대한기계학회논문집 A권, 제32권 제10호, pp. 805~816, 2008

<초청논문> **DOI:10.3795/KSME-A.2008.32.10.805**

마이크로/나노 압입시험에 의한 재료특성평가

이 형 일† · 이 진 행*

(2008 년 9 월 2 일 접수, 2008 년 9 월 17 일 수정, 2008 년 9 월 17 일 심사완료)

Evaluation of Material Characteristics by Micro/Nano Indentation Tests

Hyungyil Lee and Jin Haeng Lee

Key Words : Indentation (압입), Material Property (재료물성), Representative Strain (대표 변형률), Representative Stress (대표 응력), Residual Stress (잔류응력), Fracture Toughness (파괴인성), Creep Property (크리프 물성)

Abstract

The present work reviews the methods to evaluate elastic-plastic material characteristics by indentation tests. Especially the representative stress and strain values used in some papers are critically analyzed. The values should not only represent the load-depth curve, but also represent the whole of deformed material around the impression. We briefly introduce other indentation techniques to evaluate residual stresses, creep properties, and fracture toughness. We also review some technical problems that are related to the accuracy issues in indentation tests.

기호설명

A : 압흔의 투영접촉면적
C : Kick's law 계수
E, E_I : 시편 및 압입자 영률
h_c : 접촉압입깊이
h_{max} : 최대압입깊이
h : 압입깊이
n : 변형경화지수
P : 압입하중
R : 압입자 선단반경
S : 해중 기울기
β : 보정계수
ε : 압입자 형상계수
ε_o : 항복변형률
ε_R, σ_R : 대표 소성변형률 및 대표 응력
ϕ, ψ : 원뿔형 및 삼각뿔형 압입자 각도
σ_o : 항복강도
ν, ν_I : 시편 및 압입자 푸아송비
κ : 영률 보정계수

† 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과
E-mail : hylee@sogang.ac.kr
TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799
* 회원, The University of Tennessee at Knoxville, Materials Science and Engineering

1. 서 론

기계 등 구조물의 신뢰성평가에 있어 핵심이 되는 재료 물성평가 기법에 대한 연구는 최근 마이크로/나노 단위 소자에 대한 관심이 집중되면서 새로운 전환점을 맞이하게 되었다. 인장시험, 파괴시험 등과 같이 기존의 전통적인 시험법은 표준화가 비교적 잘 되어 있어 그 과정이 명확하고 문헌값 등과 비교가 용이하다라는 장점을 지니고 있지만, 이를 미소재료 시험에 적용하기 위해서는 이에 맞는 장비 개발과 더불어 시편제조 등의 난제를 해결해야 한다. 이에 대한 몇 가지 대체 시험법이 현재 제시되어 사용되고 있는데, 그 중 압입시험법은 그 편리함과 더불어 풍부한 응용 가능성으로 인해 미소재료시험 분야에서 가장 널리 쓰이고 있는 시험법으로 자리 잡고 있다.

(a) (b)

Fig. 1 (a) Nano Indenter G200 (Agilent Technologies) and (b) Micro Indenter DKTT-3000

마이크로/나노 압입시험법 (Fig. 1)은 재료표면의 미소압입으로부터 얻게 되는 하중-변위 데이터, 그리고 필요에 따라 압흔 등을 분석하여 재료의 다양한 특성을 정량 혹은 정성적으로 평가하는 시험기법이다. 압입시험법으로부터 얻을 수 있는 재료의 물성 및 특성으로는 경도를 비롯하여 영률, 항복강도, 변형경화지수, 인장강도 등과 같은 인장 물성치가 있으며,[1~24] 잔류응력,[18,25~31] 크리프,[32,33] 점탄성 및 점소성 특성, 파괴,[5,34,35] 동적 특성, 코팅 박리(delamination) 현상 분석[36] 등에도 응용될 수 있다. 또한 압입 파괴특성 등을 이용하면 그 자체로 미소제작(micro-fabrication) 도구가 될 수도 있다. 무엇보다도 압입시험법은 금속, 세라믹, 폴리머, 고무, 바이오 재료 등 다방면으로 적용 가능하기 때문에, 앞으로 그 활용가치가 더 높을 것으로 예측된다.

본 논문에서는 압입시험에 의한 재료특성 평가 기술 중 응력-변형률 곡선과 관계된 재료의 물성(영률, 항복강도, 변형경화지수 등)을 평가하는 다양한 연구들을 기술하고, 또한 잔류응력, 크리프 물성, 파괴인성 등 다양한 분야에서 응용되고 있는 압입 연구들도 간략하게 살펴본다. 아울러 현재 압입시험 기법과 관련된 문제점들을 검토한다. 이를 통해 향후 개선 및 발전방향을 가늠해 본다.

2. 압입시험을 이용한 탄소성 물성평가

2.1 기초 압입이론 정리

19세기말 Boussinesq와 Hertz 등에 의해 창안된 탄성접촉문제에 대한 연구는 20세기 초중반에 걸쳐 Love,[37] Sneddon[38,39] 등에 의하여 정립된 축대칭 임의 형상 압입자에 대한 탄성압입이론의 근간이 되었다. 특히 Sneddon은 축대칭 평저형(flat-ended) 압입자를 비롯해, 원뿔형(conical), 구형(spherical) 강체 압입자 등 (Fig. 2)에 대한 압입 하중-변위 (P-h)와 접촉면적 (A)에 대한 각각의 수식을 확립하였다. 후에 Pharr 등[3]은, 하중-변위 곡선의 미분으로 얻을 수 있는 접촉강성(contact stiffness, S)에 대한, 식 (1)이 축대칭 압입자의 형상과 관계없이 성립된다는 것을 수학적으로 증명하였다.

$$S = \beta \frac{2E_{eff}\sqrt{A}}{\sqrt{\pi}} \tag{1}$$

여기서 E와 ν는 각각 측정재료의 영률(Young's modulus)과 푸아송비(Poisson's ratio)이고, A는 최대하중시 투영접촉면적(projected contact area), β는 보정계수로 1이며, E_e는 유효영률을 각각 나타낸다. 유효영률의 정의는 다음과 같다.

$$E_e = \{(1-\nu^2)/E + (1-\nu_I^2)/E_I\}^{-1} \tag{2}$$

E_I와 ν_I는 각각 압입자의 영률과 푸아송비이다. 식 (1)에서 β는 비축대칭 압입자 형상보정을 위해 삽입되었으나,[3,40] 실제에서는 재료 물성치, 마찰계수, 압입자 형상 등에 따라서도 변화하는 통합 보정계수로 사용된다. 이에 대해서는 추후 살펴보기로 한다.

여기서 주목해야 할 부분은 탄성 압입이론에 바탕을 둔 식 (1)이 탄소성 재료에 대한 각뿔 압입시험에서도 큰 무리없이 적용될 수 있다는 점이다. Doerner와 Nix[1]는 탄소성 재료의 각뿔 압입시험에서 해중곡선이 탄성특성을 나타냄에 착안하여 초기 해중 곡선의 선형 기울기로부터 Sneddon[38,39]의 해를 이용한 재료의 영률을 구하는 기법을 제시하였다. 이에 Oliver와 Pharr[2]는 해중 곡선을 아래 식 (2)의 멱함수로 회귀하는 것이 더

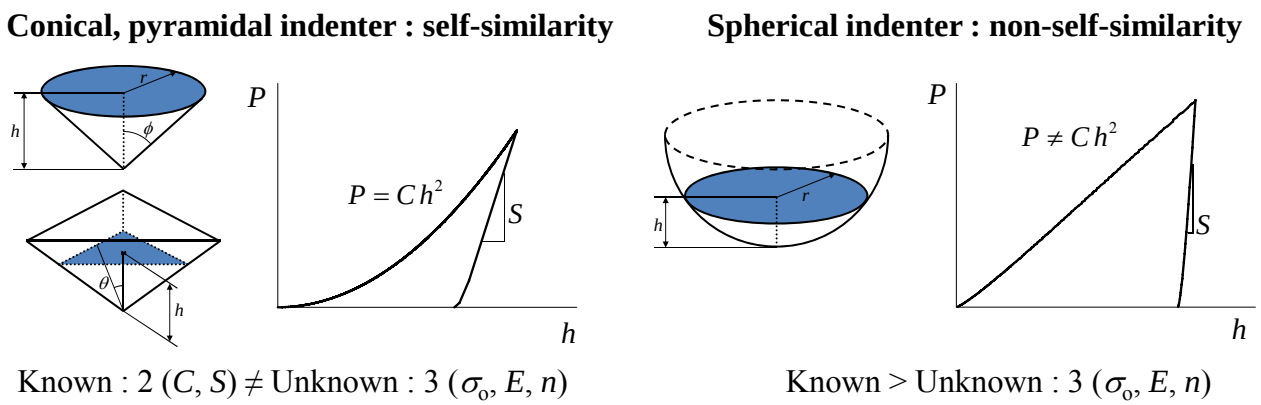


Fig. 2 Schematic of self- and non-self-similar indenters and their load-displacement curves

적합하다는 결론을 내렸다.

$$P = B(h - h_f)^m \tag{3}$$

여기서 B, h_f, m은 멱급수 회귀로부터 얻게 되는 계수들이다. 따라서 최대 압입깊이 h_{max}에서 해중 기울기 (혹은 접촉강성) S는 식 (3)을 미분해 얻을 수 있다.[5]

$$S = mB(h_{max} - h_f)^{m-1} \tag{4}$$

압입접촉면적 A를 알 수 있다면 식 (4)로부터 구한 S와 함께 식 (1)에 대입, 정리하여 영률을 예측하게 된다. 한편 Oliver와 Pharr는 다음 식을 이용하여 압입접촉깊이 h_c를 나타내었다.[2]

$$h_c = h_{max} - \varepsilon \frac{P_{max}}{S} \tag{5}$$

여기서 P_{max}는 최대 압입깊이 h_{max}에서의 최대 하중값이며, ε는 형상계수(geometric parameter)로 원뿔 0.72, 구형 0.75, 평저 1.00의 값을 갖고, 버코비치 (Berkovich) 압입자에 대해서는 실험값인 0.75를 사용한다.[2,5] 압입깊이에 따른 함수 $A = f(h_c)$를 알고 있으면 식 (5)의 접촉압입깊이를 이용하여 투영접촉면적 A를 계산할 수 있다.

2.2 압입시험을 이용한 탄소성 물성평가

2.2.1 탄소성 물성평가 압입시험법의 개요

2.1 절에서 주로 다룬 내용은 Oliver-Pharr(O-P) 방법[2]에 의한 마이크로/나노 압입시험의 기초 압입 이론들이다. 그러나 O-P 방법으로 예측할 수 있는 탄소성 물성치는 경도와 영률 정도에 국한되며, 이는 전통적 인장 · 압축시험으로 얻을 수 있는 물성정보에 비하여 크게 부족하다고 할 수 있다. 또한 O-P 방법으로 예측되는 접촉깊이 h_c는 항상 h_{max}보다 작을 수 밖에 없으며, 따라서 pile-up 효과가 큰 탄소성 재료에서는 예측 압입접촉면적이 실제 면적과 상당한 차이를 보인다.[5] 따라서 이와 같은 이론적 한계를 극복하는 동시에 다양한 재료의 물성정보를 얻기 위한 많은 연구자들의 연구가 계속되고 있다. 본 논문에서는 원뿔 및 각뿔, 그리고 구형 압입시험을 이용한 물성평가 기술에 대하여 정리하고 그 특징 및 문제점, 개선방향 등에 대해 살펴본다.

압입시험을 이용한 탄소성 물성치 예측에 대한 연구는 Tabor,[41] Francis,[42] Johnson,[43] Hill[44] 등에 의해 실험적, 이론적 토대를 마련하게 되었다. 그러나 탄성 및 소변형 가정 등 이론적 한계와 더불어 미지 재료 평가의 어려움에 봉착하게 되면서, 그 대안으로 유한요소해석을 이용한 비교연구가 활발히 진행되고 있다. 나아가 미리 유한요소해석으로 얻은 데이터를 활용해 재료 물성치를 예측하는 역해석(reverse analysis) 방법과 관련해서도 다양한 시도들이 계속되어 오고 있다.

역해석의 간략한 개념은 다음과 같다. 먼저 가정된 재료물성 범위 내에서 물성변수(영률, 항복강도, 변형경화지수 등)를 적절한 간격으로 변화시키면서 대략 수십에서 수백 회 압입시험의 유한요소해석을 실시한다. 해석으로부터 하중-변위 관계 등을 얻고, 또한 이들과 물성치를 일대일 대응시킬 수 있는 함수들을 생성한다. 이 함수들을 이용해 프로그램화하면 추후 유한요소해석 없이 임의의 압입시험 데이터로부터 곧바로 응력-변형률 관계를 유추할 수 있다(Figs. 3-4).

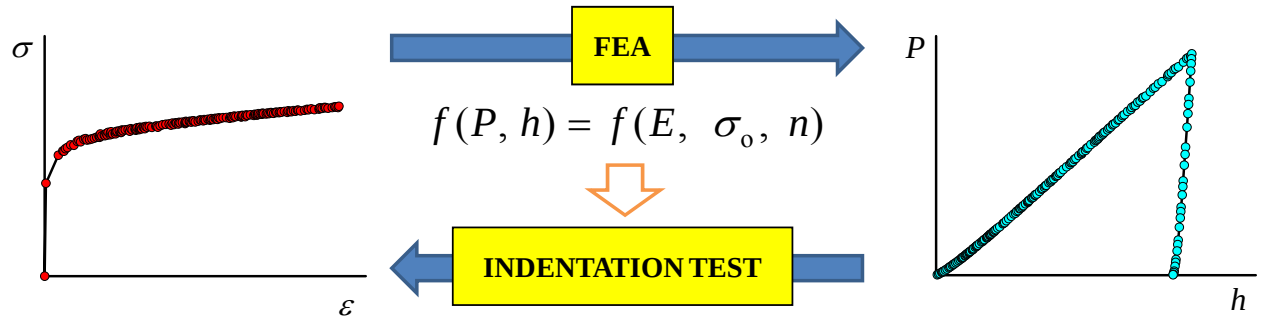


Fig. 3 The concept of the reverse analysis using the FEA and the indentation test

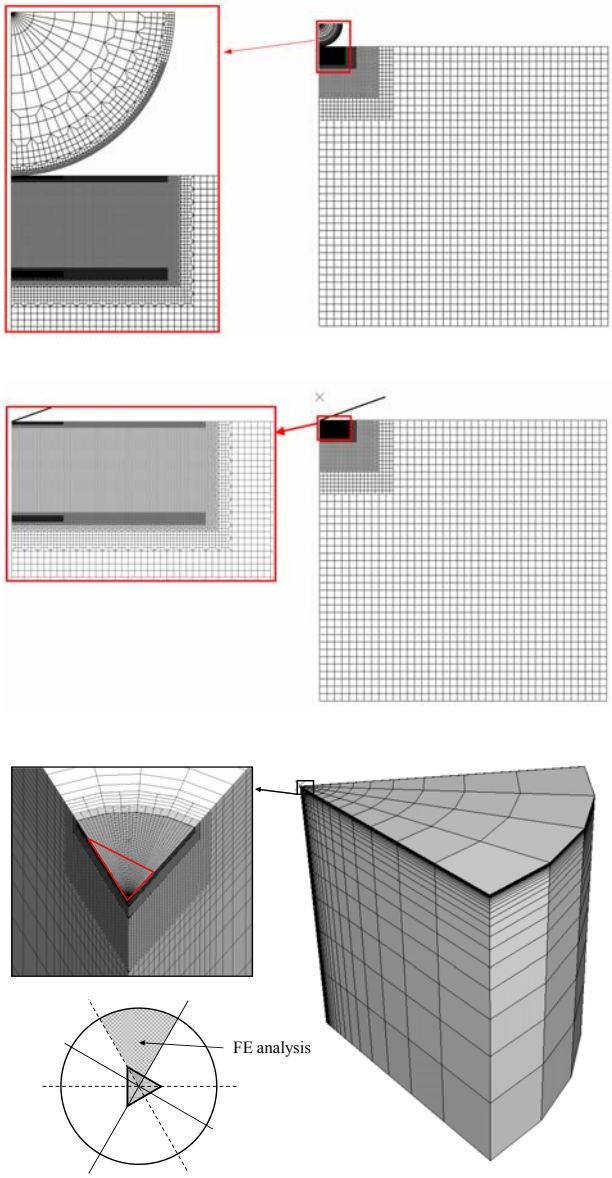


Fig. 4 2D and 3D FE models for spherical, conical and pyramidal indentation simulations

압입시험 데이터와 응력-변형률 관계의 함수화 과정에 종종 등장하는 개념으로 대표(representative) 응력 및 대표 변형률이 있다.[41~43] 여기서 "대표"는 압흔 주위의 전체 변형된 재료의 대표를 의미한다. 그러나 Tabor, Francis, Johnson 등이 사용한 대표 응력 및 대표 변형률의 개념을 실제 유한요소해석에 그대로 적용할 경우 적지 않은 문제점과 오차를 야기시킨다. 이에 많은 연구자들은 독자적인 대표 응력과 대표 변형률을 정의하여 사용하고 있다. 다음 절에서는 최근 제시되고 있는 물성평가 연구 및 이에 사용되는 대표 응력과 변형률들에 대하여 검토해 보도록 한다.

2.2.2 원뿔 및 각뿔 압입자를 이용한 물성평가

먼저 자기유사성(self-similarity)을 갖는 압입자에 대한 물성평가 방법을 살펴본다. 원뿔 및 각뿔형(pyramidal) 압입자는 Kick's law, 즉 아래 식 (6)에 의해 지배 받는다 (Fig. 2).[45]

$$P = C h^2 \tag{6}$$

압입시험의 크기효과(Indentation Size Effect, ISE)가 없다고 가정할 경우, 압입이 진행될수록 소성응력-변형률 영역이 확산되지만 그 분포형상은 항상 동일하다. 이로 인해 P/h^2 (혹은 P/A)는 압입깊이와 관계없이 항상 일정하게 되며, 따라서 재료의 현재 변형상태를 나타낼 수 있는 대표 변형률(혹은 대표 응력, 평균접촉압력)은 단일값만을 갖는다. Tabor[41]는 비커스 압입자에 대해 대표 소성변형률을 약 $\varepsilon_R = 0.08$로 설정하였으며, Johnson[43]은 대표 소성변형률을 다음과 같이 원뿔형 압입자 각도 ϕ의 함수로 나타내었다.

$$\varepsilon_R = 0.2 \cot \phi \tag{7}$$

한편 Giannakopoulos와 Suresh[8]는 이 대표 소성변형률 ε_R을 0.29로 설정하고 이로부터 단일 하중-변위 곡선을 이용한 물성평가 기법을 제시하였다. 이후 Dao 등[9]은 반내각 (half-included angle) 이 70.3º인 압입자에서 동일 Kick's law 계수 C를 갖는 재료들은 동일 응력-소성변형률 지점 (ε_R = 0.033)을 통과함을 관찰하였고 이를 대표 소성변형률로 선정했다. 아울러 Giannakopoulos와 Suresh의 방법에 사용된 변수들에 대한 차원해석을 통하여, 무차원함수들을 유도함으로써 재료물성치를 예측할 수 있는 역해석 알고리듬을 개발하였다.

이들[8-9]의 물성평가 방법에서 대표 소성변형률의 타당성을 살펴보기에 앞서, 단일 압입 하중-변위 곡선만으로 물성평가가 가능한지에 대해 먼저 검토해 볼 필요가 있다. 앞서 설명한 바와 같이 자기유사성을 갖는 압입자의 하중 곡선은 하나의 계수 C로 표현된다. 그런데 이들의 연구에서 추가적으로 변수에 포함시킨 에너지, 해중 압입깊이 등의 함수들은 실질적으로 재료 특성파악에 거의 영향을 주지 않는다. 따라서 만일 두 재료의 C가 같다면 하중-변위 곡선만으로 두 재료의 물성치를 구별할 수 없다.(Fig. 2) 이에 Chollacoop 등[10]과 Bucaille 등,[11] Cao와 Lu[13]는 Dao 등[9]의 연구에서 압입자 각도를 변화시킬 경우 대표 소성변형률이 변화함을 활용하여 이러한 유일해 문제를 해결하고자 하였다. 또한 Ogasawara 등[16] 및 Chen 등[23]도 대표 소성변형률의 정의를 달리한 후 ($\varepsilon_R = 0.0319\cot\phi$) 다중 압입시험 연구를 수행하였으며, Cao와 Lu 등[14]은 Dao 등의 방법을 확장, 구형 압입시험에 적용하였다.

여기서 대표 소성변형률에 대해 엄밀한 관점에서 논의해 볼 가치가 있다. 앞서 설명한 바와 같이 Tabor[41]가 사용한 원래의 대표 소성변형률이나 대표 응력에 수정을 가해야 하는 것은 실제 문제에서 피할 수 없는 사실이며, 다양한 접근법에 의해 그 값들을 새롭게 정의할 수 있다. 그러나 이 때 몇몇 사항들을 고려해야 한다. 먼저 Dao 등이 사용한 대표 소성변형률은 응력-변형률 곡선의 관찰로부터 얻은 것으로, 그 근거가 매우 미약하다. Kick's law 식 (6)을 살펴보면 이를 명확히 알 수 있다. 계수 C가 같지만 물성치가 다른 재료들을 가정해 보자. 이들 재료의 평균접촉압력 (= P/A)은 pile-up/sink-in 양의 차이로 인해 서로 다른 값을 갖게 되며, 따라서 대표 변형률에 대응하는 대표 응력 역시 서로 달라야 한다. 즉 실제 접촉된 면적이 다르다면 같은 하중-변위 곡선을 보인다고 하더라도 이들 재료의 변형형상 및 응력상태를 같지 않다고 보는 것이 타당하다. 그러나 이들[9]의 선택에 따르면 대표 변형률은 항상 같기 때문에 대표 응력 역시 같아야 하는 모순이 따른다. 따라서 하중-변위 곡선의 외형적 특성으로 선택된 대표값들이 실제 압입하부 특성을 잘 반영한다고 할 수 없다. 특히, 멱함수를 따르지 않는 응력-변형률 곡선을 가정해 본다면 ε_R = 0.033 지점에서 만나지만 C가 다른 무수한 경우를 생각해 볼 수가 있으며, 결국 그 역도 무수히 존재함을 직관적으로 유추해 볼 수 있다.

이와 같이 이들 연구들이 보여주는 대표 소성변형률들의 정의는 그 대표성에 상당한 약점이 있다. 그 원인은 대표 소성변형률을 재료의 물성치와 관계없는 압입자 각도만의 함수로 설정하였기 때문이다. 대표 소성변형률 지점까지 응력-변형률 곡선이 일치하고, 그 이후부터 분리되는 두 재료를 생각해보자. 만일 대표 소성변형률이 재료 물성과 관계없는 상수라면 두 재료의 대표 소성변형률은 동일하다. 그런데 이 경우 대표 응력들도 동일하다. 만약 대표 소성변형률이 0.3 정도의 큰 값이 아니라면 두 재료의 압입 하중-변위 곡선은 다르며, 이는 하중-변위 곡선이 다른 두 재료의 대표 응력과 대표 변형률이 같다는 것을 의미한다. 그러나 하중-변위 곡선이 다른 두 재료에서 동일 대표 소성변형률에 대응하는 대표 응력들은 서로 달라야만 그 "대표성"이 의미를 갖게 되며, 실제로 계산되는 대표 응력들도 서로 다르다. 따라서 이와 같은 모순을 방지하기 위해서는 대표 소성변형률을 매우 크게 설정하거나 혹은 물성곡선에 따라 그 값을 변화시켜야 한다. 여기서 대표 소성변형률을 Giannakopoulos와 Suresh,[8] Chaudhri[46]와 같이 0.3 내외의 큰 값으로 선정하는 것은 바람직하지 않다. 이 값은 압입하부 변형을 대표하기에는 너무 크기 때문이다. 예를 들어 소성변형률 0.25 지점까지 응력-변형률 곡선이 일치하고 그 이후로 분리되는 두 재료를 가정해 보자. 이 경우 소성변형률 0.3에서 대표 응력은 다르지만, 하중-변위 곡선은 거의 일치하여 이로부터 계산되는 대표응력도 거의 유사해지는 문제가 발생한다. 따라서 압입자 각도의 함수로만 표현된 모든 대표 소성변형률들은 이상적 지수함수를 따르지 않는 재료에 대해 매우 취약하며, 이 문제를 해결하기 위해서는 재료물성치에 따라 대표 소성변형률이 바뀌어야 한다.

이와 같이 물성평가 압입이론들 중에는 압입하부의 실제 변형에 대한 고찰 없이 거시적 해석에 의존하거나, 유한요소해석을 수반한 경우라 하더라도 제한적인 물성치 사용 혹은 방법론적인 한계 등으로 인해 평가된 물성치에 많은 의문점을 남긴다. 따라서 광범위한 재료물성 범위에 대한 검증이 뒤따르지 않으면 그 실효성을 평가하기 힘들다. 이와 같은 문제는 다음 절에서 다루는 구형 압입시험에도 그대로 적용된다.

2.2.3 구형 압입자를 이용한 물성평가

구형 압입자를 이용한 압입시험 (Fig. 2)에서 압입하부의 응력-변형률 분포는 자기 유사성을 갖는 압입자와는 달리 압입깊이에 따라 계속적으로 변화한다. 따라서 재료의 탄소성 물성평가에 있어서는 이론적으로 단일 압입시험이 가능한 구형 압입시험이 더 적합하다고 할 수 있다. 구형 압입자를 이용한 탄소성 물성평가 연구는 앞서 언급한 Tabor, Francis, Johnson, Hill 등에 의해 그 기초가 이루어졌다. 그러나 이들은 기본적으로 얕은 압입 등을 가정하고 있거나, 제한된 물성범위, 비선형 탄성이론에 근간을 두는 변형소성이론 등을 사용해, 실제 탄소성 변형상태의 특성을 제대로 보여주지 못할 수 있다.[17,47] 특히 최근 연구에서 구형 압입시험의 압입깊이 h는 최소 압입자 직경 D의 15~20% (h/D = 15~20%) 이상 되어야 미지 재료 물성평가의 민감도를 감소시킬 수 있음을 볼 때,[17,18,22,23] 일부 이론들은 압입깊이증가에 따른 한계를 극복하기 힘들게 된다.

역해석 등을 이용한 구형 압입시험 연구에서도 역시 대표 응력 및 대표 소성변형률 개념이 이용되고 있다.[14,17,20,22,23] 먼저 Tabor가 제시한 대표 소성변형률은 $\varepsilon_R = 0.2d/D$ (d는 접촉직경, D는 압입자의 직경), Francis의 대표응력은 $\sigma_R = 4P/\pi d^2\psi$ (ψ는 구속인자)로, 앞서 설명한 바와 같이 이 수식들을 그대로 사용하기 힘들기 때문에, 많은 연구들은 각기 상이한 정의에 따른 대표값들을 선정하여 사용하고 있다. 이 때 구형 압입자의 경우 대표 소성변형률과 대표 응력이 압입깊이에 따라서도 변화하므로, 자기 유사성을 갖는 압입자보다 상당히 인위적인 선택이 개입될 소지가 많다. 따라서 여기에서도 대표 소성변형률 선정시 발생되는 문제점을 간과해서는 안 된다. 또한 일부 연구들은 Dao 등[9]이 제시한 방식에 큰 의문을 갖지 않고 응용하고 있어, 그 역해석시 발생될 수 있는 문제점들을 사전에 예측하기 힘들 수 있다. 따라서 선택한 대표 소성변형률과 대표 응력값의 유효성을 검토하기 위해서는 광범위한 재료 물성치에 대한 검증이 필수적이다. 또한 멱함수를 따르지 않는 재료에 대해서도 유효해야 한다는 점도 염두해 두어야 한다. 이 때 앞서 자기 유사성을 갖는 압입자에 대해서도 설명한 바와 같이, 대표 소성변형률이 재료 물성치와 무관하다는 설정보다는 그에 따라 변화한다고 보는 것이 더 실제적이다.

이들 보다 앞서 Taljat 등[48]은 구형 압입시험에 대한 새로운 대표 변형률 선정 방안을 제시하였다. 그들은 유한요소해석을 바탕으로 압입하부의 응력 및 변형률장을 분석하였고, 이로부터 기존 압입 물성 예측지점의 한계를 고찰하였다. 이를 바탕으로 물성산정에 적정한 대표 변형률 지점을 새롭게 선정하고 이 지점에서 얻은 응력-변형률과 하중-변위 관계를 연관시킨 압입수식을 제시하였다.

이에 본 저자들[17]은 Taljat 등의 이론을 응용하여 보다 최적의 압입하부 물성평가지점을 선정하였고, 이 지점의 응력-변형률 관계와 압입 하중-변위 관계를 연결시킬 수 있는 세 개의 무차원 압입변수들 (c^2, ε_p, ψ)을 선택하였다. 이 압입변수들을 압입깊이 및 물성치의 함수로 표현하기 위해 광범위한 유한요소해석을 실시해, 이로부터 세 변수들을 압입깊이 h/D, 항복변형률 ε_o ($\equiv \sigma_o/E$), 변형경화지수 n에 대해 동시에 함수화하는 회귀기법을 선보였다. 여기서 사용된 물성곡선은 다음의 구간 멱함수 법칙을 따른다.

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{\sigma_o} & \text{for } \sigma \le \sigma_o \\ \left(\dfrac{\sigma}{\sigma_o}\right)^n & \text{for } \sigma \ge \sigma_o \end{cases} \tag{8}$$

그러나 이 연구에서 언급한 바와 같이 h/D = 6% 깊이로 압입할 경우 서로 다른 물성치를 가진 재료들의 하중-변위 곡선이 매우 유사할 수 있는 유일성에 대한 문제가 발생할 수 있기 때문에, h/D = 20% 정도의 압입이 필요하다.[17] Chen 등도 최근 미지 재료의 특성 파악을 위해서는 h/D = 15% 이상이 되어야 함을 보였다.[23] 본 저자들은 이전 연구를 확장해 최근 h/D = 20%에 대한 압입이론을 제시했으며,[22] 압입변수들을 새롭게 함수화하였다. 이를 아래 식 (9)와 (10)에 나타내었다.

$$c^2 = f_0^c(\varepsilon_o, n, E/E_I) + f_1^c(\varepsilon_o, n, E/E_I)\ln\left(\frac{h}{D}\right) \tag{9a}$$

$$\varepsilon_p = f_i^{\varepsilon}(\varepsilon_o, n, E/E_I)\left(\frac{h}{D}\right)^i \tag{9b}$$

$$\psi \equiv \frac{P}{D^2\sigma} = f_i^{\psi}(\varepsilon_o, n, E/E_I)\left(\frac{h}{D}\right)^i \tag{9c}$$

$$f_i^{c,\varepsilon,\psi}(\varepsilon_o, n, E/E_I) = \alpha_{ij}^{c,\varepsilon,\psi}(\varepsilon_o, E/E_I)\, n^{-j}$$

$$\alpha_{ij}^{c,\varepsilon,\psi}(\varepsilon_o, E/E_I) = \beta_{ijk}^{c,\varepsilon,\psi}\left(E/E_I\right)\varepsilon_o^k$$

$$\beta_{ijk}^{c,\varepsilon,\psi}(E/E_I) = \gamma_{ijkl}^{c,\varepsilon,\psi}\left(E/E_I\right)^l$$

i = 0, 1 for c^2 i = 0, 1, 2, 3 for ε_p and ψ

j = 0, 1, 2, 3, 4 k = 0, 1, 2, 3 l = 0, 1, 2 for c^2, ε_p and ψ

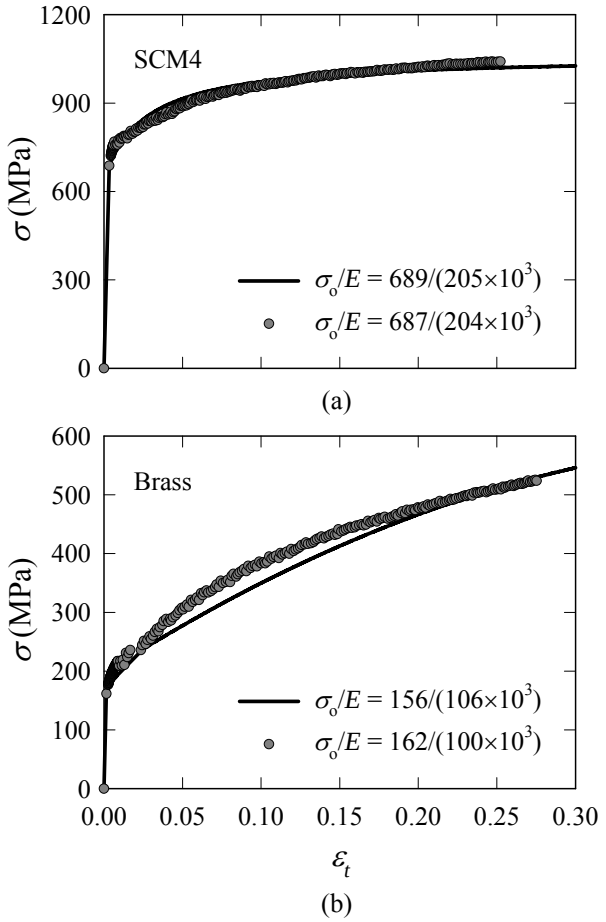


Fig. 5 Comparison of the computed stress-strain curves to those given for (a) SCM4 and (b) Brass.

$$E = \frac{1-\nu^2}{d/\kappa S - (1-\nu_I^2)/E_I} \tag{10}$$

$$\kappa(\varepsilon_o, n, E/E_I) = \alpha_j^\kappa(\varepsilon_o, E/E_I)\, n^{-j} \;;\; j = 0, 1$$

$$\alpha_j^\kappa(\varepsilon_o, E/E_I) = \beta_{jk}^\kappa(E/E_I)\varepsilon_o^k \;\;;\;\; k = 0, 1$$

$$\beta_{jk}^\kappa(E/E_I) = \gamma_{jkl}^\kappa(E/E_I)^l \;\;;\;\; l = 0, 1$$

h/D = 6% 압입과 달리, h/D = 20% 압입에서는 E/E_I, 즉 압입자 물성의 영향이 증가하여, 총 네 개 변수들에 대한 회귀를 실시, 위의 함수들을 생성했다. 아울러 멱함수를 따르지 않는 재료의 물성평가를 강화하고 압입깊이 증가에 따른 마찰계수의 영향을 감소시키고자 독자적인 물성평가 알고리듬을 개발하였다.[18] 또한 이 물성평가 기법이 광범위한 물성 범위에 대해 유효함을 해석적인 방법으로 검증했으며, 자체적으로 마이크로 압입시험기 [Fig. 1(b)]를 개발하여 미지 재료에 대한 시험을 실시해 실제 적용가능성을 확인해 보았다. Fig. 5는 이러한 방법으로 얻은 실제 응력-변형률 곡선과 인장시험으로 구한 물성 곡선을 비교하여 나타낸 것이다. 뤼더 변형률이 큰 재료를 제외하면 10% 내외의 오차에서 인장 물성치들을 계산할 수 있다.

Zhao 등[20]은 본 저자들의 방법에서 압입접촉직경을 사용하는 것과 대표 변형률을 이용하지 않은 점, 그리고 많은 회귀계수가 필요하다는 단점을 들었으나, 이는 전반적인 압입이론에 대한 이해 부족으로 인한 것이다. 먼저 압입접촉직경 d는 다른 물성치들과 함께 계산되는 값이므로 실제 측정이 필요 없다. 이 때 대표 소성변형률과 응력을 추출하기 위해 접촉직경과 연관 지은 것은 앞서 설명한 바와 같이 그 "대표성"을 보장하기 위해서이다. 또한 영률 계산에 접촉직경을 사용하는 이유는, 물론 그 이론적 바탕에 기인하지만, 다양한 무차원 회귀를 통해 접촉직경 d를 사용할 때, 즉 식 (10)에서 S/d를 사용했을 때 편차가 가장 적은 영률이 계산된다는 결론을 내렸기 때문이기도 하다. 그리고 대표 변형률을 이용하지 않았다는 것은 잘못된 언급으로, 그 위치가 다를 뿐 Tabor 등이 사용한 대표 변형률 정의와 큰 차이가 없다. 마지막으로 회귀계수들의 많고 적음은 연구자가 처리할 몫이며 최종적으로 중요한 목표는 정확한 물성평가이기 때문에, 이는 시험법 적정성의 평가요소가 될 수 없다.

3. 압입시험을 이용한 다양한 재료특성평가

압입시험을 이용한 재료특성평가기술은 서론에서도 언급한 바와 같이 광범위한 영역에 걸쳐 사용되고 있다. 본 절에서는 이들 중 잔류응력, 크리프 물성, 파괴인성 평가기술에 대한 소개 및 향후 과제에 대해 간략하게 기술해 본다.

3.1 압입시험을 이용한 잔류응력평가

초기 압입시험을 이용한 잔류응력 연구는 잔류응력의 방향과 크기에 따른 Vickers 경도 변화를 관측하는 것이었다. Tsui 등[25]과 Bolshakov 등[26]은 실험과 유한요소해석을 통하여 경도, 접촉면적, 영률 측정에 미치는 잔류응력의 영향을 분석했다. Suresh와 Giannakopoulos[27]는 Tsui 등[25]의 연구를 활용하여 Vickers 압입시험법으로 표면 양축등가(equi-biaxial) 잔류응력 및 변형률 결정법을 본격적으로 제시하였다. 잔류응력 예측수식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_R = \frac{P_o - P}{f\,A} \tag{11}$$

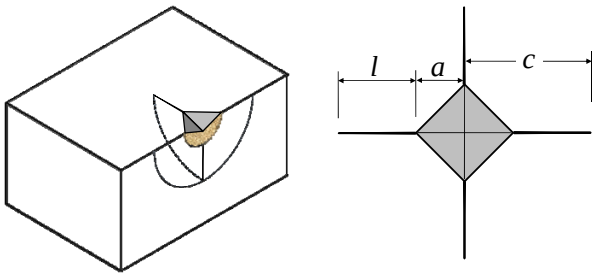


Fig. 6 Schematic of indentation cracking

여기서 인장잔류응력의 경우 f는 1이며, 압축잔류응력의 경우 $1/\sin\phi$이다. 그러나 식 (11)은 단 한 가지 재료에 대해 얻은 특성이므로 이를 일반화하기는 어렵다.

이후 Xu 와 Li[29]는 유한요소해석을 통하여 양축 등가 잔류응력 하에서 압입 해중곡선을 분석하였다. 이를 통해 이전 연구와 달리 잔류응력은 경도에 영향을 줌을 관찰하였다. Chen 등[31]은 압입시험을 통하여 영률, 항복강도와 잔류응력을 동시에 측정할 수 있는 방안을 제안했다. 그러나 그들은 변형경화지수에 대한 영향을 고려하지 않았고, 따라서 이 방법은 항복강도와 잔류응력 모두에서 큰 오차를 야기시킬 수 있다. 이후 본 저자들은 유한요소해석을 바탕으로 하중 곡선의 Kick's law 계수 C를 이용한 양축 등가잔류응력 평가기법을 제시했다.[18] 이 방법은 압입접촉면적을 이용하지 않기 때문에 이를 측정하거나 예측할 필요가 없으며, 압입자 선단반경의 영향도 최소화할 수 있는 장점이 있다.

잔류응력에 평가에서 압입시험법이 가지는 장점은 시편 준비과정 및 시험과정이 매우 단순하며, 또한 현재 사용중인 부위에 대해서도 적용 가능한 기술이라는 점이다. 또한 미소재료의 잔류응력 평가에도 매우 효과적인 기법이다. 그에 반한 단점으로는, 잔류응력을 성분별로 분리하기 어렵고, 잔류응력 크기에 따른 하중-변위 곡선의 편차가 크지 않아 시험오차가 크게 발생할 수 있다는 점이다. 이에 다양한 압입자 형상에 대한 연구 및 보조실험 등과 결합하는 연구가 진행되고 있다.

3.2 압입시험을 이용한 크리프 물성평가

압입시험을 통한 크리프 물성측정에 대한 기초이론은 단축 크리프 시험과의 유사성으로부터 출발한다. 식 (12)는 압입시험의 크리프 관계식을 나타낸다.[32,33]

$$\dot{\varepsilon}_I = BH^m \tag{12}$$

여기서 $\dot{\varepsilon}_I$ $(=\dot{h}/h)$는 압입변형률 속도, H는 경도, B와 m은 크리프 상수로, m은 단축 크리프 시험의 지수와 동일하다. 압입시험으로부터 이들 물성치들을 얻기 위한 기술은 압입자 형상에 따라 구형 및 각뿔형(혹은 원뿔형) 압입자로 나눌 수 있으며, 시험은 하중, 변위, 변형률속도, 하중속도조정방식에 따라 구분된다.[33]

최근 미소제조공정에서 발생되는 열 및 이에 따른 크리프 현상에 대한 관심이 증가하면서 나노압입시험을 통한 크리프 연구도 많은 주목을 받고 있다. 그러나 천이 영역 등의 영향으로 인해 이론적으로 크리프 물성치들을 단축 크리프 물성치와 대응시키는데 어려움이 있으며, 미소시험에서 장시간 동안 안정적으로 고온을 유지는 기술 역시 난제로 남아 있다.

3.3 압입시험을 이용한 파괴인성 평가

유리, 세라믹 등의 취성재료의 경우 압입시험시 재료 표면 부근에 균열이 발생된다. 구형 혹은 평저형 압입자를 이용할 경우 원뿔형(cone) 균열이 발생될 수 있다. 삼각뿔이나 사각뿔 압입자를 사용시는, 재료특성에 따라 방사형(radial), 중앙형(median), 반원형(half-penny), 측면(lateral) 균열이 독립적 혹은 복합적으로 발생된다.[35] 이 때 균열의 크기와 압입하중 등의 관계를 이용하여 파괴인성을 예측할 수 있다. Lawn 등[34]은 Hill[49]의 expanding cavity 모델을 이용하여 재료 표면의 균열길이 c (Fig. 6)와 압입하중, 경도 및 영률로부터 파괴인성을 예측하는 다음 수식을 제시하였다.

$$K_c = \alpha\left(\frac{E}{H}\right)^{1/2}\left(\frac{P}{c^{3/2}}\right) \tag{13}$$

여기서 α는 압입자 형상과 관계된 상수이다. 그러나 식 (13)에는 많은 가정 및 단순화가 포함되어 있으며, 재료 특성에 따라 균열진전 양상에 차이가 있기 때문에,[35] 이 식을 일반화하여 사용하기에는 많은 제약이 따른다. 이에 다양한 형태의 유한요소해석 및 측정기술을 활용해 재료특성에 따른 파괴 연구가 시도되고 있다.

4. 압입시험기술의 과제

다양한 방면에서 사용 가능한 압입시험법은 그 편리함에도 불구하고, 이론적 그리고 시험적 한계로 인해 실제 적용에 많은 어려움을 보이고 있다. 먼저 탄성이론에 근거한 압입이론은 실제 탄소성 재료에

대하여 많은 난제를 유발시킨다. 이로 인한 재료의 pile-up/sink-in 현상은 압입접촉직경 예측을 어렵게 하며, 이는 물성측정에 가장 큰 장애요인 중 하나가 되었다. 또한 수 마이크로 이하 압입에서 발생되는 변형률구배 소성(strain-gradient plasticity)[50,51] 등의 영향에 의한 크기효과(ISE, Indentation Size Effect)는 재료에 따라 다른 특성을 보여주기 때문에, 이에 대한 개별적인 정립이 필요하다. 그러나 이와 같은 크기효과 등을 살펴보기에 앞서, 압입시험 데이터에 대한 보다 세심한 처리가 필요하다. 하중축 변형(load frame compliance), 압입자 형상, 초기하중, 마찰계수, 압입자 물성, 압입자 팁의 결함 및 마모, 수직 및 수평 정렬, 시편의 균질도, 크기효과, 표면상태, 인장·압축 물성치의 정확성, 불균일 연신효과, 멱함수 형태를 벗어나는 재료의 물성평가기법, 해중곡선의 기울기 측정방법 등 다양한 요인에 대한 정량적인 분석은 그래서 더욱 중요하다. 실험적인 부분에 대한 정리는 다른 논문들[12,52,53]에서 상세히 다루고 있기 때문에 본 논문에서는 이 논문들에서 다루지 않은 부분을 간략하게 기술한다.

4.1 하중-해중 곡선의 회귀

나노 압입시험기의 경우 구형압입자 제작이 매우 어렵고, Vickers나 Berkovich 압입자의 경우에도 유한한 압입자 선단반경이 존재하게 되어 이론과 실제 실험 사이의 오차가 발생된다. 이 때 압입자 선단반경의 영향에 대한 정량화가 상당히 중요하다. 이는 또한 압입초기의 크기효과 연구에도 직접적인 관련이 있다. 최근 본 저자들은 원뿔형 압입자에 대하여 하중-변위 곡선의 하중부 곡선에 대한 회귀를 통해 하중곡선의 계수 C와 압입자 선단 반경 R을 예측할 수 있는 회귀구간을 제시하였다.[24] 아울러 영률 계산에 사용되는 해중 곡선의 회귀구간 선정에 따른 보정계수 β의 변화를 살펴보았다. 이로부터 압입자 선단반경 크기와 관계없이 5% 이내의 오차에서 영률을 계산할 수 있는 보정계수 β들을 제안하였다.

4.2 압입자 형상의 영향

일반적으로 나노압입시험에 널리 사용되는 버코비치 혹은 비커스 압입자는 흔히 동일 압입깊이에서 동일한 크기의 단면적을 갖는 원뿔형 압입자와 비견된다. 그러나 실제 이들 압입자는 서로 다른 하중-변위 곡선을 보여주며[54,55] 압입접촉면적도 같지 않다. 따라서 버코비치 압입시험 데이터를 비교분석하기 위해 단순히 원뿔형 압입자에 대한 이론해 및 유한요소해를 이용할 경우 상당한 오차가 발생할 수 있다.

4.3 압입자 각도, 마찰계수 및 푸아송비의 영향

Hay[56] 등은 원뿔형 압입자에 대한 유한요소해석으로부터 Sneddon 압입이론의 문제점을 분석하였으며, 수정된 압입수식을 사용하여 푸아송비와 압입자 각도 변화에 따른 보정계수 β의 변화를 함수화했다. 이로부터 푸아송비가 증가할수록 보정계수는 1에 수렴하며, 압입자 각도가 증가할수록 보정계수가 커짐을 보였다. 만일 마찰계수의 영향까지 고려할 경우 푸아송비가 0.5에 수렴할수록 마찰계수의 영향은 줄어들어, 푸아송비가 0.3인 버코비치 압입시험에서 마찰계수의 영향은 크지 않다. 그러나 압입자 각도가 줄어들수록 보정계수에 미치는 마찰계수의 영향은 푸아송비와 관계없이 크게 증가하기 때문에 주의가 요구된다.

5. 결 론

본 논문에서는 먼저 다양한 형상의 압입자를 이용한 탄소성 재료물성 평가기술을 검토해보았다. 이 때 재료의 물성과 하중-변위 관계를 연결시키기 위해 사용되는 대표 소성변형률과 대표 응력에 대해 집중적으로 검토하였으며, 이로부터 현재 많은 역해석 연구에서 사용되고 있는 이들 수치들의 대표성에 문제점이 있음을 보였다. 물론 그 대표성에 문제가 있다고 해서 제시된 연구들의 물성평가 자체가 불가능하다는 것을 의미하지는 않는다. 그러나 분명한 것은 압입시험의 민감성은 대표 소성변형률 및 대표 응력 설정과 관련이 있다는 점이다. 여기서 이들 대표값을 정확히 선정하는 것은 기술적으로 어렵기 때문에, 설정된 대표값의 타당성을 검증하는 단계가 상당히 중요하다. 이에 본 저자들이 구형 압입시험에서 사용한 대표 소성변형률과 대표 응력을 이용한 역해석 연구의 예를 기술하여, 그 검증 과정을 대략적으로 살펴보았다.

이와 더불어 현재 사용되고 있는 압입시험기술의 다양한 응용 연구(잔류응력, 크리프 물성, 파괴인성) 에 대해 간략하게 살펴보았으며, 나아가 현재 압입시험기술의 문제점 및 주의점들을 검토해 보았다. 이로부터 향후 압입시험 관련 연구방향을 예측해 볼 수 있을 것이다.

후 기

본 연구는 2007년도 한국과학재단 특정기초연구(KOSEF R01-2007-000-10942-0)의 일부로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

(1) Doerner, M. F. and Nix W. D., 1986, “A Method for Interpreting the Data from Depth-sensing Indentation Instruments,”*J. Mater. Res.*, Vol. 1, pp. 601~609.
(2) Oliver, W. C., Pharr, G. M., 1992, “An Improved Technique for Determining Hardness and Elastic Modulus Using Load and Displacement Sensing Indentation Experiments,” *J. Mater. Res.*, Vol. 7, pp. 1564~1583.
(3) Pharr, G. M., Oliver, W. C. and Brotzen, F. R., 1992, “On the Generality of the Relationship among Contact Stiffness, Contact Area and Elastic Modulus during Indentation,” *J. Mater. Res.*, Vol. 7, pp. 613~617.
(4) Field, J. S. and Swain, M. V., 1995, “Determining the Mechanical Properties of Small Volumes of Material from Submicrometer Spherical Indentations,” *J. Mater. Res.*, Vol. 10, pp. 101~112.
(5) Pharr, G. M., 1998, “Measurement of Mechanical Properties by Ultra-low Load Indentation,” *Mater. Sci. Eng.* (*A*), Vol. 253, pp. 151~159.
(6) Huber, N. and Tsakmakis, C., 1999, “Determination of Constitutive Properties from Spherical Indentation Data Using Neural Networks. Part I: The Case of Pure Kinematic Hardening in Plasticity Laws,” *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 47, pp. 1569~1588.
(7) Huber, N. and Tsakmakis, C., 1999, “Determination of Constitutive Properties from Spherical Indentation Data Using Neural Networks. Part II: Plasticity with Nonlinear Isotropic and Kinematic Hardening,” *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 47, pp. 1589~1607.
(8) Giannakopoulos, A. E. and Suresh, S., 1999, “Determination of Elastoplastic Properties by Instrumented Sharp Indentation,” *Scripta Mater.*, Vol. 40, No.10, 1191~1198.
(9) Dao, M., Chollacoop, N., Vliet, J. V., Venkatesh, T. A. and Suresh, S., 2001, “Computational Modeling of the Forward and Reverse Problems in Instrumented Sharp Indentation,” *Acta Mater.*, Vol. 49, pp. 3899~3918.
(10) Chollacoop, N., Dao, M., and Suresh, S., 2003, “Depth-Sensing Instrumented Indentation with Dual Sharp Indenters,” *Acta Mater.*, Vol. 51, pp. 3713~3729.
(11) Bucaille, J. L., Stauss, S., Felder, E., and Michler, J., 2003, “Determination of Plastic Properties of Metals by Instrumented Indentation Using Different Sharp Indenters,” *Acta Mater.*, Vol. 51, pp. 1663~1678.
(12) Oliver, W. C. and Pharr, G. M., 2004, “Measurement of Hardness and Elastic Modulus by Instrumented Indentation: Advances in Understanding and Refinements to Methodology,” *J. Mater. Res.*, Vol. 19, No. 1, pp. 3~20.
(13) Cao, Y. P. and Lu, J., 2004, “Depth-sensing Instrumented Indenters: Stability Analysis and Corresponding Regularization Schemes,” *Acta Mater.*, Vol. 52, pp. 1143~1153.
(14) Cao, Y. P. and Lu. J., 2004, “A New Method to Extract the Plastic Properties of Metal Materials from an Instrumented Spherical Indentation Loading Curve,” *Acta Mater.*, Vol. 52, pp. 4023~4032.
(15) Lee, H., Kim, D. W., Lee, J. H. and Nahm, S. H., 2004, “Software and Hardware Development of Micro-indenter for Material Property Evaluation of Hyper-elastic Rubber,” *Trans. of the KSME* (*A*), Vol. 28, No. 6, pp. 816~825.
(16) Ogasawara, N., Chiba, N., and Chen, X., 2005, “Representative Strain of Indentation Analysis,” *J. Mater. Res.*, Vol. 20, No. 8, pp. 2225~2234.
(17) Lee, H., Lee, J. H. and Pharr, G. M., 2005, “A Numerical Approach to Spherical Indentation Technique for Material Property Evaluation,” *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 53, pp. 2037~2069.
(18) Lee, J. H., 2006, *A Numerical Approach and Experimental Verification of the Indentation Techniques for Material Property and Residual Stress Evaluation*, Ph. D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Sogang University.
(19) Beghini, M., Bertini, L., and Fontanari, V., 2006, “Evaluation of the Stress-Strain Curve of Metallic Materials by Spherical Indentation,” *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 43, pp. 2441~2459.
(20) Zhao, M., Ogasawara, N., Chiba, N., and Chen, X., 2006, “A New Approach to Measure the Elastic-plastic Properties of Bulk Materials Using Spherical Indentation,” *Acta Mater.*, Vol. 54, pp. 23~32.
(21) Lee, J. H., Yu, H. S., and Lee H., 2007, “A Numerical Approach to Indentation Techniques for Thin-film Property Evaluation,” *Trans. of the KSME* (*A*), Vol. 31, No. 3, pp. 313~321.
(22) Lee, J. H. and Lee H., 2007, “Enhanced Spherical Indentation Techniques for Property Evaluation,” *Trans. of the KSME* (*A*), Vol. 31, No. 4, pp. 461~471.
(23) Chen, X., Ogasawara, N., Zhao, M., and Chiba, N., 2007, “On the Uniqueness of Measuring Elastoplastic Properties from Indentation: The Indistinguishable Mystical Materials. *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 55, pp. 1618~1660.
(24) Lee, J. H., Lee, H, and Kim, D. H., 2008, “A Numerical Approach to Evaluation of Elastic Modulus Using Conical Indenter with Finite Tip-radius,” *J. Meter. Res.*, Vol. 13. No. 9, pp. 2528~2537.
(25) Tsui, T. Y., Oliver, W. C. and Pharr, G. M., 1996, “Influences of Stress on the Measurement of Mechanical Properties Using Nanoindentation: Part I. Experimental Studies in an Aluminum Alloy,” *J. Mater. Res.*, Vol. 11, pp. 752~759.
(26) Bolshakov, A., Oliver, W. C. and Pharr, G. M., 1996, “Influences of Stress on the Measurement of Mechan-

ical Properties Using Nanoindentation: Part II. Finite Element Simulations," *J. Mater. Res.*, Vol. 11, pp. 760~768.
(27) Suresh, S. and Giannakopoulos, A. E., 1998, "A New Method for Estimating Residual Stresses by Instrumented Sharp Indentation," *Acta Mater.*, Vol. 46, pp. 5755~5767.
(28) Jang, J., Son, D., Lee, Y., Choi, Y. and Kwon, D., 2003, "Assessing Welding Residual Stress in A335 P12 Steel Welds Before and After Stress-relaxation Annealing through Instrumented Indentation Technique," *Scripta Mater.*, Vol. 48, pp 743~748.
(29) Xu, Z.-H. and Li, X., 2005, "Influence of Equi-biaxial Residual Stress on Unloading Behaviour of Nanoindentation," *Acta Mater.*, Vol. 53, pp. 1913~1919.
(30) Lee, J. H. and Lee, H., 2006, "An Indentation Method Based on FEA for Equi-Biaxial Residual Stress Evaluation," *Trans. of the KSME* (*A*), Vol. 30, pp. 42~51.
(31) Chen, X., Yan, J. and Karlsson, A. M., 2006, "On the Determination of Residual Stress and Mechanical Properties by Indentation," *Mater. Sci. Eng.* (*A*), Vol. 416, pp. 139~149.
(32) Bower, A. F., Fleck, N. A., Needleman, A., and Ogbonna, N., 1993, "Indentation of a Power Law Creeping Solid," *Proc. R. Soc. Lond.* (*A*), Vol. 441, No. 1911, pp. 97~124.
(33) Lucas, B. N. and Oliver, W. C., "Indentation Power-Law Creep of High-purity Indium," *Metall. Mater. Trans.* (*A*), Vol. 30, pp. 601~610.
(34) Lawn, B. R., Evans, A. G., and Marshall, D. B., 1980, "Elastic/Plastic Indentation Damage in Ceramics: The Median/Radial Crack System," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 63, pp. 574~581.
(35) Cook, R. F. and Pharr, G. M., 1990, "Direct Observation and Analysis of Indentation Cracking in Glasses and Ceramics," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 73, No. 4, pp. 787~817.
(36) Xia, S. M., Gao, Y. F., Bower, A. F., Lev, L. C., and Cheng, Y.-T., 2007, "Delamination Mechanism Maps for a Strong Elastic Coating on an Elastic-plastic Substrate Subjected to Contact Loading," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 44, pp. 3685~3699.
(37) Love, A. E. H., 1939. "Boussinesq's Problem for a Rigid Cone," *Quart. J. Mat.*, Vol. 92, pp. 161~175.
(38) Sneddon, I. N., 1951, *Fourier Transforms*, McGraw-Hill, pp. 450~468.
(39) Sneddon, I. N., 1965, "The Relaxation between Load and Penetration in the Axisymmetric Boussinesq Problem for a Punch of Arbitrary Profile," *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 3, pp. 47~57.
(40) King, R. B., 1987, "Elastic Analysis of Some Punch Problems for a Layered Medium," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 23, pp. 1657~1664.
(41) Tabor, D., 1951, *The Hardness of Metals*, Oxford University Press.
(42) Francis, H. A., 1976, "Phenomenological Analysis of Plastic Spherical Indentation," *Trans. of the ASME*, pp. 272~281.
(43) Johnson, K. L., 1985. *Contact Mechanics*, Cambridge University Press.
(44) Hill, R., Storakers, B. and Zdunek, A. B., 1989, "A Theoretical Study of the Brinell Hardness Test," *Proc. R. Soc. Lond.* (*A*), Vol. 423, pp. 301~330.
(45) Hainsworth, S. V., Chandler, H. W., and Page, T. F., 1996, "Analysis of Nanoindentation Load-displacement Loading Curves," *J. Mater. Res.*, Vol. 11, No. 8, pp. 1987~1995.
(46) Chaudhri, M. M., 1998, "Subsurface Strain Distribution Around Vickers Hardness Indentations in Annealed Polycrystalline Copper," *Acta Mater.*, Vol. 46, No. 9, pp. 3047~3056.
(47) Mesarovic, S. Dj. and Fleck, N. A., 1999, "Spherical Indentation of Elastic-plastic Solids," *Proc. R. Soc. Lond.* (*A*), Vol. 455, pp. 2707~2728.
(48) Taljat, B., Zacharia, T. and Kosel F., 1998, "New Analytical Procedure to Determine Stress-strain Curve from Spherical Indentation Data," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 35, No. 33, pp. 4411~4426.
(49) Hill, R. 1950, *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford University Press.
(50) Nix, W. D. and Gao, H., 1998, "Indentation Size Effects in Crystalline Materials: A Law for Strain Gradient Plasticity," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 46, No. 3, pp. 411~425.
(51) Swadener, J. G., George, E. P., and Pharr, G. M., 2002, "The Correlation of the Indentation Size Effect Measured with Indenters of Various Shapes," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 50, pp. 681~694.
(52) Fischer-Cripps, A. C., 2000, "A Review of Analysis Methods for Sub-Micron Indentation Testing," *Vacuum*, Vol. 58, pp. 569~585.
(53) Fischer-Cripps, A. C., 2006, "Critical Review of Analysis and Interpretation of Nanoindentation Test Data," *Surf. Coat. Technol*. Vol. 200, pp. 4153~4165.
(54) Barber, J. R. and Billings, D. A., 1990, "An Approximate Solution for the Contact Area and Elastic Compliance of a Smooth Punch of Arbitrary Shape," *Int. J. Mech. Sci*., Vol. 32, pp. 991~997.
(55) Xu, Z.-H. and Li, X., 2008, "Effects of Indenter Geometry and Material Properties on the Correction Factor of Sneddon's Relationship for Nanoindentation of Elastic and Elastic-plastic Materials," *Acta Mater.*, Vol. 56, pp. 1399~1405.
(56) Hay, J. C., Bolshakov, A. and Pharr, G. M., 1999, "A Critical Examination of the Fundamental Relations

Used in the Analysis of Nanoindentation Data," *J. Mater. Res.*, Vol. 14, pp. 2296~2305.

저 자 소 개

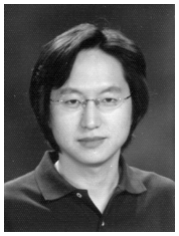
이 형 일

1960 **년 생**

서강대학교 기계공학과 교수

재료거동 및 전산역학에 기초한 금속 및 고무재료 물성평가용 압입 이론 개발에 관심을 두고 있다.

hylee@sogang.ac.kr



이 진 행

1974 **년 생**

The Univ. of Tennessee at Knoxville Post-Doc

마이크로 및 나노 압입시험에 의한 재료물성 및 잔류응력 평가에 관심을 두고 있다.

jinhaeng@sogang.ac.kr