

DEA기반 순위결정 절차를 이용한 파레토 최적해의 우선순위 결정: 저수지군 연계 운영문제를 중심으로

전승목¹ · 김재희² · 김승권^{3*}

¹한국항공우주산업 KHP사업부 KHP체계종합팀 / ²군산대학교 경영회계학부 / ³고려대학교 정보경영공학부

Ranking the Pareto-optimal Solutions using DEA-based Ranking Procedure: an Application to Multi-reservoir Operation Problem

Seung-Mok Jeon¹ · Jaehee Kim² · Sheung-Kown Kim³

¹KHP System Integration Section, KHP Program Division, Korea Aerospace Industries

²School of Business Administration and Accounting, Kunsan National University

³Division of Information Management Engineering, Korea University

It is a difficult task for decision makers(DMs) to choose an appropriate release plan which balances the conflicts between water storage and hydro-electric energy generation in a multi-reservoir operation problem. In this study, we proposed a DEA-based ranking procedure by which the DM can rank the potential alternatives and select the best solution among the Pareto-optimal solutions. The proposed procedure can resolve the problem of mix inefficiency that may cause errors in measuring the efficiency of alternatives. We applied the proposed procedure to the multi-reservoir operation problem for the Geum-River basin and could choose the best efficient solution from the Pareto-set which were generated by the Coordinated Multi-Reservoir Operating Model.

Keyword: ranking, mix inefficiency, DEA, common weight, water resources system

1. 서론

수자원의 효율적 운영을 위한 저수지군 연계 운영 문제는 병렬 혹은 직렬로 연결된 댐들을 유기적으로 연계시켜 각 댐의 건설 목적을 고려한 최적의 방류량을 결정하는 것을 의미한다. 이 문제는 여타의 현실 문제와 같이 여러 상충되는 목적과 구성 요소들 간의 타협, 조정을 위한 다중 목적의 특성을 갖고 있다. 그리고 이 문제의 해결을 위해 1970년대 이후로 다양한 다중 목적 계획법이 적용 되어 왔다(Cohon and Marks, 1975). 한편 다중 목적 계획 문제에서는 다수의 파레토 최적해가 존재하는

데, 일반적으로 파레토 최적해 중 가장 큰 효용값을 갖는 대안을 찾는 것은 쉬운 문제가 아니다(Hwang and Lin, 1987). 특히 고려되는 목적과 기준수 또는 비교되는 대안들의 수가 증가하게 되면 의사결정자가 최선의 파레토 최적해를 선택하는데 어려움을 겪게 된다. 그래서 의사결정자가 가지고 있는 부분적 선호정보를 활용하여 최선의 파레토 최적해를 선정하기 위한 다요소 의사결정분석이 활용되어 왔다.

다요소 의사결정 기법 중 하나인 DEA(Data Envelopment Analysis)는 투입과 산출 요소의 관계가 명확하지 않는 의사결정에서도 여러 요소를 동시에 고려해서 효율적 조직과 그렇지 못

본 연구는 21세기 프론티어 연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구지원(과제번호 1-6-3)과 2007년도 두뇌한국21사업 지원에 의해 수행되었음.

*연락처 : 김승권 교수, 136-701 서울시 성북구 안암동 5가 1번지 고려대학교 정보경영공학부, Fax : 02-929-5888,

E-mail : kimsk@korea.ac.kr

2007년 03월 접수, 2회 수정 후 2007년 09월 게재확정.

한 조직을 구분할 수 있다는 점에서 널리 사용된다. 그러나 DEA 결과에서는 다수의 효율적 DMU(Decision Making Unit)가 나타날 수 있고, 효율적인 DMU간 우열을 판정하기 애매하다는 단점이 있다. 이 문제를 해결하기 위해서 DEA 모형에 기반을 둔 다양한 순위결정 모형들이 제시되었으며(Adler, 2002), 이 모형들을 통해 다수의 효율적 DMU에 대한 우열을 판가름 할 수도 있다. 그럼에도 불구하고 DEA는 DMU별로 일관된 평가가중치를 적용하지 않고 각 DMU에게 유리한 가중치를 구하여 적용하기 때문에, “~보다 우수하다” 또는 “~보다 열등하다”라고 명확히 단정 짓기 어려운 것이 사실이다. 따라서 DMU의 효율성 순위를 결정하기 위해서는 동일한 잣대, 즉 공통의 평가가중치를 적용해서 개별 DMU를 평가하는 것이 필요하다.

본 연구에서는 공통 가중치를 결정해서 다수의 후보 대안, 특히 파레토 최적해 집단 내 대안들에 대한 우선순위를 결정할 수 있는 절차를 제안하고자 한다. 특히 공통 가중치를 활용한 기존의 거리척도 기반 순위결정 DEA 모형이 고려하지 못하는 복합 비효율성(mix inefficiency)의 문제점을 해결할 수 있는 절차를 제안하였다. 그리고 이 절차를 실제 저수지 운영에 적용하여 다중목적 계획 모형에서 도출된 파레토 최적해들의 우열 순위를 평가해 보았다. 본 연구의 구성은 다음과 같다. 제 2절은 제안하는 순위결정 절차에 대한 이론적 배경과 기존 연구의 문제점을 설명하였고, 제 3절에서는 본 연구에서 제안하는 순위결정 절차를 설명하였다. 제 4절에서는 소개된 순위결정 절차를 이용하여 저수지 운영 최적화 모형에 적용하는 방법을 설명하고, 현실 문제에 적용한 사례를 보였다. 제5절에서는 본 연구의 결론과 추후 연구 내용을 제시한다.

2. DEA 순위결정 절차의 이론적 배경

2.1 거리 척도를 활용한 순위결정기법

Kao and Hung(2005)과 Cook and Zhu(2007)은 DEA-CCR 모형(DeA-Charnes, Cooper and Rhodes model)을 기반으로 거리 척도를 활용한 순위결정 모형을 제시하였다. 이 방법은 각 DMU의 목표 효율성(E_j^*)을 도출한 후, YU(1973)가 제시한 그룹의사결정 기법을 적용한 식 (1)을 사용하여 각 DMU의 효율성($E_j(u, v)$)과 목표 효율성간의 오차를 최소화하는 가중치(u, v)를 선정한다. 여기서 각 DMU의 목표 효율성(E_j^*)은 모형의 주요 매개변수로서 각 DMU가 가질 수 있는 최대 효율성 수치인 DEA-CCR 효율성 점수로 설정한다.

$$D_p(E(u, v)) = \left[\sum_{j=1}^n (E_j^* - E_j(u, v))^p \right]^{1/p}, \quad p \geq 1 \quad (1)$$

본 연구에서는 DMU간 순위결정을 위해 $p = \infty$ 를 적용한 Tchebycheff 거리를 사용하고 Cook and Zhu(2007)가 제안한 거리척도 기반의 순위결정 모형 (2)을 근간으로 하였다.

<거리척도 기반의 순위결정 모형>

$$\begin{aligned} \min d \\ d &\geq E_j^* \cdot vX_j - uY_j \quad j \in J \\ uY_j - vX_j &\leq 0 \quad j \in J \\ u &\geq \epsilon, v \geq \epsilon, d \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

모형 (2)의 목적은 첫 번째 제약식을 주요 제약으로 해서, 목표 효율성 달성에 가장 열등한, 다시 말해 투입($E_j^* \cdot vX$) 대비 산출(uY)이 크지 않은 DMU에 대해 오차(d)를 최소화하는 가중치(u^*, v^*)를 결정하는 것이다. 그리고 여기서 도출된 공통 가중치(u^*, v^*)를 사용하여 전체 DMU의 순위를 결정할 수 있다.

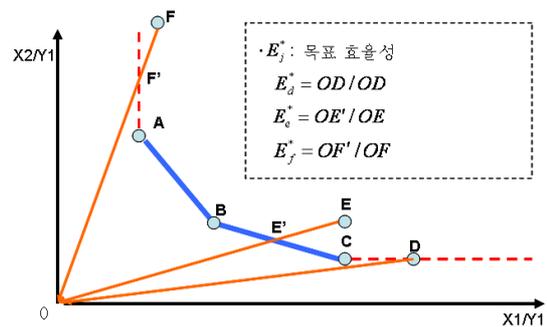


그림 1. DMU별 목표 효율성 계산 예시(E_j^*)

한편 모형 (2)에서 사용되는 목표 효율성은 각 DMU가 갖는 이상적인 목표의 성격을 가지기 때문에 전체 효율성 평가에 있어 매우 중요한 매개변수에 해당된다. 그러나 기존의 모형에서는 DEA-CCR 모형 통해 E_j^* 를 설정하는 과정에서 복합 비효율성(mix inefficiency)의 존재 가능성을 간과하고 있다. 즉, DEA 모형에서는 <그림 1>의 DMU(D)와 같이 잔여요소(slack)가 존재하는 비효율적 상태의 DMU(mix inefficiency)가 존재할 수 있다. 그 결과 <그림 1>의 경우 DMU(D)는 복합 비효율성 상태임에도 불구하고 그 목표 효율성(E_D^*)이 1로 계산된다. 또한 E_j^* 를 선정함에 있어, 약한 효율적 프런티어를 기준으로 하는 오류를 범할 수 있다. 즉 DMU(F)와 같이 비효율적이면서 약한 효율적 프런티어(weakly efficient frontier)를 기준으로 평가받는 비효율적 DMU들이 나타날 수 있다. 그 결과 DMU(F)는 목표 효율성(E_F^*)를 계산함에 있어 약한 효율적 프런티어상에 있는 F'를 기준으로 평가하는 오류가 발생한다. 복합 비효율성으로부터 유발된 Cook and Zhu(2007)의 문제를 해결하기 위해 다음의 DEA 관련 모형들을 참고 할 수 있다.

2.2 복합 비효율성 문제의 해결과 관련된 DEA 모형

DEA에서 복합 비효율성 문제를 해결한 방법들을 ① Two-phase DEA 모형, ② Additive 모형, ③ Non-radial 모형, ④ Extended Facet 모형으로 분류할 수 있다. 이 들 중 앞의 두 모형은 각

DMU의 잔여 요소를 파악함으로써, 복합 비효율성의 상태를 판별할 수 있으나, 복합 비효율성 상태인 DMU의 효율성 점수를 여전히 1로 계산하는 문제가 있다. Non-radial 모형의 대표 모형으로는 Tone(2001)이 제안한 Slack-based Measure모형(SBM)을 들 수 있다. 이 모형은 잔여요소를 반영해 정확한 효율성값을 계산할 수 있다. 다만, 일반적으로 널리 사용되는 DEA-CCR 모형과 다른 효율성 방식을 따르고 있다는 점이 특이사항이다. 마지막, Extended Facet모형 역시 복합 비효율성 문제를 해결할 수 있다. 이 방법의 대표적인 모형으로 Olesen and Petersen 모형(1996)(이하 OP 모형)이 있는데, SBM과 달리 DEA-CCR 모형 형태의 효율성 계산방식을 사용한다. 본 연구에서는 정확한 목표 효율성(E_j^*)을 계산하기 위해, DEA-CCR 모형을 기반으로 하고 있는 OP모형을 활용하고자 한다.

2.2.1 Olesen and Petersen 모형(OP 모형)

Olesen and Petersen(1996)은 효율적 DMU를 파악한 후 OP 모형 (3)을 이용하여 <그림 2>와 같이 파레토 프런티어를 확장하고, 확장된 프런티어를 활용해서 각 DMU의 효율성을 계산한다. 기본적으로 OP 모형 (3)은 DEA-CCR 모형을 기반으로 하고 있으나, DEA-CCR 모형과 달리 생산가능집합(Production Possibility Set)(Koopman, 1951)의 영역을 제한하는 블록 다면체를 고려한 패싯(facet)과 관련된 새로운 제약식으로 구성되어 있다. 여기서 생산가능집합의 영역을 제한하는 패싯을 FDEF (Full Dimensional Efficient Facet)라 하며 다음과 같이 정의된다.

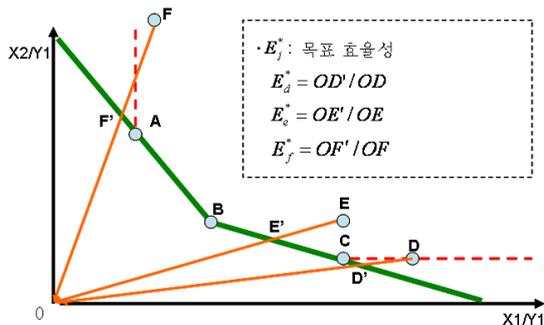


그림 2. OP 모형을 통해 확장된 프런티어

<정의 1> FDEF (Olesen and Petersen, 1996)

투입 변수의 수를 m , 산출 변수의 수를 s 로 정의할 때, DEA-CCR 모형에서 $m+s-1$ 개의 효율적 DMU로 구성된 효율적 패싯 (facet)을 FDEF이라고 한다.

OP 모형 (3)은 FDEF 생성을 위한 제약식 (3b)와 제약식 (3d) 그리고 제약식 (3e)로 구성되어 있다. 식 (3d)과 식 (3e)는 효율적 DMU중에서 <정의 1>을 만족시키기 위한 조건부 제약식이고 식(3b)는 조건부 제약식에 의해 선택된 효율적 DMU를 이용해 FDEF를 생성한다. 즉, 식 (3b)~식 (3e)를 통해 각 DMU는 유리한 FDEF를 선택하게 되고, 선택된 FDEF를 이용하여 각 DMU

의 효율성을 측정한다.

<Olesen and Petersen 모형 (OP 모형)>

$$\max h_o = \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \tag{3a}$$

Subject to

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + s_j = 0 \quad j \in E \tag{3b}$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \tag{3c}$$

$$s_j \leq b_j M \tag{3d}$$

$$\sum_{j \in E} b_j \leq \|E\| - (s + m - 1) \tag{3e}$$

$$b_j \text{ is binary } \quad s_j, u_r, v_i \geq 0 \tag{3f}$$

한편 OP 모형 (3)을 통해 모형 (2)의 목표 효율성(E_j^*)을 도출 하였으므로, DEA-CCR 모형을 기반으로 한 모형 (2)의 생산가능집합도 FDEF로 구성되는 것이 타당하다. 따라서 OP 모형 (3)에서 생성된 FDEF를 모형 (2)에 적용해야 하는데, 이때 도출된 FDEF의 수가 유일한지 아닌지 여부에 따라 처리 방법이 달라진다. OP 모형 (3)으로 생성된 FDEF가 1개만 존재할 경우 해당 FDEF를 모형 (2)에 바로 적용할 수 있지만, 다수의 FDEF가 생성될 경우에는 모형 (2)에 OP 모형 (3)을 이용할 경우 어떤 FDEF를 적용할지 알 수 없다는 문제가 있다. 이 문제를 위해서는 Portela and Thanassoulis(2006)가 제시한 Assurance Region(이하 AR) 이용한 Extended Facet 개념을 활용 할 수 있다.

2.2.2 AR-Extended Facet 모형

Portela and Thanassoulis(2006)은 FDEF상의 투입 요소간의 한계 대체율(marginal rate of substitution)과 투입요소와 산출요소의 관계인 한계 변환율(marginal rate of transformation)을 이용하여 잔여요소를 고려한 AR-Extended Facet 기법을 제안하였다. AR-Extended Facet 모형은 우선 효율적인 DMU를 구해 FDEF를 생성하고 FDEF를 만들 때 사용한 DMU의 가중치(u^*, v^*)을 이용하여 AR 식 (4)을 생성한다. 그리고 생성된 AR 식 (4)을 DEA-CCR 모형에 추가하여 각 DMU를 재평가한다.

<FDEF에 대한 Assurance Region>

$$\min \frac{v_i^*}{v_1^*} \leq \frac{v_i}{v_1} \leq \max \frac{v_i^*}{v_1^*} \tag{4}$$

$$\min \frac{u_r^*}{v_1^*} \leq \frac{u_r}{v_1} \leq \max \frac{u_r^*}{v_1^*}$$

Portela and Thanassoulis(2006)은 복합 비효율성 문제를 해결하기 위한 기존의 DEA 모형을 DEA-AR 모형과 비교하고 OP 모형 (3)과 DEA-AR 모형을 이용한 방법이 같은 효율성 계산 결과를 가져옴을 증명하였다. <그림 3>은 그들이 사용한 예제이며,

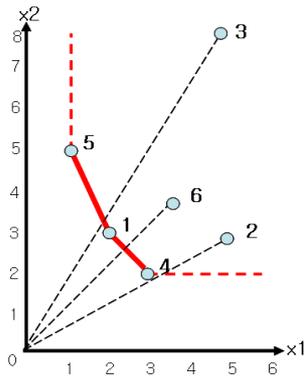


그림 3. Portela and Thanassoulis 예제 도식

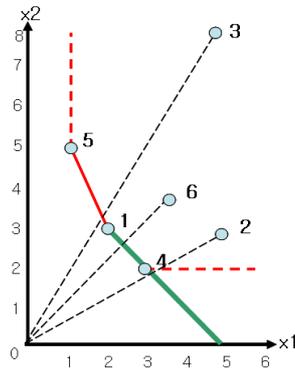


그림 4. DMU(2)를 평가하기 위한 OP 모형의 FDEF

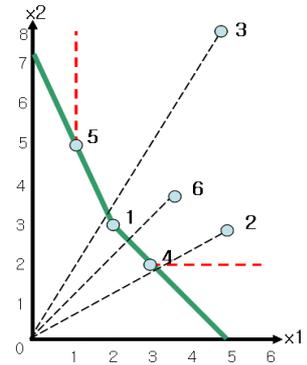


그림 5. DMU(2)를 평가하기 위한 AR-Extended Facet 모형의 프런티어

<그림 3-5>와 <표 1>은 OP 모형 (3)의 FDEF와 AR의 관계를 설명하고 있다. <그림 3>과 <표 1>에서 알 수 있듯이 DMU(1), DMU(4), DMU(5)는 효율적인 DMU이고 DMU(2), DMU(3), DMU(6)는 비효율적인 DMU이다. 그리고 DMU(5)와 DMU(1)로 구성된 FDEF와 DMU(1)과 DMU(4)로 구성된 FDEF가 존재함을 알 수 있다. DMU(2)를 OP 모형 (3)으로 평가한다면 <그림 4>같이 DMU(1)과 DMU(4)를 연결하는 직선을 연장한 FDEF를 기준으로 효율성 점수를 계산하고 그 효율성 점수는 “0.625”가 된다. 이때의 FDEF의 기울기는 FDEF상의 투입 요소간의 한계 대체율($dx_2/dx_1 = -v_1/v_2$)이 된다. 그리고 FDEF의 한계 대체율을 적용해서 AR-Extended Facet 모형을 적용하면 <그림 5>와 같다. 이때 생성된 프런티어는 DMU(2)의 효율성 측정에 관련된 1개의 FDEF만 존재하는 OP 모형 (3)과 다르게 모든 FDEF가 동시에 나타나고 효율성 점수는 OP 모형 (3)과 동일한 “0.625”로 계산된다.

표 1. 모형 간 목표 효율성 점수의 비교

DMU	CCR 효율성점수	OP 모형 효율성점수	AR-Extended Facet 효율성점수
1	1	1	1
2	0.6667	0.625	0.625
3	0.4375	0.4375	0.4375
4	1	1	1
5	1	1	1
6	0.6667	0.6667	0.6667

한편, 투입과 산출 요소가 2차원 이상이 될 경우, FDEF 생성이 용이하지 않을 수 있는데, Portela and Thanassoulis(2006)는 Olesen and Petersen(2003)이 제시한 소프트웨어인 Qhull(<http://www.geom.umn.edu>)를 활용했다. 투입요소와 산출요소가 늘어나고 DMU수가 증가 할 경우 Qhull을 사용함으로써 FDEF 도출 시간을 단축 할 수도 있으나, 본 연구에서는 고려하는 투입과 산출요소의 수와 평가 DMU의 수가 적기 때문에 OP 모형 (3)를

통해 FDEF를 구하였다.

3. DEA 순위결정 절차

3.1 순위결정 절차 수행과정

본 연구에서 제안하는 순위결정 절차는 Cook and Zhu(2007)와 Kao and Hung(2005)가 제시하는 거리척도 기반의 순위결정 모형을 기반으로 하며, 복합 비효율성 문제에서 야기된 기존 연구의 단점을 해결하는 순위 결정 절차를 제안한다. <표 2>는 각 단계의 목적과 산출물을 중심으로 전체 절차를 요약한 것이다.

표 2. 각 단계별 모형의 목적 및 산출물

Step	모형	모형의 목적 및 산출물
1	DEA-CCR 모형	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 목적: 효율적인 DMU를 파악 ◦ 산출물: 효율적 DMU 집단
2	OP모형(3)	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 목적: 목표 효율성의 도출 ◦ 산출물: 각 DMU의 목표 효율성(E_j^{2*})과 3단계 AR 설정을 위한 FDEF
3	AR(4)	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 목적: 생성된 FDEF를 모형(5)에 반영하기 위한 단계 ◦ 산출물: 2단계 FDEF를 이용한 AR
4	제안된 순위결정 모형(5)	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 목적: 목표 효율성(E_j^{2*})과 거리를 오차를 최소화하는 목적 함수를 이용한 공통 가중치를 도출 ◦ 산출물: 공통 가중치(u^{4*}, v^{4*})

제안된 절차의 1단계에는 효율적인 DMU를 파악한다. 그리고 2단계에는 1단계에서 파악된 효율적 DMU를 이용하여 FDEF를 생성한 후, 순위결정 모형 (5)를 위한 목표 효율성을 산출한다. 3단계에서는 2단계에서 사용된 FDEF를 AR로 설정하고, 마지막 4단계에서는 3단계의 AR식과 순위결정 모형을 결

합한 순위결정 모형 (5)을 적용한다. 모형 (5)는 2단계에서 도출한 목표 효율성과 3단계에서 설정한 AR을 이용해서 공통 가중치 (u^{4*}, v^{4*})를 도출하는 역할을 한다. 모형 (5)에서 식 (5d)와 식 (5e)은 기존의 DEA-CCR 생산가능집합에 AR을 추가한 제약식이다.

<제한한 순위결정 모형>

$$\min d \tag{5a}$$

Subject to

$$E_j^{2*} \cdot v^4 X_j - u^4 Y_j \leq d \tag{5b}$$

$$u^4 Y_j - v^4 X_j \leq 0 \tag{5c}$$

$$\min \frac{u_j^{2*}}{v_1^{2*}} \leq \frac{u_r^4}{v_1^4} \leq \max \frac{u_r^{2*}}{v_1^{2*}} \tag{5d} \quad (5)$$

$$\min \frac{v_i^{2*}}{v_1^{2*}} \leq \frac{v_i^4}{v_1^4} \leq \max \frac{v_r^{2*}}{v_1^{2*}} \tag{5e}$$

$$\sum u^4 \geq \epsilon, \sum v^4 \geq \epsilon \tag{5f}$$

$$u^4 \geq 0, v^4 \geq 0, d \geq 0$$

Step 2: 1단계의 효율적 DMU정보와 OP모형을 통해 목표 효율성을 도출한다. 모형 (6)은 DMU(A)의 목표 효율성을 도출하는 예시이다. 모든 DMU에 대해 모형 (6)과 같이 OP모형을 적용하면 <표 5>과 같은 결과를 얻을 수 있고 2개의 FDEF가 존재한다는 사실을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} &\max u_1 \\ &\text{Subject to} \\ &u_1 - 2v_1 - 4v_2 + s_1 = 0 \\ &u_1 - 4v_1 - 2v_2 + s_2 = 0 \\ &u_1 - 8v_1 - 1v_2 + s_3 = 0 \\ &2v_1 + 4v_2 = 1 \\ &s_1 \leq b_1 M \\ &s_2 \leq b_2 M \\ &s_3 \leq b_3 M \\ &b_1 + b_2 + b_3 \leq 1 \\ &b_1, b_2, b_3 \text{ is binary} \\ &s_1, s_2, s_3 \geq 0, u_1, v_1, v_2 \geq 0 \end{aligned} \tag{6}$$

3.2 검증 예제

다음 <표 3>는 검증을 위한 투입과 산출 자료이다.

표 3. 예제 문제를 위한 투입과 산출 자료

DMU	투입 요소		산출 요소
	X_1	X_2	Y_1
A	2	4	1
B	4	2	1
C	8	1	1
D	10	1	1
E	8	2	1
F	3	7	1

Step 1: CCR 모형을 통해 파레토 효율적인 DMU를 찾는다. <표 4>의 결과에서 DMU(A), DMU(B), DMU(C)가 효율적인 DMU임을 알 수 있다.

표 4. 1단계 CCR 모형 수행 결과

DMU	1단계 결과	잔여요소			참조집합
	효율성 (E_j^{1*})	s1-	s2-	s1+	
A	1	0	0	0	$\lambda_A=1$
B	1	0	0	0	$\lambda_B=1$
C	1	0	0	0	$\lambda_C=1$
D	1	2	0	0	$\lambda_C=1$
E	0.75	0	0	0	$\lambda_B=0.5, \lambda_C=0.5$
F	0.6667	0	0.6667	0	$\lambda_A=1$

표 5. 2단계 Olesen and Petersen 모형 수행 결과

DMU	1단계 결과	2단계 결과			
	효율성 (E_j^{1*})	v_1^{2*}	v_2^{2*}	u_1^{2*}	효율성 (E_j^{2*})
A	1	0.1667	0.1667	1	1
B	1	0.1667	0.1667	1	1
C	1	0.0833	0.3333	1	1
D	1	0.0714	0.2857	0.8571	0.857
E	0.75	0.0625	0.2500	0.7500	0.750
F	0.6667	0.1000	0.1000	0.6000	0.600

주) 1. FDEF-1: $-0.1667v_1^{2*} - 0.1667v_2^{2*} + u_1^{2*} = 0$.
 2. FDEF-2: $-0.0833v_1^{2*} - 0.3333v_2^{2*} + u_1^{2*} = 0$.

Step 3: 2단계에서 생성된 FDEF를 구성한 DMU의 가중치 를 이용하여 AR을 설정한다.

$$\begin{aligned} \min \frac{u_r^{2*}}{v_1^{2*}} \leq \frac{u_r}{v_1} \leq \max \frac{u_r^{2*}}{v_1^{2*}} &\Rightarrow \frac{1}{0.1667} \leq \frac{u_1}{v_1} \leq \frac{1}{0.0833} \Rightarrow 6 \leq \frac{u_1}{v_1} \leq 12 \\ \min \frac{v_i^{2*}}{v_1^{2*}} \leq \frac{v_i}{v_1} \leq \max \frac{v_i^{2*}}{v_1^{2*}} &\Rightarrow \frac{0.1667}{0.1667} \leq \frac{v_2}{v_1} \leq \frac{0.333}{0.1667} \Rightarrow 1 \leq \frac{v_2}{v_1} \leq 4 \end{aligned}$$

Step 4: 2단계의 목표 효율성과, 3단계의 AR을 적용한 순위결정 모형 (7)을 통해 최종적인 공통 가중치를 도출한다. 이 결과는 <표 6>의 3~5열에 나타나 있다.

모형(7)은 목표 효율성 달성에 가장 열등한 DMU의 효율성 점수와 목표 효율성과의 거리 오차(d)를 최소화하는 가중치 ($u_1^{4*}, v_1^{4*}, v_2^{4*}$)를 찾는 모형이다. 가장 열등한 DMU는 식 (5b)의 우변값이 가장 큰 DMU가 될 것이며, <표 6>에서 DMU(F)가 가장 열등한 DMU임을 알 수 있다. 이 DMU(F)를 위한 가중치가 각 DMU를 평가하기 위한 공통 가중치(10^{-4} : $u_1^{4*}, v_1^{4*}, v_2^{4*}$)는

$$\begin{aligned}
 & \min d \\
 & \text{subject to} \\
 & d \geq 1 \times 2v_1^4 + 1 \times 4v_2^4 - u_1^4 \\
 & d \geq 1 \times 4v_1^4 + 1 \times 2v_2^4 - u_1^4 \\
 & d \geq 1 \times 8v_1^4 + 1 \times 1v_2^4 - u_1^4 \\
 & d \geq 0.8571 \times 10v_1^4 + 0.8571 \times 1v_2^4 - u_1^4 \\
 & d \geq 0.7500 \times 8v_1^4 + 0.7500 \times 2v_2^4 - u_1^4 \\
 & d \geq 0.6000 \times 3v_1^4 + 0.6000 \times 7v_2^4 - u_1^4 \\
 & \begin{aligned}
 u_1^4 - 2v_1^4 - 4v_2^4 & \leq 0 \\
 u_1^4 - 4v_1^4 - 2v_2^4 & \leq 0 \\
 u_1^4 - 8v_1^4 - 1v_2^4 & \leq 0 \\
 u_1^4 - 10v_1^4 - 1v_2^4 & \leq 0 \\
 u_1^4 - 8v_1^4 - 2v_2^4 & \leq 0 \\
 u_1^4 - 3v_1^4 - 7v_2^4 & \leq 0 \\
 v_1^4 - v_2^4 & \leq 0 \\
 -4v_1^4 + v_2^4 & \leq 0 \\
 u_1^4 - 6v_1^4 & \geq 0 \\
 u_1^4 - 12v_1^4 & \leq 0 \\
 u_1^4 & \geq 0.0001 \\
 v_1^4 + v_2^4 & \geq 0.0001 \\
 u_1^4 \geq 0, v_1^4 \geq 0, v_2^4 \geq 0, d \geq 0
 \end{aligned}
 \end{aligned} \tag{7}$$

2.6611, 0.3305, 0.6695가 된다. 그리고 도출된 공통 가중치를 적용해서 각 DMU를 재평가하면 <표 6>의 맨 우측의 최종 효율성 점수를 얻을 수 있으며, DMU(B)가 가장 효율적인 DMU임을 알 수 있다.

표 6. DEA 순위결정 절차의 결과

DMU	2단계 결과	4단계 결과(단위: 10 ⁻⁴)					최종 효율성 점수
	E_j^{2*}	u_1^{4*}	v_1^{4*}	v_2^{4*}	d^*	식 (5b)의 우변결과	
A	1	2.6611	0.3305	0.6695	0.75	0.0000682	0.796975
B	1					0.0000004	1.000038
C	1					0.0000657	0.803108
D	0.857					0.0000749	0.669543
E	0.75					0.0000330	0.668114
F	0.6					0.0000750	0.468669

4. DEA 순위결정 절차를 활용한 저수지군 연계운영

DEA기반 순위결정 절차를 수자원의 효율적 운영을 위한 저수지군의 연계 운영 문제에 적용하여 보았다. 저수지군 연계 운영 문제는 수계 내 댐들을 유기적으로 연계시켜 운영하는 것

으로, 용수공급, 수력발전 등, 댐 건설의 목적을 고려하면서 매 기간 각 댐의 방류량을 결정하는 것을 목적으로 한다(Kim *et al.*, 2003). 본 연구에서는 저수지군 최적 연계운영을 모사하기 위해 CoMOM(Coordinated Multi-reservoir Operating Model, Kim and Park, 1998; Kim *et al.*, 2005)을 활용하였다. CoMOM은 수계 내 물의 물리적 또는 논리적 흐름 과정을 표현한 최소 비용 네트워크 모형(Network Flow Optimization)을 근간으로 한다. 여기에 물의 물리적 이동과 댐 운영 과정의 비선형적 현실 제약을 반영하기 위한 조건 제약식(conditional constraints)이 추가되며, 앞서 언급한 여러 목적을 동시에 고려하기 위해 다중목적 혼합 정수 목표 계획 모형의 형태로 구성되어 있다. CoMOM은 댐 군의 최적 연계 운영을 모사하기 위한 내부 엔진으로 활용된 것이며, 본 연구의 초점은 이 모형을 활용해서 다양한 최적해 집단을 도출하고 여기서 가장 선호하는 해를 ‘선택’하는 과정에 맞춰져 있다. 따라서 CoMOM의 관련 제약식과 목적함수 등의 자세한 설명은 생략하며 대신 ‘선호해의 선택’ 절차에 초점을 두고 설명하고자 한다.

4.1 저수지 운영을 위한 선호해 선정 절차

제안하는 선호해 선정 절차는 <그림 6>와 같다. 우선 의사결정자에게 선택의 폭을 넓혀주는 다양한 최적해들을 도출하기 위해 Lee *et al.*(2007)에서 제안된 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm, GA)을 활용하였다. 그들의 연구에서는 기존 CoMOM에서 해를 결정짓는 가장 중요한 매개변수인 저수와 발전방류에 대한 상대적 가중치를 다양하게 적용시켜 가면서 두 목적간의 상충관계를 고려한 최적해 들을 도출하고자 하였다. 즉, 두 목적에 대한 가중치를 GA의 결정변수로 취하고 파레토 최적에 가까운 해를 도출했던 가중치의 적합도(fitness)를 높게 부여하는 방법으로 파레토 프런티어에 가까운 우수한 해 집단을 유도하고자 했다. 한편 본 연구에서는 복잡한 비선형식으로 표현되는 수력 발전 계산의 어려움을 고려하여 수력발전 에너지량 대신 발전에 사용된 물의 방류량을 최대하도록 하였으며, 동시에 저수량을 가급적 확보할 수 있도록 목적함수를 구성하였다. 물론 비선형 발전량 계산식을 선형화하고 반복 계산함으로써 보다 정확한 계산을 도모할 수도 있다(Kim *et al.*, 2005). 그러나 최적화 모형이 기본적으로 가급적 물의 낭비를 최소화해서 장래의 물 부족에 대비하는 전략을 반영하도록 설계되어 있어 결과적으로 방류량 최대화만으로 발전량을 도모할 수 있으며(Kim *et al.*, 1999), 아울러 다양한 가중치들을 적용해 최적화를 반복 수행하는 GA-CoMOM에 수행시간의 추가 부담을 주지 않기 위해 최적화 결과에서 나온 발전방류량을 토대로 수력발전 에너지량을 추후 계산하였다.

한편 GA-CoMOM을 통해 도출된 최적해들은 단순히 저수량과 발전 방류량만 고려한 해들이다. 이 최적해들 중 의사결정자가 최선의 대안을 선택하기 위해서는 단순히 저수량과 발전 방류량만 고려 할 것이 아니라 운영상의 다양한 기준을 고려

해야 하며, 이것은 개별 최적해들을 도출하는 것보다 더 중요한 문제가 될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 GA-CoMOM을 통해 일단의 해집단을 도출한 후 DEA를 이용한 순위결정 절차를 적용하여 최선의 파레토 최적해를 선정해 보았다. 이해를 돕기 위해 금강 수계 저수지군 연계 운영문제를 대상으로 설명하고자 한다.

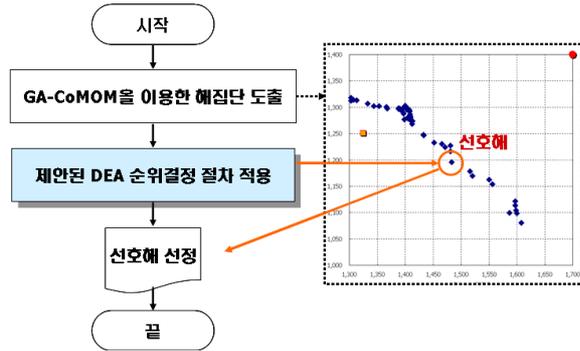


그림 6. 저수지 운영을 위한 선호해 선정절차

4.2 금강 수계 저수지 운영을 위한 선호해 선정

본 연구에서 적용한 금강 수계에는 <그림 7>과 같이 상류의 용담댐과 그 아래 대청댐이 존재하며, 각 댐은 전주, 대전·청주, 공주 권역에 용수를 공급하고 3개의 발전소를 통해 전력을 생산하는 것을 주요 역할로 하고 있다.

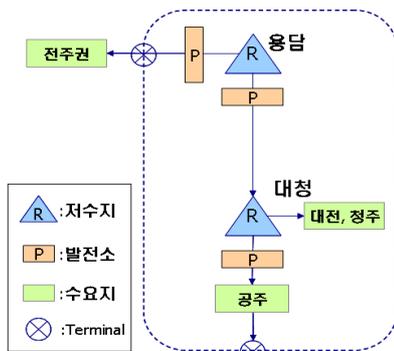


그림 7. 금강 수계 네트워크 요약도

사례 연구 대상 기간은 2002년 10월을 선택하였다. 일반적인 DEA에서 투입 요소에는 자원의 소비 또는 비용의 요소가, 산출 요소에는 자원의 획득 또는 이익의 요소가 사용된다. 본 연구에서는 DEA의 투입/산출 개념을 최적화 모형의 개념에 적용하여 투입에는 최소화, 산출에는 최대화 목적을 갖는 목적함수값으로 사용하였다. 그 결과 <표 7>와 같은 DEA 투입/산출 요소를 선정하였다. 이때 사용한 평가요소 중 기말 목표 저수량 오차는 기간말 저수량과 계획한 기간말 목표 저수량과의 오차를 나타낸다. 이들 자료는 GA-CoMOM에서 도출된 발전방류량과 저수량을 이용하여 계산할 수 있다.

표 7. 선호해 선정을 위한 DEA 투입/산출 요소

구분	내용
산출 요소(Max)	평균 발전량(GWh/day)
투입 요소(Min)	용담댐 목표 저수량 오차($10^6 m^3$) 대청댐 목표 저수량 오차($10^6 m^3$)

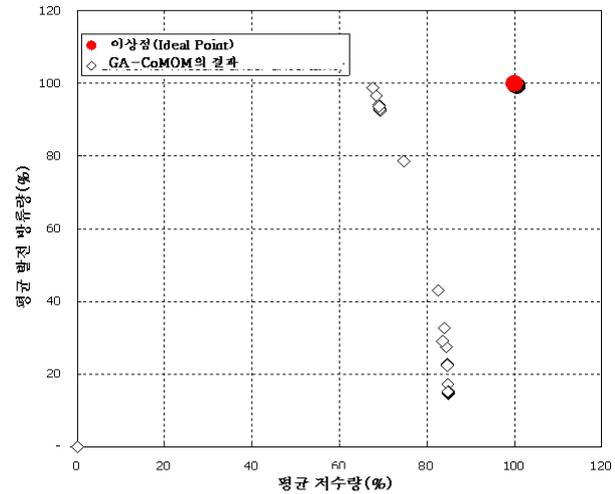


그림 8. GA-CoMOM의 최적해 집합

표 8. GA-CoMOM의 최적해 집단

DMU	GA-CoMOM의 결과		DEA 모형을 위한 자료		
	평균 저수량 ($10^6 m^3$)	평균 발전방류량 ($10^6 m^3$)	산출요소 평균 발전량 (GWh)	투입요소 기말 목표저수량오차 ($10^6 m^3$)	
				용담댐	대청댐
1	1319.865	24.703	2.927	311.856	46.082
2	1349.856	23.254	2.437	311.856	31.780
3	1351.236	23.139	2.404	311.856	37.934
4	1654.604	3.637	0.544	36.990	37.934
5	1654.494	3.711	0.576	44.563	11.236
6	1333.109	24.151	2.693	311.856	16.434
7	1653.928	4.313	0.630	24.900	37.934
8	1654.567	3.674	0.560	44.563	13.214
9	1345.549	23.547	2.525	311.856	16.028
10	1654.052	3.821	0.622	44.563	5.307
11	1457.585	19.676	2.533	221.923	46.082
12	1350.353	23.203	2.421	311.856	34.490
13	1644.888	6.876	0.907	20.942	37.934
14	1346.829	23.433	2.490	311.856	22.183
15	1611.855	10.762	1.316	90.460	37.934
16	1636.468	8.171	1.046	44.114	37.934
17	1654.236	3.785	0.607	44.563	7.283
18	1654.383	3.748	0.591	44.563	9.260
19	1650.690	5.609	0.776	1.727	37.934

• Stage 1: GA-CoMOM 적용

GA-CoMOM을 적용하여 <그림 8>과 같이 파레토 최적해 집합을 도출한다. 앞에서 설명한 것처럼 도출된 파레토 최적해 집합은 단지 평균 저수량과 평균 발전 방류량만 고려된 해들이다. 이 파레토 최적해들에 대한 DEA 모형의 투입/산출 요소의 평가 자료는 <표 8>과 같다.

• Stage 2: DEA 순위결정 절차의 적용

Stage 1에서 도출된 파레토 최적해들에 대해 DEA 순위결정 절차를 이용하여 최적해의 우선순위를 평가한다. 이 때 투입/산출 요소 간 단위의 크기가 상이한 점을 감안해서 자료값을 정규화해서 사용하였다. 선호해를 선정하기 위한 세부 절차는 다음과 같다.

Step 1: DEA-CCR 모형으로 효율성 점수 산출

도출된 최적해들을 대상으로 DEA-CCR 모형을 적용해서 효율성을 평가한 결과 <표 9>와 같이 나타났다. 이 결과에서 DMU(9)가 잔여 요소가 존재하는 복합 비효율성 상태임을 알 수 있는데, 2.1절에서 설명한 거리척도 기반 순위결정 DEA 모형의 문제점을 고려할 때 본 연구에서 제시된 절차를 적용할 필요가 있다고 판단된다.

표 9. 도출된 최적해 집단의 효율성 평가

구 분 DMU	잔여요소			효율성 점수(순위)
	s1-	s2-	s1+	
1	0	0	0	0.647(14)
2	0	0	0	0.636(15)
3	0	0	0	0.563(18)
4	0	0	0	0.469(19)
5	0	0	0	0.807(9)
6	0	0	0	1.000(1)
7	0	0	0	0.618(16)
8	0	0	0	0.721(13)
9	0.027	0	0	0.962(4)
10	0	0	0	1.000(1)
11	0	0	0	0.732(11)
12	0	0	0	0.604(17)
13	0	0	0	0.902(6)
14	0	0	0	0.802(10)
15	0	0	0	0.732(12)
16	0	0	0	0.837(8)
17	0	0	0	0.944(5)
18	0	0	0	0.851(7)
19	0	0	0	1.000(1)

Step 2: OP 모형으로 새로운 효율성 점수 산출

OP 모형을 통해 복합 비효율성 문제가 제거된 새로운 목표 효율성값을 도출하고 AR설정을 위한 FDEF를 생성한다. <표 10>의 두 번째 열(E_j^{2*})은 새로 구한 효율성 점수에 해당된다. 그러나 이 결과는 여전히 각 해들에게 유리한 개별 최적해 관점의 가중치들로 평가되었고, DMU(6), DMU(10), DMU(19)가 동일하게 효율적으로 판별되어 아직 가장 선호하는 해를 선정할 수 없다.

Step 3: 2단계의 FDEF를 이용한 AR 설정

전 단계에서 도출된 효율성 값과 FDEF를 이용하여 다음과 같이 AR 식을 구성한다.

$$\frac{4.7619}{5.8602} \leq \frac{u_1}{v_1} \leq \frac{1.087}{0.5435} \Rightarrow 0.812583 \leq \frac{u_1}{v_1} \leq 2$$

$$\frac{1.4965}{4.5579} \leq \frac{v_2}{v_1} \leq \frac{1.2681}{0.5435} \Rightarrow 0.255359 \leq \frac{v_2}{v_1} \leq 2.333211$$

Step 4: 전체 DMU를 고려한 공통 가중치 도출 및 재평가

모형 (5)를 통해 전체 DMU관점의 공통 가중치를 도출하고 그 가중치를 이용해 최적해 집단을 평가하였다. <그림 9>와 <표 10>의 맨 마지막 열은 이 결과를 표시한 것이다. 이때 파레토 최적해 집단을 평가하기 위한 공통의 가중치는 (10^{-4} : 1, 0.9567, 0.6338)로 나타났으며, 이를 적용하여 전체 최적해 집단을 재평가하면 DMU(10), DMU(17), DMU(6)순으로 나타났다. 여기서 가장 선호되는 해로 선정된 DMU(10)은 <표 8>에서 보는 바와 같이 발전량 측면에서 다른 DMU들의 평균보다 다소 낮은 수준이었으나, 목표 저수량과의 오차 측면에서 월등히 우수하였다. 또한 <그림 10>과 <그림 11>을 통해 저수지의 전체적인 운영 상황을 살펴보면 DMU(10)이 차 순위의 해들에 비해 목표 저수량을 비교적 충실하게 만족하고 안정적인 수위를 유지하고 있음을 확인할 수 있다.

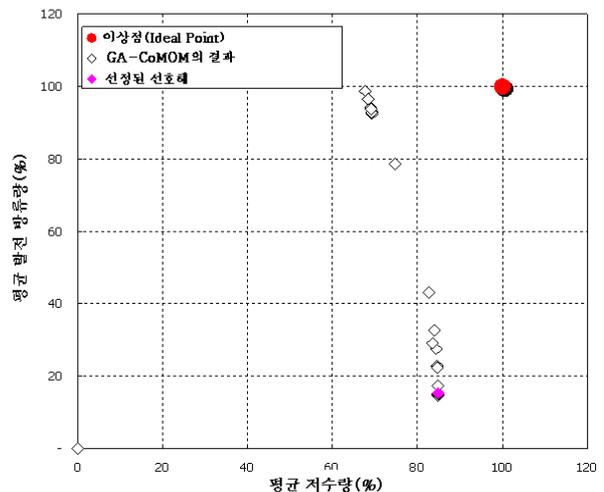


그림 9. DEA 순위결정 절차를 적용한 선호해

표 10. DEA 순위결정 절차를 적용한 단계별 결과

구분	Step 2 결과	Step 4의 결과(단위:10 ⁻⁴)				식 (5b)의 우변결과 (10 ⁻⁴)	최종효율성 점수(순위)
	DMU E _j ^{2*}	u ₁ ^{4*}	v ₁ ^{4*}	v ₂ ^{4*}	d*		
1	0.6473	1	0.9567	0.6338	0.2593	0.0293	0.6188(9)
2	0.6360					0.0563	0.5884(11)
3	0.5629					0.0113	0.5467(14)
4	0.4687					0.1073	0.2875(19)
5	0.8074					0.0313	0.6648(6)
6	1.0000					0.2553	0.7662(3)
7	0.6177					0.1483	0.3529(18)
8	0.7213					0.0393	0.5893(10)
9	0.9468					0.2563	0.7223(5)
10	1.0000					0.0003	1.0000(1)
11	0.7323					0.0913	0.6472(8)
12	0.6036					0.0343	0.5691(12)
13	0.9016					0.2193	0.5196(16)
14	0.8019					0.1613	0.6644(7)
15	0.7322					0.1333	0.5336(13)
16	0.8372					0.1873	0.5356(15)
17	0.9435					0.0123	0.8597(2)
18	0.8506					0.0213	0.7522(4)
19	1.0000					0.2593	0.4931(17)

5. 결론 및 추후 연구

본 연구에서는 다수의 후보대안, 특히 파레토 최적해 집단에 대한 우선순위를 평가하고 최선의 대안을 선정할 수 있는 DEA 기반의 순위결정 절차를 제시하였다. 이 절차는 복합 비효율성의 문제에서 야기된 기존의 거리척도 기반 순위결정 DEA 모형의 문제점을 해결하였다. 소개된 절차를 금강 수계 저수지군 연계 운영 문제에 적용해서 다중 목적 계획 모형이 먼저 도출해 준 파레토 최적해들에 대한 우열 순위를 평가할 수 있었다. 본 절차를 저수지 운영문제와 같이 다수의 목적을 가진 최적화 문제에 적용할 경우 대안 선정에 도움이 될 수 있을 것이다. 그러나 DEA의 평가 요소로 사용한 발전량과 목표 저수량과의 오차는 수자원 관리의 거시적 목표를 고려하기 위한 평가 척도로는 다소 부족한 점이 있다. 따라서 본 연구에서 사용된 평가 요소 외에 수자원 관리의 안정성(Reliability), 취약성(Vulnerability), 회복성(Resiliency)과 같은 평가 지표를 사용하면 보다 의미 있는 결과를 낼 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

Adler N., Friedman, L., and Sinuany-Stern, Z. (2002), Review of Ranking Methods in The Data Envelopment Analysis Context, *European Journal of Operational Research*, 140, 249-265.

Cohon, J. L. and Marks, D. H. (1975), A Review and Evaluation of Multiobjective Programming Techniques, *Water Resources Research*, 11(2), 208-220.

Cook, W. D. and Zhu, J. (2007), Within-group Common Weights in DEA : An Analysis of Power Plant Efficiency, *European Journal of Operational Research*, 178, 207-216.

Hwang, C. L. and Lin, M. J. (1987), *Group Decision Making Under Multiple Criteria*, Springer Verlag, Berlin.

Kao, C. and Hung, H. T. (2005), Data Envelopment Analysis with Common Weights : The Compromise Solution Approach, *Journal of the Operational Research Society*, 56, 1196-1203.

Kim, J. H, Kim, S. K., and Park, Y. J. (2003), Utilization of a Mathematical Programming Data Structure for the Implementation of a Water Resources Planning System, *IE Interfaces*, 16(4), 485-495.

Kim, S. K. (1999), Hydro Energy from Multiple Reservoir Operation, *Proceedings of the WATERPOWER '99 Conference*, Water Resource Session 23: Decision Support System II, 2.

Kim, S. K., Lee, Y. D., K, J. H., and Ko, I. H. (2005), A Multiple Objective Mathematical Model for Daily Coordinated Multi-Reservoir Operation, *Water Science and Technology : Water Supply*, 5(3-4), 81-88.

Kim, S. K. and Park, Y. J. (1998), A Mathematical Model for Coordinated Multiple Reservoir Operation, *Journal of the Korea Water Resources Association*, 31(6), 779-793.

Koopman, T. C. (1951), An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities, In *Activity Analysis of Production and Allocation*, Wiley, New York, 33-97.

Lee, Y. D., Kim, S. K., and Ko, I. H. (2007), Genetic Algorithm to Determine Weighting Factors in Multiple Objective Reservoir Operation Model under Inflow Uncertainty, Working paper, Korea University.

Olesen, O. B. and Petersen, N. C. (1996), Indicators of Ill-conditioned Data Sets and Model Misspecification in Data Envelopment Analysis : *An Extended Facet*

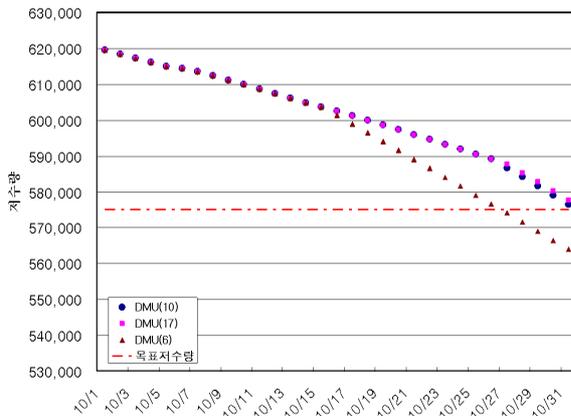


그림 10. 용담댐 저수량 그래프

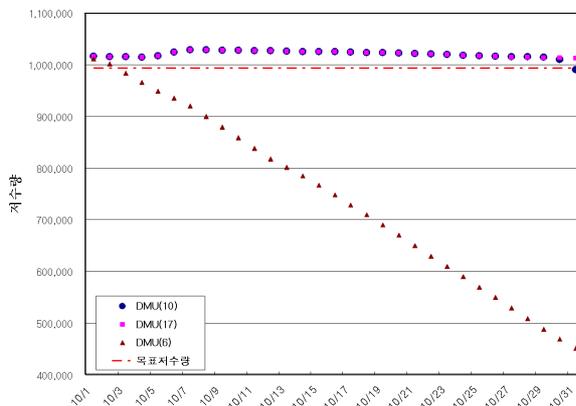


그림 11. 대청댐 저수량 그래프

Approach, Management Science, 42(2), 205-219.

Olesen, O. B. and Petersen, N. C. (2003), Identification and Use of Efficient Faces and Facets in DEA, *Journal of Productivity Analysis*, 20, 323-360.

Portela, M. C. A. S. and Thanassoulis, E. (2006), Zero Weights and Non-Zero Slack : Different Solutions to the Same Problem, *Annals of Operations Research*,

145, 129-147.

Tone, K., (2001), A Slack-based Measure of Efficiency in Data Envelopment Analysis, *European Journal of Operational Research*, 130, 498-509.

YU, P. L., (1973), A Class of Solutions for Group Decision Problems, *Management Science*, 19(8), 936-946.



전 승 목

한국외대어대대학교 산업공학과
고려대학교 산업시스템정보공학과 석사
현재: 한국항공우주산업 KHP사업부
KHP체계종합팀 연구원
관심분야: System Safety Analysis, 체계공학,
다 기준 의사결정 분석



김 재 희

고려대학교 산업공학과 학사
고려대학교 산업공학과 석사
고려대학교 산업공학과 박사
현재: 군산대학교 경영회계학부 조교수
관심분야: 다 기준 의사결정, 수자원/교통
시스템 분석



김 승 권

서울대학교 기계공학과 학사
Stanford University 산업공학과 석사
UCLA 시스템공학과 박사
HARZA Engineering Co., Chicago, USA. System
Analyst
현재: 고려대학교 정보경영공학부 교수
관심분야: 다 기준 의사결정 분석, SCM, 수자
원/환경 및 에너지 시스템분석