

KTX용 2경간 연속교량의 동적거동 및 공진감소

Dynamic Behavior and Resonance Reduction of Two-Span Continuous Bridges for Korean Train eXpress

오주원*

Oh, Juwon

Abstract

Dynamic behaviors of the two-span continuous bridge which is one of prototypes on Gyoung-Bu high-speed railway are analyzed and some methods for reducing the resonance of the bridge are proposed. The bridge is modeled as a two-span continuous beam and the load is a vehicle of TGV-K (2p+18T) with length of 380.15 meter traveling on the railway bridge at some constant velocity. The equations governing the dynamic behaviors of the bridge are partial differential equations produced by using a system with distributed mass and elasticity. The analysis of the governing equations is performed by the mode superposition method which has modal coordinates solved by Duhamel's integral. Without considering the train velocity the dynamic responses can be greatly reduced at some special lengths of bridge. It is different from the results of simple bridges researched so far. When the dynamic responses increase rapidly to make a resonance phenomenon depending on the train velocities, the several methods are proposed to deduce the resonance.

Keywords : two-span continuous bridge, high-speed railway, vehicle of TGV-K, mode superposition method, resonance reduction

요 지

본 연구에서는 경부고속철도상의 대표적인 교량인 2경간 연속보 형태의 고속철도 교량에 대하여 동적거동을 해석하고 공진발생의 감소방안들을 제시하였다. 하중은 한국형 고속철도하중인 총길이 380.15 m의 TGV-K 열차(2P+18T)가 일정한 속도로 이동하는 것으로 하였다. 동적거동을 모사하는 지배방정식은 질량과 강성이 분포된 연속계에서 만들어진 편미분방정식을 이용하여 구하였으며 Duhamel 적분을 이용한 모달계수의 처리를 수반하는 모드중첩법을 이용하여 동적해석을 수행하였다. 열차의 주행속도에 관계없이 동적거동을 급격히 감소시킬 수 있는 시간장이 존재하였으며 지금까지 연구된 단순보 형태의 교량에서 분석된 결과와는 달랐다. 열차의 주행속도에 의존하여 동적응답이 급격히 증가되어 공진현상을 일으키는 경우에도 공진을 감소시킬 수 있는 여러 방안들을 제시하였다.

핵심용어 : 2경간연속교량, 고속철도, TGV-K 열차, 모드중첩법, 공진감소

1. 서 론

경부고속철도는 고속으로 운행하는 특성상 교량이 부담하는 길이가 전체의 약30%를 차지한다. 이러한 고속철도 교량을 통과하는 차량하중은 상대적으로 클 뿐 아니라 연속적이고 주기적이므로 교량의 상부구조에 대한 동적거동을 파악하여 설계에 반영하는 것이 필요하다. 특히 일반 철도교에 비해서 차량의 진행속도가 220-380 km/hr 의 고속으로 주행하는 경우에는 공진현상을 일으킬 가능성이 크기 때문에 더욱 그러하다. 뿐 만 아니라 고속철도교량은 교량의 구조안전성과 더불어 차량의 고속주행으로 인한 교량의 최대 수직처짐, 수직방향 최대 진동가속도, 교대에서 최대 회전변위 등에 대한 사용성의 한계상태가 지배적인 설계조건이 되고 있

어 동적해석은 필수적이다.

도로교의 경우에는 작용하는 차량하중들의 종류와 크기가 다양하여 동적해석을 위한 하중모델의 정의가 쉽지 않지만, 철도교의 경우 차량하중군은 매우 균일하고 연속적으로 반복되는 주기성을 띠고 있기 때문에 하중간격과 경간장에 따른 진동문제를 다루는 연구가 활발하게 진행되었다. 고속철도교량의 진동문제는 구조안전성과 더불어 최대 수직처짐, 최대 수직방향 가속도, 단부의 최대 회전각 등에 대한 제한사항을 검토하는 것이며 이러한 사항들은 교량의 고유진동수와 철도차량의 속도에 따르는 유효타격간격의 가진 진동수가 일치되어 교량이 공진현상을 일으킬 때 주로 문제가 된다. 따라서 설계시 공진효과를 감소시킬 수 있는 많은 연구가 진행되어왔다. Yang 등은 이동집중하중과 단

*정회원 · 한남대학교 공과대학 토목환경공학과 교수 (E-mail : ohjw@hnu.kr)

순보에 대한 이론 연구와 하중간격과 경간장에 따른 연구를 통해 공진과 진동의 소멸에 대한 해를 구하였다(Yang 등, 1997). 장 등은 고속열차하중이 지나는 강합성형 철도 교의 진동문제를 다루면서 최소의 고유진동수를 일정치 이상으로 유지시켜 공진현상을 감소시키려는 시도를 하였으며(장승필 등, 1998) 안 등은 교량의 경간장과 동적하중감소효과의 관련성을 이용하여 공진을 감소시킬 수 있는 방법을 제시하였다(안예준 등, 2000). 또 곽 등은 경부고속철도가 주행하는 경우에 콘크리트 상자형 교량의 동적거동을 파악하기 위해 실험 및 이론적 연구를 수행하였으며 위험속도 부근에서 공진현상을 확인하였다(곽종원 등, 2003). 김 등은 기존선을 운행하는 새마을호, 무궁화호, 화물열차에 대하여 공진발생을 피할 수 있는 최적지간을 제시하였으며(김성일 등, 2005), 오 등은 TMD를 이용한 고속철도 교량의 진동감소를 시도하였다(오중환 등, 2005). 최 등은 고속철도 교량구간에 KTX차량이 주행할 경우 큰 단면에서 과도한 국부진동을 지배하는 가속도응답을 줄이기 위한 진동저감 방법을 연구하였다(최은석 등, 2006). 지금까지의 연구들에서 동적하중감소효과를 이용한 공진발생을 피할 수 있는 연구들은 대부분 단순보 형태의 교량에 적용된 결과들을 이용하고 있다. 그러나 경부고속철도상의 교량구성 대부분이 2@40 m 또는 3@25 m의 PSC 박스거더 교량으로 되어있어 단순보 형태의 교량에 대한 결과를 2경간 이상의 연속교 형태의 교량에 직접 이용하는 것은 문제가 있다.

본 연구에서는 경부고속철도상의 대표적인 교량인 2경간 연속보 형태의 상부구조를 가진 교량에 대하여 동적거동을 해석하고 공진발생의 감소문제를 다룬다. 하중은 한국형 고속철도하중인 총길이 380.15 m의 TGV-K 열차하중(2P+18T)을 일정한 속도로 진행하는 수직방향 축하중 들의 조합으로 적용하였다. 동적해석을 위한 지배방정식은 질량과 강성에 대한 연속계에서 만들어진 편미분방정식을 유도하여 보다 엄밀한 해를 구하도록 하였다. 열차의 속도에 관계없이 동적하중의 감소효과를 이용한 공진의 감소현상을 분석하였으며 지금까지의 단순보형태 교량에서 분석된 결과와는 다름을 알았다. 교량의 공진현상을 유발하는 위험속도와 부 위험속도 및 최대속도에 따른 진동문제를 관찰하였다. 동적거동은 수직하중을 받고 있는 휨 교량의 수직방향 진동만을 고려하였으며 공진현상을 피하기 위해 첫 번째 고유진동수와 두 번째 고유진동수에서 나타나는 각각의 위험속도가 주행속도 구간을 벗어날 수 있도록 경간장을 결정하는 식들을 구하였다. 또한 실제 경부고속철도에 많이 적용되어 있는 2@40 m 교량의 진동문제를 분석하였다.

2. 동적해석

2경간 연속보 형태의 상부구조를 가진 교량의 경우 보다 엄밀한 해를 얻기 위해 단위길이 당 질량과 강성이 일정하게 분포되어 있고 2경간 연속인 Euler-Bernoulli 보를 대상으로 한다. 외력을 받고 있는 휨 교량의 수직방향진동을 지배하는 운동방정식은 단면이 일정하고 감쇠를 고려하지 않은 경우에 다음 식 (1)과 같다.

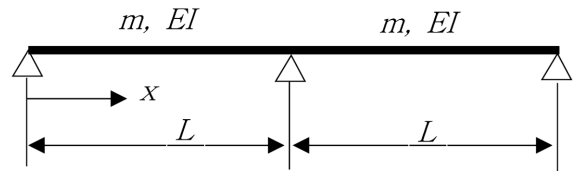


그림 1. 2경간 연속교량 모델

$$m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} = P(x,t) \quad (1)$$

여기서, m 은 단위길이 당 질량, E 는 탄성계수, I 는 단면2차모멘트, $u(x,t)$ 는 보의 수직변위, $P(x,t)$ 는 외부에서 작용하는 수직하중이다.

식 (1)에 대한 자유진동해석을 수행하여 고유진동수 ω 와 진동모드 $\Phi(x)$ 를 구하면 다음 식 (2), 식 (3)과 같다.

$$\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (2)$$

$$\phi(x) = C_1 \sin(\beta x) + C_2 \cos(\beta x) + C_3 \sinh(\beta x) + C_4 \cosh(\beta x) \quad (3)$$

여기서, C_1, C_2, C_3, C_4 는 보의 진동모드를 결정하는 상수로서 경계조건을 이용하여 구하게 된다.

본 논문에서 다루는 2경간 연속교량의 상부구조는 그림 1과 같이 좌우대칭인 2경간 연속보로 모델링한다. 3개의 각 지점에 대하여 처짐, 회전각, 전단력 및 휨모멘트들에 대한 경계조건을 식 (2)와 식 (3)에 대입하고 정리하면 다음 식 (4) 및 식 (5)와 같다.

$\beta L = n\pi$ 일 때는 첫 번째 진동모드로서

$$\Phi_{n1}(x) = \sin(\beta x), \quad 0 \leq x \leq L \quad (4)$$

$$\Phi_{n2}(x) = -\sin(\beta(2L-x)), \quad L \leq x \leq 2L$$

$$w_n = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

$\beta L = (n+0.25)\pi$ 일 때는 두 번째 진동모드로서

$$\Phi_{n1}(x) = \sin(\beta x) - \frac{\sin(\beta L)}{\sinh(\beta L)} \sinh(\beta x), \quad 0 \leq x \leq L$$

$$\Phi_{n2}(x) = \sin(\beta(2L-x)) - \frac{\sin(\beta L)}{\sinh(\beta L)} \sinh(\beta(2L-x)), \quad L \leq x \leq 2L$$

$$w_n = \left(\frac{(n+0.25)\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (5)$$

그림 2와 같은 TGV-K 열차하중을 받는 경우에 모달해석에서 교량의 수직변위는 다음 식 (6)과 같다.

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(x) q_n(t) \quad (6)$$

여기서, $q_n(t)$ 는 시간함수인 모달계수로서, 댐핑을 고려한 $q_n(t)$ 는 다음 식 (7) 또는 식 (8)로부터 구한다.

$$M_n \ddot{q}_n(t) + C_n \dot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = P_n(t) \quad (7)$$

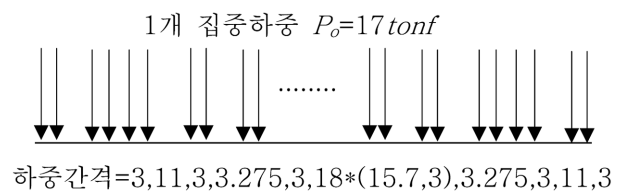


그림 2. TGV-K 열차하중

$$\text{또는 } \ddot{q}_n(t) + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } M_n &= \int_0^L m \phi_n^2(x) dx \\ C_n &= 2\xi_n \omega_n M_n \\ K_n &= \omega_n^2 M_n \\ P_n &= \int_0^L P_{(x,t)} \phi_n(x) dx \end{aligned} \quad (9)$$

식 (8)에서 $q_n(t)$ 를 구하기 위하여 Duhamel 적분식을 사용하면 다음 식 (10)과 같다.

$$q_n(t) = \frac{1}{M_n \omega_D} \int_0^t P_n(\tau) \sin(\omega_D(t-\tau)) \exp(-\xi_n \omega_n(t-\tau)) d\tau$$

여기서, $\omega_D = \omega_n \sqrt{1-\xi_n^2}$

2경간 연속보의 경우에는 단순보와는 달리 M_n 과 P_n 을 구할 때 최소 2개의 진동모드에 대하여 고려하여야 한다.

$\beta L = n\pi$ 인 첫 번째 진동모드에 대하여 구하면,

$$M_n = \int_0^L m \phi_n^2(x) dx = \frac{1}{2} mL \quad (11)$$

$$\begin{aligned} P_n(t) &= \sum_{n=1}^r P_o \delta(x-s_i) \phi_n(d) dx, r=46 = P_o \sum_{n=1}^r \sin(\beta s_i), 0 \leq s_i \leq L \\ &= -P_o \sum_{n=1}^r \sin(\beta(2L-s_i)), L \leq s_i \leq 2L \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, P_o 는 집중하중의 크기로 17 tonf이며 $\delta(x-s_i)$ 는 Dirac delta function이다. 또 r 은 TGV-K 축하중의 총 개수로 46개이며 s_i 는 시간 t 에서 i 번째 하중이 위치하는 교량위의 거리이다. 첫 번째 하중으로부터 뒤로 d_i 거리에 있는 i 번째 하중이 속도 v 로 이동하고 있다면,

$$s_i = vt - d_i, i = 1, 2, \dots, 46 \quad (13)$$

가 된다.

$\beta L = (n+0.25)\pi$ 인 두 번째 진동모드에 대하여 구하면,

$$M_n = b_n mL \quad (14)$$

$$\begin{aligned} b_n &= \left(\frac{1}{2} \frac{\sin(2\beta L)}{4\beta L} \right) + a^2 \left(\frac{\sinh(2\beta L)}{4\beta L} - \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{a}{\beta L} \right) \\ &(\sin(\beta L) \cosh(\beta L) - \cos(\beta L) \sinh(\beta L)) \end{aligned}$$

$$a = \frac{\sin(\beta L)}{\sinh(\beta L)}$$

$$\begin{aligned} P_n(t) &= \sum_{n=1}^r P_o \delta(x-s_i) \phi_n(x) dx, r=46 \\ &= P_o \sum_{n=1}^r (\sin(\beta s_i) - (a) \sinh(\beta s_i)), 0 \leq s_i \leq L \\ &= P_o \sum_{n=1}^r (\sin(\beta(2L-s_i)) - (a) \sinh(\beta(2L-s_i))), L \leq s_i \leq 2L \end{aligned} \quad (15)$$

식 (11)~식 (15)를 이용하여 식 (10)으로부터 $q_n(t)$ 를 구하고 식 (6)에 대입하면 교량의 수직변위를 구할 수 있다. 또한 설계조건들 중 나머지 사용성 한계조건인 회전변위와 수직방향 가속도는 다음 식 (16)을 이용하여 구한다.

$$\theta = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}, \alpha = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \quad (16)$$

3. 동적하중감소효과

그림 2와 같은 TGV-K 하중에서는 일정한 거리를 두고 주기적으로 집중 하중군들이 교량의 주형에 작용하게 된다. 집중 하중군들의 간격 d 는 열차의 처음과 끝부분에 있는 동력차 부분을 제외하고 대부분 객차들 사이의 간격을 나타내는 18.7 m를 취한다. 이러한 하중군들이 고속으로 움직일 때 만들어내는 동적하중효과는 식 (12)와 식 (15)를 이용하여 구할 수 있다. 이들의 크기는 경간장 L 과 하중군들의 간격 d 에 의하여 영향을 받는다. 혹은 하중군들의 간격에 대한 경간장의 비 L/d 에 의하여 영향을 받는다. 안 등의 연구(안예준 등, 2000)에서는 단순교를 대상으로 하여 동적하중감소효과를 다루었으며 $L/d=1.5, 2.5, 3.5, \dots$ 등 일 때 동적하중감소효과가 크게 됨을 밝히고 있다. 마찬가지로 2경간 연속교의 경우에도 하중군들의 간격에 대한 경간장의 비 L/d 에 따라 동적하중감소효과가 큰 경우를 찾아보고자 한다. 식 (12)와 식 (15)에 나타난 동적하중은 $n=1$ 인 첫 번째 진동모드와 두 번째 진동모드를 나타낸 것으로 첫 번째 진동모드와 두 번째 진동모드는 반드시 고려해야 하나 그 이상 고차모드는 생략할 수 있다.

그림 3은 $L/d=1.3$ 일 때 첫 번째 진동모드($\beta L=3.1416$)

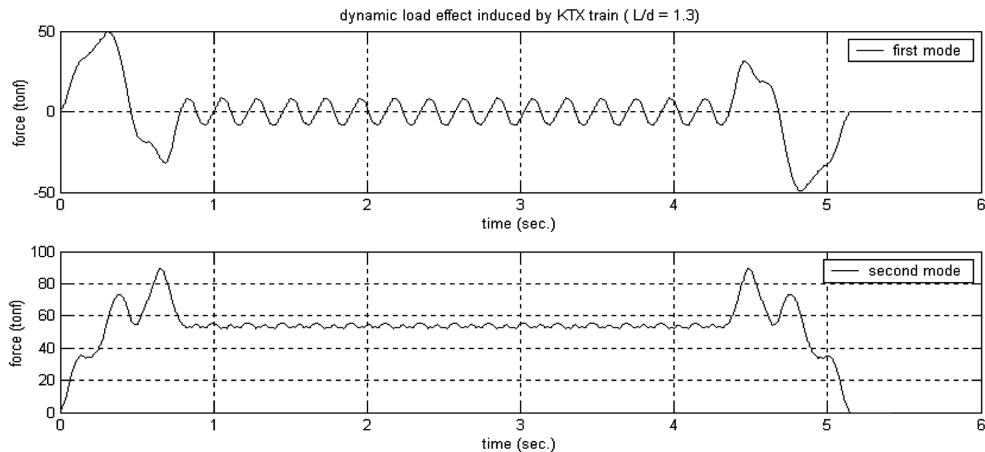


그림 3. $L/d=1.3$ 일 때 동적하중

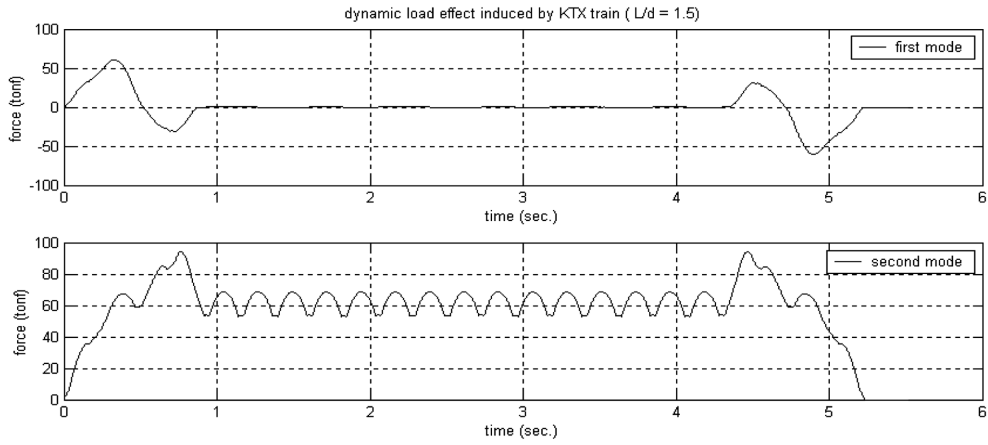


그림 4. $L/d=1.5$ 일 때 동적하중

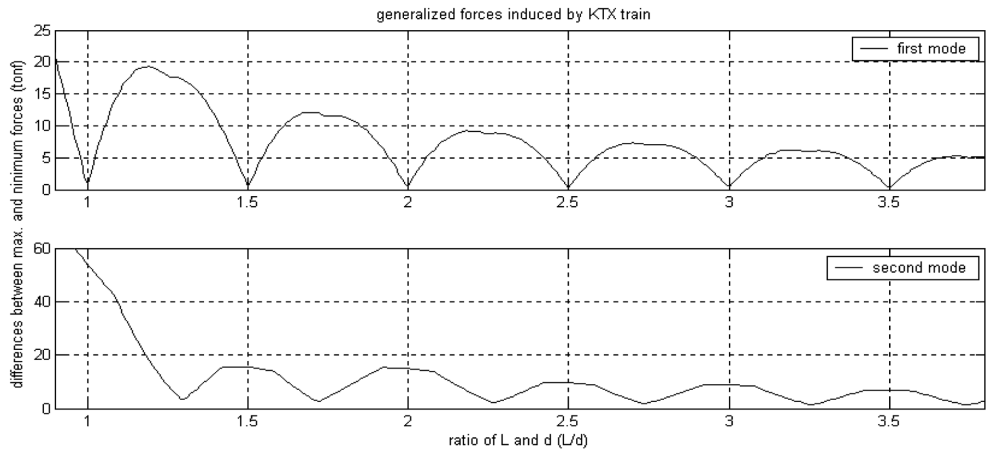


그림 5. L/d 비에 따른 두 진동모드의 동적하중감소효과

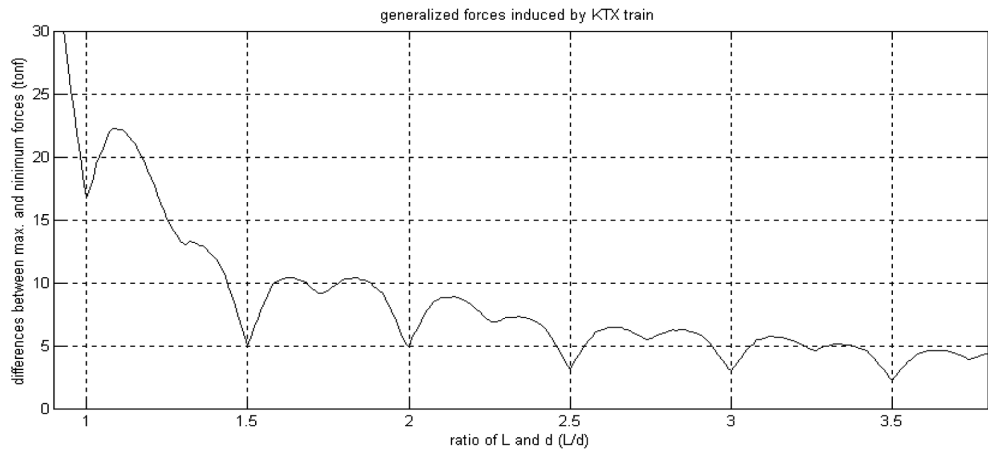


그림 6. L/d 비에 따른 전체동적하중의 감소효과

와 두 번째 진동모드($\beta L=3.9270$)의 일반하중을 보이고 있으며 그림 4는 $L/d=1.5$ 일 때 두 진동모드의 경우를 각각 나타내고 있다. L/d 비에 따른 두 진동모드의 동적하중감소효과를 비교분석하면 $L/d=1.3$ 인 경우에는 첫 번째 진동모드에 비하여 두 번째 진동모드에서 중앙부의 동적하중효과가 더 크게 감소하는 것으로 나타나고 있으나 $L/d=1.5$ 인 경우에는 첫 번째 진동모드의 동적하중감소효과가 두 번째 진동모드에 비하여 훨씬 더 좋게 나타났다. 각각의 진동모드에서 동적하중감소효과를 주는 L/d 비를 구하기 위하여 두 진동모드 각각에 대하여 L/d 비의 변화에 따른 중앙부의 동적하중의 최대값과 최소값의 진폭차를 계산하

고 그 진폭차가 최소가 되는 L/d 비를 구하였으며 그림 5에서 보는바와 같다.

그림 5에서 첫 번째 진동모드일 때 동적하중감소효과가 크게 나타나는 L/d 비는 다음 식 (17)과 같다.

$$L/d = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5 \quad (17)$$

한편, 그림 5에서 두 번째 진동모드일 때 동적하중감소효과가 크게 나타나는 L/d 비는 다음 식 (18)과 같다.

$$L/d = 1.3, 1.72, 2.27, 2.73, 3.26, 3.74 \quad (18)$$

두 진동모드의 경향을 비교하면 어느 한 진동모드의 동적

하중감소효과가 큰 L/d 비에서 다른 쪽 진동모드의 동적하중감소효과는 오히려 최대가 되었다. 따라서 이 두 진동모드를 아울러 동적하중감소효과를 주는 L/d 비를 구하기 위하여 두 진동모드의 동적응답에 대한 기여도를 고려하였다. 각각의 진동모드에 대하여 동적응답에 기여하는 정도를 계산한 결과는 70:30정도의 비율로 나타났다. 각 진동모드의 일반하중에 동적응답에 대한 기여도를 기중치로 고려하여 일반하중을 평균하여 구하고 이 일반하중을 대상으로 동적하중감소효과가 큰 L/d 비를 구하면 그림 6에서 보는바와 같으며 첫 번째 진동모드의 동적하중감소효과를 주는 L/d 비(1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, ...)와 동일하게 취할 수 있었다. 이는 단순교의 경우에 동적하중감소효과를 주는 L/d 비(1.5, 2.5, 3.5, ...)와는 달랐으며 2경간 연속교의 경우에는 첫 번째 진동모드가 좌우 경간에서 이중 대칭형으로 만들어지기 때문에 하중이 인접 경간의 대칭위치에 놓이게 되면 하중효과가 감소하기 때문으로 판단되었다. 또한 L/d 비가 클수록 일반적으로 동적하중감소효과는 더 커지고 있다.

4. 동적응답

위에서 유도한 식 (6)에서 식 (16)까지를 이용하여 2경간 연속교량에 대한 동적응답을 구하였다. 교량경간의 중앙점에 대한 최대 수직처짐과 수직방향 가속도, 단부의 최대 회전각 등을 구하였다. 본 교량의 동적응답을 구하기 위한 물리적인 특성값은 안예준(2000) 등의 논문에서 사용한 것과 같은 단위길이 당 중량 $m=18(\text{tonf/m})$, 탄성계수 $E=2.1 \times 10^7(\text{tonf/m}^2)$, 단면2차 모멘트 $I=1.144(\text{m}^4)$, 댐핑계수 $\xi=0.01$ 를 사용하였다.

그림 7은 두 경간의 경간장이 각각 40 m로 $L/d=2.139$ 인 2경간 연속교량에서 열차가 300 km/hr의 속도로 주행하는 경우에 경간 중앙의 처짐과 가속도를 나타내고 있다. 이들은 공진을 발생하지 않는 일반적인 동적응답을 보이고 있으며 경간중앙의 최대 수직처짐은 0.6856 cm, 최대 수직방향 가속도는 0.0994 g, 단부의 최대 회전각은 $5.7034 \times 10^{-4} \text{radian}$ 이었다. 경간장 40 m의 경우 각 진동모드의 고유진동수는

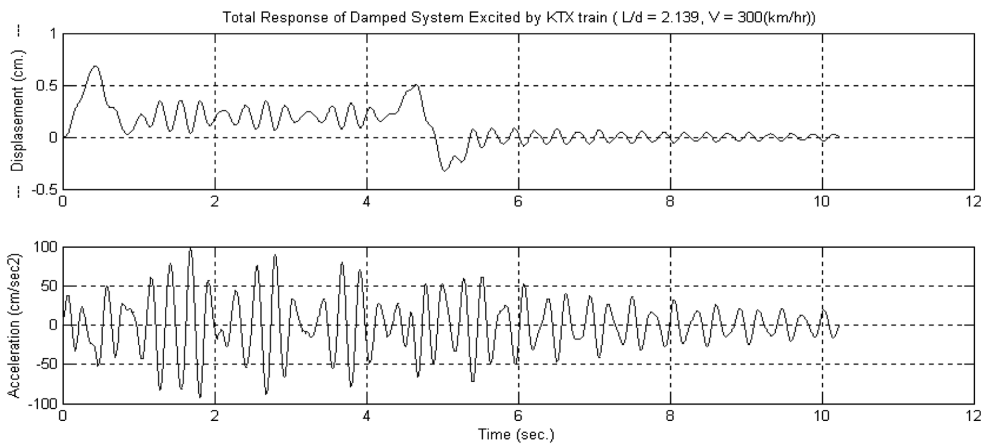


그림 7. 경간장 40 m ($L/d=2.139$), 열차속도 300 km/hr인 경우 동적응답

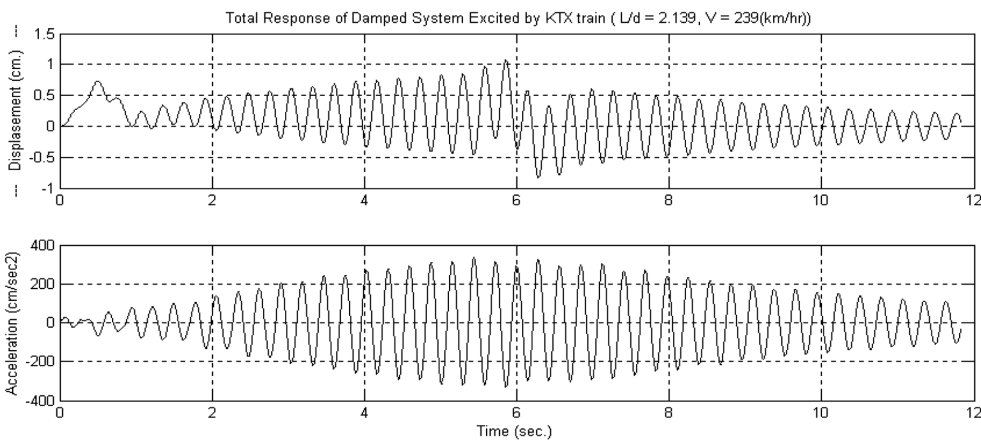


그림 8. 경간장 40 m ($L/d=2.139$), 열차속도 239 km/hr인 경우 동적응답

표 1. 경간장 40 m ($L/d = 2.139$) 교량의 동적응답

| 주행속도(km/hr) | 최대처짐(cm) | 최대가속도(g) | 최대회전각(rad.) | 비고 |
|-------------|----------|----------|-----------------------|------|
| 300 | 0.69 | 0.10 | 5.70×10^{-4} | |
| 239 | 1.08 | 0.34 | 9.04×10^{-4} | 공진발생 |
| 373.5 | 0.80 | 0.50 | 7.55×10^{-4} | 공진발생 |
| 119.5 | 0.62 | 0.08 | 5.43×10^{-4} | |
| 186.7 | 0.65 | 0.06 | 5.48×10^{-4} | |

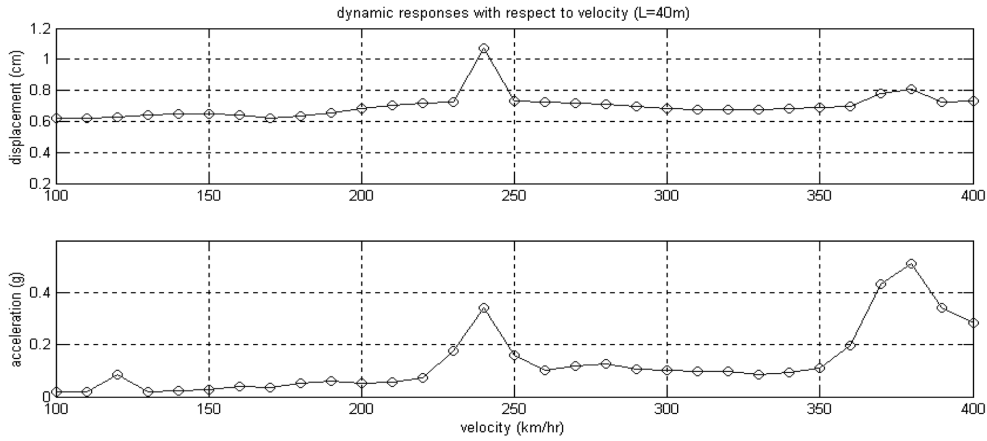


그림 9. 경간장 40 m ($L/d=2.139$)일 때 열차속도에 따른 동적응답

3.5506 Hz와 5.5478 Hz이며 이에 따르는 위험속도들은 각각 239 km/hr와 373.5 km/hr이었다. 이들은 주행속도 300 km/hr와는 차이가 있기 때문에 공진을 일으킬 가능성이 없는 경우이다.

만일 주행속도가 첫 번째 진동모드의 위험속도인 239 km/hr와 같은 속도로 주행한다면 그림 8에서 보는바와 같이 처짐 및 가속도 모두 공진현상을 보이고 있다. 이 경우에는 경간중양의 최대 수직처짐이 1.08 cm, 최대 수직방향 가속도가 0.34 g, 단부의 최대 회전각은 9.04×10^{-4} radian으로 모두 크게 증가하고 있다. 또한 두 번째 진동모드의 위험속도인 373.5 km/hr와 같은 속도로 주행한다면 마찬가지로 그림 8에서 보는바와 비슷한 경향으로 공진현상을 보이며 이 경우 경간중양의 최대 수직처짐은 0.80 cm, 최대 수직방향 가속도는 0.50 g, 단부의 최대 회전각은 7.55×10^{-4} radian과 같았다.

두 진동모드들의 부 위험속도들인 119.5 km/hr와 186.7 km/hr의 속도로 열차가 주행하는 경우에는 특별히 우려할 만한 공진현상은 보이지 않았으며 최대 응답들이 일반적인

경우와 비슷하였다. 이들에 대한 응답결과를 표로 정리하면 표 1과 같다.

또한 경간장 40 m의 경우 주행속도에 따른 동적응답의 변화를 보기 위하여 주행속도를 100 km/hr에서 400 km/hr까지 10 km/hr씩 증가시켜 가면서 동적응답을 구하고 그 결과를 그림 9에 나타내었다. 그림 9에서 수직 처짐이나 가속도 값은 각각의 속도에서 경간중양의 최대값들을 구하여 나타낸 것이다.

이들을 살펴보면 두 진동모드의 위험속도 부근에서 동적응답들이 크게 증가하는 것을 확인할 수 있으며 부 위험속도와 기타 속도에서는 동적응답들이 증가하지 않고 비슷한 결과를 주고 있음을 알 수 있다.

5. 공진감소문제

고속철도교량의 공진감소문제를 다루기 위해서는 차량의 주행속도가 최고속도와 일치할 때나 위험속도 및 부 위험

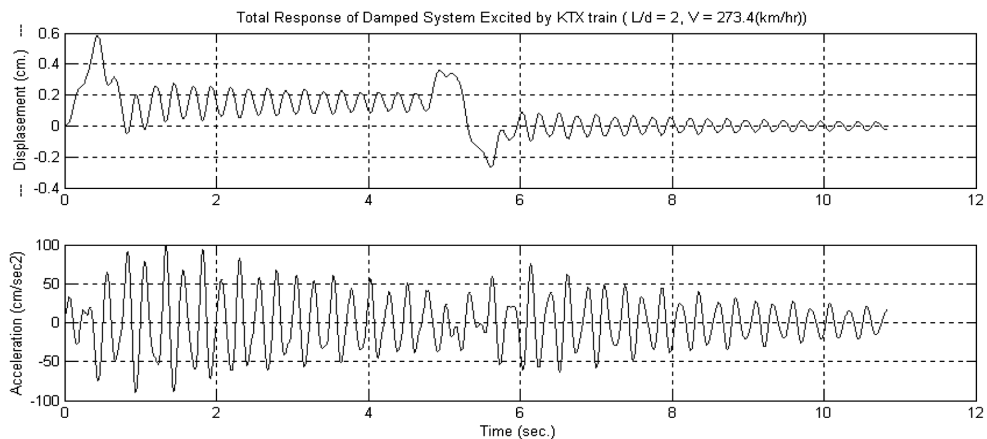


그림 10. 경간장 37.4 m ($L/d=2$), 열차속도 273.4 km/hr인 경우 동적응답

표 2. 경간장 37.4 m ($L/d = 2$) 교량의 동적응답의 최대값

| 속도(km/hr) | 처짐(cm) | 가속도(g) | 회전각(rad.) | 진동모드별 처짐(cm) | | 비고 |
|-----------|--------|--------|-------------------------|--------------|--------------|------|
| | | | | 모드1(비율) | 모드2(비율) | |
| 273.4 | 0.5820 | 0.1015 | 5.2175×10^{-4} | 0.4302(73.9) | 0.1518(26.1) | |
| 136.7 | 0.4981 | 0.0215 | 4.4978×10^{-4} | 0.3534(70.9) | 0.1447(29.1) | |
| 427.2 | 0.8393 | 0.8027 | 8.4775×10^{-4} | 0.1823(21.4) | 0.6570(78.3) | 공진발생 |
| 213.6 | 0.5237 | 0.1461 | 4.7253×10^{-4} | 0.3731(71.2) | 0.1506(28.8) | |

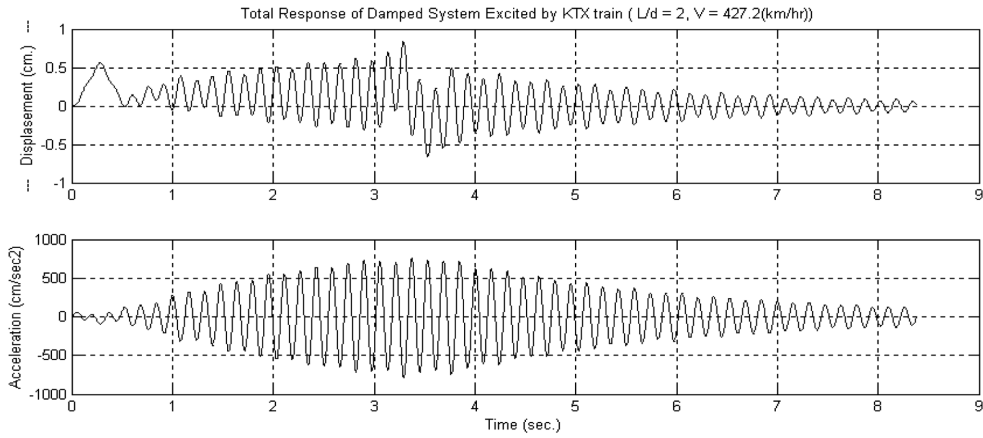


그림 11. 경간장 37.4 m ($L/d=2$), 열차속도 427.2 km/hr인 경우 동적응답

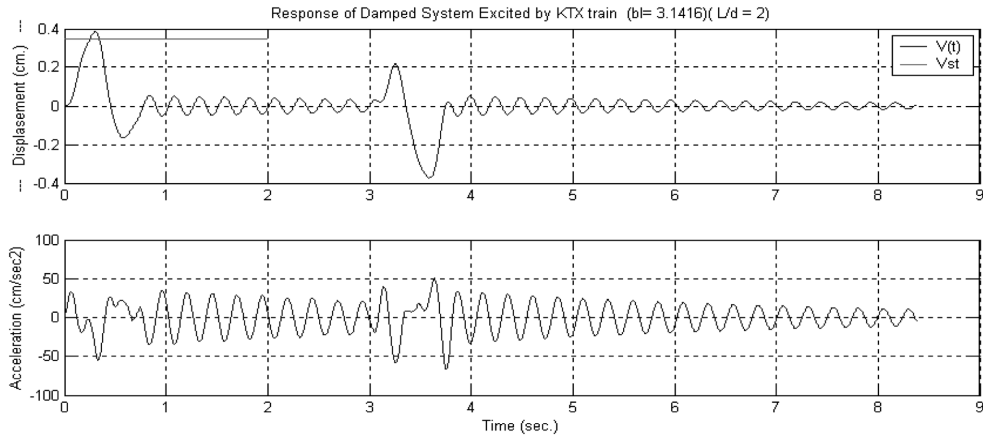


그림 12. 첫 번째 진동모드 만에 의한 그림 11의 동적응답

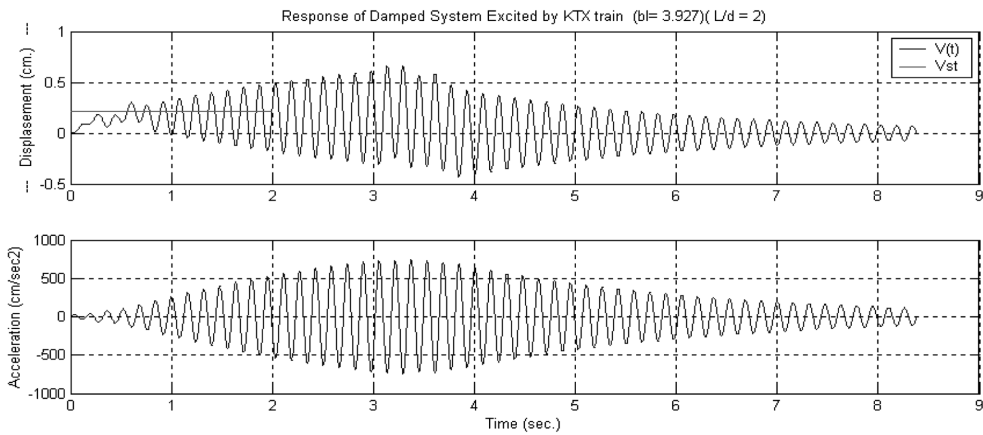


그림 13. 두 번째 진동모드 만에 의한 그림 11의 동적응답

속도와 일치할 때 공진이 발생할 수 있으므로 이에 대한 검토가 필요하다. 또한 3장에서 보인 동적하중감소효과를 일으키는 L/d 비를 적절히 이용하여 공진을 감소시킬 수 있다.

첫 번째 진동모드의 동적하중감소효과를 주는 경우로서 $L/d=2$ 인 경우를 살펴보자. 이 경우는 경간장이 37.4 m로 각 진동모드의 고유진동수는 4.0614 Hz와 6.3459 Hz이고 이에 따르는 위험속도들은 각각 273.4 km/hr와 427.2 km/hr이다. 열차의 주행속도가 첫 번째 진동모드의 위험속도와 같은 273.4 km/hr로 주행하는 경우 그림 10 및 표 2에서 보는바와 같다. 비록 주행속도가 위험속도로 주행하더라도 동적하중감소효과가 큰 L/d 비에서는 공진현상이 발생하지 않았다.

첫 번째 진동모드의 부 위험속도인 136.7 km/hr에서도 공진 현상은 발생하지 않았다.

그러나 첫 번째 진동모드의 동적하중감소효과를 주는 경우라 하더라도 열차가 두 번째 진동모드의 주행속도인 427.2 km/hr로 주행하는 경우는 그림 11 및 표 2에서 보듯이 공진이 발생하였다.

그 원인을 알아보기 위하여 열차가 두 번째 진동모드의 주행속도인 427.2 km/hr로 주행하는 경우 첫 번째 진동모드와 두 번째 진동모드의 각각에 대하여 독립적으로 동적응답을 구하여 그림 12와 그림 13에 나타내었다. 그림 11은 첫 번째 진동모드와 두 번째 진동모드 모두를 고려하여 구한 동적응답인데 비하여 그림 12는 첫 번째 진동모드 만의

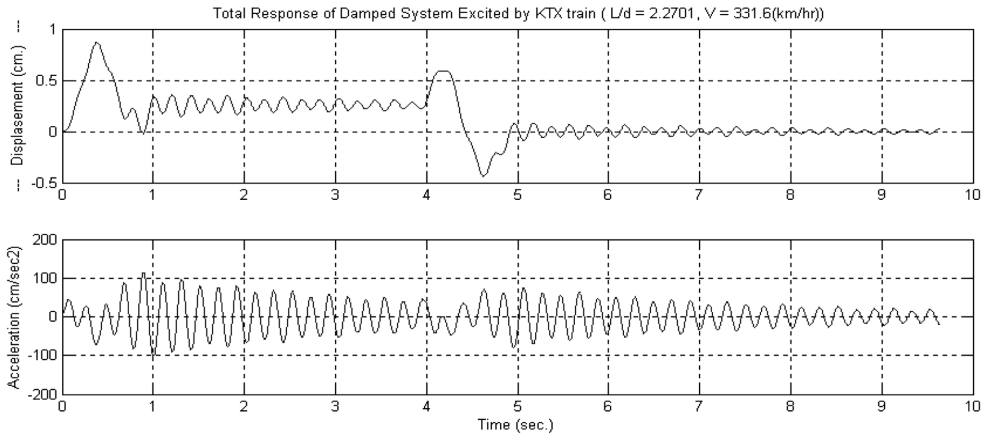


그림 14. 경간장 42.45 m ($L/d=2.27$), 열차속도 331.6 km/hr인 경우 동적응답

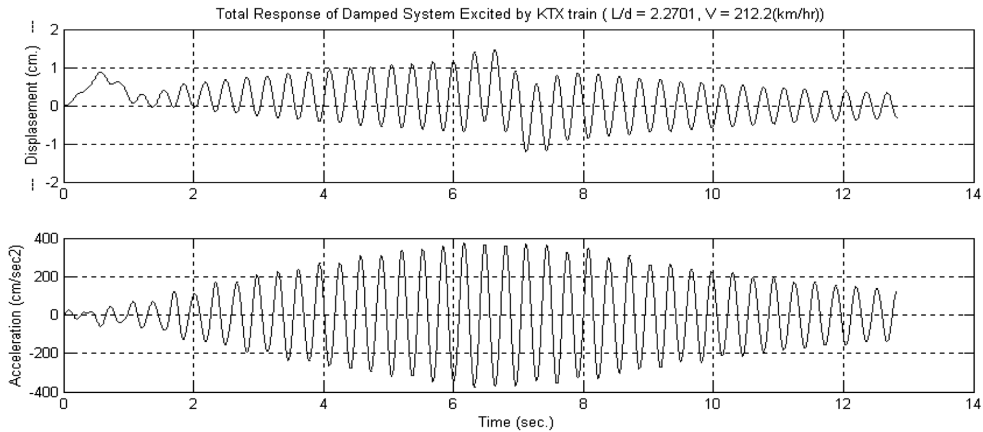


그림 15. 경간장 42.45 m ($L/d=2.27$), 열차속도 212.2 km/hr인 경우 동적응답

표 3. 경간장 42.45 m 교량의 동적응답의 최대값 ($L/d = 2.27$)

| 속도(km/hr) | 처짐(cm) | 가속도(g) | 회전각(rad.) | 진동모드별 처짐(cm) | | 비고 |
|-----------|--------|--------|-------------------------|--------------|--------------|------|
| | | | | 모드1(비율) | 모드2(비율) | |
| 212.2 | 1.4706 | 0.3836 | 11.486×10^{-4} | 1.1551(78.5) | 0.3155(21.5) | 공진발생 |
| 106.1 | 0.7607 | 0.0253 | 6.0526×10^{-4} | 0.5406(71.1) | 0.2202(28.9) | |
| 331.6 | 0.8671 | 0.1185 | 6.9387×10^{-4} | 0.5968(68.8) | 0.2710(31.2) | |
| 165.8 | 0.7796 | 0.1083 | 6.2123×10^{-4} | 0.5481(70.3) | 0.2315(29.7) | |

한 동적응답을 나타내고 그림 13은 두 번째 진동모드 만에 의한 동적응답을 나타낸다. 이들을 비교하면 첫 번째 진동모드는 동적하중감소효과 때문에 전혀 공진이 발생하지 않았으나 두 번째 진동모드는 공진이 발생하였다. 이 두 번째 진동모드의 영향으로 전체응답에 공진이 발생하게 된다. 이때는 수직처짐에 대한 모드별 기여율도 두 번째 진동모드가 현저하게 증가함으로 보아 두 번째 진동모드가 전체응답을 주도하고 있음을 알 수 있다. 따라서 첫 번째 진동모드의 동적하중감소효과를 주는 L/d 비를 사용하는 경우에 첫 번째 진동모드의 위험속도로 주행하는 차량은 공진을 일으키지 않지만 두 번째 진동모드의 위험속도로 차량이 주행한다면 두 번째 진동모드의 공진영향으로 전체응답에서 공진이 발생한다. 이로부터 2경간 연속교량을 설계하는 경우에 공진 문제를 해석할 때는 첫 번째 진동모드의 위험속도뿐 아니라 두 번째 진동모드의 위험속도도 필히 검토하여야 함을 알 수 있다.

두 번째 진동모드의 동적하중감소효과를 주는 경우로써 $L/$

$d=2.27$ 곧, 경간장이 42.45 m인 경우를 살펴보자. 이 경우 각 진동모드의 고유진동수는 각각 3.1527 Hz와 4.9261 Hz이고 이에 따르는 위험속도들은 각각 212.2 km/hr와 331.6 km/hr이다. 열차의 주행속도가 두 번째 진동모드의 위험속도와 같은 331.6 km/hr로 주행하는 경우 응답은 그림 14 및 표 3에서 보는바와 같이 전혀 공진이 발생하지 않았다. 두 번째 진동모드의 부 위험속도 165.8 km/hr로 주행하는 경우에도 공진이 발생하지 않는다. 그러나 첫 번째 진동모드의 위험속도인 212.2 km/hr로 열차가 주행한다면 그림 15 및 표 3에서 보듯이 공진이 발생하였다. 이 경우에도 그 원인은 앞서와 같은 이유였다. 즉, 두 번째 진동모드의 동적하중감소효과를 주는 L/d 비를 사용하는 경우에 두 번째 진동모드의 위험속도로 주행하는 차량은 공진을 일으키지 않지만 첫 번째 진동모드의 위험속도로 차량이 주행한다면 첫 번째 진동모드의 공진영향으로 전체응답에서 공진이 발생하게 된다.

위의 내용을 기초로 설계시 공진감소를 효과적으로 처리하

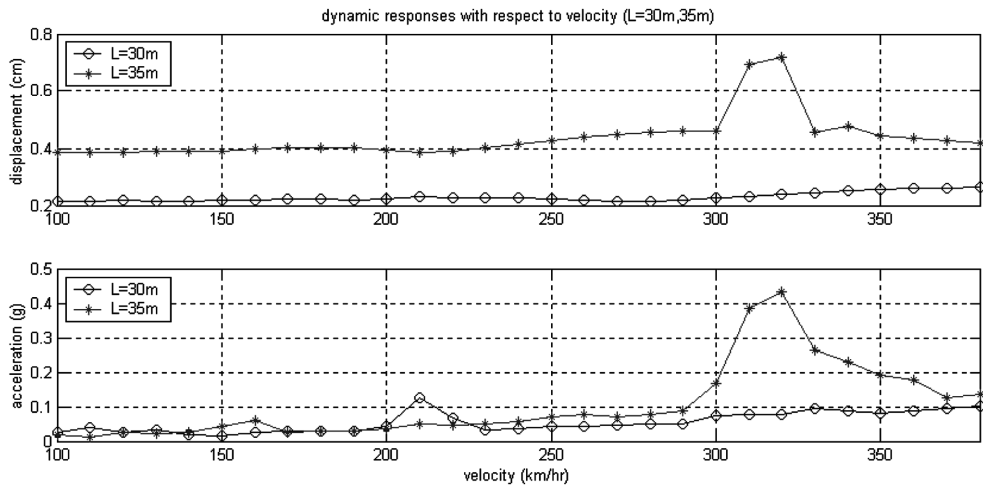


그림 16. 경간장 30 m와 35 m일 때 열차속도에 따른 동적응답

기 위하여 경간장을 결정하는 방법을 종합하면 다음과 같다.

첫째는 식 (17)을 참고로 하여 첫 번째 진동모드의 동적하중감소효과를 일으키는 L/d 비를 기준으로 경간장을 결정하고 두 번째 진동모드의 위험속도를 반드시 검토하여 공진 감소가 가능하도록 하는 방법이 그 하나이다.

두 번째 설계시 경간장을 결정하는 방법은 식 (17)을 만족하면서 동시에 두 번째 진동모드의 위험속도가 최대속도 한계 이상이 되어 주행속도의 범위를 벗어나도록 경간장을 결정하는 방법이다. 위험속도가 주행속도의 범위를 벗어나게 되면 열차가 위험속도로 주행하는 일이 없으므로 공진 발생 가능성은 감소하게 된다. 이 경우 최대속도한계를 V_{max} (km/hr)로 취하면 두 번째 진동모드의 위험속도가 V_{max} 이상 이 되기 위해서는 두 번째 진동모드의 고유진동수를 구하는 식으로부터 필요한 경간장을 구하면 식 (20)과 같다.

$$\left(\frac{1.25\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \geq 2\pi f$$

$$\text{곧, } L \leq \left(\frac{12.8541}{\sqrt{V_{max}}}\right) \left(\frac{EI}{m}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (20)$$

식 (20)으로부터 결정되는 공진발생을 없애는데 필요한 경간장은 최대속도한계와 교량의 물성치에 따라 그 길이가 결정된다.

하나의 예로서 최대속도한계가 380 km/hr 이고 본 논문에서 사용한 교량의 물성값을 사용하여 식 (20)으로부터 공진 발생을 없애는데 필요한 경간장을 구하여 보면 39.65 m 이 하가 된다. 이러한 경우에는 식 (17)을 만족하면서 동시에 경간장이 39.65 m 이 하가 되면 어느 주행속도에서도 공진현상은 발생하지 않는다는 것을 의미한다. 물론 최대속도한계나 교량의 물성치가 달라지면 소요 경간장은 달라지게 된다.

셋째는 설계시 경간장을 결정할 때 첫 번째 진동모드의 위험속도가 최대속도한계인 V_{max} (km/hr) 이상이 되도록 경간장을 결정하는 방법이다. 첫 번째 진동모드의 위험속도가 주행속도의 범위를 벗어나면 두 번째 진동모드의 위험속도는 자동적으로 주행속도의 범위를 벗어나므로 이 경우에는 L/d 비를 고려하지 않아도 위험속도에 의한 공진을 피할 수 있게 된다. 첫 번째 진동모드의 고유진동수를 구하는 식으로부터 필요한 경간장을 구하면 식 (21)과 같다.

$$\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \geq 2\pi f$$

$$\text{곧, } L \leq \left(\frac{10.2833}{\sqrt{V_{max}}}\right) \left(\frac{EI}{m}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (21)$$

식 (21)로부터 결정되는 공진발생을 없애는데 필요한 경간장은 식 (20)과 마찬가지로 최대속도한계와 교량의 물성치에 따라 그 길이가 결정된다. 하나의 실 예로서 최대속도한계를 380 km/hr로 취하고 본 논문에서 사용한 교량의 물성값을 사용하여 식 (21)로부터 공진발생을 없애는데 필요한 경간장을 구하면 31.7 m 이 하가 된다.

이러한 경우에는 경간장이 31.7 m 이 하가 되도록 설계하면 공진을 일으킬 교량의 위험속도는 모두 380 km/hr 이상이 되어 공진을 피할 수 있게 된다. 경간장이 31.7 m에서 39.65 m 사이에 존재하도록 설계하면 첫 번째 진동모드의 위험속도에 대해서만 공진을 일으키게 되므로 식 (17)을 만족하도록 경간장을 선택하면 공진을 피할 수 있게 된다. 만일 경간장이 39.65 m 이상이 되면 첫 번째 진동모드의 위험속도와 두 번째 진동모드의 위험속도 모두에 대하여 공진을 일으킨다. 이를 확인하기 위한 예로서 한쪽 경간장이 31.7 m 보다 짧은 30 m 경간의 2경간 연속교량과 31.7 m보다 길고 39.65 m보다 짧은 35 m 경간의 2경간 연속교량 및 39.65 m 보다 긴 40 m 경간의 2경간 연속교량에 적용하여 비교하였다. 주행속도를 100 km/hr로부터 380 km/hr까지 10 km/hr 단위로 증가시켜 가면서 동적응답을 구하였으며 경간장 30 m 교량과 경간장 35 m 교량에 대한 응답을 그림 16에 나타내었다. 경간장 40 m 교량에 대한 응답은 그림 9에서 본바와 같다.

경간장 30 m 교량에서 첫 번째 진동모드와 두 번째 진동모드 각각에 대한 위험속도는 425 km/hr와 664 km/hr이다. 따라서 그림 16에서 경간장 30 m 교량의 경우를 보면 첫 번째 진동모드의 부 임계속도 212.5 km/hr 부근에서 가속도가 약간 증가할 뿐 전체적으로 처짐이나 가속도 모두 공진 현상은 보이지 않는다. 경간장 35 m 교량에서는 첫 번째 진동모드와 두 번째 진동모드 각각에 대한 위험속도는 312.2 km/hr와 487.8 km/hr이다. 따라서 그림 16에서 경간장 35 m 교량의 경우를 보면 첫 번째 진동모드의 임계속도

312.2 km/hr 부근에서만 처짐 및 가속도 모두 크게 증가하는 공진현상은 보이고 있다. 경간장 40 m 교량은 4장에서 살펴 본바와 같이 첫 번째 진동모드와 두 번째 진동모드의 위험속도가 모두 주행속도 구간 내에 있어 첫 번째 진동모드뿐만 아니라 두 번째 진동모드의 위험속도에서도 처짐 및 가속도 모두 크게 증가하는 공진현상은 보이고 있다.

일반적으로는 공진감소를 일으키지 않도록 경간장을 결정하는 방법들 가운데 가장 중요한 것은 동적거동이 첫 번째 진동모드에 의한 영향을 크게 받고 있으며 그림 6에서와 같이 동적하중감소효과가 크게 나타나는 것도 결국 첫 번째 진동모드에서와 동일하게 취할 수 있으므로 어떤 경우에도 식 (17)을 만족하도록 하는 것이 중요하다.

6. 결 론

TGV-K 차량하중이 고속으로 주행하는 고속철도교량을 설계할 때는 공진문제를 검토하여야만 한다. 지금까지는 대체적으로 단순보 형태의 경간을 가진 교량모델에 대한 연구를 중심으로 동적거동을 다루었다. 본 연구에서는 2경간 연속보 형태의 교량에 대하여 연속계에서 만들어지는 편미분방정식을 유도하여 보다 엄밀하게 동적해석을 수행하였으며 이를 바탕으로 공진감소문제를 다루었다. 공진현상을 피하기 위해 동적하중감소를 일으키는 하중군들의 간격에 대한 경간장의 비(L/d)를 구하였고 각 진동모드의 위험속도가 주행속도 구간을 벗어날 수 있도록 경간장을 결정하는 식들을 구하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 2경간 연속보 형태의 상부구조를 가진 교량의 동적해석에는 첫 번째 진동모드와 두 번째 진동모드를 모두 반드시 고려해야한다.
2. 동적하중감소를 일으키는 하중군들의 간격에 대한 경간장의 비(L/d)는 단순보 모델과 달랐다. 첫 번째 진동모드는 L/d 비가 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, ... 일때 동적하중감소효과가 최대였으며, 두 번째 진동모드는 1.3, 1.72, 2.27, 2.73, 3.26, ... 일때 동적하중감소효과가 최대였다.
3. 공진현상을 일으키는 위험속도와 부 위험속도를 고려할 경우에는 첫 번째 진동모드의 위험속도와 부 위험속도뿐만 아니라 두 번째 진동모드의 위험속도와 부 위험속도도 고려해야한다.

4. 공진현상을 피하기 위해서는 다음 3가지 방법을 고려할 수 있다.

- (1) 동적하중감소를 일으키는 첫 번째 진동모드의 L/d 비에 따라 경간장을 결정하고 두 번째 진동모드의 위험속도와 부 위험속도에 대한 검토를 한다.
- (2) 동적하중감소를 일으키는 첫 번째 진동모드의 L/d 비를 만족함과 동시에 식 (20)을 만족하는 경간장을 결정한다.
- (3) L/d 비와 무관하게 첫 번째 진동모드와 두 번째 진동모드의 위험속도들 모두가 주행속도 구간을 벗어나도록 식 (21)에 의하여 경간장을 결정한다.

감사의 글

본 연구는 한남대학교 연구년 지원에 의하여 수행한 논문입니다. 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 곽종원(1996) 특집기사 : 강구조의 진동/고속전철 교량의 동적 거동에 관한 고찰, **한국강구조학회지**, 한국강구조학회, Vol. 8, No. 4, pp. 36-40.
- 곽종원, 진원중, 김병석(2003) 경부고속철도 주행에 의한 콘크리트 상자형 교량의 동적거동, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제23권 제1A호, pp. 27-36.
- 김성일, 정원석, 최은수(2005) 공진소멸 현상을 이용한 기존선 철도교량의 지간 최적화를 위한 연구, **한국철도학회논문집**, 한국철도학회, Vol. 8, No. 2, pp. 137-144.
- 안예준, 김성재, 신영석(2000) 고속철도 교량의 동적거동, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제20권 제3A호, pp. 375-384.
- 오종환, 김연태(2005) TMD를 이용한 고속철도교량의 진동감소에 관한 연구, **한국철도학회 2005년도 추계학술대회논문집**, 한국철도학회, pp. 141-147.
- 장승필, 곽종원, 하길상, 김성일(1998) 고속열차하중 하의 강합성형 철도교의 진동, **한국강구조학회논문집**, 한국강구조학회, Vol. 10, No. 4, pp. 577-587.
- 최은석, 진원중, 이정우, 곽종원, 강재윤, 김병석(2006) 고속철도 교량의 진동저감, **한국철도학회 논문집**, 한국철도학회, 제9권 제1호, pp. 125-130.
- Yang, Y.B. and Yau, J.D., and Hsu, L.C. (1997) vibration of simple beams due to trains moving at high speeds, **Engineering Structures**, Elsevier, Vol. 19, No. 11, pp. 936-944.

(접수일: 2007.8.28/심사일: 2007.10.24/심사완료일: 2007.12.4)