \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

또한, $p \times 1$ 벡터 α 는 인식 변수들의 변화율을 나타내며, 다음과 같이 정의 된다.

$$\alpha = \begin{bmatrix} \frac{dU_1}{U_1} & \frac{dU_2}{U_2} & \frac{dU_3}{U_3} & \frac{dU_4}{U_4} \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

마지막으로, $q \times p$ 벡터 \mathbf{F} 는 민감도 행렬(sensitivity matrix)로서, 인식 변수들에 대한 고유진동수의 변화율을 나타내며, 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ddot{c}_i(1)}{\partial U_1} \frac{U_1}{\ddot{c}_i(1)} & \dots & \frac{\partial \ddot{c}_i(1)}{\partial U_p} \frac{U_p}{\ddot{c}_i(1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \ddot{c}_i(q)}{\partial U_1} \frac{U_1}{\ddot{c}_i(q)} & \dots & \frac{\partial \ddot{c}_i(q)}{\partial U_p} \frac{U_p}{\ddot{c}_i(q)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

반복법을 이용하여서, 민감도 방정식 식 (10)의 해를 구하는 순서는 다음과 같다. 우선, j 번째 반복 단계에서 인식 변수들을 다음과 같이 임의로 가정하자.

$$\mathbf{U}^j = [\omega^j \quad \xi^j \quad A^j \quad \theta^j]^T \quad (14)$$

여기서, 인식 변수들의 위 첨자 j 는 반복 단계 횟수를 의미한다. 가정된 인식 변수벡터에 대해서, 식 (5)의 시물레이션을 수행하여 상호상관함수를 얻는다. 다음은, 구해진 시물레이션 모델에 대하여 식 (13)의 민감도 행렬 \mathbf{F} 를 구한다. 여기서, 민감도 행렬은 각 인식변수의 단위 변화에 따른 상호상관의 변화를 계산하여서 근사적으로 산정한다. 다음은 상호상관의 변화율벡터 \mathbf{Z} 를 다음 식 (15)로부터 구한다.

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \frac{\ddot{c}_i^{Targ et}(1) - \ddot{c}_i^j(1)}{\ddot{c}_i^j(1)} & \dots & \frac{\ddot{c}_i^{Targ et}(q) - \ddot{c}_i^j(q)}{\ddot{c}_i^j(q)} \end{bmatrix}^T \quad (15)$$

여기서, $\ddot{c}_i^{Targ et}(q)$ 는 i 번째 모드에 대한 $t = q\Delta t$ 에서 식 (4)로부터 추출된 계측 상호상관이고, $\ddot{c}_i^j(q)$ 는 j 번째 반복단계에서 인식 변수 벡터들을 이용하여서 구한 $t = q\Delta t$ 에서 i 번째 모드에 대한 식 (5)의 시물레이션 값이다. 다음은, 식 (10)을 이용하여서 인식 변수 벡터들의 변화율을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\alpha = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{Z} \quad (16)$$

여기서, \mathbf{F}^{-1} 는 \mathbf{F} 의 의사역행렬(pseudo inverse matrix)이고, 다음 식에 의해서 근사 될 수 있다.

$$\mathbf{F}^{-1} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} [\mathbf{F}^T \mathbf{F} + \epsilon \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{F}^T \quad (17)$$

따라서 인식 변수벡터는 $j+1$ 번째 반복단계에서 다음과 같이 갱신된다.

$$U_n^{j+1} = (1 + \alpha_n) U_n^j \quad (18)$$

여기서, U_n^j 는 j 번째 반복단계에서 인식 변수벡터 \mathbf{U}^j 의 n 번째 항이다. 그리고, α_n 는 인식변수의 변화율벡터 α 의 n 번째 항이다. 그러면, 새롭게 갱신된 인식변수벡터에 대해서 식 (14)부터 식 (18)까지를 각각의 인식변수 변화율 α_n 이

영으로 수렴할 때까지 반복한다.

3. 수치검증

제안 알고리즘의 수치적 검증을 위하여 그림 1에 보이는 단순보가 고려되었다. 단순보의 길이, 단면적, 단면 2차 모멘트, 탄성계수, 및 밀도는 각각 50 m, $1.694 \times 10^{-2} \text{ m}^2$, $9.82 \times 10^{-4} \text{ m}^4$, $2.0 \times 10^{-4} \text{ N/m}^2$, 및 7850 N/m^3 이다. 이동 가속도계는 5 m 간격으로 9개 지점에 설치되어 가속도 시간 응답이력이 계측되며, 기준 가속도계는 경간 중앙부 근처에 1개 지점에 설치되었다. 20개의 선형 보요소를 이용하여 21 절점의 유한요소모델을 구축하였고, 40×40 전체 질량행렬 \mathbf{M} 과 강성행렬 \mathbf{K} 을 산정하였다. 1차모드에서 5차모드까지의 감쇠비는 각각 5%, 4.5%, 4.0%, 3.5%, 3.0%로 설정하고, 나머지 모드에 대해서는 모두 2.5%의 감쇠비를 설정하였다. 전체 감쇠행렬 \mathbf{N} 은 유한요소모델의 전체 질량행렬과 강성행렬의 선형조합에 의해서 산정하였다(Chopra 1995). 그러면 유한요소모델의 진동에대한 제2차 상미분 행렬방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{N}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (19)$$

여기서, $\mathbf{x}(t)$ 및 $\mathbf{f}(t)$ 는 임의시간 t 에서 연직 변위벡터와 가진벡터를 나타내고, $\dot{\mathbf{x}}$ 점들은 시간에 대한 미분을 나타낸다. 보의 가진된 가속도응답 시간이력은 주파수영역에서의 선형중첩법 또는 시간영역에서의 직접적분법에 의해서 예측될 수 있다. 그러나 랜덤가진에대한 보다 정확한 시물레이션을 위해서 본 연구에서는 스테이트 스페이스 시물레이션(state space simulation) (Chen 1999)을 이용하였다. 스테이트 스페이스 시물레이션은 식 (19)와 같이 40개의 자유도를 갖는 2차 상미분 행렬방정식을 식 (20) 및 (21)과 같이 80개의 자유도를 갖는 1차 상미분 행렬방정식으로 치환하여, 잘 알려진 Runge-Kutta방법 또는 Euler 방법등으로 구조응답을 산정하는 시물레이션 방법이다.

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{f}(t) \quad (20)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}\mathbf{f}(t) \quad (21)$$

여기서,

$$\mathbf{z}(t) = [\mathbf{x}(t) \quad \dot{\mathbf{x}}(t)]^T \quad (22)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{C} = [-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \quad -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}] \quad (25)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{M}^{-1} \quad (26)$$

스테이트 스페이스 시물레이션을 본 연구에서 채택한 이유는, 일반적으로 저차 상미분방정식의 수치근사해가 고차 상미분방정식의 수치근사해보다 정확하고, 1차 상미분방정식의 해법은 많은 연구를 통하여 효과적이고 안정성이 높은 수치

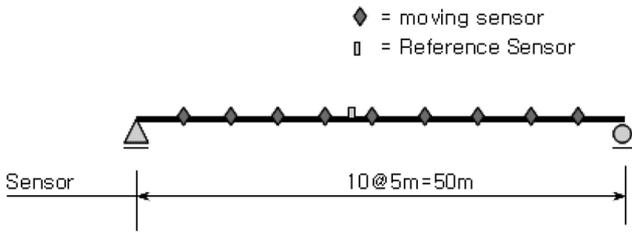


그림 1. 가속도계 설치위치

해법들이 개발되어 있기 때문이다. 스테이트 스페이스 시뮬레이션방법은 70년 말에 개발되었고, 90년대 컴퓨터의 급속한 발전에 따라서 전기 및 전자분야에 폭넓게 응용되었다. 그러나 스테이트 스페이스 시뮬레이션방법은 2차 상미분방정식의 직접 적분보다 두 배의 메모리를 필요로 하기 때문에, 컴퓨터의 메모리 가격이 고가였던 90년대만 해도 구조동역학 분야에 적용이 용이치 못하였다. 그러나 2000년대에 들어와서 컴퓨터의 메모리 가격이 낮아짐으로서 스테이트 스페이스 시뮬레이션기법의 공학 전분야에 폭넓게 이루어지고 있다.

보의 가진(excitation)은, 그림 1에 보이는 유한요소모델의 9개 계측점들 위치에서 회전자유도를 제외한 연직자유도에 대해서만 랜덤신호를 적용하여 이루어 졌다. 그림 2a는 가진 랜덤신호들의 시간영역특성을 보여주고, 그림 2b는 가진신호

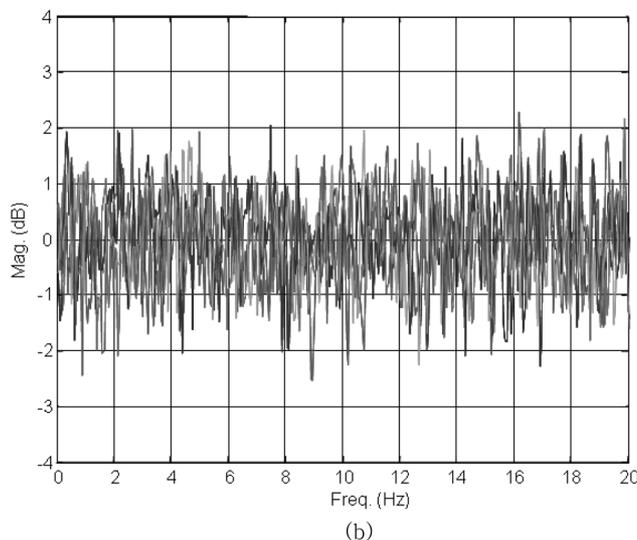
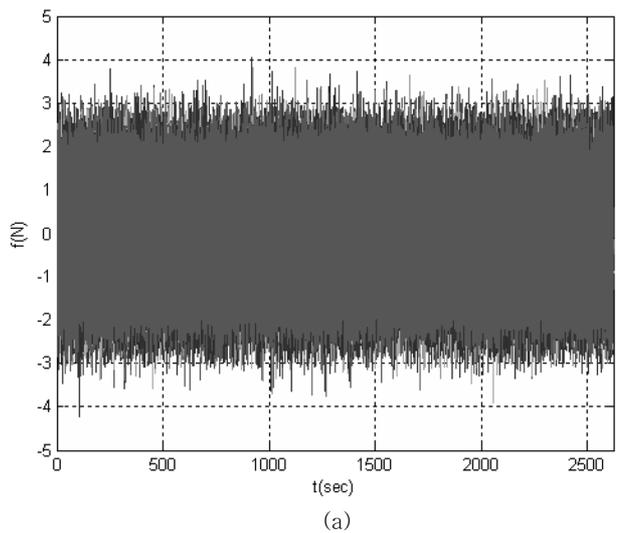


그림 2. 가진 랜덤신호의 특성: (a) 시간영역특성 (b) 주파수영역 특성

의 주파수특성을 20 Hz까지 보여준다. 본 연구에서 이용된 가진신호는 시간영역에서 랜덤성을 유지하고있을 뿐만 아니라 주파수대역에서도 $\pm 2\text{dB}$ 정도 범위의 랜덤노이즈 특성을 가지고있다. 이러한 인밴드노이즈(in-band noise)특성은 실측 데이터에서도 관측되는 현상으로서, 가능한 현장조건과 동일 하도록 모델링하였다.

스테이트 스페이스 시뮬레이션의 샘플링 주파수는 200 Hz 이고 총 시뮬레이션 시간은 1.456 hr이다. 시뮬레이션은 자체코딩한 Matlab 코드를 활용하였다. 보의 중앙경간에 위치한 가속도계의 응답시간이력이 그림 3에 보인다. 이동 가속도계에서 획득된 가속도신호와 기준점 가속도계에서 획득된 가속도신호의 상호상관함수(cross correlation function)를 구하여 TDD기법을 적용하고 모드형상을 추출하였다(동반논문 I. 모드형상 참조). 추출된 모드형상과 상호상관함수를 식 (1)에 적용하여 저차모드 5개에 대한 $\hat{\epsilon}_i$ ($i=1\sim 5$)를 산정하였다. 그림 4은 식 (1)을 통하여 추출된 1차모드의 가속도 상호상관함수를 보인다. 상호상관이 $t=10$ 초까지는 강하지만 그 이후로는 잡음이 지배적이다. 그러므로 추출된 i 번째 대표 가속도 상관신호에 대하여 식 (4)를 통해 직교잡음을 제거하였다. 그림 5는 1차모드에 대하여 잡음 제거된 대표 가속도 상호상관함수를 $t=10$ 초까지 보인다.

각 모드에 대하여 추출된 가속도 상호상관함수에 대하여, 제안 알고리즘을 적용하였다. 인식변수의 초기치들은 그림 5의 가속도 상호상관함수를 분석하여 획득되었다. 예를 들면,

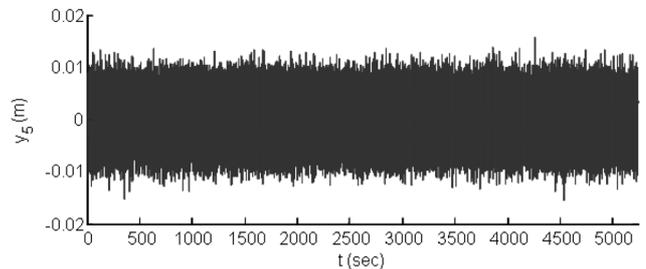


그림 3. 중앙경간 가속도계에서 시뮬레이션된 가속도 시간이력

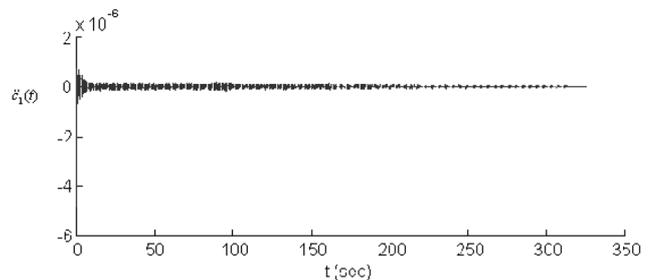


그림 4. 계측된 1차모드 가속도 상호상관함수

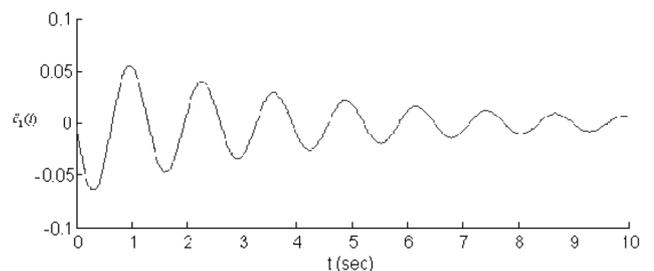


그림 5. 직교잡음제거된 1차모드 가속도 상호상관함수

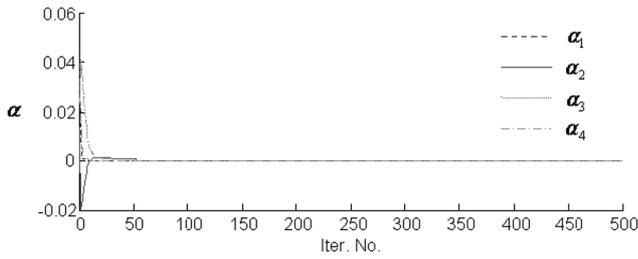


그림 6. 추출된 1차모드의 인식변수들의 수렴도

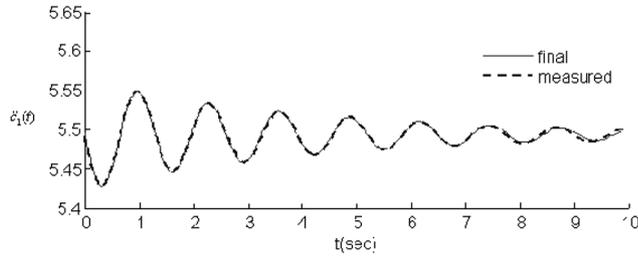


그림 7. 수렴된 인식변수로 시뮬레이션한 1차모드 상호상관함수

고유진동수의 초기치는 그림 5에 보이는 파의 주기로부터 산정하였고, 감쇠비의 초기치는 로그법을 첫 번째 주기에 대해서 적용하여 산정하였다. 이와 같이 인식변수들의 초기치들을 물리적으로 존재 가능한 범위에서 선택을 한다면, 제안 알고리즘의 최적화 결과에 대한 초기치의 영향은 거의 없다고 할 수 있다.

그림 6은 500회의 반복계산에 대한 1차모드의 인식변수의 인식수렴도를 보인다. 100회 반복계산 이전에 모두 영으로 수렴한 것을 알 수 있다.

그림 7은 수렴된 인식변수를 이용하여 시뮬레이션된 가속도 상호상관함수와 계측 가속도 상호상관함수의 비교를 보여준다. 그림 7의 굵은 점선은 그림 5에 보인 계측된 1차모드 가속도의 기준점에 대한 상호상관함수이고, 실선은 SI를 통하여 인식된 인식변수로 식 (5)를 통하여 시뮬레이션한 1차모드 상호상관함수이다. 여기서, 그림 7의 굵은 점선으로 보이는 실측 상호상관함수는 그림 5의 실측치와 비교하면 전체적으로 5.5만큼 크다. 이는 SI기법 적용시 상호상관함수 $\hat{c}_{ij}(k)$ 가 영이되면 식 (11), (13), (15) 등에서 분모가 영이 되는 문제점이 발생하기 때문이다. 이러한 문제점을 피하기 위해서 식 (5)를 통하여 산정한 실측 상호상관함수를 평균 5.5만큼 상향조정하였기 때문이다.

저차모드 5개에 대하여 제안된 SI기법(TDD기법)을 이용하여 추정한 고유진동수 및 감쇠비의 추정결과와 비교가 표 1에 보인다. 표 1의 정확해는 유한요소해석을 통하여 획득된 수치모델의 고유진동수와 수치검증을 위하여 가정한 감쇠비를 나타낸다. 또한, 식 (4)에서 산출된 직교잡음이 제거된

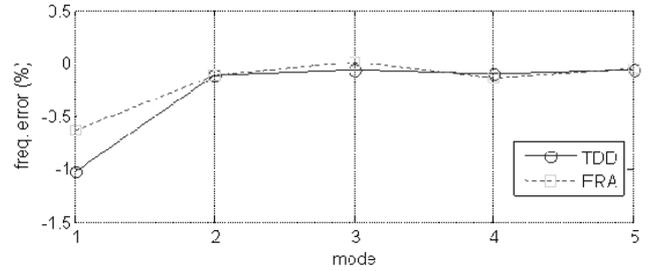


그림 8. TDD기법과 ERA기법의 고유진동수 추정오차 비교

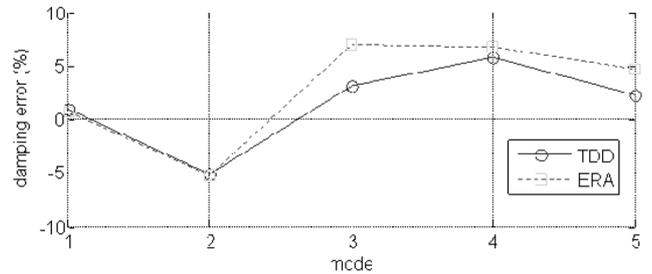


그림 9. TDD기법과 ERA기법의 감쇠비 추정오차 비교

각 모드별 상호상관함수에 대한 ERA기법(Juang 1994)의 추정결과도 함께 표시하였다. 그림 8과 9는 고유진동수 및 감쇠비 추정 오차를 보여준다. TDD기법의 감쇠비 최대오차는 5.8%이고 ERA기법의 감쇠비 최대오차는 7.0%이다. 오차가 큰 이유는, 두 가지 기법 모두 가진신호를 그림 2b에서 보이는 바와 같이 고유진동수 주변의 주파수대역에서도 계측노이즈가 랜덤하게 있다고 가정하였기 때문이다. 이러한 가정은 가진신호의 계측없이 상시진동응답 데이터만을 이용하여 동특성을 추출하는 기법들의 한계이다. 본 수치검증에서 사용한 가진신호는 고유진동수 주파수대역에서 잡음이 랜덤하다. 이상적인 화이트 노이즈(ideal white noise)는 고유진동수 주변의 주파수대역에서 일정 상수(constant)지만 본 시뮬레이션은 현장조건에 좀더 유사하게 모델링 하기 위해서 고유진동수 주변의 주파수대역에서 크기가 랜덤한 가진신호를 사용하였다. 물론 이상적인 화이트 노이즈로 가진하였을 때의 시뮬레이션 결과는 두가지 기법 모두 고유진동수 및 감쇠비의 최대 오차는 영으로 확인되었다.

4. 현장적용

동반논문에서 추출된 저차모드 24개의 모드형상과 기준점에 대한 상호상관 가속도신호를 식 (1)에 적용하여 추출하였다. 그림 10은 식 (1)로부터 추출한 1차모드 상호상관 가속도 신호를 보인다. $t=100$ sec 이후는 잡음이 지배적이므로 $t=100$ sec까지의 상호상관 가속도 신호에 대하여 식 (4)를 적용하여 추출된 직교잡음제거된 상호상관 가속도 1차모드

표 1. TDD 기법의 추정결과 비교

모드	정확해		TDD기법		ERA기법	
	진동수 (Hz)	감쇠비(%)	진동수(Hz)	감쇠비(%)	진동수(Hz)	감쇠비(%)
1	0.7636	5.0	0.7714	4.9518	0.7684	4.9635
2	3.0544	4.5	3.0576	4.7312	3.0577	4.7361
3	6.8725	4.0	6.8767	3.8728	6.8717	3.7180
4	12.2187	3.5	12.2309	3.2981	12.2352	3.2611
5	19.0947	3.0	19.1064	2.9294	19.1051	2.8576

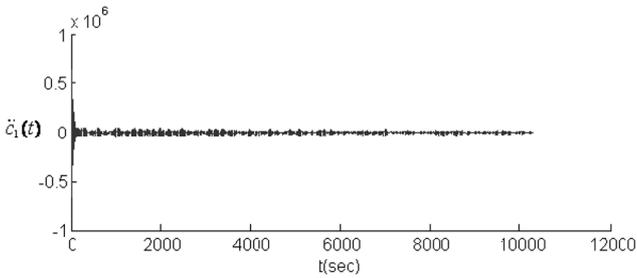


그림 10. 서해대교 보강형 수직 1차모드 가속도 상호상관함수

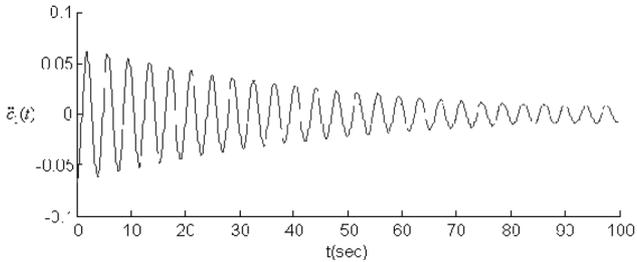


그림 11. 직교잡음제거된 서해대교 보강형 수직 1차모드 가속도 상호상관함수

가 그림 11에 보인다.

각 모드별로 직교잡음 제거된 상호상관 가속도에 대하여 제안한 SI기법을 적용하여 고유진동수와 감쇠비를 추출하였다. 그림 12는 100회 반복계산시 1차모드 인식변수들의 수렴도를 보인다. 40회 이전에서 모두 영으로 수렴한 것을 알 수 있다. 그림 13은 인식된 변수를 이용하여 시뮬레이션한 1차모드의 상호상관 가속도와 계측 상호상관 가속도의 비교를 보인다. 여기서, 인식변수들의 초기치는 PP(peak picking)기법으로 추출한 감쇠 고유진동수와 로그법(logarithm decrement technique, Chopra 1995)으로 산정한 감쇠비를 가정하였다.

TDD기법으로 추출된 24개의 모드에 대하여 상기 SI기법을 이용한 고유진동수 및 감쇠비를 추출한 결과는 표 2에 정리하였다. 각 모드별 2000개의 직교잡음 제거된 샘플 데이터에 대하여 100회의 반복계산을 수행하였다. 흥미로운 사

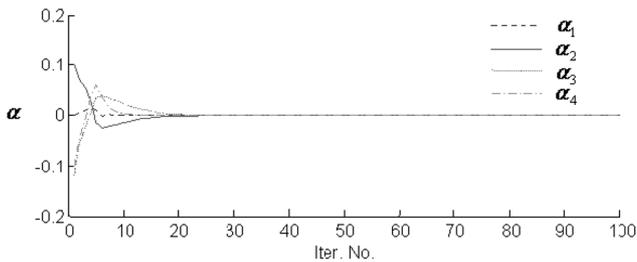


그림 12. 서해대교 보강형 수직 1차모드에 대한 인식변수 변화율의 수렴도

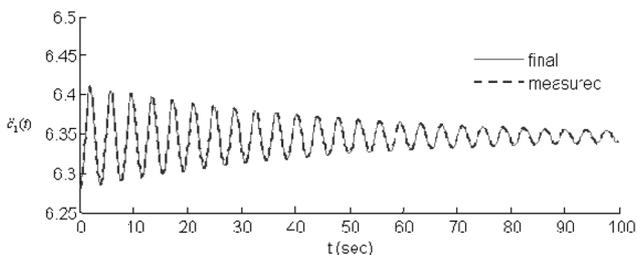


그림 13. 인식된 변수를 이용한 서해대교 보강형 수직 1차모드 상호상관 가속도 시뮬레이션

표 2. TDD기법으로 추출된 서해대교 보강형 수직 고유진동수 및 감쇠비

모드	고유진동수(Hz)	감쇠비(%)	비고
1	0.2606	1.3572	1차 휨모드
2	0.3282	0.8523	2차 휨모드
3	0.4516	3.4408	1차 비틀림모드
4	0.5292	2.7534	3차 휨모드
5	0.5856	0.9462	4차 휨모드
6	0.6286	0.5913	5차 휨모드
7	0.7480	1.3552	6차 휨모드
8	0.8192	1.1113	7차 휨모드
9	0.8311	1.7780	2차 비틀림모드
10	0.9002	2.1736	8차 휨모드
11	1.0234	0.6951	3차 비틀림모드
12	1.0194	1.7351	9차 휨모드
13	1.1108	0.5695	4차 비틀림모드
14	1.2173	1.3006	10차 휨모드
15	1.3456	1.8957	5차 비틀림모드
16	1.3288	0.0248	6차 비틀림모드
17	1.4403	1.3092	7차 비틀림모드
18	1.4743	1.5715	8차 비틀림모드
19	1.5440	0.6142	9차 비틀림모드
20	1.5337	0.4866	10차 비틀림모드
21	1.6087	2.0511	11차 휨모드
22	1.6387	1.4187	11차 비틀림모드
23	1.7875	2.7298	12차 비틀림모드
24	1.8411	2.9157	13차 비틀림모드

실은 감쇠비가 최대 3.44%로서 매우 작은 것을 알 수 있다.

5. 요약 및 결론

TDD방법은 대형구조물의 상시진동데이터로부터 고해상도 모드형상을 실시간으로 추출해야 하는 시스템에 적합하다. 그러나 기발표된 TDD기법(Kim 등 2005)에서는 공간변수인 모드형상을 효과적으로 추출할 수 있지만, 시간변수인 고유진동수와 감쇠비를 추출하는 단계는 아직 연구되지 않은 상태이다. 이에 본 논문에서 SI기법을 적용하여 고유진동수와 감쇠비를 추출하는 알고리즘을 소개하고, 제안 알고리즘의 수치검증을 수행하였다. 또한 제안 알고리즘을 서해대교 사장교 보강형의 상시진동데이터에 적용하여 현장적용성을 검토하였다.

본 연구결과로부터 다음과 같은 네가지 결론을 얻을 수 있다. 첫째, 상시진동데이터의 상호상관 신호를 이용하면 자유진동함수를 효과적으로 추출할 수 있다. 이는 기존의 보고(Farrar와 James 1997)와 일치하는 것이다. 둘째, 현장 실측 진동데이터의 상호상관함수는 잡음이 많이 섞여있기 때문에 정확한 자유진동함수의 추출을 위해서는 식 (3)에서 제시하는 직교잡음제거 단계를 거쳐야만 한다. 이는 기존의 연구(Farrar와 James 1997)에서는 제시하지 못한 사실로서 본 연구의 의미있는 연구결과물이라 할 수 있다. 셋째, 본 논문을 통하여 최초로 SI기법을 동특성추출에 적용하였다. SI기법은 구조물의 손상추정 분야에 다수 적용되었으나 구조물의 고유진동수 및 감쇠비 추출에 적용한 것은 본 연구가 최초이다. 넷째, 제안 알고리즘은 기존의 ERADC기법보다 정확도가 다소 개선된 것을 알 수 있다. 수치검증 결과를 관찰해보면 동일한 신호에 대하여 TDD기법의 감쇠비 추정 오차는 5.8%미만이지만, ERADC기법의 감쇠비 추정 오차는 7.0%미만이다.

감사의 글

본 논문을 위한 경남대학교 학술연구지원에 감사드립니다. 또한, 본 연구를 위해 현장지원과 자료를 제공해 주신 서해대학교관리소에 진심으로 감사드립니다.

참고문헌

- 김병화, 문석용, 배인환, 박대효 (2007) 진동기반 SI 기법을 이용한 현수교 행어의 장력추정 : II. 현장적용. **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제27권, 제2A호, pp. 173-179.
- 박대효, 문석용, 주환중, 김병화 (2007) 진동기반 SI 기법을 이용한 현수교 행어의 장력추정 : I. 이론. **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제27권, 제2A호, pp. 165-172.
- 장한택, 김병화, 박대효 (2008) 진동기반 SI 기법을 이용한 현수교 행어의 장력추정 : III. 실험적 검증. **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제28권, 제2A호, pp. 215-222.
- Bendat, J.S. and Piersol, A.G. (1980) *Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis*. Wiley, New York, pp. 181-186.
- Brinker, R., Zhang, L., and Anderson, P. (2000) Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition. *Proc. 18th International Modal Analysis Conference*, San Antonio, TX, pp. 625-630.
- Chen, C.-T. (1999) *Linear System Theory and Design*. 3rd Ed., Oxford University Press, NY.
- Chopra, A.K. (1995) *Dynamics of Structures*. Prentice-Hall, NJ.
- Clough, R.W. and Penzien, J. (1993) *Dynamics of Structures*. 2nd Ed., McGraw-Hill, NY.
- Farrar, C.R. and James III, G.H. (1997) System identification from ambient vibration measurements on bridge. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 205, No. 1, pp. 1-18.
- Ibrahim, S.R. and Mikulick, E.C. (1977) A method for the identification of vibration parameters from the free responses. *Shock and Vibration Bulletin*, Vol. 47, No. 4, pp. 183-198.
- James III, G.H., Carne, T.G., and Lauffer, J.P. (1993) The natural excitation technique (NExT) for modal parameter extraction from operating wind turbines. *Sandia National Laboratory, Report SAND92-1666*.
- Juang, J.-N. (1994) *Applied System Identification*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Kim, B.H., Park, T., and Stubbs, N. (2005) A new method to extract modal parameters using output-only responses. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, No. 1, pp. 215-230.
- Kim, B.H., Park, T., and Voyiadjis, G.Z. (2006) Damage estimation on beam-like structures using the multi-resolution analysis. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 4238-4257.
- Kim, B.H. and Park, T. (2007) Estimation of cable tension force using the frequency-based system identification method. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 304, pp. 660-676.
- Kim, J.T. and Stubbs, N. (1995) Model-uncertainty impact and damage-detection accuracy in plate girder. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 121, No. 10, pp. 1409-1417.
- Peeters, B. and Roeck De G. (2000) Reference based stochastic subspace identification in civil engineering. *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 8, No. 1, pp. 47-74.
- Stubbs, N. (1985) A General theory of non-destructive damage detection in structures. *Proc. of the 2nd International Symposium on Structural Control*, University of Waterloo, Ontario, Canada, H.H.H. Leipholz, ed., Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, Netherlands, pp. 694-713.

(접수일: 2008.1.22/심사일: 2008.3.10/심사완료일: 2008.7.9)