

에너지방정식에 기초한 사장 케이블 기본진동수 추출

Fundamental Frequency Extraction of Stay Cable based on Energy Equation

김현겸* · 황재웅** · 이명재***

Kim, Hyeon Kyeom · Hwang, Jae Woong · Lee, Myeong Jae

Abstract

According to longer and longer span, dynamic instability of stay cable should be prevented. Dynamic instability occurs mainly symmetric 1st mode and antisymmetric 1st mode in stay cable. Especially symmetric 1st mode has a lot of influence on sag. Therefore fundamental frequency of stay cable is different from that of taut sting. Irvine, Triantafyllou, Ahn etc. analyzed dynamic behavior of taut cable with sag through analytical technical and their researches give important results for large bounds of Irvine parameter. But each research shows mutually different values out of characteristic (cross-over or mode-coupled) point and each solution of frequency equations of all researchers can be very difficultly found because of their very high non-linearity. Presented study focuses on fundamental frequency of stay cable. Generalized mechanical energy with symmetric 1st mode vibration shape satisfied boundary conditions is evolved by Rayleigh-Ritz method. It is possible to give linear analytic solution within characteristic point. Error by this approach shows only below 3% at characteristic point against existing researches. And taut cable don't exceed characteristic point. I.e. high accuracy, easy solving techniques, and a little bit limitations. Therefore presented study can be announced that it is good study ergonomically.

Keywords : cross-over point, fundamental frequency, mechanical energy, sag, stay cable

요 지

사장교의 장대화로 주탑 및 보강형과 더불어 사장 케이블의 동적 안정화에 많은 노력이 요구된다. 사장 케이블에서 동적 불안정은 주로 대칭 1모드와 역대칭 1모드에서 발생되며 대칭 1모드는 역대칭 1모드와 다르게 새그의 영향이 명확하게 나타나므로 기본진동수는 팽팽한 스트링으로부터 얻은 것과 상이한 결과를 제공하게 된다. 이러한 현상에 관해 Irvine, Triantafyllou, 안상섭 등은 해석적 기법을 통해 동적거동 분석을 수행하였다. 이들의 연구는 광범위한 영역의 Irvine Parameter에 대해 중요한 결과를 제시하였으나 특성점(Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점) 이후 영역에 대해서는 상이한 결과를 제시하였고 진동수방정식의 높은 비선형성으로 인해 해가 매우 민감한 난점이 있다. 본 연구는 사장 케이블 동적 안정 문제에 주요한 모드들 중 새그의 영향이 가장 높은 대칭 1모드의 기본진동수에 초점을 맞추었으며 일반화된 역학적 에너지에 경계조건을 만족시키는 진동형상을 적용하고 Rayleigh-Ritz 방법으로 해석적인 해를 제시하였다. 선행연구들과 다르게 본 연구는 선형적인 해를 제공하며 이에 따른 오차는 특성점 이내에서 3% 미만의 오차를 보였다. 또한, 사장 케이블이나 이에 준한 케이블은 특성점을 넘지 않으므로 공학적으로 충분한 가치를 갖는다고 볼 수 있다. 더불어 대칭 1모드에서 발생되는 갤로핑과 Parametric 공진대역을 분석하여 연구의 활용성을 확인하였다.

핵심용어 : 기본진동수, 사장 케이블, 새그, 역학적에너지, 특성점

1. 서 론

사장교의 장대화로 인해 200 m 이상의 사장 케이블을 어렵지 않게 접하게 된다. 통상 이러한 규모의 사장 케이블은 아무리 팽팽하다할지라도 새그에 의한 비선형성을 무시할 수 없게 된다. 이것은 정적평형상태의 장력뿐만 아니라 진동시 동적장력 변화에도 많은 영향을 미친다. 따라서 사장 케이블의 동적설계와 제진설계를 위해서는 새그의 영향을 적합하

게 반영해야 한다.

사장 케이블 진동특성에 관한 연구의 근간은 1970년대 Irvine으로부터 시작된다. 그는 경계조건을 만족시키는 적절한 진동형상을 이용하여 진동수방정식을 유도하고 이것을 이용하여 고유진동수, Cross-Over Point 등에 관해 연구하였다. 1984년 Triantafyllou는 Cross-Over Point는 발생하지 않고 그 부근에서 근접하다가 인접한 모드에 접근하는 복합모드 현상을 제시하였다. 국내에서는 1998년 안상섭이 케이블의

*정회원 · 교신저자 · (주)유신코퍼레이션 기술개발실 과장 · 공학박사 (E-mail : sand0514@yooshin.co.kr)

**정회원 · (주)유신코퍼레이션 기술개발실 사원 · 공학석사

***정회원 · (주)유신코퍼레이션 기술개발실 실장 · 공학박사

현방향 자중성분을 고려한 연구를 통해 복합모드 형성의 정확성과 이후영역에 대해서도 안정된 해를 제시하는 연구를 수행하였다. 이렇게 대별되는 두 현상의 원인은 케이블의 현방향 자중성분의 고려여부에 따른 것으로 보고 있다. 하지만 케이블의 현방향 자중성분의 고려여부와 관계없이 일정범위 이내(Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점 이내)의 고유진동수는 두 종류 연구에서 거의 일치하였다. Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점은 케이블마다 다르지만 법선방향 새그비가 1/50~1/60 정도에서 발생된다. 실제 사장 케이블은 초기평형상태에서 1/150~1/300 정도의 법선방향 새그비를 갖는다. 즉, 사장 케이블은 현방향 자중성분의 고려여부와 관계없이 거의 정확하게 고유진동수가 산정될 수 있음을 인식할 수 있을 것이다(Irvine, H.M., 1981, 안상섭, 장승필, 1998, 이해성 외 3명, 2007).

선연구자들의 고유진동수 산정방법은 해석적으로 정밀한 해를 구할 수 있지만 높은 비선형성을 갖고 있어서 해의 민감도가 높은 난점이 있다. 본 연구는 이러한 난점을 극복하면서 해의 정확성을 보장할 수 있는 해석적인 방법을 제시한다. 다만 본 연구는 일반화된 역학적에너지에 경계조건을 만족시키는 진동형상을 적용하는 방법을 채용하기 때문에 Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점 이내에서만 적용이 가능하다. 그러나 사장 케이블은 이 범위를 넘어서는 새그비를 갖지 않기 때문에 공학적인 가치는 충분할 것이다. 더욱이 본 연구는 이러한 방법론의 타당성을 확인하고 실제적인 사용성이 높은 기본진동수에 초점을 맞추고 있는데 이것은 갤로핑과 Parametric Excitation을 분석하고 제어하는데 활용된다. 실질적인 적용사례로써 기본진동수를 이용하여 인천대교의 제원을 토대로 새그고려 여부에 따른 사장 케이블의 동적거동의 차이를 확인하도록 한다.

2. 역학적에너지 일반화

정적평형 이후에 진동에 의한 역학적에너지는 동적변형에 의해 부재에 축적된 변형에너지와 동적변위에 의해 부재의 질량이 수행한 운동에너지로 구성된다. 이것의 전개는 평형방정식과 적합방정식, 그리고 경계조건을 이용하여 다음과 같은 결과를 유도할 수 있다.

사장 케이블의 공학적인 의미는 팽팽한 경사 케이블이다. 여기서 팽팽함은 정적평형 상태에서 케이블에 작용하는 장력이 적어도 자중보다 큰 경우로 정의한다(Irvine, H.M., 1981). 실제로 사장 케이블은 자중보다 적어도 10배 이상 큰 장력으로 긴장된다. 결과적으로 사장 케이블은 매우 팽팽하므로 현방향 자중성분의 영향을 무시해도 전체적인 거동에는 거의 차이가 없게 된다. 이에 따라 장력은 공간에 대해 일정한 것으로 가정될 수 있으며 법선방향에 관한 거동을 적합하게 표현하는 변위함수를 도입하는 것이 가능해진다. 또한, 법선방향 미소변형 dz 와 dw 는 평행해지므로 다음과 같은 전개가 가능해진다. 이로써 그림 1과 같은 사장 케이블 시스템을 구성할 수 있게 된다.

사장 케이블의 정적장력과 자중에 의한 정적평형은 그림 1과 같은 좌표계에서 식(1)과 같은 평형방정식이 성립된다.

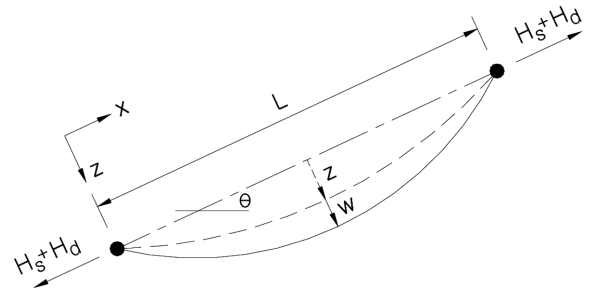


그림 1. 사장 케이블의 진동형상

$$q_s = -H_s \frac{d^2 z}{dx^2} \quad (1)$$

q_s : 정적평형상태의 법선방향 분포하중

H_s : 정적평형상태의 현방향 장력

z : 정적평형상태의 법선방향 변위

사장 케이블이 임의의 시간에서 동적평형을 이룰 때에도 마찬가지로 그림 1과 같은 좌표계에서 식(2)와 같은 평형방정식이 성립된다.

$$q_{s+d} = -(H_s + H_d) \frac{d^2(z+w)}{dx^2} \quad (2)$$

q_{s+d} : 동적평형상태의 법선방향 분포하중

H_d : 진동에 의한 현방향 장력

w : 진동에 의한 법선방향 변위

동적평형상태에서 오직 진동에 의한 평형방정식은 식(1)과 식(2)를 이용하여 식(3)으로 전개된다.

$$q_d = -H_s \frac{d^2 w}{dx^2} - H_d \frac{d^2(z+w)}{dx^2} \quad (3)$$

q_d : 진동에 의한 법선방향 분포하중

동적거동에 따른 사장 케이블의 변형에너지는 변형을 발생시키는 하중과 변위에 의해 식(4)와 같이 정의된다.

$$\Pi_P = \frac{1}{2} \int_0^L q_d w dx \quad (4)$$

Π_P : 사장 케이블에 축적된 변형에너지

반면 동적거동에 따른 사장 케이블의 질량이 수행한 운동에너지는 이것을 유발시키는 변위를 이용하여 식(5)와 같이 정의된다.

$$\Pi_K = \frac{1}{2} \int_0^L m \left(\frac{dw}{dt} \right)^2 dx \quad (5)$$

Π_K : 사장 케이블이 수행한 운동에너지

m : 사장 케이블의 단위길이당 질량

정적평형을 이루고 있는 케이블이 외부작용에 의해 변형되면 그림 2와 같은 관계에 의해 기하학적인 비선형성을 고려하여 식(6)과 같은 변위-변형률 관계를 얻을 수 있다.

$$\varepsilon_d = \frac{ds - dp}{dp} = \frac{dx du}{dp dp} + \frac{dz dw}{dp dp} + \frac{1}{2} \left(\frac{du}{dp} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dp} \right)^2 \quad (6)$$

ε_d : 동적변형률

dp : 동적변형 전 케이블 미소길이

ds : 동적변형 후 케이블 미소길이

상기한 식(6)의 변위-변형률 관계는 Hooke's Law, 접선방향 장력과 현방향 장력간의 관계, 현방향 변형율의 제공은

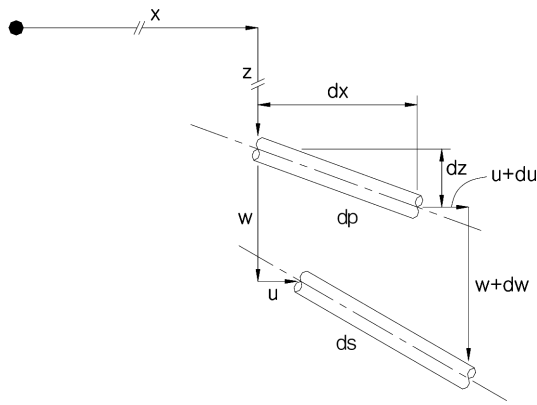


그림 2. 케이블의 변위-변형을 관계

미소하여 무시한다는 가정을 통해 식(7)로 전개된다(Irvine, H.M., 1981).

$$\frac{H_d}{EA} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 = \frac{du}{dx} + \frac{dz}{dx} \frac{dw}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \quad (7)$$

EA : 케이블 강재부분 축강도

케이블 방정식을 편리하게 사용하기 위하여 식(7)을 적분 형태로 변환하면 현길이보다 미소하게 긴 물리량을 얻을 수 있다. 이것을 유효길이 L_e 라고 정의한다(Irvine, H.M., 1981).

$$\frac{H_d L_e}{EA} = u|_0^L + \int_0^L \frac{dz}{dx} \frac{dw}{dx} dx + \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (8)$$

$$L_e = \int_0^L \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx \approx L$$

동적변형률로부터 전개된 식(8)을 이용하여 동적장력을 유도할 수 있다. 여기서 경계조건의 영향을 고려하면 식(9)를 얻게 된다.

$$H_d = \frac{EA}{\alpha L} \int_0^L \left\{ \frac{dz}{dx} \frac{dw}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right\} dx \quad (9)$$

$$\alpha = 1 + \frac{EA}{L} \frac{1}{k(0)} + \frac{EA}{L} \frac{1}{k(L)}$$

$k(i)$: 위치 i 에서의 강성계수

동적장력 식(9)를 오직 진동에 의한 평형방정식으로부터 얻은 식(3)에 대입 정리하면 식(10)이 전개된다.

$$q_d = -H_s \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{EA d^2 (z+w)}{\alpha L dx^2} \int_0^L \left\{ \frac{dz}{dx} \frac{dw}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right\} dx \quad (10)$$

상기한 식(10)은 사장 케이블에 축적될 변형에너지를 발생시키는 가상의 동적하중으로 정적평형상태에서 동적변위 w 를 발생시키는 하중이 된다. 이것은 식(4)에 대입한 후 정리하여 강성효과에 관한 변형에너지를 산정하는데 사용된다.

보존계에서 식(4)는 그림 3과 같이 90° 위상차를 나타내며 식(5)로 전환된다. 이것은 역학적에너지 보존원리를 성립시키며 식(11)과 식(12)를 모두 만족시키게 된다.

$$\Pi_P + \Pi_K = C^* \quad (11)$$

$$\Pi_{P, max} = \Pi_{K, max} \quad (12)$$

C^* : 보존계의 일정한 전체에너지

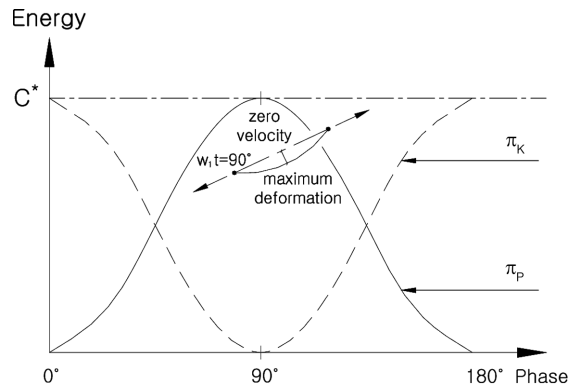


그림 3. 역학적에너지 보존원리

본 연구는 고유값을 찾는 문제이므로 보존계의 상황을 그대로 반영할 수 있다. 그러므로 식(11), 식(12)를 선택적으로 활용할 수 있다. 즉, 식(11)은 진폭에 관한 변분으로 평형방정식을 유도하는 것이 가능하며 식(12)는 직접 에너지 평형을 유도하는 것이 가능하다. 식(11)에 식(4), 식(5), 식(10)을 적용하면 식(13)과 같은 역학적에너지를 일반화할 수 있으며 진동형상을 표현할 수 있는 변위함수를 적용시키면 다음 장에서 기술할 기본진동수 추출이 가능해진다.

$$\frac{1}{2} \int_0^L \left[-H_s w w'' - \frac{EA}{\alpha L} w (z'' + w'') \int_0^L \left\{ z' w' + \frac{1}{2} (w')^2 \right\} dx \right] dx + \frac{1}{2} \int_0^L m (w')^2 dx = C^* \quad (13)$$

$$(\cdot)' = \frac{d}{dx}, (\cdot)'' = \frac{d^2}{dx^2}, (\cdot)' = \frac{d}{dt}$$

3. 기본진동수 추출

앞서 전개한 일반화된 역학적에너지를 이용한 기본진동수 추출을 위해 Rayleigh-Ritz 방법을 적용한다. 이에 앞서 식(13)은 진폭에 관한 고차 비선형방정식이므로 평형방정식 선형화를 위해 에너지방정식의 진폭에 관한 고차항은 무시하고 2차항까지만 사용하도록 한다. 이것은 식(13)을 식(14)와 같이 단순하게 만들어 준다.

$$\frac{1}{2} \int_0^L \left[-H_s w w'' - \frac{EA}{\alpha L} w z'' \int_0^L z' w' dx \right] dx + \frac{1}{2} \int_0^L m (w')^2 dx \approx C^* \quad (14)$$

기본모드에 관한 변위함수를 삼각함수로 가정하여 식(14)를 전개한다. 사장 케이블의 자중에 의한 형상을 나타내는 변위함수를 식(15)로 정의하고 진동에 의한 형상을 나타내는 변위함수는 식(16)으로 정의한다. 여기서 식(15)는 경계조건 $z(0) = z(L) = 0$ 을 만족한다. 또한 식(16)은 경계조건 $w(0) = w(L) = 0$ 을 만족한다.

$$z(x) = f \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \quad (15)$$

$$w(x, t) = A_1 \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \sin(w_1 t) \quad (16)$$

f : 현길이 중앙점의 법선방향 새그
 A_1 : 기본모드의 법선방향 진폭
 w_1 : 기본모드의 각진동수

앞선 식(14)에서 1항은 변형에너지이고 2항은 운동에너지이다. 여기에 식(15)와 식(16)을 대입하면 각각의 에너지는 식(17)과 식(18)이 된다.

$$\begin{aligned} \Pi_P &\approx \frac{1}{2} \int_0^L H_s A_1^2 \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin^2(w_1 t) dx \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^L \frac{EA \pi^2 f^2 A_1^2}{\alpha L} \left(\frac{\pi}{L}\right) \sin^2\left(\frac{\pi x v}{L}\right) \sin^2(w_1 t) dx \end{aligned} \quad (17)$$

$$\Pi_K = \frac{1}{2} \int_0^L m w_1^2 A_1^2 \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) \cos^2(w_1 t) dx \quad (18)$$

상기한 변형에너지와 운동에너지를 조합하여 정리하면 식(19)와 같은 진동에 관한 선형화된 에너지방정식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \frac{H_s \pi^2 A_1^2}{4L} \sin^2(w_1 t) + \frac{EA \pi^4 f^2 A_1^2}{\alpha L} \frac{1}{8L^2} \sin^2(w_1 t) \\ + \frac{w_1^2 m L A_1^2}{4} \cos^2(w_1 t) = C^* \end{aligned} \quad (19)$$

임의의 진폭에 대하여 안정된 평형방정식을 얻기 위해 식(19)를 변분하면 식(20)을 얻을 수 있으며 여기서 진폭 A_1 은 음이 아닌 실수이므로 식(21)과 같은 기본진동수를 얻을 수 있게 된다.

$$\left\{ \frac{H_s \pi}{2L} \sin^2(w_1 t) + \frac{EA \pi^4 f^2}{\alpha L} \frac{1}{4L^2} \sin^2(w_1 t) + \frac{w_1^2 m L}{2} \cos^2(w_1 t) \right\} A_1 = 0 \quad (20)$$

$$w_1^2 = -\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left\{ \frac{H_s}{m} + \frac{\pi^2 f^2 EA}{2\alpha m L^2} \right\} \tan^2(w_1 t) \quad (21)$$

진동이 발생될 때 식(21)은 복소고유진동수의 형태를 나타내며 보존계이므로 식(22)와 같다.

$$w_1 = |w_1|(\sqrt{1 - \xi^2} + i\xi) = |w_1| \quad (22)$$

ξ : 구조감쇠비(보존계 $\xi = 0$)

상기한 식(21)과 식(22)을 이용하여 재정렬하면 기본진동수와 Wave Number는 식(23)의 관계가 성립된다.

$$(w_1^*)^2 = \beta^2 \left(\frac{H_s + \Delta H_s}{m} \right) \quad (23)$$

$$w_1^* = \frac{w_1}{\tan(w_1 t)} \quad : \text{기본진동수 참값}$$

$$\Delta H_s = \frac{\pi^2 EA}{2\alpha} \left(\frac{f}{L}\right)^2 \quad : \text{형상변화 보정효과}$$

$$\beta = \frac{\pi}{L} \quad : \text{Wave Number}$$

임의의 진동시간에 대하여 기본진동수 참값은 개구간 $\left(\frac{(n-1)\pi}{2}, \frac{n\pi}{2}\right)$ 에서 유일한 w_1 이 존재하며 $w_1 t = n\pi/4$ 에서 식(23)의 양변이 일치되므로 $w_1 t = n\pi/4$ 에서 항상 $w_1^* = w_1$ 이 된다.

기본진동수를 얻는데 있어서 식(21)은 새그를 요구한다. 엄밀하게 말하면 본 연구에서 새그는 정적평형상태의 법선방향 최대처짐을 의미한다. 이것은 식(21)의 해를 얻는데 활용되는 입력변수일 뿐 케이블 구조에서 정의하는 새그와 다소 다른 의미를 갖기 때문에 식(15)로부터 가정된 변위함수를 이용한 결과를 적용해야만 한다.

임의의 정적상태에서 사장 케이블의 포텐셜에너지는 가상일의 원리에 의해 식(24)로 정의된다. 여기서 1항은 사장 케

이블의 법선방향 자중에 의한 신장에 따른 변형에너지, 2항은 이로 인한 법선방향 변위에 따른 위치에너지이다.

$$\Pi_s = \int_0^L H_s \varepsilon_s dx - \int_0^L mgz \cos(\theta) dx \quad (24)$$

Π_s : 임의의 정적상태의 포텐셜에너지

θ : 수평선과 사장 케이블 현의 사이각

본 연구는 사장 케이블의 현방향 자중을 무시하므로 정적 변형 전의 길이는 현길이로 정의한다. 또한, 근호 안은 Taylor's Expansion을 적용한다. 이것을 정리하면 식(25)가 유도된다(Ugural, Ansel C. and Fenster, Saul K. 1995).

$$\varepsilon_s = \frac{dp - dx}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} - 1 \approx \frac{1}{2} \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \quad (25)$$

앞선 식(25)를 식(24)에 대입하면 식(26)을 전개할 수 있고 여기에 변위함수 식(15)를 대입하여 정리하면 식(27)과 같은 일정한 포텐셜에너지를 얻을 수 있다.

$$\Pi_s = H_s \int_0^L \frac{1}{2} \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 dx - mg \cos(\theta) \int_0^L z dx \quad (26)$$

$$\Pi_s = \frac{H_s \pi^2 f^2}{4L} - \frac{2fmgL \cos(\theta)}{\pi} = C_s^* \quad (27)$$

C_s^* : 임의의 정적상태의 일정한 에너지

임의의 정적상태에서 일정한 포텐셜에너지는 새그에 대한 변분을 통하여 안정된 정적상태의 평형방정식이 유도된다. 따라서 식(28)의 과정을 겪은 후 최종적인 식(29)를 얻게 된다.

$$\delta \Pi_s = \frac{H_s \pi^2 f}{2L} - \frac{2mgL \cos(\theta)}{\pi} = 0 \quad (28)$$

$$f = \frac{4}{\pi^3} \frac{mgL^2}{H_s} \cos(\theta) \quad (29)$$

이것은 앞서 정의한 바와 같이 현길이 중양점 법선방향 새그이며 식(21)에 대입하면 기본진동수를 구할 수 있다.

4. 검 증

본 연구에서 제시한 사장 케이블의 기본진동수에 관한 해석적인 해의 정확성과 적용한계를 분석한다. 실제적인 적용성을 파악하기 위하여 고하-축교간 사장교의 설계제원을 토대로 6개의 사장 케이블의 기본진동수(Hz)를 분석한다. 각 제원들은 표 1과 같고 선행 연구결과들과 상호분석은 표 2로 정리하였다.

표 1. 검증에 사용할 사장 케이블 제원

| Cable ID | Cord L(m) | M.T.E. A(m ²) | mg (kN/m) | θ (deg.) | Tension (kN) |
|----------|-----------|---------------------------|-----------|-----------------|--------------|
| CBL1 | 219.600 | 0.01095 | 0.964 | 28.700 | 3189 |
| CBL2 | 206.358 | 0.00915 | 0.808 | 29.743 | 2982 |
| CBL3 | 193.122 | 0.00825 | 0.729 | 30.668 | 2624 |
| CBL4 | 159.533 | 0.00555 | 0.496 | 35.637 | 2125 |
| CBL5 | 109.681 | 0.00555 | 0.496 | 49.695 | 1614 |
| CBL6 | 79.338 | 0.00555 | 0.496 | 70.276 | 1860 |

표 2. 기본진동수 상호분석

| Cable ID | Irvine | Ahn | Lee | Study | Sag/Span |
|----------|--------|-------|-------|-------|----------|
| CBL1 | 0.448 | 0.447 | 0.448 | 0.448 | 1/138 |
| CBL2 | 0.488 | 0.488 | 0.488 | 0.488 | 1/165 |
| CBL3 | 0.513 | 0.512 | 0.513 | 0.513 | 1/174 |
| CBL4 | 0.655 | 0.655 | 0.656 | 0.655 | 1/265 |
| CBL5 | 0.825 | 0.825 | 0.826 | 0.825 | 1/368 |
| CBL6 | 1.210 | 1.210 | 1.212 | 1.210 | 1/1122 |

앞선 표 1의 장력은 고정하중 상태에서 연직방향 최대처짐에서의 장력이다. 이것을 이용하여 초기평형해석을 수행한 결과를 다음의 상호분석에서 연구별로 요구하는 장력성분으로 변환하여 적용하였다.

각각의 연구들의 특성을 요약하면 Irvine은 현방향 자중성분을 무시하고 케이블 길이는 유효길이를 사용하며 현방향 평균장력을 이용하여 해석적인 해를 제시한다. 안상섭은 현방향 자중성분을 고려하고 케이블 길이는 호길이를 사용하며 양단의 현방향 장력을 사용하여 해석적인 해를 제시한다. 이 해석은 현방향 자중성분을 고려하고 케이블 길이는 무중력 길이를 사용하며 탄성현수선 요소의 장력을 이용한다. 다만 동적해석은 현방향, 법선방향 기저함수를 sine함수로 가정하고 이산화하여 수치적인 해를 제시한다. 그리고 본 연구는 현방향 자중성분을 무시하고 케이블 길이는 현길이를 사용하며 현방향 평균장력을 이용하여 해석적인 해를 제시한다. 앞선 표 2에서 새그비는 법선방향에 관한 것으로써 정적해석을 탄성현수선 요소로 구성한 이해성의 연구결과이다.

Irvine, 안상섭, 그리고 이해성의 연구는 기본진동수와 Wave Number가 식(30)을 만족한다(Krenk, S. and Høgsberg, J.R., 2005). 이것은 진동형상이 기본진동수에 따라 변화됨을 의미하는 것이다. 이것은 그림 4를 통해 확인할 수 있다. 반면에 본 연구는 식(23)과 같이 Wave Number가 일정하므로 ΔH_s 가 진동형상 변화를 보정해주는 역할을 한다. 자중 0.9 kN/m, 현길이 200 m인 수평 케이블을 이용하여 Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점까지 Irvine Parameter (CIP Recommendations on Cable Stays, 2002, Irvine, H.M., 1981)를 변화시켜 검토를 수행하였다.

$$w_1^2 = \beta_0^2 \frac{H_s^*}{m} \quad (30)$$

H_s^* : 연구자별 정의된 정적장력

$\beta_0 = r \frac{\pi}{L}$: Wave Number

$r = \frac{w_1 L}{\pi \sqrt{H_s^* / m}}$: Reduced Angular Frequency

본 연구와 기존연구들은 Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점 이내에서 진동형상에 대해 $r = \sqrt{\bar{H}_s}$ ($\bar{H}_s \equiv H_s + \Delta H_s$)인 관계가 성립되어야 한다. 이에 대하여 그림 5와 표 3은 비교결과를 나타내고 있다. 여기서 기존연구들은 서로 거의 일치하는 값을 제시하며 이들 중 수치적인 해를 제시하는 이해성의 연구를 대표로 사용하였다.

Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점 이내에서 연구별

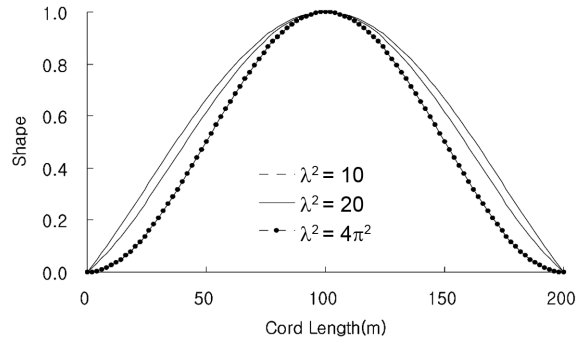


그림 4. Irvine Parameter별 형상변화

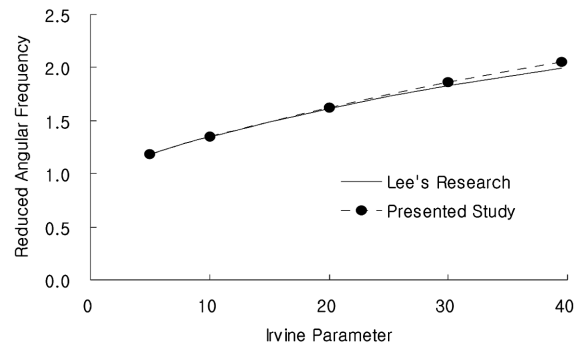


그림 5. Irvine Parameter와 r 및 $\sqrt{H_s}$ 관계

표 3. Irvine Parameter별 형상변화 보정효과

| λ^2 | Lee's Research | | Presented Study | | Error (%) |
|-------------|----------------|------|-----------------|--------------|-----------|
| | w (rps) | r | w (rps) | $\sqrt{H_s}$ | |
| 5 | 3.00 | 1.19 | 3.00 | 1.19 | 0.0 |
| 10 | 3.03 | 1.35 | 3.04 | 1.35 | 0.3 |
| 20 | 3.23 | 1.61 | 3.26 | 1.63 | 0.9 |
| 30 | 3.43 | 1.83 | 3.49 | 1.86 | 1.8 |
| $4\pi^2$ | 3.58 | 1.99 | 3.68 | 2.05 | 2.8 |

오차는 미소하지만 연구별 가정으로 인해 이후영역에서는 다른 패턴을 보인다.

그림 6에서 특성점은 Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점을 나타내는 위치이며 $\lambda^2 = 4\pi^2$ 이다. 이 점은 기본모드의 모든 모드벡터가 한 방향을 향하는 경계점이다. $\lambda^2 > 4\pi^2$ 인 상태가 되면 점진적으로 부의 모드벡터를 갖게 되어 질점의 위치에너지의 증가율이 감소(Irvine, H.M., 1981)하거나 위치에너지의 증가가 없는 상태(안상섭, 장승필, 1998, 이해성 외 3명, 2007)가 된다. 반면에 본 연구는 진동형상과

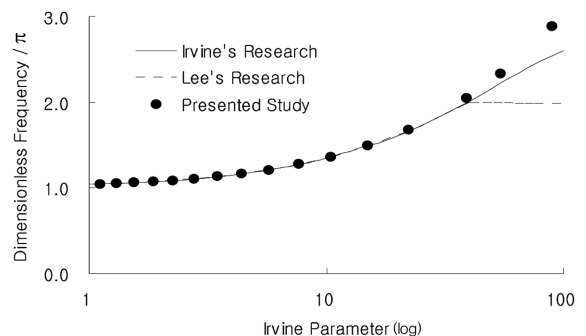


그림 6. 특성점 전후 고유값 분포 양상

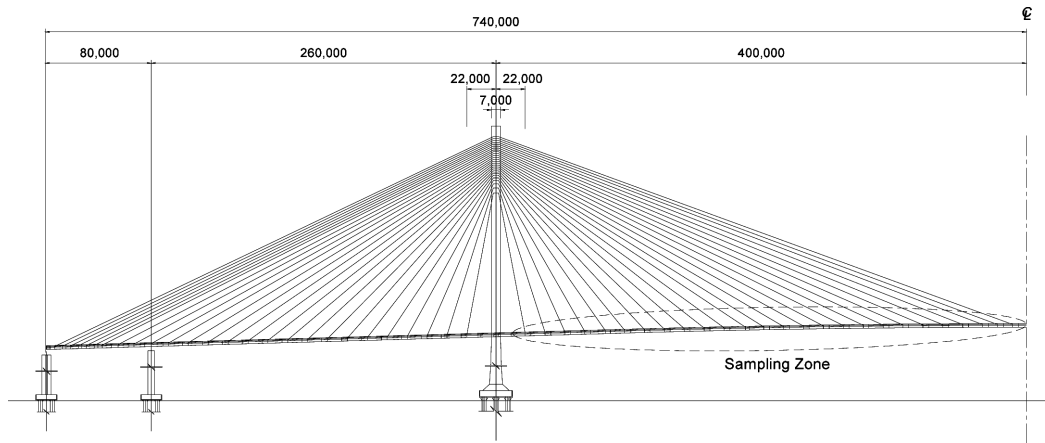


그림 7. 설계분석 대상교량 종평면도

진동수가 독립적이므로 이러한 케이블의 특성을 표현할 수 없다. 따라서 본 연구는 Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점 이내의 영역에서 유효한 것으로 정의한다.

본 연구는 진동형상과 진동수가 독립적이므로 Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점 이후의 영역에서는 적용할 수 없지만 Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점 이내의 영역에서는 해를 얻는데 있어 반복적인 계산이 요구되지 않으며 해의 정확성 또한 우수하다. 특히 본 연구에서 논의하는 사장 케이블은 $\lambda^2 = 10$ 을 넘는 경우가 드물며 현수교 주케이블도 완성계 상태에서 행어 케이블이 경계조건 역할을 $\lambda^2 = 4\lambda^2$ 하여 을 넘지 않는다. 특수한 경우로 송전시설의 전력선, Mooring Cable 등은 $\lambda^2 > 4\lambda^2$ 인 경우가 발생할 가능성이 높다. 결론적으로 본 연구에서 제시한 방법은 논의의 대상인 사장 케이블과 이에 준한 모든 팽팽한 케이블의 기본진동수 분석에 제약없이 적용할 수 있을 것이다.

5. 활 용

사장 케이블의 동적안정은 대부분 대칭 1모드, 역대칭 1모드에 지배된다. 대칭 1모드에서는 깎로핑과 Parametric Excitation이 발생될 수 있고 역대칭 1모드에서는 풍우진동이 발생될 여지가 높은 것으로 보고되고 있다(CIP Recommendations on Cable Stays, 2002). 대칭 1모드는 본 연구에서 논의한 바와 같이 새그영향이 중요하게 작용하지만 역대칭 1모드는 새그영향이 없어서 팽팽한 스트링을 사용하는데 공학적으로 문제가 발생하지 않는다. 따라서 사장 케이블의 동적안정을 제어하기 위해서는 대칭 1모드가 발생하는 기본진동수의 정확한 평가가 중요하다.

앞서 언급한 바와 같이 대칭 1모드는 새그의 고려여부에 따라 상이한 값을 제시한다. 본 장은 이런 경우에 발생될 수 있는 사항들을 정리하여 본 연구의 활용성을 기술하도록 한다.

사례분석을 위해 인천대교의 제원을 토대로 깎로핑에 의한 안정성과 Parametric Excitation 발생영역을 분석해 보았다.

깎로핑에 관한 안정성은 Glauert-Den Hartog Criterion을 사용하여 분석하였으며 이 때 양력계수의 도함수와 항력계수의 합은 -1.5를 적용하였다(Simiu, Emil and Scanlan, Robert H. 1996, TR VSL International, 2005). 사장 케이블 현길이 200 m 정도부터 대수적 요구감쇠비가 점진적으로

표 4. 사례분석에 사용할 사장 케이블 제원

| Cable ID | Cord L(m) | M.T.E. A(m ²) | mg (kN/m) | θ (deg.) | H_s (kN) |
|----------|-----------|---------------------------|-----------|-----------------|------------|
| C27 | 111.289 | 0.004195 | 0.340 | 76.644 | 2220 |
| C28 | 121.981 | 0.004195 | 0.340 | 71.135 | 1998 |
| C29 | 129.188 | 0.004888 | 0.394 | 65.522 | 1971 |
| C30 | 137.752 | 0.004888 | 0.394 | 60.358 | 1904 |
| C31 | 147.058 | 0.005349 | 0.431 | 55.691 | 2147 |
| C32 | 157.134 | 0.005349 | 0.431 | 51.526 | 2042 |
| C33 | 167.839 | 0.005349 | 0.431 | 47.819 | 2271 |
| C34 | 179.140 | 0.005811 | 0.467 | 44.540 | 2321 |
| C35 | 190.924 | 0.005811 | 0.467 | 41.636 | 2643 |
| C36 | 203.176 | 0.006273 | 0.503 | 39.076 | 2524 |
| C37 | 215.747 | 0.006273 | 0.503 | 36.793 | 2904 |
| C38 | 228.741 | 0.007197 | 0.576 | 34.766 | 2974 |
| C39 | 241.919 | 0.007197 | 0.576 | 32.962 | 3196 |
| C40 | 255.334 | 0.007658 | 0.611 | 31.349 | 3329 |
| C41 | 268.949 | 0.008120 | 0.659 | 29.901 | 3504 |
| C42 | 282.733 | 0.008582 | 0.695 | 28.598 | 3678 |
| C43 | 296.658 | 0.008582 | 0.695 | 27.420 | 3843 |
| C44 | 310.838 | 0.009275 | 0.749 | 26.351 | 3969 |
| C45 | 325.006 | 0.009275 | 0.749 | 25.379 | 4156 |
| C46 | 339.285 | 0.010198 | 0.823 | 24.491 | 4398 |
| C47 | 353.633 | 0.010198 | 0.823 | 23.679 | 4642 |
| C48 | 368.086 | 0.011353 | 0.913 | 22.932 | 4833 |
| C49 | 382.594 | 0.011353 | 0.913 | 22.245 | 4822 |
| C50 | 397.166 | 0.011584 | 0.931 | 21.612 | 4890 |
| C51 | 408.262 | 0.011584 | 0.931 | 21.218 | 4826 |
| C52 | 419.382 | 0.011584 | 0.931 | 20.846 | 4759 |

감소됨을 확인할 수 있다. 이것은 제진을 위한 댐퍼의 적용이 변화할 수 있다는 것을 의미한다. 이것은 표 6과 그림 8을 통해 확인할 수 있다.

새그고려 여부에 따른 Parametric Excitation 분석을 위해 공진대역을 확인하였다. 표 7과 표 8의 첫 번째 밴드는 Instability Zone 2의 분포이고 두 번째 밴드는 Instability Zone 1의 분포이다(CIP Recommendations on Cable Stays,

표 5. 사장 케이블별 기본진동수

| Cable ID | Sag/Span | N ₁ (Hz) | | Difference |
|----------|----------|---------------------|---------|------------|
| | | String | Sagging | |
| C27 | 1/2043 | 1.137 | 1.137 | 0.000 |
| C28 | 1/1198 | 0.984 | 0.985 | 0.001 |
| C29 | 1/751 | 0.857 | 0.859 | 0.002 |
| C30 | 1/570 | 0.790 | 0.793 | 0.003 |
| C31 | 1/483 | 0.752 | 0.756 | 0.004 |
| C32 | 1/389 | 0.686 | 0.693 | 0.006 |
| C33 | 1/376 | 0.678 | 0.683 | 0.006 |
| C34 | 1/313 | 0.616 | 0.625 | 0.008 |
| C35 | 1/319 | 0.617 | 0.624 | 0.007 |
| C36 | 1/256 | 0.546 | 0.557 | 0.011 |
| C37 | 1/269 | 0.551 | 0.560 | 0.008 |
| C38 | 1/221 | 0.492 | 0.505 | 0.012 |
| C39 | 1/220 | 0.482 | 0.494 | 0.011 |
| C40 | 1/201 | 0.453 | 0.466 | 0.013 |
| C41 | 1/183 | 0.425 | 0.439 | 0.015 |
| C42 | 1/171 | 0.403 | 0.419 | 0.016 |
| C43 | 1/169 | 0.392 | 0.408 | 0.016 |
| C44 | 1/153 | 0.367 | 0.385 | 0.019 |
| C45 | 1/152 | 0.359 | 0.376 | 0.018 |
| C46 | 1/139 | 0.337 | 0.358 | 0.020 |
| C47 | 1/140 | 0.333 | 0.351 | 0.019 |
| C48 | 1/125 | 0.310 | 0.333 | 0.023 |
| C49 | 1/120 | 0.297 | 0.322 | 0.024 |
| C50 | 1/114 | 0.286 | 0.311 | 0.026 |
| C51 | 1/109 | 0.276 | 0.303 | 0.027 |
| C52 | 1/105 | 0.267 | 0.296 | 0.029 |

표 6. 사장 케이블별 요구감쇠비

| Cable ID | Intrinsic Damp.(%) | Required Damp.(%) | | Difference |
|----------|--------------------|-------------------|---------|------------|
| | | String | Sagging | |
| C27 | 1.533 | 0.774 | 0.773 | 0.001 |
| C28 | 1.507 | 1.157 | 1.155 | 0.002 |
| C29 | 1.490 | 1.422 | 1.416 | 0.007 |
| C30 | 1.469 | 1.690 | 1.677 | 0.013 |
| C31 | 1.447 | 1.621 | 1.604 | 0.017 |
| C32 | 1.423 | 1.938 | 1.909 | 0.030 |
| C33 | 1.397 | 2.007 | 1.978 | 0.029 |
| C34 | 1.370 | 2.146 | 2.100 | 0.046 |
| C35 | 1.342 | 2.169 | 2.131 | 0.039 |
| C36 | 1.312 | 2.538 | 2.465 | 0.074 |
| C37 | 1.282 | 2.530 | 2.472 | 0.058 |
| C38 | 1.251 | 2.677 | 2.580 | 0.097 |
| C39 | 1.219 | 2.789 | 2.695 | 0.093 |
| C40 | 1.187 | 2.936 | 2.819 | 0.117 |
| C41 | 1.155 | 3.217 | 3.069 | 0.148 |
| C42 | 1.121 | 3.344 | 3.171 | 0.173 |
| C43 | 1.088 | 3.496 | 3.320 | 0.175 |
| C44 | 1.054 | 3.599 | 3.376 | 0.224 |
| C45 | 1.020 | 3.734 | 3.513 | 0.222 |
| C46 | 0.986 | 3.883 | 3.607 | 0.276 |
| C47 | 0.951 | 3.989 | 3.725 | 0.264 |
| C48 | 0.917 | 3.997 | 3.657 | 0.340 |
| C49 | 0.882 | 4.232 | 3.847 | 0.385 |
| C50 | 0.847 | 4.443 | 4.008 | 0.435 |
| C51 | 0.820 | 4.653 | 4.162 | 0.491 |
| C52 | 0.793 | 4.869 | 4.314 | 0.555 |

2002). 실제 사장교에 사용되는 사장 케이블인 표 8의 공진 대역이 고차모드로 밀려나는 것을 확인할 수 있다. 이러한 차이는 Stabilizing Cable을 계획하였을 때 부적절한 위치에 설치될 우려가 있음을 의미하는 것이다.

6. 결 론

사장 케이블의 동적거동 분석과 제어를 위해서는 고유진동수의 분석이 무엇보다도 중요하다. 또한 실제 발생될 여지가 높은 진동현상은 대칭 1모드와 역대칭 1모드에서 발생한다. 특히 대칭 1모드는 새그에 의한 영향이 명확하게 나타난다. 본 연구는 이러한 현상에 관심을 두고 에너지 보존원리를 이용하여 기본진동수를 선형적으로 얻어낼 수 있는 해석적인 기법을 제시하였다.

사장 케이블 자중의 현방향 성분을 무시하고 현길이를 사용한 매우 간결한 사장 케이블 시스템임에도 불구하고 Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점 까지 3% 미만의 오차를 나타낸다. 기존 연구자들의 특성점 이후 거동의 논의와는 다르게 본 연구는 사장교나 현수교에서 진동이 실제로 발생하는 영역에 대해 정확성도 높고 이해성이나 적용성이

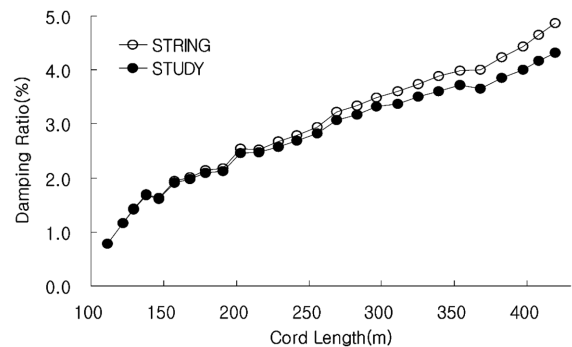


그림 8. 현길이별 요구감쇠비

높은 해석기법에 대한 논의에 관심을 두었다. 또한, 활용 예를 제시하여 사장 케이블의 진동현상 분석에서 팽팽한 스트링에 의한 결과는 실제 새그가 고려된 사장 케이블과는 다른 결과를 나타낼 수 있음을 보였다.

이와 같은 결과를 종합해 보면 사장 케이블의 동적거동은 새그효과를 고려하여 분석해야 하며 Cross-Over Point 혹은 복합모드 형성점까지는 자중의 현방향 성분이나 곡선길이의 영향이 미소함을 귀납적으로 확인할 수 있었다. 이로 인해 사장교나 현수교의 진동영역 이내에서 기본진동수를 선형적으로 얻을 수 있음을 제시하였다.

표 7. Parametric 공진대역 분포(Taut String)

| Girder f Cable N_1 | | Mode1 | Mode2 | Mode3 | Mode4 | Mode5 | Mode6 | Mode7 | Mode8 | Mode9 | Mode10 |
|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| | | 0.138 | 0.178 | 0.220 | 0.271 | 0.337 | 0.362 | 0.377 | 0.391 | 0.435 | 0.493 |
| C27 | 1.137 | 0.061 | 0.078 | 0.097 | 0.119 | 0.148 | 0.159 | 0.166 | 0.172 | 0.191 | 0.217 |
| C28 | 0.984 | 0.070 | 0.090 | 0.112 | 0.138 | 0.171 | 0.184 | 0.192 | 0.199 | 0.221 | 0.250 |
| C29 | 0.857 | 0.081 | 0.104 | 0.129 | 0.158 | 0.197 | 0.211 | 0.220 | 0.228 | 0.254 | 0.288 |
| C30 | 0.790 | 0.088 | 0.112 | 0.139 | 0.171 | 0.213 | 0.229 | 0.239 | 0.247 | 0.275 | 0.312 |
| C31 | 0.752 | 0.092 | 0.118 | 0.147 | 0.180 | 0.224 | 0.241 | 0.251 | 0.260 | 0.289 | 0.328 |
| C32 | 0.686 | 0.101 | 0.129 | 0.161 | 0.197 | 0.245 | 0.264 | 0.275 | 0.285 | 0.317 | 0.359 |
| C33 | 0.678 | 0.102 | 0.131 | 0.163 | 0.200 | 0.249 | 0.267 | 0.278 | 0.288 | 0.321 | 0.364 |
| C34 | 0.616 | 0.112 | 0.144 | 0.179 | 0.220 | 0.273 | 0.294 | 0.306 | 0.317 | 0.353 | 0.400 |
| C35 | 0.617 | 0.112 | 0.144 | 0.179 | 0.219 | 0.273 | 0.293 | 0.305 | 0.316 | 0.352 | 0.399 |
| C36 | 0.546 | 0.127 | 0.163 | 0.202 | 0.248 | 0.309 | 0.331 | 0.345 | 0.358 | 0.398 | 0.451 |
| C37 | 0.551 | 0.125 | 0.161 | 0.200 | 0.245 | 0.306 | 0.328 | 0.342 | 0.354 | 0.394 | 0.447 |
| C38 | 0.492 | 0.141 | 0.180 | 0.224 | 0.275 | 0.342 | 0.368 | 0.383 | 0.397 | 0.442 | 0.501 |
| C39 | 0.482 | 0.143 | 0.184 | 0.228 | 0.281 | 0.349 | 0.375 | 0.391 | 0.405 | 0.451 | 0.511 |
| C40 | 0.453 | 0.153 | 0.196 | 0.243 | 0.299 | 0.372 | 0.400 | 0.416 | 0.432 | 0.480 | 0.544 |
| C41 | 0.425 | 0.163 | 0.209 | 0.260 | 0.319 | 0.397 | 0.426 | 0.444 | 0.460 | 0.512 | 0.580 |
| C42 | 0.403 | 0.172 | 0.220 | 0.274 | 0.336 | 0.418 | 0.449 | 0.468 | 0.485 | 0.540 | 0.612 |
| C43 | 0.392 | 0.176 | 0.226 | 0.281 | 0.345 | 0.429 | 0.461 | 0.480 | 0.498 | 0.554 | 0.628 |
| C44 | 0.367 | 0.189 | 0.242 | 0.301 | 0.369 | 0.460 | 0.493 | 0.514 | 0.533 | 0.593 | 0.672 |
| C45 | 0.359 | 0.193 | 0.247 | 0.307 | 0.377 | 0.470 | 0.504 | 0.525 | 0.544 | 0.606 | 0.687 |
| C46 | 0.337 | 0.205 | 0.263 | 0.327 | 0.401 | 0.499 | 0.536 | 0.558 | 0.579 | 0.645 | 0.730 |
| C47 | 0.333 | 0.208 | 0.267 | 0.331 | 0.407 | 0.507 | 0.544 | 0.567 | 0.587 | 0.654 | 0.741 |
| C48 | 0.310 | 0.223 | 0.287 | 0.356 | 0.437 | 0.544 | 0.585 | 0.609 | 0.631 | 0.703 | 0.796 |
| C49 | 0.297 | 0.232 | 0.299 | 0.370 | 0.455 | 0.566 | 0.608 | 0.634 | 0.657 | 0.731 | 0.828 |
| C50 | 0.286 | 0.242 | 0.311 | 0.386 | 0.474 | 0.590 | 0.633 | 0.659 | 0.683 | 0.761 | 0.862 |
| C51 | 0.276 | 0.250 | 0.321 | 0.399 | 0.490 | 0.610 | 0.655 | 0.682 | 0.707 | 0.787 | 0.892 |
| C52 | 0.267 | 0.259 | 0.333 | 0.413 | 0.507 | 0.631 | 0.678 | 0.706 | 0.732 | 0.815 | 0.923 |

표 8. Parametric 공진대역 분포(Sagging Cable)

| Girder f Cable N_1 | | Mode1 | Mode2 | Mode3 | Mode4 | Mode5 | Mode6 | Mode7 | Mode8 | Mode9 | Mode10 |
|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| | | 0.138 | 0.178 | 0.220 | 0.271 | 0.337 | 0.362 | 0.377 | 0.391 | 0.435 | 0.493 |
| C27 | 1.137 | 0.061 | 0.078 | 0.097 | 0.119 | 0.148 | 0.159 | 0.166 | 0.172 | 0.191 | 0.217 |
| C28 | 0.985 | 0.070 | 0.090 | 0.112 | 0.137 | 0.171 | 0.184 | 0.191 | 0.198 | 0.221 | 0.250 |
| C29 | 0.859 | 0.080 | 0.103 | 0.128 | 0.158 | 0.196 | 0.211 | 0.219 | 0.227 | 0.253 | 0.287 |
| C30 | 0.793 | 0.087 | 0.112 | 0.139 | 0.171 | 0.212 | 0.228 | 0.238 | 0.246 | 0.274 | 0.311 |
| C31 | 0.756 | 0.091 | 0.117 | 0.146 | 0.179 | 0.223 | 0.239 | 0.249 | 0.258 | 0.288 | 0.326 |
| C32 | 0.693 | 0.100 | 0.128 | 0.159 | 0.195 | 0.243 | 0.261 | 0.272 | 0.282 | 0.314 | 0.356 |
| C33 | 0.683 | 0.101 | 0.130 | 0.161 | 0.198 | 0.247 | 0.265 | 0.276 | 0.286 | 0.318 | 0.361 |
| C34 | 0.625 | 0.111 | 0.142 | 0.176 | 0.217 | 0.270 | 0.290 | 0.302 | 0.313 | 0.348 | 0.395 |
| C35 | 0.624 | 0.111 | 0.142 | 0.177 | 0.217 | 0.270 | 0.290 | 0.302 | 0.313 | 0.349 | 0.395 |
| C36 | 0.557 | 0.124 | 0.160 | 0.198 | 0.243 | 0.303 | 0.325 | 0.339 | 0.351 | 0.391 | 0.443 |
| C37 | 0.560 | 0.123 | 0.159 | 0.197 | 0.242 | 0.301 | 0.323 | 0.337 | 0.349 | 0.388 | 0.440 |
| C38 | 0.505 | 0.137 | 0.176 | 0.218 | 0.268 | 0.334 | 0.359 | 0.373 | 0.387 | 0.431 | 0.488 |
| C39 | 0.494 | 0.140 | 0.180 | 0.223 | 0.274 | 0.341 | 0.366 | 0.382 | 0.396 | 0.440 | 0.499 |
| C40 | 0.466 | 0.148 | 0.191 | 0.237 | 0.291 | 0.362 | 0.388 | 0.405 | 0.419 | 0.467 | 0.529 |
| C41 | 0.439 | 0.157 | 0.202 | 0.251 | 0.308 | 0.383 | 0.412 | 0.429 | 0.444 | 0.495 | 0.561 |
| C42 | 0.419 | 0.165 | 0.212 | 0.263 | 0.323 | 0.402 | 0.432 | 0.450 | 0.466 | 0.519 | 0.588 |
| C43 | 0.408 | 0.169 | 0.218 | 0.270 | 0.332 | 0.413 | 0.443 | 0.462 | 0.479 | 0.533 | 0.604 |
| C44 | 0.385 | 0.180 | 0.231 | 0.286 | 0.351 | 0.437 | 0.470 | 0.489 | 0.507 | 0.565 | 0.640 |
| C45 | 0.376 | 0.184 | 0.236 | 0.293 | 0.360 | 0.448 | 0.481 | 0.501 | 0.519 | 0.578 | 0.655 |
| C46 | 0.358 | 0.193 | 0.248 | 0.308 | 0.378 | 0.471 | 0.506 | 0.527 | 0.546 | 0.608 | 0.689 |
| C47 | 0.351 | 0.197 | 0.253 | 0.314 | 0.385 | 0.480 | 0.515 | 0.536 | 0.556 | 0.619 | 0.701 |
| C48 | 0.333 | 0.208 | 0.267 | 0.331 | 0.407 | 0.507 | 0.544 | 0.567 | 0.587 | 0.654 | 0.741 |
| C49 | 0.322 | 0.215 | 0.276 | 0.343 | 0.421 | 0.524 | 0.562 | 0.586 | 0.607 | 0.676 | 0.766 |
| C50 | 0.311 | 0.222 | 0.285 | 0.354 | 0.435 | 0.541 | 0.581 | 0.605 | 0.627 | 0.698 | 0.791 |
| C51 | 0.303 | 0.228 | 0.293 | 0.363 | 0.446 | 0.555 | 0.596 | 0.621 | 0.644 | 0.717 | 0.812 |
| C52 | 0.296 | 0.234 | 0.300 | 0.372 | 0.457 | 0.569 | 0.611 | 0.637 | 0.660 | 0.735 | 0.833 |

감사의 글

본 연구는 건설교통부 건설교통기술연구개발사업의 연구비 지원(06건설핵심 C13)에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

안상섭, 장승필(1998) 경사 케이블의 자유 진동 특성, **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제18권 제I-5호, pp. 615-623.
이해성 외 3명(2007) **케이블의 동적해석을 위한 가상일 원리의 정식화**, 교량설계핵심기술연구단, TRS 007.
Ugural, Ansel C. and Fenster, Saul K. (1995) *Advanced Strength And Applied Elasticity*, Prentice-Hall.

CIP Recommendations on Cable Stays (2002), SETRA.
Faires, Douglas and Burden, Richard L. (1993) *Numerical Methods*, PWS Publishing Company.
Simiu, Emil and Scanlan, Robert H. (1996) *Wind Effects on Structures*, John Wiley & Sons, Inc.
Irvine, H.M. (1981) *Cable Structures*, The MIT Press.
Gimsing, Niels J. (2000) *Cable Supported Bridges*, John Wiley & Sons, Inc.
Krenk, S. and Høgsberg, J.R. (2005) *Damping of Cables by a Transverse Force*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 131, No. 10.
Technical Report on *Stay Cable Vibrations* (2005) VSL International.

(접수일: 2007.10.29/심사일: 2007.12.14/심사완료일: 2007.12.14)