

원형섬유강화 복합재료의 탄소성거동 및 점진적 손상

Elastoplastic Behavior and Progressive Damage of Circular Fiber-Reinforced Composites

이행기* · 김봉래**

Lee, Haeng Ki · Kim, Bong Rae

Abstract

The performance prediction of fiber-reinforced composites has attracted engineer's attention in many fields, and the various theoretical and numerical methods have been proposed to predict the behavior of the fiber-reinforced composites. An evolutionary damage model for progressive interfacial debonding between circular fibers and the matrix is newly incorporated into the micromechanics-based elastoplastic model proposed by Ju and Zhang (2001) in this framework. Using the proposed model, a series of numerical simulations are conducted to illustrate the elastoplastic behavior and evolutionary damage of the framework. Furthermore, the influence of the evolutionary interfacial debonding on the behavior of the composites is investigated by comparing it with the result of a stationary damage model.

Keywords : circular fiber-reinforced composite, elastoplastic behavior, evolutionary damage, micromechanics-based model

요 지

최근 섬유강화 복합재료의 특성예측은 많은 공학자들에게 관심의 대상이 되고 있으며, 섬유강화 복합재료의 특성을 예측하기 위한 다양한 이론적, 수치적 방법들이 제안되고 있다. 본 연구에서는 복합재료내 구성요소를 고려한 Ju and Zhang (2001)의 미세역학 모델을 개선하고 원형섬유와 매트릭스간의 점진적인 손상을 고려하여 원형섬유강화 복합재료의 탄소성거동 및 점진적 손상해석을 위한 미세역학 모델을 개발하였다. 제안된 해석모델을 이용하여 다양한 수치해석을 통해 원형섬유강화 복합재료의 탄소성거동 및 점진적 손상을 예측하였고 손상을 고려하지 않은 모델과의 비교를 통하여 점진적 손상이 복합재료의 탄소성거동에 미치는 영향을 검토하였다.

핵심용어 : 원형섬유강화 복합재료, 탄소성거동, 점진적 손상, 미세역학 모델

1. 서 론

섬유강화 복합재료(Fiber-reinforced composites)는 우수한 공학적 특성 때문에 여러분야에 걸쳐 다양하게 적용되고 있으며, 많은 공학자들이 섬유보강 복합재료의 특성 예측을 위한 다양한 이론적 및 수치적인 방법 등을 제안하고 있다 (Herakovich, 1998; Lee and Shin, 2004, Lee and Kim, 2007).

일반적으로 섬유강화 복합재료는 복합재료내의 섬유가 전체 복합재료의 복잡한 거동에 상당한 영향을 미치고 있기 때문에, 연속성, 등방성, 균질한 재료에 기초를 둔 기존의 연속체 역학으로는 이러한 불균질 재료의 거동을 예측하기 어려운 실정이다(Lee and Simunovic, 2000, 2001). 이에 미세역학적인 방법으로 복합재료내의 문제를 구조적으로 접근하고, 미세구조계와 전체구조계에서의 관계를 규명하기 위

해서 미세역학을 기반으로 한 모델(Micromechanics-based model)이 제안되기 시작하였다(Lee and Simunovic, 2001). 이러한 미세역학적 구조적 접근방법으로 섬유강화 복합재료의 탄성 거동 예측(Hill, 1963, 1964; Hashin, 1972; Willis, 1982; Mura, 1987; Zhao and Weng, 1999a; Netmat-Nasser and Hori, 1999; Ju and Chen, 1994a; Ju and Zhang, 1998 등) 및 탄소성 거동예측에 관한 연구(Ju and Chen, 1994b; Ju and Tseng, 1996, 1997; Ju and Lee, 2000, 2001; Ju and Sun, 2001; Ju and Zhang, 2001 등)가 많은 연구자들에 의해 수행되었다. 여러 연구를 통해 탄성 및 탄소성 거동외에 섬유강화 복합재료내에서의 점진적 손상이 복합재료 해석에 고려되어야할 중요한 현상임이 밝혀졌으며 (Groves *et al.*, 1987; Meraghni and Benaeggagh, 1995; Meraghni *et al.*, 1996; Lee and Simunovic, 2001), 이에 관한 연구 또한 활발히 진행되고 있다(Lee and Simunovic,

*정회원 · 교신저자 · 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 부교수 (E-mail : leeh@kaist.ac.kr)

**정회원 · 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 박사과정 (E-mail : bong-ida@kaist.ac.kr)

2000, 2001, 2002; Ju and Lee, 2000, 2001; Lee and Pyo, 2007a, 2007b).

Ju and Zhang(2001)의 연구에서는 원형섬유강화 복합재료의 탄소성 거동이 예측되었으나, 원형섬유강화 복합재료내 섬유와 매트릭스간의 손상이 고려되지 않았으며, 복합재료내의 섬유는 하중이력에 관계없이 매트릭스와 완전히 결합되어 있다는 가정하에 연구가 진행되었다. 이에 본 연구에서는 Ju and Zhang(2001)에 의해 연구된 원형섬유강화 복합재료 탄소성 모델을 개선하고, 복합재료내 원형섬유와 매트릭스간의 점진적인 손상을 고려함으로써, 원형섬유강화 복합재료의 탄소성 거동 및 점진적 손상이 가능한 점진적 미세역학 모델을 제안하였다. 또한 제안된 모델을 이용한 다양한 수치해석을 통해 원형섬유강화 복합재료의 점진적 손상 및 탄소성 거동을 예측하였고, 손상을 고려하지 않은 모델과의 비교를 통하여 점진적 손상이 복합재료의 탄소성거동에 미치는 영향을 검토하였다.

2. 원형섬유강화 복합재료의 탄소성 모델

2.1 개요 및 탄성 모델

Ju and Zhang(2001)에 의해 제안된 원형섬유강화 복합재료 탄소성 모델을 근간으로 점진적 손상해석을 위한 탄소성 모델을 개발하였다.

원형섬유강화 복합재료의 거동해석을 위해, 초기에 원형섬유강화 복합재료는 매트릭스와 완전히 결합된 원형섬유로 구성되어 있고, 하중이 증가함에 따라 일부의 원형섬유는 매트릭스로부터 분리되어 섬유로서의 역할을 수행하지 못하는 원형공간(void)으로 가정한다(그림 1 참조). 또한 본 연구에서 사용된 복합재료는 횡방향 거동을 예측하기위해 평면변형률 상태로 가정한다.

복합재료내 원형섬유들간의 상호작용을 고려하지 않고, Eshelby's Inclusion Theory(Eshelby, 1957)를 이용하면 원형섬유강화 복합재료의 유효 탄성계수 C^* 는 식 (1)-(3)과 같이 나타낼 수 있다(Ju and Chen, 1994a; Lee and Simunovic, 2001).

$$C^* = C_0 \cdot \{I + B \cdot (I - S \cdot B)^{-1}\} \quad (1)$$

여기서 B 는 Eshelby 텐서 S 와 A_r 에 의해 결정되는 4차 텐

서이며, 4차텐서 B 와 A_r 는 다음과 같이 표현된다.

$$B = \sum_{r=1}^n \phi_r (S + A_r)^{-1} \quad (2)$$

$$A_r = [C_r - C_0]^{-1} \cdot C_0 \quad (3)$$

여기서 아래첨자 r 은 원형섬유강화 복합재료를 구성하는 매트릭스, 완전히 결합된 원형섬유, 분리된 원형섬유의 상을 나타내고 각각 0, 1, 2로 표현되며, ϕ_r 은 각 상의 체적비를 나타낸다. 매트릭스내의 원형섬유를 위한 Eshelby 텐서 S 는 Ju and Zhang(2001)에 자세히 나타나 있다. 식 (1)-(3)을 통해 유효 평면변형률(effective plane strain) 상태에서의 체적탄성계수(κ^*)와 전단계수(μ_T^*)는 식 (4), (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\kappa^* = \kappa_0 \left[1 + \sum_{r=1}^2 \frac{4\phi_r(1-\nu_0)}{(\alpha_r + \beta_r) - 2\phi_r} \right] \quad (4)$$

$$\mu_T^* = \mu_0 \left[1 + \sum_{r=1}^2 \frac{4\phi_r(1-\nu_0)}{\beta_r - (3-4\nu_0)\phi_r} \right] \quad (5)$$

여기서, κ_0 , μ_0 , ν_0 는 각각 매트릭스(phase 0)에서의 체적탄성계수, 전단계수 및 포아송비를 말하여, 완전히 결합된 원형섬유와 분리된 원형섬유에 대한 α_r , β_r 는 각각 식 (6)-(9)와 같이 표현할 수 있다.

$$\alpha_1 = (4\nu_0 - 1) + 4(1 - \nu_0) \left(\frac{k_0}{k_1 - k_0} \frac{\mu_0}{\mu_1 - \mu_0} \right) \quad (6)$$

$$\alpha_2 = 4\nu_0 - 1 \quad (7)$$

$$\beta_1 = (3 - 4\nu_0) + 4(1 - \nu_0) \frac{\mu_0}{\mu_1 - \mu_0} \quad (8)$$

$$\beta_2 = -1 \quad (9)$$

원형섬유강화 복합재료의 유효 종방향 탄성계수(E_L^*)와 포아송비(ν_L^*) 및 횡방향 탄성계수(E_T^*)와 포아송비(ν_T^*)는 Hasin(1972) 및 Ju and Zhang(2001)에 자세히 나타나 있다.

2.2 탄소성 거동

하중이 계속 증가함에 따라 원형섬유강화 복합재료의 매트

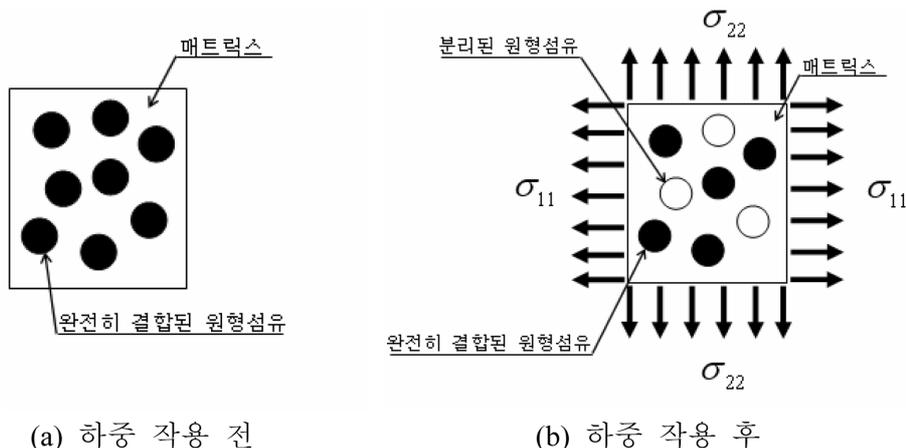


그림 1. 원형섬유강화 복합재료

릭스는 탄성영역을 벗어나 소성영역으로 진전하게 되는데, 소성영역에서의 변형을 고려하기 위해 본 연구에서는 등방성 변형 경화법칙(isotropic strain hardening law)과 von Mises 항복 조건이 사용되었다(Ju and Zhang, 2001; Lee and Simunovic, 2001). 따라서, 매트릭스내에서의 응력(σ)과 등가의 소성변형률($\bar{\epsilon}^p$)은 다음의 항복조건을 만족해야 한다 (Ju and Zhang, 2001).

$$F(\sigma, \bar{\epsilon}^p) = \sqrt{H(\sigma)} - K(\bar{\epsilon}^p) \leq 0 \quad (10)$$

여기서, $K(\bar{\epsilon}^p)$ 는 등방성 변형 경화함수, $H(\sigma) \equiv \sigma : \mathbf{I}_d : \sigma$ 는 편차응력의 크기(the square of the deviatoric stress norm), $\mathbf{I}_d \equiv \mathbf{I} - \frac{1}{3}\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}$ (Ju and Zhang, 2001)는 4차 단위텐서 \mathbf{I} 의 편차부분이며, $\mathbf{1}$ 과 \otimes 은 각각 2차 단위텐서와 2차 텐서의 곱을 의미한다.

Ju and Chen(1994b), Ju and Lee(2000) and Ju and Zhang(2001)에 따르면, 주어진 상의 구성(ϑ)에 따른 소성변형률을 구하기 위해 임의의 국부점(\mathbf{x})에서의 현재의 응력크기($H(\mathbf{x}|\vartheta)$) 및 이를 전체에 걸쳐 평균한 $\langle H \rangle_m(\mathbf{x})$ 는 각각 식 (11), (12)과 같이 표현할 수 있다.

$$H(\mathbf{x}|\vartheta) = \begin{cases} \sigma(\mathbf{x}|\vartheta) : \mathbf{I}_d : \sigma(\mathbf{x}|\vartheta) & \text{in } \mathbf{x} \text{ in the matrix} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \langle H \rangle_m(\mathbf{x}) &\equiv H^0 + \int_{\vartheta} \{H(\mathbf{x}|\vartheta) - H^0\} P(\vartheta) d\vartheta \\ &= H^0 + \int_{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_1|} \{H^{(1)} - H^0\} P(\mathbf{x}_1) d\mathbf{x}_1 + \int_{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_2|} \{H^{(2)} - H^0\} P(\mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_2 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, $P(\vartheta)$ 는 원형섬유강화 복합재료내에서 섬유와 관련된 확률밀도함수이고, $H^0, H^{(r)}$ 은 각각 무한한 RVE 상에 작용하는 응력인 원격응력의 크기(the square of the far-field stress norm)와 각 상에 대한 응력의 크기를 나타내고 자세한 내용은 Ju and Ko (2006)에 설명되었다.

Ju and Zhang(1998)이 제안한 적분식(Ju and Zhang (1998)의 Eqs. (34), (35)참조)을 적용하여, 최종적으로 원형섬유강화 복합재료내의 매트릭스에 대한 $\langle H \rangle_m(\mathbf{x})$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\langle H \rangle_m(\mathbf{x}) = \sigma^0 : \mathbf{T} : \sigma^0 \quad (13)$$

여기서, \mathbf{T} 는 4차 텐서로 다음과 같이 표현된다.

$$T_{ijkl} = T_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + T_2 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad i, j = 1, 2 \quad (14)$$

$$T_1 = \frac{1}{6} (1 - 4\nu_L^* + 4\nu_L^{*2}) + \sum_{r=1}^2 \frac{2(1-2\nu_0)^2}{(\alpha_r + \beta_r)^2} \phi_r - T_2 \quad (15)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} (10 - 16\nu_L^* + 16\nu_L^{*2}) \sum_{r=1}^2 \frac{\phi_r}{4\beta_r^2} \quad (16)$$

Ju and Chen(1994a)에 의하면, 원격응력 σ^0 와 거시응력 (macroscopic stress) $\bar{\sigma}$ 의 관계식은 식 (17)-(20)과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma^0 = \mathbf{P} : \bar{\sigma} \quad (17)$$

여기서, \mathbf{P} 는 4차 텐서로 다음과 같이 표현된다.

$$P_{ijkl} = P_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + P_2 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad i, j = 1, 2 \quad (18)$$

$$P_1 = \frac{1}{2 \left(1 + \sum_{r=1}^2 b_1^r \phi_r \right)} - P_2, \quad P_2 = \frac{1}{2 \left(1 + \sum_{r=1}^2 b_2^r \phi_r \right)} \quad (19)$$

$$b_1^2 = \frac{2(1-2\nu_0)}{\alpha_1 + \beta_1}, b_2^1 = \frac{1}{\beta_1}, b_1^1 = \frac{2(1-2\nu_0)}{\alpha_2 + \beta_2}, b_2^2 = \frac{1}{\beta_2} \quad (20)$$

식 (13)에 표현된 $\langle H \rangle_m(\mathbf{x})$ 를 식 (17)을 이용하여, 거시응력 $\bar{\sigma}$ 와의 관계로 다시 나타내면 다음과 같다.

$$\langle H \rangle_m(\mathbf{x}) = \bar{\sigma} : \bar{\mathbf{T}} : \bar{\sigma} \quad (21)$$

여기서, $\bar{\mathbf{T}}$ 는 4차 텐서로 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{T}_{ijkl} = \bar{T}_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + \bar{T}_2 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad i, j = 1, 2 \quad (22)$$

$$\bar{T}_2 = \frac{T_2}{\left(1 + \sum_{r=1}^2 b_2^r \phi_r \right)^2}, \quad \bar{T}_1 = \frac{T_1 + T_2}{\left(1 + \sum_{r=1}^2 b_1^r \phi_r \right)^2} - \bar{T}_2 \quad (23)$$

최종적으로, 원형섬유강화 복합재료에서 임의의 국부점에 대한 현재의 응력 크기 (ensemble-averaged current stress norm)는 다음과 같이 정의할 수 있다(Ju and Zhang, 2001; Lee and Simunovic, 2001; Ju and Ko, 2006).

$$\sqrt{\langle H \rangle(\mathbf{x})} = (1 - \phi_1) \sqrt{\bar{\sigma} : \bar{\mathbf{T}} : \bar{\sigma}} \quad (24)$$

따라서, 원형섬유강화 복합재료의 유효항복함수는 식 (10)으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{F} = (1 - \phi_1) \sqrt{\bar{\sigma} : \bar{\mathbf{T}} : \bar{\sigma}} - K(\bar{\epsilon}^p) \quad (25)$$

여기서 등방성 변형 경화함수 $K(\bar{\epsilon}^p)$ 는 $K(\bar{\epsilon}^p) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \bar{\sigma}_y + h(\bar{\epsilon}^p)^q \right\}$ 형태의 지수형 경화 함수가 사용되었고, h 와 q 는 원형섬유강화 복합재료의 등방성 경화매개변수들을 나타낸다(Ju and Zhang, 2001). 또한, 유효 소성변형률(the effective ensemble-averaged plastic strain rate, $\dot{\bar{\epsilon}}^p$) 및 유효 등가 소성변형률(the effective equivalent plastic strain rate, $\dot{\bar{\epsilon}}^p$)은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다(Ju and Zhang, 2001; Lee and Simunovic, 2001; Ju and Ko, 2006).

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p = \lambda \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{\sigma}} = (1 - \phi_1) \lambda \frac{\bar{\mathbf{T}} : \bar{\sigma}}{\sqrt{\bar{\sigma} : \bar{\mathbf{T}} : \bar{\sigma}}} \quad (26)$$

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p \equiv \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\bar{\epsilon}}^p : \bar{\mathbf{T}}^{-1} : \dot{\bar{\epsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} (1 - \phi_1) \lambda \quad (27)$$

여기서, λ 는 소성 매개변수(plastic consistency parameter)를 나타낸다.

3. 점진적 손상모델

원형섬유강화 복합재료에 가해지는 하중이 증가함에 따라 일부의 완전히 결합된 원형섬유는 매트릭스로부터 분리하여 섬유로서의 역할을 수행하지 못하는 공극으로 가정할 수 있다. 본 연구에서는 이러한 원형섬유와 매트릭스사이의 점진적 손상은 섬유의 응력과 Weibull 확률밀도함수에 의해 지배된다고 가정하였다(Lee et al., 2004). 따라서, 손상된 섬유의 체적비는 다음과 같이 나타낼 수 있다(Zhao and

표 1. 수치해석에 사용된 붕소섬유 강화 알루미늄 합금의 탄성물성치 및 소성변수값

탄성물성치			소성변수값			
E_0 (GPa) (알루미늄합금)	ν_0 (알루미늄합금)	E_1 (GPa) (붕소섬유)	ν_1 (붕소섬유)	σ_y (MPa)	h (MPa)	q
55.85	0.32	379.23	0.20	79.29	827.40	0.60

Weng, 1996, 1997; Ju and Lee, 2000, Lee *et al.*, 2004).

$$\phi_2 = \phi_1 \cdot P[(\bar{\sigma}_f)_1] = \phi_1 \cdot \left[1 - \exp\left\{-\left(\frac{(\bar{\sigma}_f)_1}{S_0}\right)^M\right\}\right] \quad (28)$$

여기서, $(\bar{\sigma}_f)_1$ 는 원형섬유의 내부응력으로 일축 인장하중일 경우 $(\bar{\sigma}_f)_1 = (\bar{\sigma}_{11})_1$, 이축 인장하중일 경우 $(\bar{\sigma}_f)_1 = [(\bar{\sigma}_{11})_1 + (\bar{\sigma}_{22})_1]/2$ 이다. S_0 와 M 은 각각 Weibull 함수의 Weibull 계수와 형상계수를 나타낸다. Ju and Lee(2000)에 의하면 원형섬유의 내부응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\sigma}_1 = C_1 \cdot [\mathbf{I} - \mathbf{S}(\mathbf{A}_1 + \mathbf{S})^{-1}] \cdot \left[\mathbf{I} - \sum_{r=1}^2 \phi_r \mathbf{S}(\mathbf{A} + \mathbf{S})^{-1} \right]^{-1} : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \equiv \mathbf{U} : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (29)$$

$$U_{ijkl} = U_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + U_2 (\delta_{ik} \delta_{jk} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (30)$$

$$U_1 = \lambda_1 (9 \xi_1 \xi_3 + 6 \xi_1 \xi_4 + 6 \xi_2 \xi_3 + 4 \xi_2 \xi_4) + 2 \mu_1 (3 \xi_1 \xi_3 + 2 \xi_1 \xi_4 + 2 \xi_2 \xi_3) \quad (31)$$

$$U_2 = 8 \mu_1 \xi_2 \xi_4 \quad (32)$$

여기서, λ_1 와 μ_1 는 원형섬유의 Lamé 상수이며, ξ_1, \dots, ξ_4 는 부록에 나타내었다. 일축 및 이축 인장하중하에서의 원형섬유 내부응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다(Ju and Lee, 2000).

$$(\bar{\sigma}_{11})_1 = (U_1 + 2U_2) \bar{\varepsilon}_{11} + U_1 \bar{\varepsilon}_{22} \quad (33)$$

$$(\bar{\sigma}_{22})_1 = U_1 \bar{\varepsilon}_{11} + (U_1 + 2U_2) \bar{\varepsilon}_{22} \quad (34)$$

4. 수치해석

4.1 개요

제안된 원형섬유강화 복합재료의 점진적 손상 탄소성모델을 이용하여 두가지 경우의 횡하중(일축하중, 이축하중)을 받는 평면변형률상태의 수치해석을 수행하였다. 또한, Ju and Zhang(2001)에 의해 제안된 모델과 비교함으로써 복합재료 내 섬유유 점진적 손상이 복합재료의 거동에 미치는 영향을 분석하였다. 본 연구에서는 Ju and Zhang(2001)이 붕소섬유(boron fiber)로 보강된 알루미늄 2024 합금의 실험결과(Adams, 1970; Zhao and Weng, 1990; DeBotton and Ponte Castaneda, 1993)와 비교하여 구한 최적의 소성변수값(σ_y, h, q)을 사용하여 수치해석을 수행하였다. 표 1은 해석에 사용된 매트릭스와 섬유의 탄성물성치 및 소성변수값을 보여주고 있고, 그림 2는 점진적 손상을 받는 원형섬유강화 복합재료의 탄소성거동을 해석을 위해 개발한 프로그램 순서도이다.

4.2 평면 일축 하중

x_1 축을 따라 횡방향 평면 일축 하중($\bar{\sigma}_{11} > 0, \bar{\sigma}_{33} = \nu_L^* \bar{\sigma}_{11}$, 그의 $\bar{\sigma}_{ij} = 0$)을 받는 경우 변형률 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 은 다음과 같이 나타낼

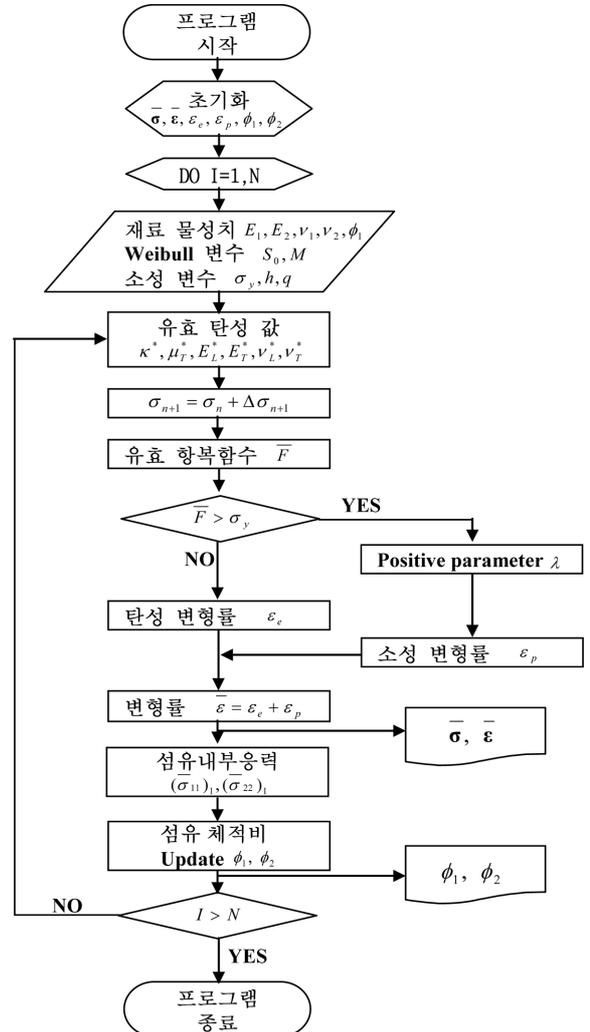


그림 2. 원형섬유강화 복합재료의 탄소성 거동해석을 위한 프로그램 순서도

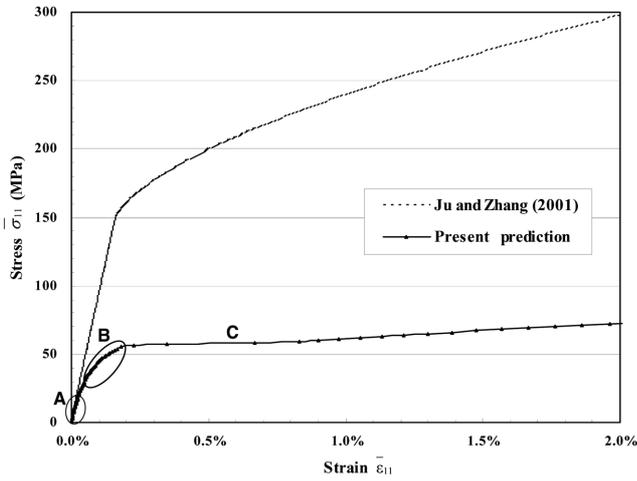
수 있다(Ju and Zhang, 2001).

$$\bar{F}(\bar{\sigma}_{11}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) = (1 - \phi_1) \sqrt{(\bar{T}_1 + 2\bar{T}_2) \bar{\sigma}_{11}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \bar{\sigma}_y + h(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p)^q \right\} \quad (35)$$

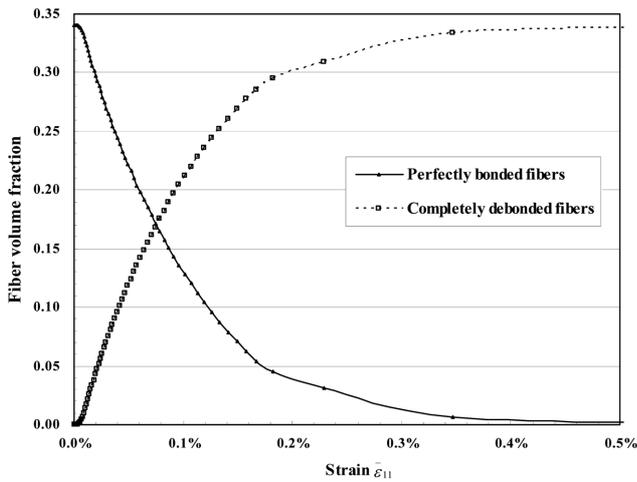
$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} E_L^* - E_T^* \nu_L^{*2} & 0 \\ 0 & -E_L^* \nu_T^* - E_T^* \nu_L^{*2} \end{bmatrix} \bar{\sigma}_{11} + (1 - \phi_1) \frac{\lambda}{\sqrt{(\bar{T}_1 + 2\bar{T}_2)}} \begin{bmatrix} \bar{T}_1 + 2\bar{T}_2 & 0 \\ 0 & \bar{T}_1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

여기서, positive parameter $\lambda (= \sum_i (\Delta \lambda)_i)$ 는 소성조건(plastic consistency condition)인 $\bar{F} = 0$ 을 만족시키는 값으로 다음과 같이 나타낼 수 있다(Ju and Zhang, 2001).

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{3}}(1 - \phi_1)} \left[\frac{(1 - \phi_1) \sqrt{\frac{3}{2}} (\bar{T}_1 + 2\bar{T}_2) \bar{\sigma}_{11} - \sigma_y}{h} \right]^{1/q} \quad (37)$$



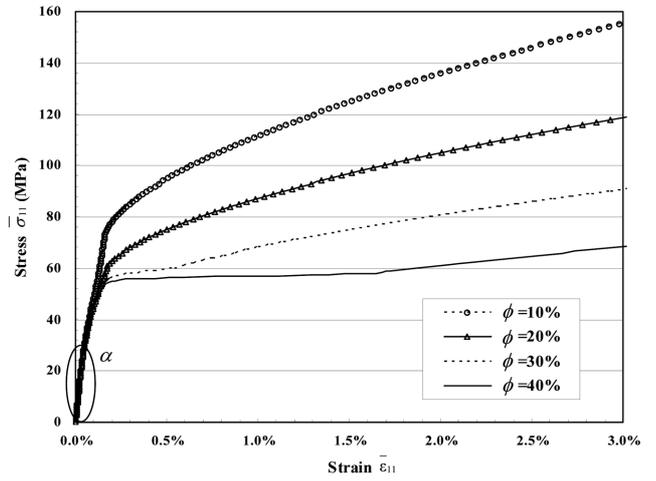
(a) 응력-변형률 곡선 ($\phi = 0.34$)



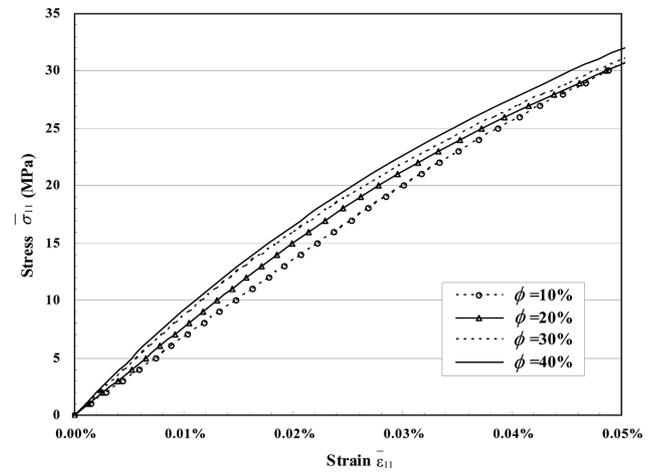
(b) 원형섬유의 체적비 변화

그림 3. 평면 이축하중 시험의 응력-변형률 곡선 및 원형섬유의 체적비 변화

본 수치해석에서는 원형섬유강화 복합재료내의 점진적인 손상을 고려하기 위한 Weibull 변수의 값은 $S_0 = 1.09 \times \sigma_y$, $M = 4.0$ 으로 가정하였다. 본 수치해석에서 얻은 응력-변형률 곡선 ($\bar{\sigma}_{11}-\bar{\epsilon}_{11}$ 곡선) 및 완전히 결합된 섬유와 완전히 분리된 섬유의 체적비 곡선을 그림 3에 나타내었다. 그림 3(a)에서 볼 수 있듯이 Majumdar and Newaz(1992)에 의해 고찰된 횡하중을 받는 복합재료에서 나타나는 3단계 응력-변형률 곡선이 나타남을 알 수 있다. 초기 A구간은 1단계로써 복합재료내의 원형섬유가 매트릭스와 완전히 결합한 상태의 선형탄성거동을 보여주며, A구간이 끝난 후 시작되는 B구간은 2단계로써 복합재료내의 원형섬유가 매트릭스와 분리되기 시작하여 복합재료가 비선형 거동을 보여주기 시작한다. 그림 3(b)의 원형섬유 체적비의 변화곡선에서는 B구간동안 매트릭스로부터 분리된 원형섬유의 함유량이 급격히 증가하기 시작한다. 마지막으로 C구간은 3단계로써 매트릭스와 원형섬유가 계속적인 분리를 하는 과정과 동시에 매트릭스가 소성변형을 시작함을 알 수 있다. 약 $\bar{\epsilon}_{11} = 0.005$ 부근에서 복합재료내의 모든 섬유들이 매트릭스와 완전히 분리됨을 알 수 있다. 그림 3(a)의 점진적 손상을 고려하지 않은 Ju and Zhang(2001)과의 비교에서 복합재료내 원형섬유의 점진적인 손상이 전체적인 복합재료 거동에 매우 큰



(a) 응력-변형률 곡선



(b) 그림 4(a)의 α 부분

그림 4. 초기 원형섬유 함유량에 따른 응력-변형률 곡선

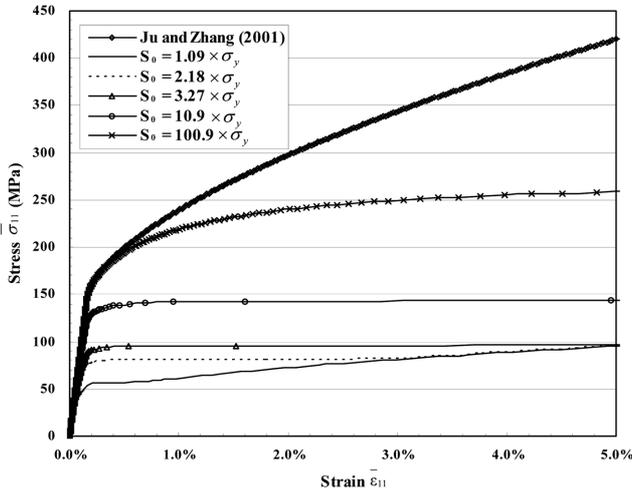
영향이 미침을 알 수 있다.

다음으로는 원형섬유강화 복합재료내의 초기 원형섬유 함유량에 따른 응력-변형률 곡선의 변화를 알아보았다(그림 4 참조). 그림 4(b)에서와 같이 초기거동에서는 초기 원형섬유의 함유량이 클수록 높은 응력값을 보이나, 그림 4(a)에서와 같이 하중이 증가함에 따라 최종거동에서는 초기 원형섬유의 함유량이 클수록 낮은 응력값을 보임을 알 수 있다. 이는 초기단계에서는 원형섬유가 매트릭스와 완전히 결합되어 하중에 저항할 수 있는 상태였으나, 하중이 증가함에 따라 매트릭스로부터 완전히 분리된 섬유의 함유량이 늘어나게 되어 전반적으로 손상된 섬유의 체적비가 초기 원형섬유의 체적비를 초과하기 때문인 것으로 판단된다.

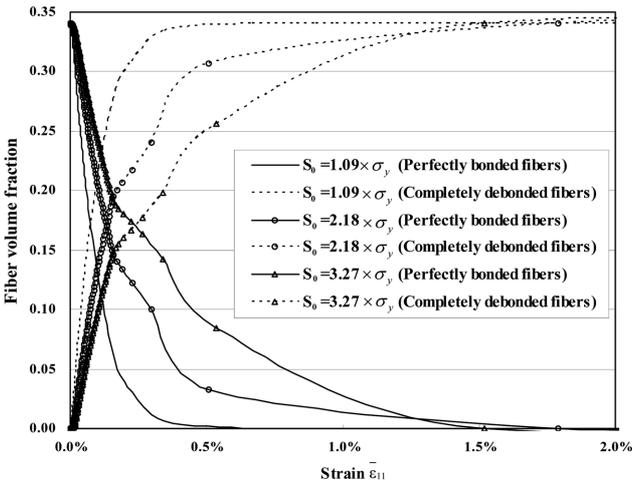
마지막으로, Weibull 계수 S_0 에 대한 매개변수시험을 수행하였고, 이로부터 얻은 응력-변형률 곡선 및 원형섬유 체적비 변화곡선은 그림 5와 같다. 그림 5(b)에서, S_0 값이 커짐에 따라 원형섬유가 매트릭스로부터 느리게 분리됨을 알 수 있고, 그림 5(a)에서와 같이 2단계 구간의 영역이 넓어지며, 더 높은 항복 응력점을 가짐을 알 수 있다.

4.3 평면 이축하중

횡방향 평면 이축하중 ($\bar{\sigma}_{11} > 0, \bar{\sigma}_{22} = R\bar{\sigma}_{11}, \bar{\sigma}_{33} = \nu_1^*(\bar{\sigma}_{11} + \bar{\sigma}_{22})$, 그외 $\bar{\sigma}_{ij} = 0$)을 받는 경우 변형률 $\bar{\epsilon}$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다(Ju and Zhang, 2001).



(a) 응력-변형률 곡선 ($\phi = 0.34, M = 4.0$)



(b) 원형섬유의 체적비 변화

그림 5. Weibull 계수 S_0 에 따른 응력-변형률 곡선 및 원형섬유의 체적비 변화

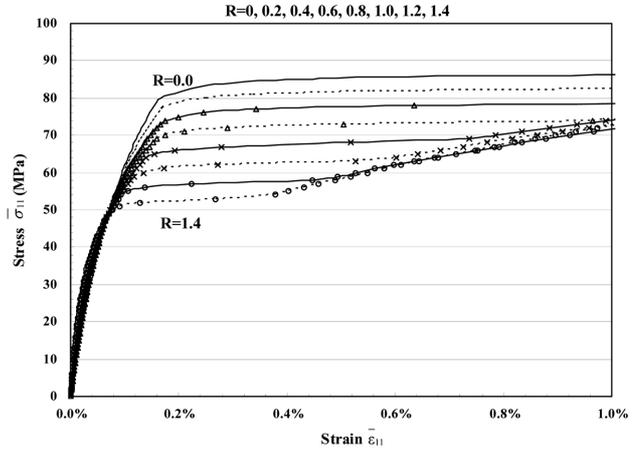
$$\frac{\bar{\sigma}}{\varepsilon} = \begin{bmatrix} E_L^*(1 - \nu_T^*R) - E_T^* \nu_L^{*2}(1+R) & 0 \\ 0 & (R - \nu_T^*)E_L^* - E_T^* \nu_L^{*2}(1+R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{11} \\ E_T^* E_L^* \end{bmatrix} + (1 - \phi_1) \frac{\lambda}{\Phi(R)} \begin{bmatrix} (1+R) + 2\bar{T}_2 & 0 \\ 0 & (1+R)\bar{T}_1 + 2R\bar{T}_2 \end{bmatrix} \quad (38)$$

여기서, positive parameter λ 및 $\Phi(R)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

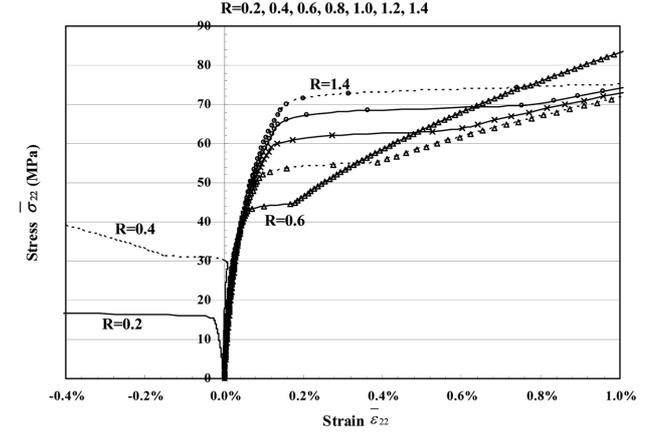
$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{3}(1 - \phi_1)}} \left[\frac{\sqrt{\frac{3}{2}}(1 - \phi_1)\Phi(R)\sigma_{11} - \sigma_y}{h} \right] \quad (39)$$

$$\Phi(R) = \sqrt{\bar{T}_1(1+R)^2 + 2\bar{T}_2(1+R^2)} \quad (40)$$

앞의 평면 이축하중해석에 적용된 Weibull 변수($S_0 = 1.09 \times \sigma_y, M = 4.0$)를 사용하여, 응력비 R 의 변화에 따른 평면 이축하중에 대한 수치해석을 수행하였으며, 그림 6은 수치해석 결과 얻은 응력-변형률 곡선($\bar{\sigma}_{11} - \bar{\varepsilon}_{11}$ 곡선 및 $\bar{\sigma}_{22} - \bar{\varepsilon}_{22}$ 곡선)이다. 그림 6(a)에서 응력비 R 이 0에서 1.4까지 증가함에 따라 매트릭스와 섬유간의 분리가 빨라짐을 알 수 있으며, 그림 6(b)에서, $R = 0.2, 0.4$ 에서는 음의 변형률값을 가지나



(a) 응력-변형률 곡선 ($\bar{\sigma}_{11} - \bar{\varepsilon}_{11}$)



(b) 응력-변형률 곡선 ($\bar{\sigma}_{22} - \bar{\varepsilon}_{22}$)

그림 6. 평면 이축하중 시험의 응력-변형률 곡선

$R = 0.6 \sim 1.4$ 의 경우에는 양의 변형률값을 가짐을 알 수 있다. 이는 R 값이 커짐에 따라 복합재료의 거동에 미치는 $\bar{\sigma}_{22}$ 에 의한 영향이 $\bar{\sigma}_{11}$ 에 비해 커지기 때문이다.

4.4 실험데이터와의 비교분석

앞에서는 원형섬유강화 복합재료의 탄소성 거동 및 점진적 손상 해석을 위한 수치해석을 통하여, 관련 손상 변수들에 대한 탄소성 거동이 평가되었고, 이 절에서는 관련된 실험치와의 비교를 통하여 본 연구의 해석모델의 타당성을 검토하고자 한다.

해석모델의 비교 실험값으로 Li and Wisnom(1996)에 의해 인용된 Sun *et al.*(1990)과 Nimmer *et al.*(1991)의 실험 데이터를 사용하였다. 사용된 재료는 SCS-6 섬유로 보강된 Ti-6-4V 매트릭스 복합재료로서, 관련 재료 물성치는 다음과 같다(Li and Wisnom, 1996; Sun *et al.*, 1990): $E_0 = 109.0$ GPa, $\nu_0 = 0.34$, $E_1 = 427.6$ GPa, $\nu_1 = 0.25$, $\sigma_y = 931.0$ MPa.

손상 변수값 및 소성 변수값을 결정하기 위해 우선 Sun *et al.*(1990)에 의해 수행된 실험데이터(섬유함유량 = 40%)가 수치해석과 비교되었고, 많은 시행착오를 통해 적절한 변수값을 구하였으며, 다음과 같이 나타낼 수 있다: $S_0 = 0.5 \times \sigma_y$, $M = 6.0$, $h = 627.4$ MPa, $q = 0.6$. Sun *et al.*(1990)의 실험 데이터와 비교된 수치해석 결과는 그림 7에 나타나 있다.

해석모델의 타당성을 검증하기 위해서 앞서 구해진 변수값을 이용하여, Nimmer *et al.*(1991)의 실험데이터(섬유함유량

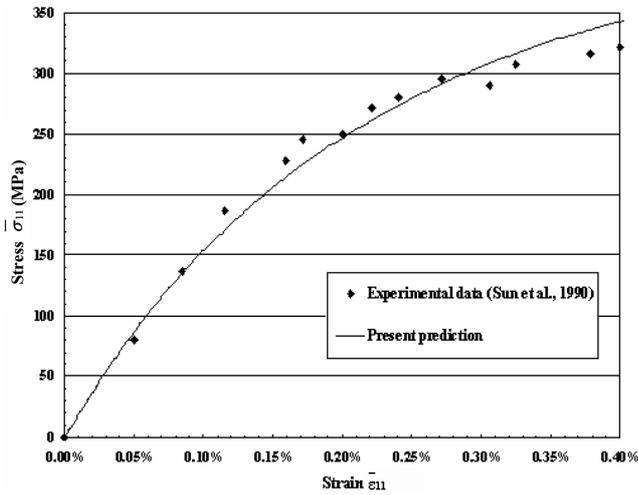
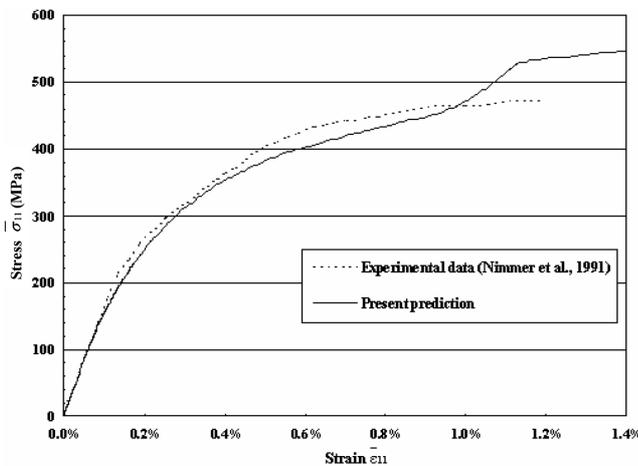
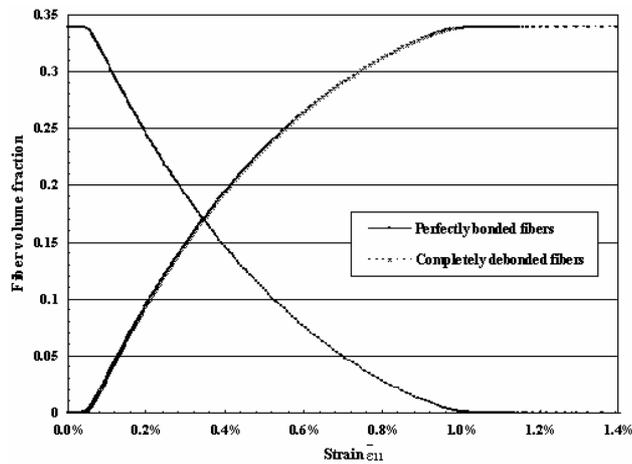


그림 7. 현재의 예측 모델과 실험데이터(Sun et al., 1990)와의 비교 분석 곡선



(a) 응력-변형률 곡선 ($\bar{\sigma}_{11} - \bar{\epsilon}_{11}$)



(b) 원형섬유의 체적비 변화

그림 8. 현재의 예측 모델과 실험데이터(Sun et al., 1990)와의 비교 분석 곡선

=34%)와 비교하였다. 실험데이터와 비교된 수치해석의 결과 및 이에 대응하는 섬유체적 변화 곡선이 그림 8에 나타나 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 원형섬유강화 복합재료의 탄소성 거동 및

점진적 손상 해석을 위한 미세역학모델을 제안하였고 제안된 모델을 이용하여 평면 일축하중 및 이축하중에 대한 수치해석을 수행하였으며, Ju and Zhang(2001) 모델에 의한 수치해석 결과와의 비교를 통해 제안된 해석모델의 특성을 고찰하였다. 또한, 점진적 손상을 예측함으로써 점진적 손상이 복합재료의 탄소성거동에 미치는 영향을 체계적으로 검토하였고 관련된 실험치와의 비교를 통하여 제안된 해석모델의 타당성을 검토하였다. 본 수치해석을 통해 얻은 결과를 정리하면 다음과 같다.

1. 탄소성거동 해석결과 횡하중을 받는 원형섬유강화 복합재료에서는 다음의 3단계 응력-변형률 곡선이 나타남을 알 수 있다.

1단계: 복합재료내의 원형섬유가 매트릭스와 완전히 결합한 선형탄성 거동 단계

2단계: 복합재료내의 원형섬유가 매트릭스와 분리되기 시작하여 복합재료가 비선형 거동을 보이는 단계

3단계: 복합재료내의 매트릭스와 원형섬유가 계속적인 분리를 하는 과정과 동시에 매트릭스의 소성변형이 시작되는 단계

2. 초기 원형섬유 함유량에 따른 응력-변형률 곡선으로부터 초기거동에서는 초기 원형섬유의 함유량이 클수록 높은 응력값을 보이나 하중이 증가함에 따라 최종거동에서는 초기 원형섬유의 함유량이 클수록 낮은 응력값을 보임을 알 수 있다. 이는 초기에는 원형섬유가 매트릭스와 완전히 결합되어 하중에 저항할 수 있는 상태였으나, 하중이 증가함에 따라 매트릭스로부터 완전히 분리된 섬유의 함유량이 늘어나게 되어 전반적으로 손상된 섬유의 체적비가 초기 원형섬유의 체적비를 초과하기 때문인 것으로 판단된다.

3. Weibull 계수 S_0 값이 커짐에 따라 원형섬유가 매트릭스로부터 분리되려는 현상이 느려지기 때문에 응력-변형률 곡선 3단계 중 2단계 구간의 영역이 넓어지고, 더 높은 항복 응력점을 가짐을 알 수 있다.

4. 응력비 R 이 증가할수록 매트릭스와 섬유와의 점진적인 손상의 속도가 빨라지고, 2축 방향 응력($\bar{\sigma}_{22}$)에 의한 영향이 1축 방향 응력($\bar{\sigma}_{11}$)에 의한 영향에 비해 커짐을 알 수 있다.

5. 점진적 손상을 고려하지 않은 Ju and Zhang(2001)과의 비교를 통해 복합재료내 원형섬유의 점진적인 손상이 전체적인 복합재료 거동에 매우 큰 영향이 미침을 알 수 있다.

참고문헌

- Adams, D.F. (1970) Inelastic analysis of a unidirectional composite subjected to transverse normal loading, *Journal of Composite Materials*, Vol. 4, pp. 310-328.
- DeBotton, G. and Ponte Castaneda, P. (1993) Elastoplastic constitutive relations for fiber-reinforced solids, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 30, pp. 1865-1890.
- Eshelby, J.D. (1957) The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, *Proceedings of the Royal Society in London A*, Vol. 241, pp. 376-396.
- Groves, S.E., Harris, C.E., Highsmith, A.L., Allen, D.H., and Norvell, R.G. (1987) An experimental and analytical treatment of

- matrix cracking in cross-ply laminates, *Experimental Mechanics*, Vol. 27, pp. 73-79.
- Hashin, Z. (1972) *Theory of fiber reinforced materials*, NASA, CR-1974.
- Herakovich, C.T. (1998) *Mechanics of fibrous composites*, John Wiley and Sons, New York.
- Hill, R. (1963) Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 11, pp. 357-372.
- Hill, R. (1964) Theory of mechanical properties of fiber-strengthened materials: I. Elastic behavior, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 12, pp. 199-213.
- Ju, J.W. and Chen, T.M. (1994a) Micromechanics and effective moduli of elastic composites containing randomly dispersed ellipsoidal inhomogeneities, *Acta Mechanica*, Vol. 103, pp. 103-121.
- Ju, J.W. and Chen, T.M. (1994b) Micromechanics and effective elastoplastic behavior of two-phase metal matrix composites, *ASME, Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 116, pp. 310-318.
- Ju, J.W. and Ko, Y.F. (2006) Micromechanical elastoplastic damage modeling of progressive interfacial arc debonding for fiber reinforced composites, *International Journal of Damage Mechanics*, submitted for publication.
- Ju, J.W. and Lee, H.K. (2000) A micromechanical damage model for effective elastoplastic behavior of ductile matrix composites considering evolutionary complete particle debonding, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 183, No. 3-4, pp. 201-222.
- Ju, J.W. and Lee, H.K. (2001) Micromechanical damage model for effective elastoplastic behavior of partially debonded ductile matrix composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, No. 36-37, pp. 6307-6332.
- Ju, J.W. and Sun, L.Z. (2001) Effective elastoplastic behavior of metal matrix composites containing randomly located aligned spheroidal inhomogeneities. Part I: micromechanics-based formulation, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, pp. 183-201.
- Ju, J.W. and Tseng, K.H. (1996) Effective elastoplastic behavior of two-phase ductile matrix composites: a micromechanical framework, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 33, pp. 4267-4291.
- Ju, J.W. and Tseng, K.H. (1997) Effective elastoplastic algorithms for ductile matrix composites, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 123, pp. 260-266.
- Ju, J.W. and Zhang, X.D. (1998) Micromechanics and effective transverse elastic moduli of composites with randomly located aligned circular fiber, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 35, pp. 941-960.
- Ju, J.W. and Zhang, X.D. (2001) Effective elastoplastic behavior of ductile matrix composites containing randomly located aligned circular fibers, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, pp. 4045-4069.
- Li, D.S. and Wisnom, M.R. (1996) Micromechanical modeling of SCS-6 fiber reinforced Ti-6Al-4V under transverse tension-Effect of fibre coating, *Journal of Composite Materials*, Vol. 30, No. 5, pp. 561-588.
- Lee, H.K. and Kim, B.R. (2007) Numerical characterization of compressive response and damage evolution in laminated plates containing a cutout, *Composite Science and Technology*, Vol. 67, No. 11-12, pp. 2221-2230.
- Lee, H.K. and Pyo, S.H. (2007a) Micromechanics-based elastic damage modeling of particulate composites with weakened interfaces, *International Journal of Solids and Structures*, in press.
- Lee, H.K. and Pyo, S.H. (2007b) Multi-level modeling of effective elastic behavior and progressive weakened interface in particulate composites, *Composites Science and Technology*, in press.
- Lee, H.K. and Shin, D.K. (2004) A computational investigation of crack evolution and interactions of microcracks and particles in particle-reinforced brittle composites, *Composite Structures*, Vol. 64, pp. 419-431.
- Lee, H.K. and Simunovic, S. (2000) Modeling of progressive damage in aligned and randomly oriented discontinuous fiber polymer matrix composites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 31, pp. 77-86.
- Lee, H.K. and Simunovic, S. (2001) A damaged constitutive model of progressive debonding in aligned discontinuous fiber composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, pp. 875-895.
- Lee, H.K. and Simunovic, S. (2002) A damage mechanics model of crack-weakened, chopped fiber composites under impact loading, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 33, No. 1, pp. 25-34.
- Lee, H.K., Simunovic, S. and Shin, D.K. (2004) A computational approach for prediction of the damage evolution and crushing behavior of chopped random fiber composites, *Computational Materials Science*, Vol. 29, pp. 459-474.
- Majumdar, B.S. and Newaz, G.M. (1992) Inelastic deformation of metal matrix composites: plasticity and damage mechanisms, *Philosophical Magazine*, Vol. A 66, No. 2, pp. 187-212. (see also NASA CR-189095)
- Meraghni, F. and Benzeggagh, M.L. (1995) Micromechanical modeling of matrix degradation in randomly discontinuous-fibre composites, *Composite Science and Technology*, Vol. 55, pp. 171-186.
- Meraghni, F., Blakeman, C.J., and Benzeggagh, M.L. (1996) Effect of interfacial decohesion on stiffness reduction in a random discontinuous-fibre composite containing matrix microcracks, *Composite Science and Technology*, Vol. 56, pp. 541-555.
- Mura, T. (1987) *Micromechanics of defects in solids*, 2nd ed., Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht.
- Nemat-Nasser, S. and Hori, M. (1999) *Micromechanics: Overall properties of heterogeneous materials*, 2nd ed., Elsevier Science Publishers.
- Nimmer, R.P., Bankert, R.J., Russell, E.S., Smith, G.A. and Wright, P.K. (1991) Micromechanical modeling of fibre/matrix interface effects in transversely loaded SiC/Ti-6-4 metal matrix composites, *Journal of Composite Technology and Research*, Vol. 13, pp. 3-13.
- Sun, C.T., Chen, F.J.L., Sha, G.T. and Koop, W.E. (1990). Mechanical characterization of SCS-6/Ti-6-4 metal matrix composites, *Journal of Composite Materials*, Vol. 24, pp. 1029-1059.
- Wills, J.R. (1982) *Elasticity theory of composites*, In: Hopkins, H.G. and Sewell, M.J. (Eds) *Mechanics of Solids*, the Rodney Hill 60th Anniversary Volume, Pergamon Press, New York, pp. 653-686.
- Zhao, Y.H. and Weng, G.J. (1990a) Effective elastic moduli of ribbon-reinforced composites, *ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 158-167.
- Zhao, Y.H. and Weng, G.J. (1990b). *Theory of plasticity for a class of inclusion and fiber-reinforced composites*, In: Weng, G.J., Taya, M., and Abe, H. (Eds.) *Micromechanics and Inhomogeneity*, Springer, New York, pp. 599-622.
- Zhao, Y.H. and Weng, G.J. (1996) Plasticity of a two-phase composite with partially debonded inclusions, *International Journal of Plasticity*, Vol. 12, pp. 781-804.
- Zhao, Y.H. and Weng, G.J. (1997) Transversely isotropic moduli of two partially debonded composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, pp. 493-507.

(접수일: 2007.9.21/심사일: 2007.11.30/심사완료일 : 2007.12.28)

부 록

식 (31), (32)의 ξ_1, \dots, ξ_4 는 다음과 같다.

$$\xi_1 = \frac{\psi_1}{2\psi_2(3\psi_1 + 2\psi_2)}$$

$$\xi_2 = \frac{1}{4\psi_2}$$

$$\xi_3 = \frac{3(3\alpha_r + \beta_r - 4\nu_0\alpha_r - 4\nu_0\beta_r)}{\beta_r(3\alpha_r + 2\beta_r)}$$

$$\xi_4 = \frac{1}{2} - \frac{3(3-4\nu_0)}{2\beta_r}$$

with

$$\psi_1 = 3 \sum_{r=1}^2 \phi_r \left[\frac{3\alpha_r + \beta_r - 4\nu_0\alpha_r - 4\nu_0\beta_r}{\beta_r(3\alpha_r + 2\beta_r)} \right]$$

$$\psi_2 = \frac{1}{2} - 3 \sum_{r=1}^2 \phi_r \frac{(3-4\nu_0)}{2\beta_r}$$