

강-콘크리트 합성구조물의 비선형해석을 위한 화이버 유한요소 혼합법

Fiber Finite Element Mixed Method for Nonlinear Analysis of Steel-Concrete Composite Structures

박정웅* · 김승억**

Park, Jung-Woong · Kim, Seung-Eock

Abstract

The stiffness method provides a framework to calculate the structural deformations directly from solving the equilibrium state. However, to use the displacement shape functions leads to approximate estimation of stiffness matrix and resisting forces, and accordingly results in a low accuracy. The conventional flexibility method uses the relation between sectional forces and nodal forces in which the equilibrium is always satisfied over all sections along the element. However, the determination of the element resisting forces is not so straightforward. In this study, a new fiber finite element mixed method has been developed for nonlinear analysis of steel-concrete composite structures in the context of a standard finite element analysis program. The proposed method applies the Newton method based on the load control and uses the incremental secant stiffness method which is computationally efficient and stable. Also, the method is employed to analyze the steel-concrete composite structures, and the analysis results are compared with those obtained by ABAQUS. The comparison shows that the proposed method consistently well predicts the nonlinear behavior of the composite structures, and gives good efficiency.

Keywords : mixed method, flexibility method, fiber model, finite element method, steel-concrete composite structure

요 지

강성도법에서는 평형상태의 해석을 통해 구조물의 변위를 바로 산정할 수 있다. 그러나 변위형상함수를 사용하여 강성행렬과 부재내력의 계산이 근사적으로 수행되므로 유연도법에 비해 정확도가 낮은 단점이 있다. 종래의 유연도법에서는 변위형상함수를 사용하지 않고 평형방정식을 만족하는 단면력-절점력 관계를 사용하여 단면력을 산정하므로 요소 내의 모든 단면에서 평형방정식을 만족시킬 수 있다. 그러나 유연도법은 강성도법에 비해 요소상태의 결정이 용이하지 않은 단점이 있다. 본 연구에서는 이러한 강성도법과 유연도법의 장점을 활용하여 강-콘크리트 합성구조물의 비선형해석을 위한 새로운 화이버 유한요소 혼합법(mixed method)을 개발하였다. 제안된 방법은 하중제어를 통한 Newton 방법을 사용하고 수치해석적으로 효과적이고 수렴성이 우수한 증분할선탄성계수법에 기반을 두고 있다. 또한 제안된 방법을 사용하여 강-콘크리트 합성구조물을 해석하였고 그 결과를 상용프로그램인 ABAQUS와 비교하였다. 그 결과 제안된 방법은 강-콘크리트 합성구조물의 비선형 거동을 정확하게 평가하였고 경제성이 매우 우수한 방법으로 입증되었다.

핵심어 : 혼합법, 유연도법, 화이버 모델, 유한요소법, 강-콘크리트 합성구조물

1. 서 론

유한요소해석을 위한 보 요소의 정식화는 강성도법(stiffness method), 유연도법(flexibility method), 및 혼합법(mixed method) 등의 세가지 방법으로 분류된다. 강성도법에서는 변위형상함수를 사용하여 강성행렬과 부재내력의 계산이 근사적으로 수행되므로 충분한 정확도를 얻기 위해서는 많은 수의 요소로 분할하는 것이 요구된다. 그러나 뼈대 구조물에서 보 요소의 수를 과도하게 많이 사용하는 것은

곡률의 변화가 심한 영역을 정확히 해석하는데 실용성을 크게 떨어뜨린다. 유연도법은 단면의 비선형거동이 복잡한 철근콘크리트 구조나 합성구조물의 비선형해석에서 높은 정확도를 제공하는 방법으로 알려지면서 최근 많은 연구가 여기에 집중되고 있다(조창근 *et al.*, 2005; Hjelmstad & Taciroglu, 2002; Hjelmstad & Taciroglu, 2003; Petrangeli & Ciampi, 1997; Spacone *et al.*, 1996; 1996a; 1996b; Hajjar *et al.*, 1998a; 1998b). 비선형 문제를 해석하기 위한 Newton 방법은 구조의 상태방정식 $\Delta Q = K\Delta q$ 를 반복적으로 푸는

*정회원 · 세종대학교 토목환경공학과 BK연구교수 · 공학박사 (Email : jwoong@sejong.ac.kr)
**정회원 · 교신저자 · 세종대학교 토목환경공학과 정교수 · 공학박사 · 토목구조기술사 (Email : sekim@sejong.ac.kr)

과정을 포함하고 있다. 일반적으로 구조물의 강성행렬 K 는 현재의 변형상태에서 평가된 접선탄성계수를 사용한다. 종래의 유한요소해석은 직접강성도법을 바탕으로 하고 있으므로 평형상태의 해석을 통해 구조물의 변위를 직접 산정할 수 있다. 유연도법에서는 변위형상함수를 사용하지 않고 평형방정식을 만족하는 힘형상함수를 사용하여 단면력을 산정하므로 요소 내의 모든 단면에서 평형방정식을 만족시킬 수 있다. 그러나 유연도법의 가장 큰 단점은 강성도법에 비해 요소상태의 결정이 용이하지 않다는 점이다(Spacone *et al.*, 1996a). Spacone *et al.*(1996)은 반복단계마다 요소력을 수정하는 Newton 방법을 이용하여 철근콘크리트부재의 비선형해석을 위한 혼합법을 개발하였다. 그러나 요소상태의 결정을 위해 추가적인 반복수렴과정이 요구되는 단점이 있다. 따라서 표준이 되는 유한요소해석 알고리즘의 장점을 충분히 활용한 효과적인 혼합법의 개발이 요구되는 실정이다.

강-콘크리트의 합성구조물은 강재와 콘크리트의 서로 다른 재료의 장점을 활용할 수 있도록 합성되어 단일재료로 구성된 구조물에 비해 강성이 크고 경제적이기 때문에 매우 널리 사용되고 있다(Hajjar, 2002). 반면 구조해석은 단일재료의 구조물보다 단면의 비선형거동이 복잡하여 플레이트요소를 사용한 유한요소해석법이나 이보다 다소 경제적인 소성영역해석법이 적용되기도 한다. 그러나 이러한 방법들은 요소의 세분화로 인해 해석의 효율성이 떨어지므로 일반적인 구조설계 및 해석에는 거의 사용되지 않는다. 전체 구조물의 모형화에는 보-기둥요소를 사용하는 것이 가장 일반적이다. 소성힌지해석은 소성화를 부재력의 함수로 개략적으로 표현하는 방법이나 단일재료의 전체 구조물 해석시 충분한 정도를 보이며 해석의 효율성이 매우 우수한 방법이다(김승억 및 박주수, 2002, 김승억 *et al.*, 2005, Chen & Kim, 1997). 단위부재를 한 개 혹은 두 개의 요소로 이상화하면서 안정 함수와 개선소성힌지법을 사용하여 재료적 비탄성 및 기하학적 비선형 효과를 동시에 고려할 수 있는 실용적인 강구조 설계기술이 개발되었다(Kim *et al.*, 2002; Kim *et al.*, 2003; Kim & Choi, 2005). 그러나 합성구조, 철근콘크리트 구조 및 케이블 구조 등의 일반적인 구조물로 그 적용영역을 확대하여 상용프로그램의 비효율성을 해소하면서 충분히 정확한 결과를 제공하는 비선형해석기법의 개발이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 강-콘크리트 합성구조물의 해석을 위한 하이브리드 유한요소 혼합법을 개발하였다.

2. 보 요소의 정식화

2.1. 강성도법

강성도법에서 보 요소의 힘과 변형 사이의 관계는 가상변위의 원리로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta q^T Q = \int \delta d(x)^T D(x) dx \quad (1)$$

여기서

$$d(x) \{ \varepsilon_x \quad \phi_z \quad \phi_y \}^T \quad (2)$$

$$D(x) \{ N \quad M_z \quad M_y \}^T \quad (3)$$

여기서 δq 는 가상절점변위; Q 는 절점에 작용하는 외력; δd 는 가상단면변형; D 는 단면력이다. 보 요소의 단면변형은 변위형상함수를 이용하여 절점변위의 함수로 나타낸다.

$$d(x) = A(x)q \quad (4)$$

일반적으로 보 요소의 수직변위형상함수는 3차식, 축방향 변위형상함수는 1차식으로 표현되므로 $A(x)$ 는 절점 회전에 대한 1차식과 축방향변형에 대한 상수항으로 구성된다. 식 (1)의 $D(x)$ 를 선형화하여 나타내면 다음과 같다.

$$D = D_i + \left(\frac{\partial D}{\partial d} \right)_i \Delta d \quad (5)$$

여기서 단면력과 변형에 대한 재료구성모델은 접선탄성계수를 사용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$k = \left(\frac{\partial D}{\partial d} \right)_i \quad (6)$$

여기서 식 (5) 및 식 (6)을 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$\delta q^T Q = \delta q^T \int A(x)^T D_i(x) dx + \delta q^T \int A(x)^T k A(x) dx \Delta d \quad (7)$$

모든 가상변위 δq 에 대하여 식 (7)이 성립함을 이용하면 다음의 평형식을 얻을 수 있다.

$$\Delta Q = k \Delta q \quad (8)$$

여기서 요소의 강성매트릭스 K 및 요소의 저항내력 Q_R 은 다음과 같다.

$$K = \int_0^L A(x)^T k(x) A(x) dx \quad (9)$$

$$Q_R = \int_0^L A(x)^T D_i(x) dx \quad (10)$$

강성도법에서 요소상태의 결정은 Newton 방법을 사용하여 용이하게 수행할 수 있다. 여기서 요소상태의 결정이란 주어진 하중에 대하여 평형을 만족하는 변형과 내력을 결정하는 것을 말한다.

2.2 유연도법

유연도법에서 보 요소의 힘과 변형 사이의 관계는 가상힘의 원리로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$\delta Q^T q = \int \delta D(x)^T d(x) dx \quad (11)$$

여기서 δQ 는 가상절점력; q 는 절점변위; δD 는 가상단면력; d 는 단면변형이다. 보 요소의 단면력은 다음과 같이 나타낸다.

$$D(x) = B(x)Q \quad (12)$$

$B(x)$ 는 평형방정식으로부터 얻어지는 힘형상함수로서 3차원 보 요소에 대한 힘형상함수는 다음과 같다.

$$B(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x}{L}-1 & \frac{x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{x}{L}-1 & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \quad (13)$$

식 (11)의 $d(x)$ 를 선형화하면 다음과 같다.

$$d = d_i + \left(\frac{\partial d}{\partial D}\right)_i \Delta D \quad (14)$$

위 식에서 단면변형과 단면력에 대한 재료구성모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f = \left(\frac{\partial d}{\partial D}\right)_i \quad (15)$$

식 (14) 및 식 (15)를 식 (11)에 대입하여 다음의 평형식을 얻을 수 있다.

$$\Delta q = F \Delta Q \quad (16)$$

여기서 요소의 유연도행렬 F 는 다음과 같다.

$$F = \int_0^L B(x)^T f(x) B(x) dx \quad (17)$$

유연도법에서는 힘형상함수 $B(x)$ 가 평형방정식을 만족함으로써 정확한 유연도행렬을 얻을 수 있다. 이는 유연도법의 가장 중요한 장점으로서 적은 수의 요소를 사용해서 정밀한 해석결과를 제공해 준다. 이와 반대로 변위형상함수 $A(x)$ 를 사용하는 강성도법에서는 강성행렬과 저항내력의 계산이 근사적으로 수행되므로 충분한 정확도를 얻기 위해서는 많은 수의 요소로 분할하는 것이 요구된다. 유연도법에서는 반복 과정 시 구조차원에서는 작용하중이 고정되고 요소차원에서는 고정된 요소변위가 사용되는 방법이므로 표준적인 Newton 방법을 그대로 적용할 수 없기 때문에 강성도법에 비해 요소상태의 결정이 용이하지 않은 단점이 있다.

3. 본 연구의 혼합법

본 연구에서는 강성도법과 유연도법의 장점을 활용하기 위하여 요소의 저항내력을 이용하여 불평형력을 산정하고 하중제어법을 사용하여 비선형해석을 위한 반복수렴과정을 수행하는 비선형 유한요소 혼합법을 개발하였다. 제안된 방법은 각 단면의 단면력을 정확히 산정함으로써 부재길이 방향의 소성분포를 효과적으로 평가할 수 있을 뿐만 아니라 화이버 요소를 사용하여 단면 내의 소성영역 분포를 정밀하게 파악할 수 있다. 이로서 기존의 해석프로그램인 3D-PAAP(Kim and Ngo-Huu, 2006)의 합성구조물에 대한 해석의 정확도를 더욱 향상시키게 되었다.

3.1 요소의 정식화

본 연구에서는 기존의 two-field 혼합법으로부터 정식화된 유연도법과 하중제어법을 용이하게 적용할 수 있는 강성도법에 바탕을 둔 비선형 해석방법을 개발하였다. Two-field 혼합법에서 정의된 변위형상함수 및 힘형상함수를 이용하여 식 (1)을 다시 쓰면 다음과 같다(Spacone *et al.*, 1996a).

$$\delta q^T Q = \delta q^T \int A^T(x) B(x) Q dx \quad (18)$$

위 식으로부터 가상일의 원리를 만족하기 위해서는 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$\int A^T(x) B(x) dx = I \quad (19)$$

여기서 I 는 단위 3×3 행렬을 의미한다. 식 (19)를 이용하여 평형방정식을 표현하기 위하여 잔류기중치법에 의해 가상일의 원리를 나타내면 다음과 같다.

$$\int \delta q^T [d-fD] dx = 0 \quad (20)$$

위 식에 변위형상함수 및 힘형상함수를 도입하면 다음과 같다.

$$\delta Q^T \int B^T (Aq - fBQ) dx = 0 \quad (21)$$

위 식은 임의의 δQ^T 에 대하여 성립하므로 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\left(\int B^T A dx\right) q - \left(\int B^T f B dx\right) Q = 0 \quad (22)$$

식 (17)을 이용하여 위 식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\left(\int B^T A dx\right) q = FQ \quad (23)$$

따라서 증분하중 ΔQ 는 다음과 같이 표현된다.

$$F^{-1} \left(\int B^T A dx\right) \Delta q = \Delta Q \quad (24)$$

가상변위의 원리로부터 내력은 다음과 같이 나타낸다.

$$Q = \int A^T D dx \quad (25)$$

위 식은 D 를 선형화하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q - \left(\int A^T B dx\right) Q_R = \left(\int A^T B dx\right) \Delta Q \quad (26)$$

여기서 Q_R 은 저항내력을 의미한다. 식 (27)을 식 (26)에 대입하면 다음과 같다.

$$Q - \left(\int A^T B dx\right) Q_R = \left(\int A^T B dx\right) F^{-1} \left(\int B^T A dx\right) \Delta q \quad (27)$$

$T = \int B^T A dx = I$ 이므로 식 (28)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q - Q_R = F^{-1} \Delta q \quad (28)$$

위 식의 좌변은 불평형력을 의미하는 것으로 위 식으로부터 하중제어법을 이용한 증분변위를 계산할 수 있다.

3.2 화이버 요소를 이용한 재료비선형 모델

화이버 모델에서 보 요소는 그림 1과 같이 많은 수의 화이버 요소를 사용하여 단면이 세분화된다. 화이버 모델에서는 전통적인 보 요소에서 사용되는 모멘트-곡률 관계 대신 각 화이버의 응력-변형률 관계를 사용하여 재료적 비선형성이 고려된다. 각 화이버의 단면적, 중심좌표, 및 탄성계수 등이 강성행렬을 계산하는데 이용된다. 최근들어 화이버 모델은 휨거동이 지배적인 공간뼈대구조물이나 강-콘크리트 합성구조물의 정밀해석에 매우 널리 사용되고 있으며 솔리드 또는 셸요소를 사용하는 유한요소해석에 비해 해석시간을 현저히 단축시키면서 충분히 만족한 해석결과를 제공하는 것으로 알려져 있다(Hajjar *et al.*, 1998a; 1998b; Spacone *et al.*, 1996).

보이론의 기본 가정으로부터 중립축에서 z 와 y 만큼 떨어진 임의 위치에서의 축방향 변형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

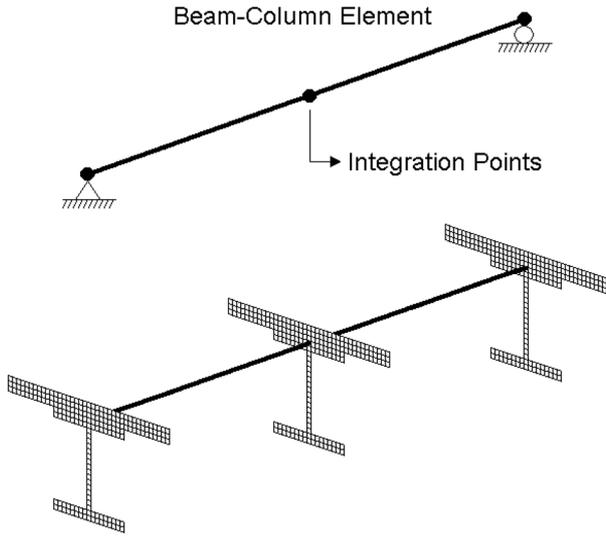


그림 1. 보기둥요소의 화이버 모델

$$u_x(x, y, z) = u_o - y\theta_z + z\theta_y \quad (29)$$

따라서 축방향 변형률은 단면변형을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_x = \{1 - y \ z\} \begin{Bmatrix} \epsilon_o \\ \phi_z \\ \phi_y \end{Bmatrix} = l(y, z)d(x) \quad (30)$$

단면이 n 개의 화이버 요소로 분할될 경우 각 화이버 요소의 응력-변형률 관계는 다음과 같다.

$$\sigma = El(y, z)d(x) \quad (31)$$

식 (29), 식 (30) 및 식 (31)을 이용하여 식 (1)의 우변은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int \delta D(x)^T d(x) dx = \int \delta d(x)^T k d(x) dx \quad (32)$$

여기서 단면의 강성행렬 k 는 다음과 같다.

$$k = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n E_i A_i y_i^2 & \sum_{i=1}^n E_i A_i (-y_i) z_i & \sum_{i=1}^n E_i A_i (-y_i) \\ \sum_{i=1}^n E_i A_i (-y_i) z_i & \sum_{i=1}^n E_i A_i z_i^2 & \sum_{i=1}^n E_i A_i z_i \\ \sum_{i=1}^n E_i A_i (-y_i) & \sum_{i=1}^n E_i A_i z_i & \sum_{i=1}^n E_i A_i \end{bmatrix} \quad (33)$$

본 연구에서는 철근콘크리트의 압축거동을 묘사하기 위하여 Hsu and Zhang(1997)에 의해 제안된 다음의 응력-변형률 관계를 적용하였다(그림 2).

$$f = \xi f'_c \left[2 \left(\frac{\epsilon}{\xi \epsilon_0} \right) - \left(\frac{\epsilon}{\xi \epsilon_0} \right)^2 \right] \text{ for } \frac{\epsilon}{\xi \epsilon_0} \leq 1 \quad (34)$$

$$f = \xi f'_c \left[1 - \left(\frac{\epsilon / (\xi \epsilon_0) - 1}{2 / \xi - 1} \right)^2 \right] \text{ for } \frac{\epsilon}{\xi \epsilon_0} > 1 \quad (35)$$

여기서 ϵ_0 는 콘크리트의 일축압축변형률로서 다음과 같이 산정하였다(Foster and Gilbert, 1996).

$$\epsilon = 0.002 + 0.001 \left(\frac{f'_c - 20}{80} \right) \text{ for } 20 \leq f'_c \leq 100 \text{MPa} \quad (36)$$

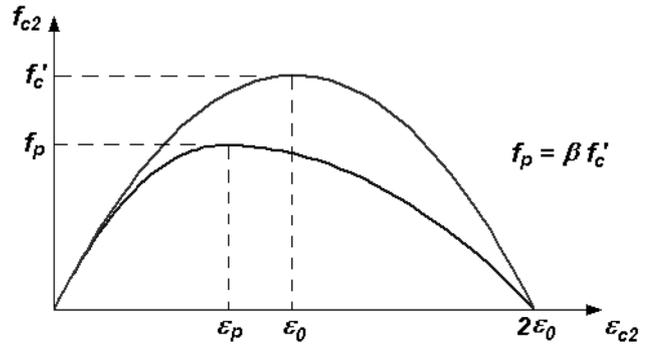


그림 2. 콘크리트 압축 응력-변형률 관계

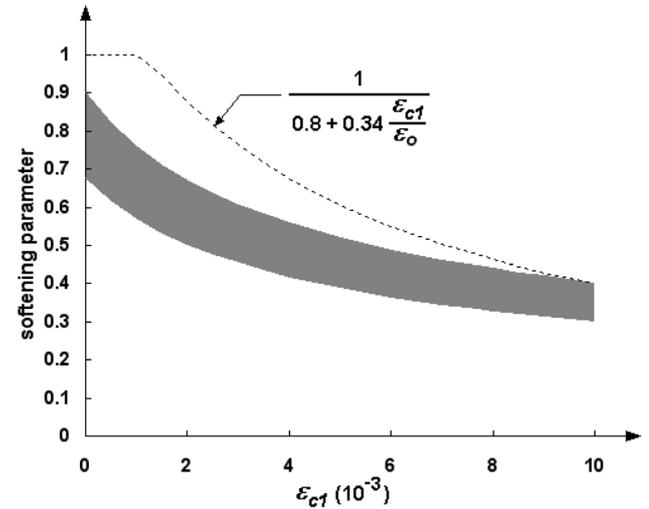


그림 3. 연화계수

주압축방향에 수직인 방향으로 큰 인장변형에 의해 균열이 발생한 콘크리트는 일축압축강도보다 그 강도가 감소하는 현상이 여러 패널실험을 통하여 관찰되었다. 이러한 현상은 축방향 응력의 최대값을 일축압축강도에 연화계수 ξ 를 곱한 값으로 정의함으로써 나타낼 수 있다. 본 연구에 적용된 연화계수는 식 (37)과 같고 그림 3에서 Vecchio & Collins (1986)에 의해 제안된 값과 비교하여 보여주고 있다.

$$\xi = \frac{5.8}{\sqrt{f'_c}} \frac{1}{\sqrt{1+400\epsilon_1}} \leq \frac{0.9}{\sqrt{1+400\epsilon_1}} \quad (37)$$

그림 3에서 빗금친 부분은 식 (37)에서 일축압축강도가 20 MPa에서 80 MPa까지의 연화계수를 도시한 것이다. ϵ_1 은 축방향과 수직인 횡방향의 변형률을 의미하므로 $\epsilon_1 = \nu \epsilon_x$ 과 같이 나타낼 수 있다. 즉, 구속철근이 없는 경우는 ϵ_1 으로부터 계산된 ξ 를 이용함으로써 포아슨 효과에 의해 압축강도가 감소될 수 있는 경우를 고려한 것이다. 콘크리트의 인장 응력-변형률 곡선은 식 (38)과 같고 그림 4로 나타낼 수 있다. 콘크리트 균열모델은 분포균열모델이 적용되었다.

$$f_t = \frac{f_{cr}}{\sqrt{1+200\epsilon_1}} \quad (38)$$

여기서 f_{cr} 은 콘크리트 균열강도이다.

여러 실험결과를 바탕으로 하여 구속철근에 의한 콘크리트 강도증가를 고려하였다(Kent & Park, 1971). Kent & Park 모델에서 강도증가계수 K 는 구속철근량과 콘크리트 일축압축강도의 함수로서 다음과 같이 제안되었다.

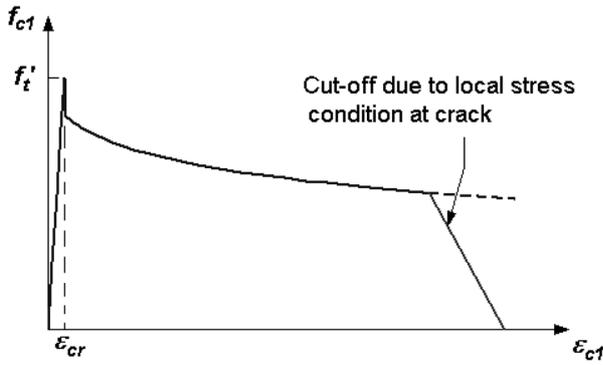


그림 4. 콘크리트 인장 응력-변형을 관계

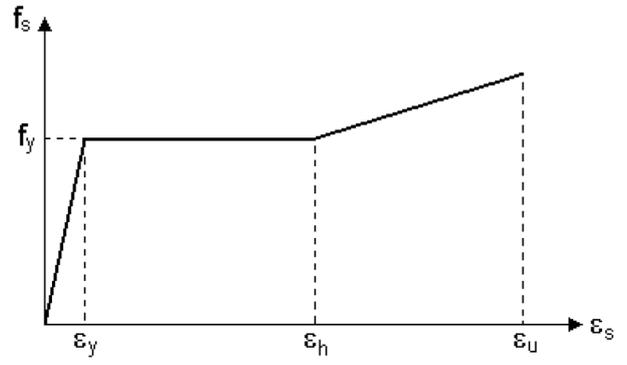


그림 6. 철근의 응력-변형을 관계

$$f = Kf'_c \left[\left(\frac{2\varepsilon}{0.002K} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{0.002K} \right)^2 \right] \text{ for pre-peak response} \quad (39)$$

$$f = Kf'_c [1 - Z_m(\varepsilon_c - 0.002K)] \geq 0.2kf'_c \text{ for post-peak response} \quad (40)$$

여기서

$$K = 1 + \frac{\rho_s f_{yh}}{f'_c} \quad (41)$$

$$\rho_s \equiv \rho = \frac{A_{spiral}}{A_{gross}} \quad (42)$$

$$Z_m = \frac{0.5}{\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - 0.002K} \quad (43)$$

$$\varepsilon_{50u} = \frac{0.3 + 0.29f'_c}{145f'_c - 1000} \quad (44)$$

$$\varepsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b''}{s_h}} \quad (45)$$

f_{yh} 는 구속철근의 항복강도; b'' 는 구속된 심부의 폭; s_h 는 구속철근의 간격을 나타낸다.

콘크리트의 포아슨비는 그림 5와 같은 비선형 곡선을 적용하였고 철근 및 강재의 응력-변형을 곡선은 그림 6과 같이 근사화하였다. 철근의 모델링은 일정한 패턴으로 배근된 철근의 철근비를 이용하는 smeared 모델이나 철근의 개별강성을 직접 이용하는 discrete 모델이 적용될 수 있다.

3.3 비선형해석 알고리즘

강성도법에서 요소상태의 결정은 Newton 방법을 사용하여

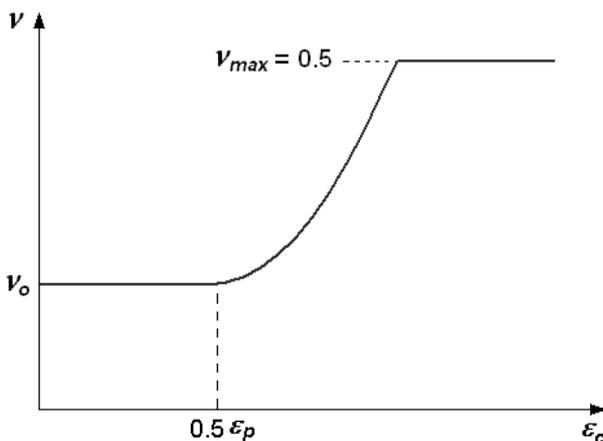


그림 5. Poisson 비

용이하게 수행할 수 있으나 유연도법은 강성도법에 비해 요소상태의 결정이 용이하지 않은 단점이 있다. 본 연구에서는 이러한 강성도법과 유연도법의 장점을 활용하기 위하여 증분할선탄성계수법을 이용한 혼합법을 개발하였다. 이 방법은 요소의 저항내력을 이용하여 불평형력을 산정하고 하중제어법을 사용하여 비선형해석을 위한 반복수렴과정을 수행함으로써 정확도를 그대로 유지하면서 요소상태의 수렴과정을 단순화하였다. 본 연구의 방법은 Spacone 등(1996, 1996a)에 의해 제안된 방법과는 달리 표준적인 Newton 방법을 그대로 적용할 수 있는 장점이 있다. 본 연구에서는 기존의 접선탄성계수를 사용하는 Newton 방법 대신에 그림 7에서 보는 것과 같이 증분할선탄성계수를 사용하는 방법을 적용하였다. 증분할선탄성계수는 다음 식과 같이 초기상태와 각 반복단계의 상태점을 연결한 직선의 기울기를 의미한다.

$$\bar{E}^{(i)} = \frac{\Delta \sigma^{(i)}}{\Delta \varepsilon^{(i)}} \quad (46)$$

따라서 수렴된 해를 얻어서 다음 단계의 증분하중이 가해지기 전까지 수렴된 초기상태의 위치는 일정하다. 할선탄성계수를 사용하는 비선형해석 방법은 재료모델을 정의하는데 있어서 유연함을 제공하고 수치적 수렴성이 우수한 것으로 알려져 있다(Vecchio, 1990).

위의 반복과정을 통해 얻어진 절점변위는 두 변환행렬을 곱함으로써 요소의 변위로 변환된다. 첫번째 변환행렬은 전

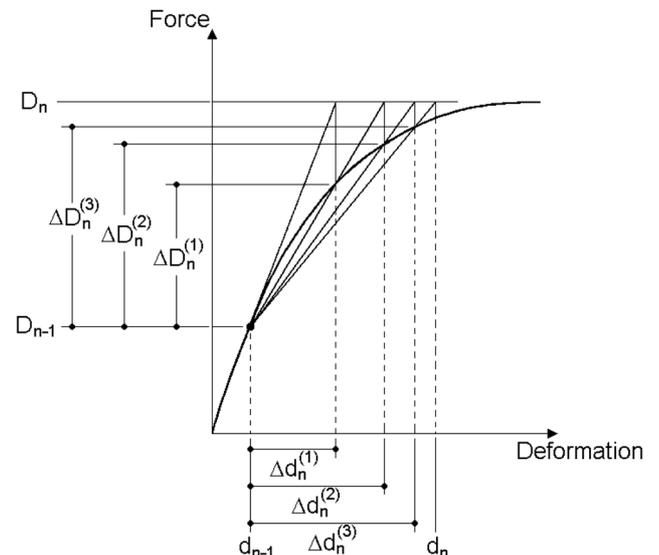


그림 7. 증분할선탄성계수법

표 1. Gauss-Lobatto 적분을 위한 축좌표 및 가중치

No. of points	ξ_i	w_i
3	0	4/3
	± 1	1/3
4	$\pm 1/\sqrt{5}$	5/6
	± 1	1/6
5	0	32/45
	$\pm\sqrt{21}/7$	49/90
	± 1	1/10
6	$\sqrt{(7-2\sqrt{7})/21}$	$(14+\sqrt{7})/30$
	$\sqrt{(7+2\sqrt{7})/21}$	$(14-\sqrt{7})/30$
	± 1	1/15

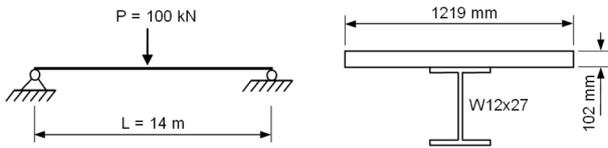


그림 8. 단순지지 합성보

체좌표계에 대한 절점변위를 국부좌표계에 대한 값으로 변환하기 위한 것이고, 두번째 변환행렬은 강제운동을 배제하기 위한 것으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[T]_R = \begin{bmatrix} 0 & 1/L & 0 & 0 & 1 & 0 & -1/L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/L & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1/L & 1 & 0 & 0 & 0 & 1/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/L & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/L & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

3.4 수치적분법

식 (17)의 적분식은 일반적으로 해석적인 해를 찾기 어려우므로 수치적분법을 사용한다. 본 연구에서는 Gauss-Lobatto 적분식을 사용하였다. Gauss-Lobatto 적분은 양 끝점을 적분점으로 사용하므로 절점의 변형률과 응력 데이터를 바로 얻을 수 있는 장점이 있다. Gauss-Logatto 적분은 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$\int_{-1}^1 g(t)dt = 2 \left[\frac{g(-1)+g(1)}{m(m-1)} \right] + \sum_{i=2}^{m-1} w_i g(t_i) + O \quad (48)$$

여기서 m 은 적분점의 갯수; w_i 는 가중치; t_i 는 양 끝점을 제외한 적분점의 축좌표; O 는 고차항에 따른 오차를 나타낸다. 적분점의 개수에 따른 축좌표 및 가중치 값이 표 1에 주어 져 있다. 식 (17)의 유연도행렬은 x 에 대한 2차식이므로 3 개의 적분점을 사용하는 것으로 정확한 해를 얻을 수 있다.

4. 적용예

제안된 방법을 이용하여 강-콘크리트 합성보 및 철근콘크리트보를 해석하였고 그 결과를 상용프로그램인 ABAQUS (2005)와 비교함으로써 제안된 방법의 정확성과 경제성을 검토하였다.

4.1 단순지지 합성보

해석대상 구조물은 그림 8에서 보여지는 것과 같이 단순 지지 보이며 단면은 강-콘크리트 합성단면으로 구성되어 있다. 강재의 항복응력 $f_y = 252.4\text{MPa}$ 이며 콘크리트 바닥판의 일축압축강도 $f'_c = 16\text{MPa}$ 이다. 집중하중 $P = 100\text{kN}$ 이 지간중간에 작용한다. 제안된 방법의 정확성을 검토하기 위하여 그 해석결과를 상용프로그램인 ABAQUS와 비교하였다. ABAQUS 모델에서는 3360개의 솔리드 요소 C3D8R을 사용하여 콘크리트 바닥판을 모델링하였고 3920개의 쉘요소 S4R을 사용하여 강재거더를 모델링하였다. ABAQUS 해석에 사용된 콘크리트 구성모델은 damage plasticity 모델로서 콘크리트나 다소 취성적인 재료에 적절하게 사용될 수 있는 모델이다. ABAQUS의 damage plasticity 모델은 Lubliner *et al.*(1989)과 Lee and Fenves(1998) 등이 제안한 모델을 반영한 것이다.

강재거더의 상부플랜지면과 콘크리트 바닥판의 접촉면은 TIE 기능을 사용하여 완전일체거동을 하도록 모델링되었다. 그림 9는 ABAQUS를 사용하여 모델링된 유한요소모델을 보여주고 있다.

그림 10은 강-콘크리트 합성단면의 화이버 모델을 보여주

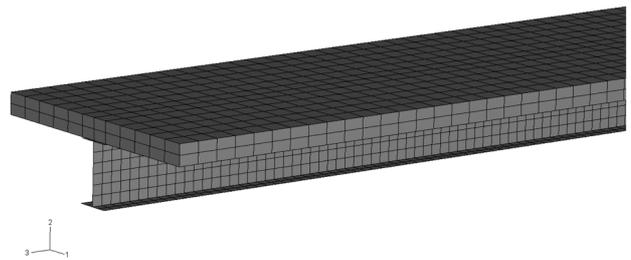


그림 9. 단순지지 합성보의 ABAQUS 모델

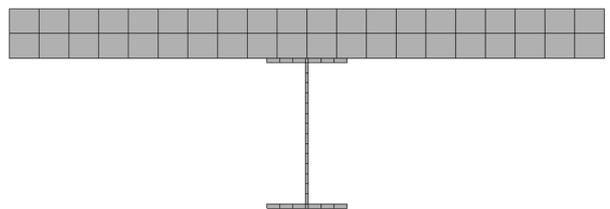


그림 10. 강-콘크리트 합성단면의 화이버 모델

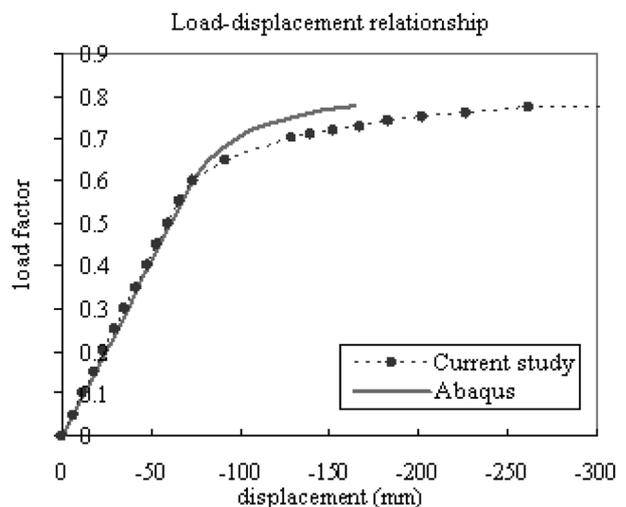


그림 11. 단순지지 합성보의 하중-처짐 관계

고 있으며 단순지지 보의 2개의 보-기둥요소로 모델링되었다. 콘크리트 바닥판은 40개의 화이버 요소, 강재 거더는 28개의 화이버 요소를 사용하여 모델링되었다.

그림 11에서 14는 위의 단순지지 합성보에 대한 해석결과를 나타낸 것이다. 그림 11은 지간중양의 하중과 처짐관계를 비교한 것으로 탄성구간에서 하중-처짐 관계는 거의 일치하는 것을 볼 수 있으며 극한하중은 ABAQUS에 비해 2% 정도 작게 예측되었다. 그림 12는 본 연구의 방법으로부터 산정된 하중계수 0.1에서의 휨모멘트도를 나타낸 것으로 평형방정식을 만족하는 정확한 휨모멘트를 제공하였다. 그림 13 및 그림 14는 최상단 콘크리트 화이버 및 최하단 강재 화이버의 응력-하중 및 응력-변형률 관계를 비교한 것이다.

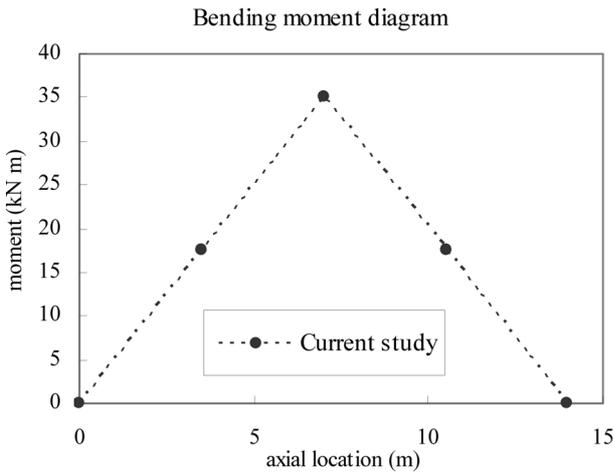


그림 12. 단순지지 합성보의 휨모멘트도

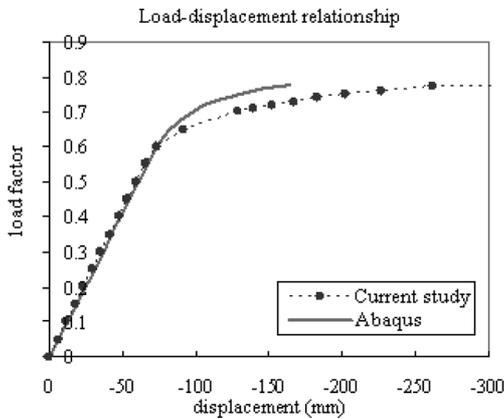


그림 13. 단순지지 합성보의 하중-응력 관계

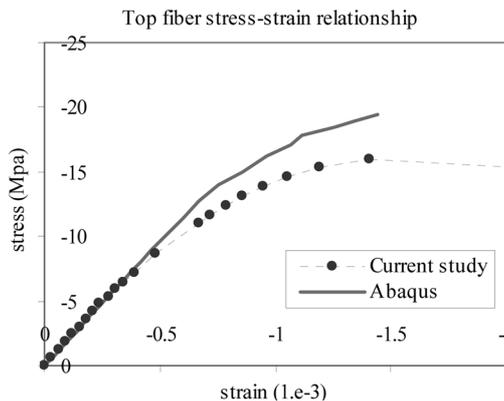


그림 14. 단순지지 합성보의 응력-변형률 관계

그림 13 및 그림 14에서 볼 수 있듯이 강재 화이버의 응력은 두 방법에서 거의 일치하는 것을 볼 수 있으나 콘크리트 화이버에서는 다소간의 차이를 나타낸다. 그 이유는 ABAQUS에서는 강재와의 강결 및 주변 콘크리트의 구속에 의해 주압축방향의 콘크리트 강도가 약 25%까지 증가하는 현상이 반영되었으나 본 연구의 혼합법에서는 화이버 간의 구속에 의한 효과를 고려하지 않기 때문이다. ABAQUS에서는 약 6분 정도의 해석시간이 소요되었으나 본 연구의 방법은 5~6초 정도가 소요되었으므로 해석시간을 현저하게 단축시키면서 만족한 정확도를 얻을 수 있었다.

4.2 캔틸레버 합성보

그림 15는 해석대상 캔틸레버 보의 지간과 단면 형상을 보여주고 있다. 단면은 위의 단순지지 보와 동일한 단면을 사용하였으며 보의 자유단에서 아래쪽으로 22 kN의 하중을 작용시켰다. 강재와 콘크리트의 재료물성치는 앞의 예제와 동일하다.

그림 16에서 19는 위의 캔틸레버 합성보에 대한 해석결과를 나타낸 것이다. 그림 16은 자유단의 하중과 처짐관계를 비교한 것으로 두 방법의 예측결과가 거의 일치하는 것을

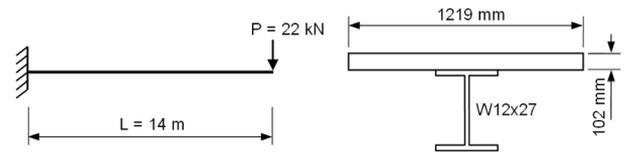
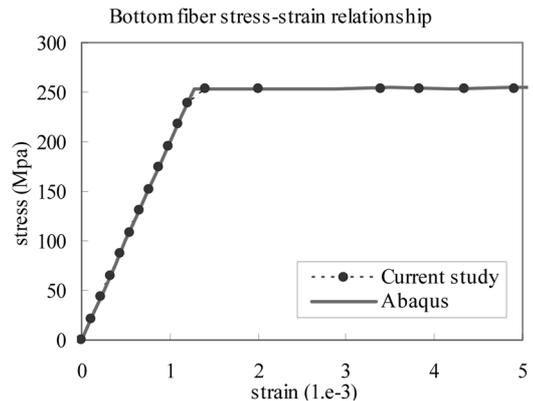
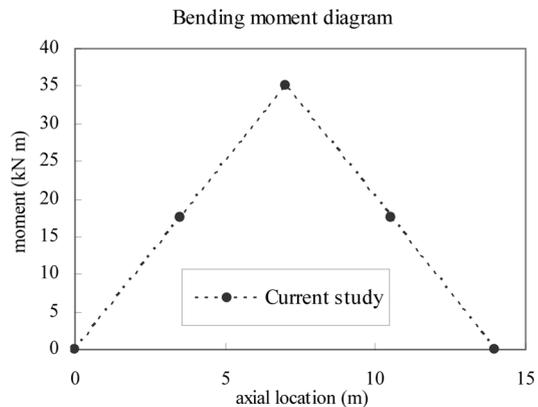


그림 15. 캔틸레버 합성보



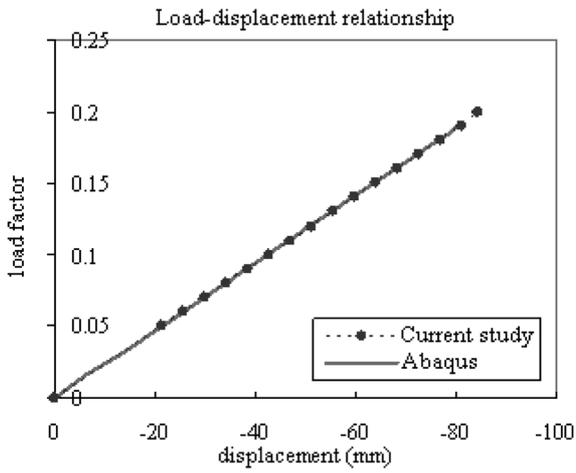


그림 16. 캔틸레버 합성보의 하중-처짐 관계

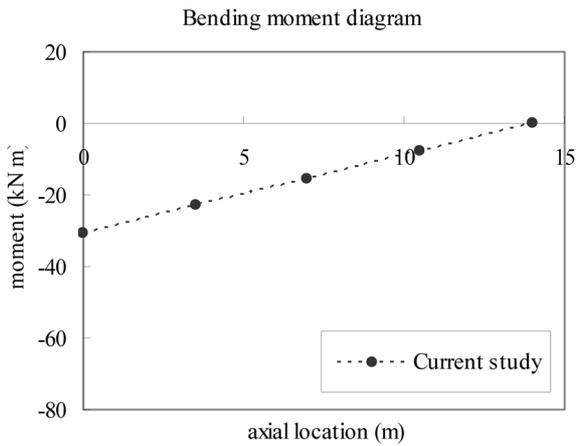


그림 17. 캔틸레버 합성보의 휨모멘트도

게 예측되었다. 그림 17은 본 연구의 방법으로부터 산정된 하중계수 0.1에서의 휨모멘트도를 나타낸 것으로 평형방정식을 만족하는 정확한 휨모멘트를 제공하였다. 그림 18 및 그림 19는 최상단 콘크리트 화이버 및 최하단 강재 화이버의 응력-하중 및 응력-변형을 관계를 비교한 것이다. 그림 18 및 그림 19에서 볼 수 있듯이 상·하단 화이버의 응력은 두 방법에서 거의 유사하였고 입력한 재료구성모형을 잘 추적함을 볼 수 있다. ABAQUS에서는 약 5분 정도의 해석시간이 소요되었으나 본 연구의 방법은 5~6초 정도의 해석시간이 소요되었다.

4.3 단순지지 철근콘크리트보

그림 20의 단순지지 철근콘크리트보를 제안된 방법을 이용하여 해석하였다. 콘크리트 압축강도는 $f'_c = 20 \text{ MPa}$ 이며 철근의 항복강도는 $f_y = 300 \text{ MPa}$ 이다. ABAQUS 모델에서는 6912개의 솔리드 요소를 사용하여 콘크리트 판을 모델링하였고 140개의 트러스 요소를 사용하여 철근을 모델링하였다. 철근과 콘크리트의 접촉면은 TIE 기능을 사용하여 완전 일체거동을 하도록 모델링되었다.

그림 21은 지간중양의 하중과 처짐관계를 비교한 것으로

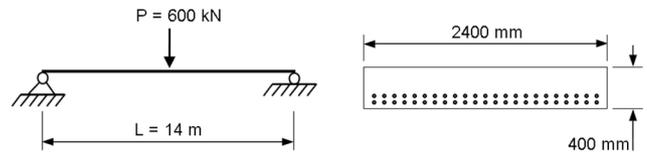


그림 20. 단순지지 철근콘크리트보

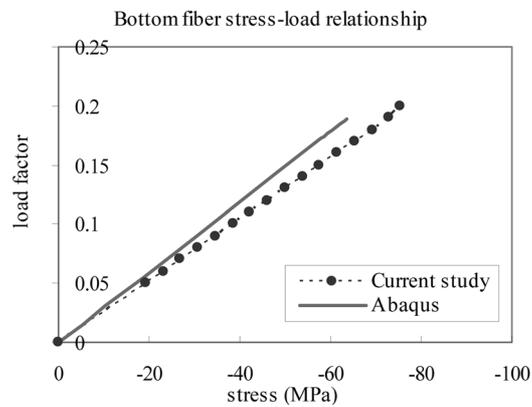
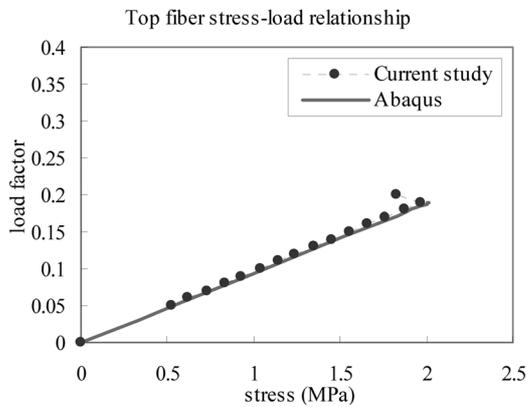


그림 18. 캔틸레버 합성보의 하중-응력 관계

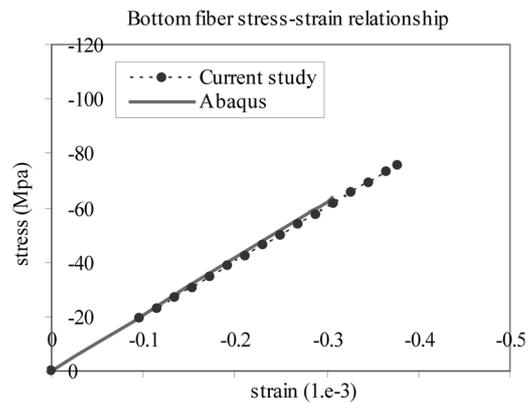
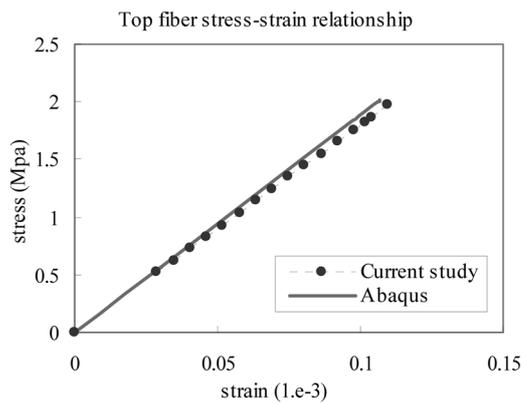


그림 19. 캔틸레버 합성보의 응력-변형을 관계

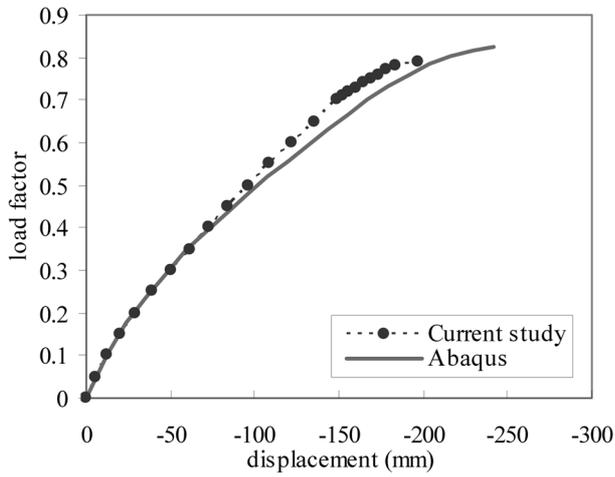


그림 21. 단순지지 RC보의 하중-처짐 관계

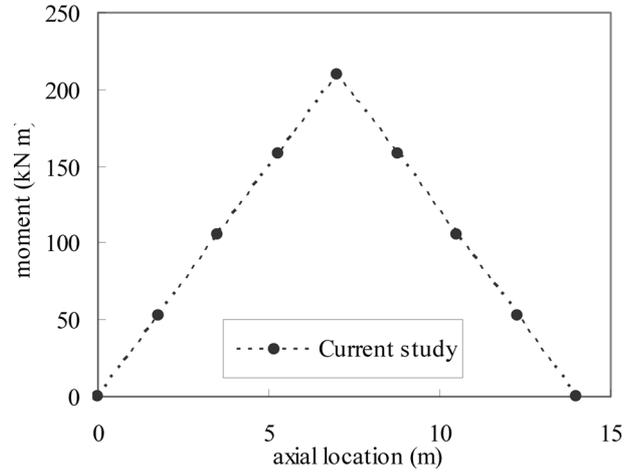
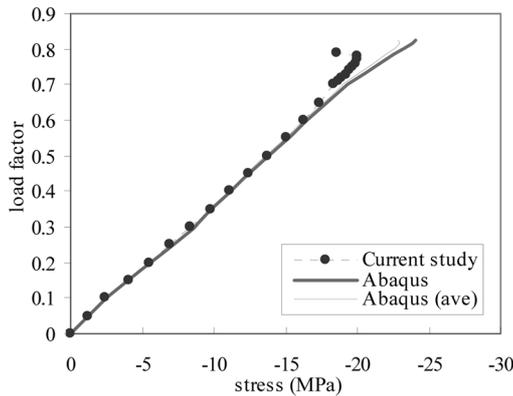
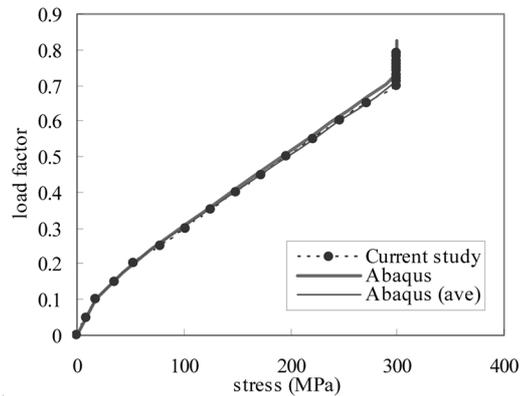


그림 22. 단순지지 RC보의 휨모멘트도



(a) 상단 콘크리트 화이버



(b) 하단 철근 화이버

그림 23. 단순지지 RC보의 하중-응력 관계

극한하중은 ABAQUS에 비해 3.6% 정도 작게 예측되었다. 그림 22는 본 연구의 방법으로부터 산정된 하중계수 0.1에서의 휨모멘트도를 나타낸 것으로 평형방정식을 만족하는 정확한 휨모멘트를 제공하였다. 그림 23은 최상단 콘크리트 화이버 및 최하단 철근 화이버의 응력-하중 관계를 비교한 것으로 콘크리트 및 철근의 응력은 두 방법에서 거의 유사함을 볼 수 있다. ABAQUS에서는 약 9분 정도의 해석시간이 소요되었으나 본 연구의 방법은 6~7초 정도의 해석시간이 소요되었다.

5. 요약 및 결론

본 연구에서는 강-콘크리트 합성보의 비선형비탄성 해석을 위한 화이버 유한요소 혼합법을 개발하였다. 이 방법을 사용하여 강-콘크리트 합성보 및 RC보를 해석하여 그 결과를 ABAQUS와 비교함으로써 제안된 방법의 정확성과 경제성을 검토하였다. 그 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 제안된 방법은 단순지지 및 캔틸레버 강-콘크리트 합성보 및 RC보의 하중-처짐 및 응력-변형률 관계를 만족스럽게 예측하였다.
2. 제안된 방법은 평형방정식을 만족하는 정확한 휨모멘트를 제공하였다.
3. 본 연구에서 개발한 증분할선탄성계수법은 수렴의 안정성이 우수하고 강성도법과 유연도법의 장점을 효과적으로 활

용한 방법이다.

4. 제안된 방법은 해석시간을 현저하게 줄임으로서 상용프로그램의 비효율성을 해소한 매우 효과적인 해석방법이다. 따라서 비선형 거동이 복잡한 강-콘크리트 합성구조물, 철근콘크리트 구조물 및 케이블 구조물 등의 일반적인 구조물의 해석 및 설계에 매우 효과적으로 활용될 수 있다.

감사의 글

본 연구는 BK21사업의 지원으로 이루어진 것이며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 김승익, 박주수(2002) 횡비틀림좌굴을 고려하는 2차 소성힌지해석을 이용한 3차원 강뿔대 구조물 설계, **한국전산구조공학회 논문집**, 한국전산구조공학회, Vol. 15, No. 1, pp. 117-125.
- 김승익, Ngo-Huu, C., 이동호(2005) 공간 강뿔대 구조물의 비선형 동적 해석, **한국전산구조공학회 논문집**, 한국전산구조공학회, Vol. 18, No. 4, pp. 395-404.
- 조창근, 권민호, 정희효(2005) 변단면 형강 부재의 파이버 유한요소 비선형 정밀해법 알고리즘, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제25권 제4A호, pp. 611-619.
- ABAQUS Standard Version 6.5 User Manual. (2005).
- Chen, W.F. and Kim, S.E. (1997) LRFD steel design using advanced analysis. Boca Raton, FL. CRC Press.
- Foster, S.J. and Gilbert, R.I. (1996) The design of nonflexural mem-

- bers with normal and high-strength concretes, *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 1, pp. 3-10.
- Hajjar, J.F. (2002) Composite steel and concrete structural systems for seismic engineering, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 58, No. 5-8, pp. 703-723.
- Hajjar, J.F., Molodan, A., and Schiller, P.H. (1998a) A distributed plasticity model for cyclic analysis of concrete-filled steel tube beam-columns and composite frames, *Engineering Structures*, Vol. 20, No. 4-6, pp. 398-412.
- Hajjar, J.F., Schiller, P.H., and Molodan, A. (1998b) A distributed plasticity model for concrete-filled steel tube beam-columns with interlayer slip, *Engineering Structures*, Vol. 20, No. 8, pp. 663-676.
- Hjelmstad, K. and Taciroglu, E. (2002) Mixed methods and flexibility approaches for nonlinear frame analysis, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 58, pp. 967-993.
- Hjelmstad, K. and Taciroglu, E. (2003) Mixed variational methods for finite element analysis of geometrically non-linear, inelastic Bernoulli-Euler beams, *Communication in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, pp. 809-832.
- Hsu, T.T.C. and Zhang, L.X.B. (1997) Nonlinear analysis of membrane elements by fixed-angle softened-truss model, *ACI Structural Journal*, Vol. 94, No. 5, pp. 483-492.
- Kent, D.C. and Park, R. (1971) Flexural members with confined concrete, *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 97, pp. 1964-1990.
- Kim, S.E., Lee, J., and Park, J.S. (2002) 3-D second-order plastic-hinge analysis accounting for lateral torsional buckling, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, No. 8, pp. 2109-2128.
- Kim, S.E., Lee, J., and Park, J.S. (2003) 3-D second-order plastic-hinge analysis accounting for local buckling, *Engineering Structures*, Vol. 25, No. 1, pp. 81-90.
- Kim, S.E. and Choi, S.H. (2005) Practical second-order inelastic analysis for three-dimensional steel frames subjected to distributed load, *Thin-Walled Structures*, Vol. 43, No. 1, pp. 135-160.
- Kim, S.E. and Ngo-Huu, C. (2006) Practical advanced analysis software for Space Steel Structure Design, *Steel Structures*, Vol. 6, pp. 107-120.
- Lee, J. and Fenves, G.L. (1998) Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 124, No. 8, pp. 892-900.
- Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S., and Oñate, E. (1989) A plastic-damage model for concrete, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 25, No. 3, pp. 229-326.
- Petrangeli, M. and Ciampi V. (1997) Equilibrium based iterative solution for the non-linear beam problem, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, pp. 423-437.
- Spacone, E., Ciampi, V., and Filippou, F.C. (1996) Mixed formulation of nonlinear beam finite element, *Computer & Structures*, Vol. 58, No. 1, pp. 71-83.
- Spacone, E., Filippou, F.C., and Taucer, F.F. (1996a) Fibre beam column model for nonlinear analysis of R/C frames. Part I: Formulation, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, pp. 711-725.
- Spacone, E., Filippou, F.C., and Taucer, F.F. (1996b) Fibre beam column model for nonlinear analysis of R/C frames. Part II: Applications. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, pp. 727-742.
- Vecchio, F.J. (1990) Reinforced concrete membrane element formulations, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 116, No. 3, pp. 730-750.
- Vecchio, F.J. and Collins, M.P. (1986). Modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, *ACI J. Proceedings*, Vol. 83, No. 2, pp. 219-231.

(접수일: 2007.9.18/심사일: 2007.11.12/심사완료일: 2008.10.30)