논리연구 11-1(2008) pp.67~89

반 멕기의 반례와 해결책*

최 원 배

【요약문】 반 멕기는 전건긍정규칙의 반례라고 하는 것을 제시하였다. 지금까지 그것이 과연 진정한 반례인지를 두고 많은 논의가 있었다. 이 논문에서 나의 목적은 조금 다르다. 나는 여기서 반 멕기의 반례가 생겨나는 구조를 밝히고자 한다. 우선 나는 내 자신이 구성한 반례를 하나 제시할 것이다. 그런 다음 반례가 생겨나는 기본 구조를 찾아내고, 이런 분석이 다른 반례에도 그대로 적용된다는 점을 보임으로써 나의 제안이 옳은 분석이라는 점을 확증하기로 한다. 이를 통해 최종적으로 우리는 반례가 만들어지는 메커니즘을 분명히 할 수 있을 것이다. 나는 여기에는 조건문에 대한 특정한 이해가 들어 있다는 점을 보일 것이다. 반례가 생겨나는 구조를 파악하고 나면 반례의 해결책을 마련하는 일은 그다지 어렵지 않다. 끝에서 나는 그런 해결책을 간단히 언급하고자 한다.

【주요어】 전건긍정규칙, 조건문, 조건부 확률, 반 멕기, 아담스

* 접수완료: 2008. 1. 24 / 심사 및 수정완료: 2008. 2. 10

1. 반 멕기는 vann McGee(1985)에서 이른바 전건 긍정 규칙 (Modus Ponens)의 반례를 제시했다. 우선 그는 다음과 같은 상황을 상정한다.

> 상황: 1980년 미국의 대통령 선거 전에 행해진 여론조사 결과, 공화당 후보 레이건이 민주당 후보 카터를 훨씬 앞서고 있으며, 또 다른 공화당 후보 앤드슨이 훨씬 뒤쳐져 3위를 달리고 있다.

이런 상황에서 이제 다음과 같은 추론을 생각해 보자.

> 반례 1
> 만약 공화당 후보가 선거에서 이긴다면, 그러면 승자가 레이건이 아니라면 승자는 앤드슨일 것이다.
> 공화당 후보가 선거에서 이길 것이다.
> 따라서 만약 승자가 레이건이 아니라면 승자는 앤드슨일 것이다.

위에 주어진 상황을 고려할 때, 전제들은 모두 받아들일 만하지만 결론은 그렇지 않은 것으로 보인다. 그런데 위의 추론을 형식화하면 다음과 같다.

$P \rightarrow (\neg Q \rightarrow R)$
P
따라서 $\neg Q \rightarrow R$

이는 다음과 같은 형태를 띤 전건 긍정 규칙의 한 사례이다.

$A \rightarrow B$
A
따라서 B

결국 우리는 반 멕기의 말대로, 전건 긍정 규칙이 보편적으로 타당

한 것은 아님을 보여주는 반례를 갖게 된 것으로 보인다.[1]

2. 반 멕기의 예가 제시된 후, 지금까지 그것이 과연 진정한 반례인지를 두고 많은 논의가 있었다.[2] 이 논문에서 나의 목적은 조금 다르다. 나는 여기서 반 멕기의 반례가 생겨나는 구조를 밝히고자 한다. 좀더 구체적으로 말해, 반 멕기가 제시한 예가 왜 반례로 생각되는지를 규명하고자 한다. 나는 여기에는 조건문에 대한 특정한 이해가 들어 있다는 점을 보일 것이다.

우선 본격적인 논의에 앞서 분명히 할 것이 있다. 이 논의에서 나는 반 멕기의 예가 진정한 반례라고 가정하지 않는다. 나는 다만 이 예가 진정한 반례라고 생각하는 사람은 조건문을 특정한 방식으로 이해하고 있기 때문이라는 점을 보이고자 할 뿐이다. 따라서 이 예가 실제로는 진정한 반례가 아니라고 하더라도 나의 논의는 여전히 성립한다. 왜냐하면 그 경우에도 나는 왜 사람들이 그 예를 반례로 잘못 생각하게 되는지를 밝힌 것이기 때문이다. 결국 나의 논의는 반 멕기의 예가 실제로 반례인지 여부와 독립되어 있다. 만약 그것이 진정한 반례라면, 내 논의는 왜 반례가 발생하며, 반례를 피하려면 어떻게 해야 할지를 제시해 줄 것이다. 반면 만약 그것이 진정한 반례가 아니고 단지 반례처럼 비치는 것일 뿐이라면,

---

1) 논의를 간단하게 하기 위해 나는 다음 세 가지를 먼저 받아들인다.
첫째, 위 추론은 전건 긍정 규칙의 사례이다.
둘째, 위에서 사용된 조건문은 질료적 조건문이 아니다.
셋째, 위에 나오는 3개의 조건문은 모두 동일한 조건문이다.
물론 이 가운데 어느 하나를 부정하여 반례를 피하는 방식도 생각해 볼 수 있다. 하지만 여기서는 그런 문제를 다루지 않겠다.

2) 대표적인 것 몇 개를 든다면 다음과 같다. Sinnot-Armstrong, W., Moor, J., and Fogelin, R. (1986), Lowe, L. (1987), Katz, B. D. (1999). 그리고 국내 논의로는 김세화 (2000), 최원배 (2001)를 참조.

내 논의는 왜 그것이 그렇게 비치는지를 해명해 줄 것이다.

논의 순서는 다음과 같다. 우선 나는 내 자신이 구성한 반례를 하나 제시한 다음(3절), 이를 이용해 반례가 생겨나는 기본 구조를 찾아낼 것이다(4절). 그리고 이런 분석이 다른 반례에도 그대로 적용된다는 점을 보임으로써, 나의 제안이 옳은 분석이라는 점을 확증하기로 한다(5절). 그렇게 함으로써 우리는 최종적으로 반례가 만들어지는 메커니즘을 분명히 할 수 있을 것이다(6절). 그러면 이제 반례의 해결책을 마련하는 일은 그다지 어렵지 않다. 끝에서 나는 그런 해결책을 간단히 언급하고자 한다(7절).

충분히 예상할 수 있듯이, 반례가 생겨나는 메커니즘을 파악하게 되면, 해결책을 마련하는 일은 어려운 일이 아니다. 우리는 사태의 원인을 파악한 것이기 때문이다. 그리고 우리가 반례를 인위적으로 재구성할 수 있다는 말은 어떤 식으로 반례가 생겨나는지를 이미 파악했다는 의미이다. 병이 왜 발생하는지를 알면 우리는 그 병을 치료할 수 있다. 그리고 우리가 병균을 인위적으로 배양할 수 있다는 말은 이미 그 병이 발생하는 메커니즘을 대략 파악했다는 말이다.

3.

우리에게 익숙한 주사위 던지기를 염두에 두고, 다음과 같은 추론을 생각해 보자. 물론 정상적인 주사위이다.

> 반례 2
> 만약 주사위를 던져 나온 수가 짝수라면, 그러면 그것이 3보다 크지 않다면 그것은 2일 것이다.
> 주사위를 던져 나온 수가 짝수이다.
> 따라서 주사위를 던져 나온 수가 3보다 크지 않다면 그것은 2일 것이다.

첫 번째 전제는 받아들일 만하다. 사실 이것은 부인할 여지가 없이 확실한 참으로 보인다. 두 번째 전제도 받아들일 만하다. 하지만 결론은 어떤가? 우리는 주사위를 던져 나온 수가 3보다 크지 않다

고 해서 바로 그것이 2라고 생각하지는 않을 것이다. 주사위를 던져 나온 수가 3보다 크지 않다, 즉 나온 수가 4나 5나 6이 아니라고 해서 바로 2라고 생각하지는 않을 것이다. 그렇다면 우리는 전제는 모두 받아들일 만하지만 결론은 받아들일 만하지 않은 또 하나의 예를 갖게 된 것으로 보인다.

반례 1을 반례로 받아들이는 사람이라면, 반례 2도 마찬가지로 받아들일 것으로 생각된다. 사실 이 두 예는 아주 흡사하다. 두 예에서 첫 번째 전제는 모두 분명히 참으로 보인다. 두 경우 모두 첫 번째 전제는 논란의 여지없이 받아들여질 수 있을 것으로 생각된다.[3] 그리고 두 예에서 마지막 결론은 모두 받아들이기 어렵다고 생각된다. 아니면 적어도 결론은 이상하다고 느껴진다고 할 수 있다.

두 번째 전제를 두고 이의를 제기하는 사람이 있을지 모르겠다. 사실 어떤 점에서 두 번째 전제는 약간 다르다. 반례 1에서 두 번째 전제는 우리가 설정하고 있는 상황 자체에 비추어 볼 때 참일 가능성이 아주 높은 주장이다. 왜냐하면 여론조사 결과 공화당 후보가 민주당 후보보다 훨씬 앞서는 것으로 나오고 있기 때문이다. 반면에 반례 2에서의 두 번째 전제는 가능성이 50%이다. 어떤 이는 이것은 참일 가능성이 높은 주장이라고 할 수 없다고 말할지도 모르겠다. 물론 가능성이 더 높은 사례를 예로 들면 더 좋을 것이다. 하지만 이 예로도 나는 충분하다고 생각한다. 왜냐하면 추리의 타당성은 전제들이 모두 참이라면 결론도 참일 수밖에 없느냐 하는 문제이기 때

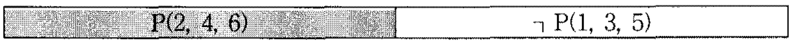
[3] 논리학회 월례 모임에서 이종권 교수는 반례 1의 첫 번째 전제가 확률이 1인 주장, 따라서 아무런 경험적 내용도 담고 있지 않은 주장이라고 말했다. 이것은 중요한 지적으로 여겨질 수 있다. 아래에서 나는 첫 번째 전제가 지닌 이런 성격이 잘 반영되도록 조건문을 해석하는 방안을 제시할 것이다. 하지만 뒤에 나오는 각주에서 다시 언급하겠지만, 내가 보기에 반례가 되기 위해서는 첫 번째 전제가 꼭 확률이 1일 필요는 없다.

문이다. 적어도 논의를 위해 주사위를 던져 짝수가 나오는 경우를 가정할 수 있다는 점은 어느 누구도 부인할 수 없다.

4. 그러면 이런 반례가 왜 반례로 여겨지는지를 좀더 면밀히 분석해 보기로 하자. 먼저 반례 2의 두 번째 전제부터 보기로 하자. 그것은 다음이다.

P: 주사위를 던져 나온 수가 짝수이다.

주사위에는 모두 6개의 눈이 있고, 이 가운데 셋은 짝수이고 나머지 셋은 홀수이므로, 우리는 다음과 같은 그림을 생각해 볼 수 있다.[4)]



이 막대에서 전체 면적은 확률 1을 나타내고, 짝수일 확률과 홀수일 확률은 각각 0.5이므로 이들을 그림과 같이 같은 면적으로 나타낸다고 하자. 이런 그림에서 면적이 넓을수록 확률이 높고, 면적이 적을수록 확률은 낮은 것으로 나타난다. 같은 방식으로 생각해 본다면, 반례 1의 두 번째 전제는 대략 다음과 같은 형태가 될 것이다.

물론 이 경우 확률을 숫자로 정확히 나타낼 수는 없고, 다만 여론조사 결과를 감안할 때 아주 높다는 사실을 그림과 같이 나타낸 것이다.

---

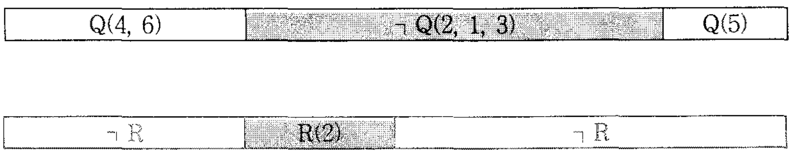
4) 이런 그림의 아이디어로는 Adams(1975), Adams(1998), Edgington(1995) 참조.

이제 첫 번째 전제와 결론을 볼 차례이다. 그런데 첫 번째 전제는 두 예에서 모두 조건문 안에 다시 조건문이 들어 있는 형태이다. 이는 그냥 조건문 형태인 결론보다 더 복잡하다. 이런 이유로 결론을 먼저 보기로 하자.

반례 2의 결론은 다음이다.

> ¬Q → R: 주사위를 던져 나온 수가 3보다 크지 않다면, 그것은 2일 것이다.

앞에서 우리는 이 결론은 받아들일 만하지 않다고 했다. 왜 그런가? 이 조건문을 정확히 어떻게 이해하기에 우리는 이것이 받아들일 만하지 않다고 생각하는 것일까? 앞서 우리가 두 번째 전제를 그림으로 나타낸 것과 같은 방식으로 결론에 나오는 각각의 명제, Q와 R을 그림으로 나타낸다면 그것들은 각각 다음과 같다.



그림에서 분명히 드러나듯이, 3보다 큰 수가 나올 확률은 3/6, 즉 1/2이고 3보다 큰 수가 아닐 확률 또한 1/2이다. 한편 주사위를 던져 2가 나올 확률은 1/6이다.

그런데 결론은 "주사위를 던져 나온 수가 3보다 크지 않다면, 그것은 2일 것이다"라는 조건문이다. 우리는 이 조건문을 어떤 식으로 이해하기에 이것이 받아들일 만하지 않다고 생각하는가? 그렇다. 우리는 이를 조건부 확률을 표현하는 것으로 이해하기 때문에 이 주장이 받아들일 만하지 않다고 생각하는 것이다. 익숙한 방식

에 따라 실제로 이 결론의 조건부 확률을 계산해 보면 1/3이 된다. 우리 그림에서는 조건부 확률은 면적들의 비율로 표현되게 된다.

<table>
<tr><td>Q(4, 6)</td><td colspan="2">¬Q(2, 1, 3)</td><td>Q(5)</td></tr>
<tr><td>¬R</td><td>R(2)</td><td colspan="2">¬R</td></tr>
</table>

그래서 반례 2에 나오는 결론의 확률은 바로 ¬Q가 차지하는 면적 가운데 R이 차지하는 면적이 어느 정도인가에 의해 결정된다. 우리 예의 경우 ¬Q가 차지하는 면적을 1로 잡았을 때 R이 차지하는 면적은 이의 1/3이고, ¬R이 차지하는 면적은 2/3가 된다. 그림에서 분명하듯이, ¬Q가 차지하는 면적 가운데 ¬R이 차지하는 면적이 R이 차지하는 면적보다 훨씬 더 크며, 이 때문에 우리는 주사위를 던져 나온 수가 3보다 크지 않을 경우에 그것이 2일 것이라는 주장이 옳지 않다고 여기는 것이다.

이제 반례 1에 나오는 결론이 왜 받아들일 만하지 않다고 여겨지는지도 똑 같은 방식으로 해명할 수 있다. 우리가 염두에 두는 상황에서 결론의 조건부 확률이 높은지 낮은지는 다음 그림에서 쉽게 읽어낼 수 있다.

<table>
<tr><td>Q(레이건이 승리)</td><td colspan="2">¬Q</td></tr>
<tr><td>¬R</td><td>R</td><td>¬R</td></tr>
</table>

그림에서 분명하듯이, ¬Q에서 R이 차지하는 비중은 ¬R이 차지하는 비중보다 월등히 낮으며, 바로 이 때문에 우리는 결론이 옳지 않다고 여기는 것이다.

이상의 논의를 통해, 우리는 제시된 반례의 경우 결론이 받아들일 만하지 않다고 여겨지는 데는 조건문의 이해와 관련해 두 가지

요소가 들어 있다는 점을 알 수 있다. 하나는 조건문의 주장 가능성, 즉 조건문이 받아들일 만한지 여부는 조건부 확률에 달려 있다는 것이다. 이는 이른바 '아담스의 논제'(Adams' thesis)라고 부르기도 하는 익숙한 논제이다. 이를 간단하게 식으로 표시하면 다음과 같다.

(1) $Pr(A \rightarrow C) = Pr(C/A)$

또 하나의 요소는 조건부 확률은 확률들의 비율이라는 논제이다. 이는 간단히 다음과 같이 표현된다.

(2) $Pr(C/A) = Pr(A \& C)/Pr(A)$

이제 우리가 아직 살펴보지 않은 첫 번째 전제를 보기로 하자. 두 예에서 첫 번째 전제는 조건문의 후건이 다시 조건문 형태인 것들로, 우리는 이 두 전제가 논란의 여지없이 참으로 여겨진다고 했다. 어떤 주장이 확실하다고 생각된다는 말은 그것을 확률을 나타내는 주장으로 이해할 경우 그것의 확률이 1이라고 생각된다는 의미이다. 그러면 도대체 우리는 첫 번째 전제를 어떤 식으로 이해하기에 이 주장이 확률이 1인 주장으로 보이는 것일까?

우선 우리가 결론을 이해할 때 그렇게 했듯이, 여기서도 첫 번째 전제는 크게 보아 조건문이므로, 이 조건부 주장의 주장 가능성도 바로 조건부 확률에 달려 있다고 볼 것이다. 그런데 첫 번째 전제에 나오는 조건문은 결론에 나오는 단순 조건문과는 달리, 후건이 다시 조건문 형태인 복합 조건문이다. 그러면 이런 조건부 주장의 확률을 우리는 어떻게 평가하기에 예에 나오는 첫 번째 전제의 확률이 1이라고 생각하는 것일까? 구체적으로 "만약 주사위를 던져 나온 수가 짝수라면, 그러면 그것이 3보다 크지 않다면 그것은 2일

것이다"를 우리가 어떻게 이해하기에 우리는 이것의 확률이 1이라고 생각하는 것일까? 그렇다. 우리는 우선 이 문장이 "만약 주사위를 던져 나온 수가 짝수이고 그것이 3보다 크지 않다면, 그것은 2일 것이다"와 같은 의미를 지닌다고 본다. 그런 다음 이 문장의 주장 가능성은 다음과 같은 조건부 확률, 즉 주사위를 던져 나온 수가 짝수이면서 그것이 3보다 크지 않다는 조건하에서 그것이 2일 확률에 달려 있다고 보는 것이다. 이때 짝수이면서 3보다 크지 않은 주사위의 수는 2뿐이므로 경우의 수가 하나이고, 주사위를 던져 2가 나오는 경우의 수도 하나이므로, 결국 이 주장의 조건부 확률은 1/1 = 1이 된다. 우리가 바로 이런 식으로 생각하기 때문에 우리는 첫 번째 전제가 의심의 여지없이 참이라고 본 것이다. 이제 이런 고려 사항을 앞서와 같은 그림으로 나타내 보자.

<table>
<tr><td colspan="2">P(2, 4, 6)</td><td colspan="2">¬P(1, 3, 5)</td></tr>
<tr><td>Q(4, 6)</td><td colspan="2">¬Q(2, 1, 3)</td><td>Q(5)</td></tr>
<tr><td>¬R</td><td>R(2)</td><td colspan="2">¬R</td></tr>
</table>

이 그림을 기준으로 본다면, 반례 2의 결론의 주장가능성을 평가할 때 ¬Q가 성립하는 영역 가운데 R이 성립하는 영역이 어느 정도인지를 우리가 고려하듯이, 마찬가지로 첫 번째 전제의 주장가능성을 평가할 때 우리는 P와 ¬Q가 모두 성립하는 영역 가운데서 R이 성립하는 영역이 어느 정도인지를 고려한다. 우리 그림에서 이는 동일한 영역으로 나타나며, 그래서 우리의 애초 예상처럼 확률은 1임을 알 수 있다.

똑 같은 설명을 반례 1의 첫 번째 전제를 두고서도 할 수 있다. 그 경우 그림은 다음과 같다.

<table>
<tr><td colspan="2">P(공화당 후보가 승리)</td><td>¬P</td></tr>
<tr><td>Q(레이건이 승리)</td><td colspan="2">¬Q</td></tr>
<tr><td>¬R</td><td>R</td><td>¬R</td></tr>
</table>

이 경우에도 역시 공화당 후보가 승리하지만 레이건이 승리하지는 않는다는 조건에서 앤드슨이 승리할 확률은 1로 나타난다는 사실을 볼 수 있다.

결국 우리가 반례 1과 2의 첫 번째 전제가 의심의 여지없이 참이라고 생각하는 데는 조건문에 대한 이런 특정한 이해가 전제되어 있었던 것이다. 특히 첫 번째 전제의 이해와 관련해서는 앞서 본 두 가지 논제 외에 다음 논제가 추가로 들어 있음을 알 수 있다.

> (3) A → (B → C)는 (A & B) → C와 동치이다.

이 논제는 보통 '이입/이출 원리'라고 부르기도 한다.

지금까지의 논의 결과를 반 멕기의 반례 1을 중심으로 정리해 보면 다음과 같다.

> 반례 1
> 만약 공화당 후보가 선거에서 이긴다면, 그러면 승자가 레이건이 아니라면 승자는 앤드슨일 것이다.
> 공화당 후보가 선거에서 이길 것이다.
> 따라서 만약 승자가 레이건이 아니라면 승자는 앤드슨일 것이다.

이 반례의 모형은 다음과 같다.

<table>
<tr><td colspan="2">P(공화당 후보가 승리)</td><td>¬P</td></tr>
<tr><td>Q(레이건이 승리)</td><td colspan="2">¬Q</td></tr>
<tr><td>¬R</td><td>R</td><td>¬R</td></tr>
</table>

바로 위의 모형에서 첫 번째 전제는 주장가능성이 아주 높다. 사실 그림에서 드러나듯이 그것의 확률은 1이다.[5] P와 ㄱQ가 모두 성립하는 영역의 크기는 정확히 R이 성립하는 영역의 크기와 같기 때문이다. 이것으로 우리는 왜 첫 번째 전제가 논란의 여지가 없다고 생각되었는지를 밝힌 셈이다. 그리고 두 번째 전제가 받아들일 만하다는 점은 그림에서 P의 면적이 ㄱP의 면적보다 크다는 데서 드러난다. 끝으로 결론이 받아들일 만하지 않다는 점은 ㄱQ일 경우 R의 조건부 확률, 즉 ㄱQ인 영역에서 R이 차지하는 영역의 비율이 낮다는 사실에 나타나 있다.

결국 반례가 반례로 여겨지는 이유는 우리가 앞에서 나열한 조건문에 대한 특정한 이해와 관련된 논제인 (1), (2), (3)을 받아들이기 때문이라는 점이 드러났다.

5.

애초에 반 멕기는 반례 1 이외에도 다른 반례를 두 개 더 제시하였으며, 아담스 또한 나름의 반례를 제시하였다. 나는 여기서 앞서 제시한 나의 분석이 이런 다른 반례에도 그대로 적용된다는 점을 보일 것이다. 즉 조건문을 이해하는 데 있어 앞서 규명한 세 가지 요소들 때문에 여기서 제시될 예가 모두 반례로 보이게 된다는 점을 밝힘으로써 나의 분석이 옳다는 점을 확증하기로 한다.

먼저 반 멕기가 제시한 또 다른 반례 하나는 다음이다.

---

5) 이 점을 구체적으로 증명해 보이면 다음과 같다.

$\Pr(P \rightarrow (\neg Q \rightarrow R))$

$= \Pr(P \,\&\, \neg Q) \rightarrow R))$ ※ (1)에 의해

$= \Pr(R/P \,\&\, \neg Q)$ ※ (2)에 의해

$= \Pr(P \,\&\, \neg Q \,\&\, R) \,/\, \Pr(P \,\&\, \neg Q)$ ※ (3)에 의해

$= \Pr(R) \,/\, \Pr(R)$

$= 1$

반례 3
저 짐승이 물고기라면, 그러면 그것이 폐가 있다면 그것은 폐어(lungfish)이다.
저 짐승은 물고기이다.
따라서 저 짐승이 폐가 있다면, 그것은 폐어이다.

폐어는 아주 희귀한 물고기이다. 이 예에서도 첫 번째 전제는 의심의 여지가 없어 보이지만, 결론은 받아들일 만하지 않다고 생각된다. 앞서와 같은 방식으로 이 예의 모형을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

반례 3 모형

<table>
<tr><td colspan="2">P(물고기)</td><td>¬P</td></tr>
<tr><td>¬Q</td><td colspan="2">Q(폐가 있는 것)</td></tr>
<tr><td>¬R</td><td>R(폐어)</td><td>¬R</td></tr>
</table>

반 멕기가 제시한 마지막 반례는 다음이다.[6]

반례 4
오토 아저씨가 금광을 발견한 것이 아니라면, 그러면 그가 벼락부자가 되었다면 그는 은광을 발견한 것일 것이다.
오토 아저씨가 금광을 발견한 것이 아니다.
따라서 오토 아저씨가 벼락부자가 되었다면, 그는 은광을 발견한 것일 것이다.

반례 3과 마찬가지로 이 경우에도 첫 번째 전제는 받아들일 만하지만 결론은 그렇지 않다. 이 경우 모형은 다음과 같고, 첫 번째

[6] 이 경우 약간의 배경 설명이 필요하다. 오토네 집 근처에 금광과 은광이 있었고, 오토가 집 뒤뜰을 파보는 상황이다.

전제의 확률은 높지만 결론은 확률이 낮음을 알 수 있다.

반례 4 모형

<table>
<tr><td>P(금광)</td><td colspan="2">¬P</td></tr>
<tr><td colspan="2">Q(벼락 부자)</td><td>¬Q</td></tr>
<tr><td>¬R</td><td>R(은광)</td><td>¬R</td></tr>
</table>

나머지 한 반례는 아담스가 제시한 것이다.[7]

반례 5
만약 저것이 개이면, 그러면 저것이 500파운드가 나간다면 저것은 500파운드 개다.
저것은 개다.
따라서 저것이 500파운드가 나간다면 저것은 500파운드 개다.

이 경우 어둑어둑한 시간에 개처럼 보이는 한 물체를 보고 이야기를 하는 상황으로, 무게가 500파운드나 나가는 개는 아주 드물다. 여기에 나온 모형은 다음과 같다.

반례 5 모형

<table>
<tr><td colspan="2">P(개)</td><td>¬P</td></tr>
<tr><td>¬Q</td><td colspan="2">Q(500파운드인 것)</td></tr>
<tr><td>¬R</td><td>R</td><td>¬R</td></tr>
</table>

역시 여기서도 첫 번째 전제는 확실한 참으로 보이지만, 결론은 확률이 아주 낮아 근거없는 주장으로 나타남을 볼 수 있다.

이제 우리는 반례가 생성되는 일반적 구조를 정식화 할 수 있다.

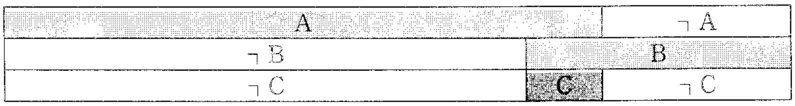
---

[7] Adams(1998), p.269.

6. 우선 반례가 생겨나는 전건 긍정 규칙은 다음과 같은 특정 형태이다.[8]

A → (B → C)
A
따라서 B → C

이 추론의 전제는 받아들일 만하지만 결론은 그렇지 않은 반례가 생겨나는 것은 다음과 같이 확률이 분포되어 있는 경우이다.



그러면 왜 이 경우 전제들은 받아들일 만한데 결론은 그렇지 않은 이런 결과가 생겨나는 것일까? 다시 한번 반례가 생겨나는 메커니즘을 자세히 보자.

첫 번째 전제의 주장 가능성을 판단할 때, 우리는 A와 B가 모두 참이 되는 영역 가운데 C가 참이 되는 영역이 얼마나 되는지를 고려한다.[9] 다시 말해 우리는 "만약 A이면, B이면 C"라는 복합적 형태의 조건부 주장을 평가할 때, 우선 이를 "만약 A이고 B이면 C"와 같은 주장으로 이해하고, 그런 다음 이 후자의 주장 가능성은 조건부 확률에 달려 있는 것으로 이해한다. 그리고 그림에서 특히 조건부 확률은 절대적 확률과 달리 면적이 아니라 면적들의 비

---

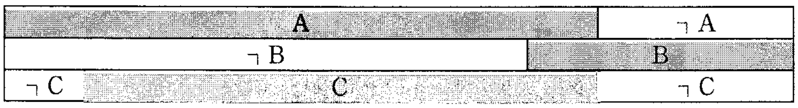
8) 사실 이와 같은 특정 형태의 전건 긍정 규칙에 반례가 있다는 점을 명심해야 한다. 가령 조건문이 겹쳐 나오는 형태가 아닌 단순 조건문만 나오는 경우에는 전건 긍정 규칙의 반례는 있을 수 없다.

9) 모형만을 염두에 둔다면, 첫 번째 전제의 확률이 꼭 1일 필요는 없다는 점을 알 수 있다. A이고 B인 영역에서 C의 비중이 적절히 높기만 하면 된다.

율로 나타난다는 점을 주목해야 한다. 조건부 주장의 주장 가능성을 평가할 때 우리는 전건이 모두 만족되는 상황에서 후건이 만족되는 경우가 어느 정도인지를 고려하므로, 이때 전건이 만족되지 않는 상황은 완전히 고려 대상에서 제외되게 된다. 우리 그림을 기준으로 볼 때, A나 B 자체가 각각 따로 얼마만큼의 면적을 차지하고 있는가는 아무런 역할을 하지 못하며, A와 B가 모두 참이 되는 영역에서 C가 참이 되는 영역의 비중이 어느 정도인지가 첫 번째 전제의 주장 가능성을 결정한다.

둘째 전제의 경우 우리는 이 주장의 주장 가능성을 평가할 때 A가 참이 되는 면적이 얼마나 넓은지를 고려한다. 여기서 우리는 절대적 확률과 조건부 확률의 차이를 뚜렷이 볼 수 있다.

결론의 주장 가능성을 평가할 때, 우리는 조건문인 결론이 조건부 확률을 표현한다고 이해하며, 조건부 확률은 우리 그림에서 면적들의 비율로 표현된다고 생각한다. 그러므로 B가 참이 되는 영역 가운데 C가 참이 되는 영역이 얼마나 되는지를 고려한다. 여기서도 역시 ㄱB가 참이 되는 영역은 고려 대상에서 완전히 제외된다는 사실을 알 수 있다. 바로 이런 이유 때문에 다음과 같이 확률이 분포되어 있을 경우에도 여전히 결론인 “만약 B이면 C”의 주장 가능성은 아주 낮은 것으로 여겨지게 된다.



다시 말해 조건부 확률의 주장 가능성은 전건이 참인 경우에 후건이 참인 비율로 철저하게 결정된다는 점이다. C 자체가 아무리 확률이 높다고 하더라도 B가 참일 때 C가 차지하는 비율은 낮을 수 있고, 이 경우 조건부 확률은 낮다고 평가된다.

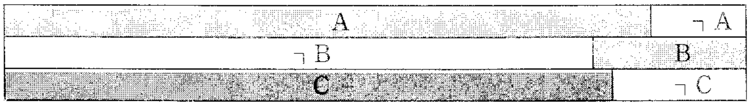
이상의 논의를 통해 이제 우리는 반 멕기 식의 반례를 어떻게 무수히 만들어 낼 수 있을지 알게 되었다. 앞에 그림으로 나온 모형에서 분명하듯이, A와 B 두 조건이 동시에 만족될 경우에는 거의 확실하게 C가 발생하고, A가 발생할 확률도 높지만, B가 만족된다고 C가 만족되지는 않는 예를 들면 된다. 좀더 단순하게 말한다면, 두 조건이 동시에 만족될 경우에는 가능성이 높지만, 한 조건만 만족되어서는 가능성이 극히 낮은 예를 들기만 하면 된다.[10]

---

10) 이렇게 단순하게 정식화 할 경우, 반 멕기 식의 반례는 사실 전건 강화 규칙(the Strengthening Antecedent 또는 Antecedent Restriction)의 역으로 보인다. 우리가 잘 알고 있듯이 조건문을 진리함수적 조건문으로 이해할 경우 다음의 전건 강화 규칙은 타당하다.

만약 A이면 C.
따라서 만약 A이고 B이면 C.

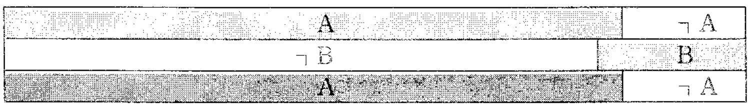
하지만 아담스처럼 조건문을 조건부 확률로 이해할 경우 이 추론은 부당하다. 왜냐하면 다음과 같은 확률 분포가 가능하기 때문이다.



나아가 반 멕기의 반례 가운데 특수 형태(즉 C가 곧 A인 경우)는 다음과 같다.

$A \rightarrow (B \rightarrow A)$
A
따라서 $B \rightarrow A$

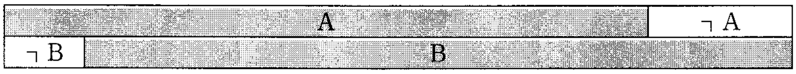
이는 다음과 같은 모형을 염두에 둘 때 역시 부당한 추론이다.



사실 조건문을 조건부 확률을 표현하는 것으로 이해하면, 우리가 조건문을 진리함수적으로 이해할 때 야기되는 문제들을 피할 수 있는 이유도 바로 이런 이치이다. 우리가 잘 아는 대로 아담스의 조건 논리 체계에 따르면, 가령 다음과 같은 대우 규칙은 타당한 추론이 아니다.[11)]

> 만약 A이면 B
> 따라서 만약 ㄱB이면 ㄱA

왜냐하면 다음과 같은 확률 분포가 가능하기 때문이다.

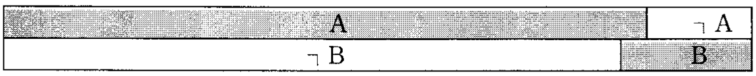


확률이 이렇게 분포되어 있을 경우, 전제는 확률이 아주 높지만 결론은 확률이 아주 낮다. 즉 A가 참인 영역 가운데 B가 차지하는

그런데 이는 다음과 같은 형태의 질료적 조건문의 역설에 해당한다고 할 수 있다.

> A
> 따라서 B → A

논리적으로 참인 첫 번째 전제, A → (B → A)는 있으나마나 하기 때문이다. 질료적 조건문의 역설을 나타내는 모형은 다음과 같다.



그림에서 볼 수 있듯이, A는 확률이 높아 주장가능 하지만 B인 조건에서 A인 조건부 확률은 낮아 주장가능 하지 않다.

11) Adams(1975), 1장 참조.

영역은 아주 넓지만, ㄱB가 참인 영역 가운데 ㄱA가 차지하는 영역은 전혀 없다. 따라서 전제는 받아들일 만하지만 결론은 그렇지 않은 경우가 충분히 가능하고, 결국 대우 규칙이 타당한 추론이 아닌 이유가 밝혀지게 된다.[12)]

7. 이상의 논의를 통해 나는 반 멕기의 반례가 반례로 여겨지는 데는 조건문에 대한 특정한 이해가 전제되어 있음을 밝혔다. 반례를 성립시키는 데 개입된 특정 이해를 다시 정리하면 다음 세 가지이다.

(1) Pr(만약 A이면 C) = Pr(C/A)
 - 조건문의 확률은 조건부 확률이다.
(2) Pr(C/A) = Pr(A & C)/Pr(A)
 - 조건부 확률은 확률들의 비율이다.
(3) A → (B → C)는 (A & B) → C와 동치이다
 - 이입/이출 원리가 타당하다.

그러면 우리는 무엇을 버려야 하는가? 이런 논의로부터 우리가 얻을 수 있는 교훈은 무엇인가? 사실 아주 다양한 선택지가 있다. 여기서는 이런 방안들을 간단히 언급하는 것으로 논의를 마치고자 한다.

우선 반 멕기의 반례가 진정한 반례라고 생각하는 사람이라면, 그는 전건 긍정 규칙을 버리자고 할 것이다. 이것도 분명히 가능한 한 가지 방안이다.[13)] 그런데 전건 긍정 규칙은 우리가 행하는 일상적 추리뿐만 아니라 학문적 추리에서도 아주 중요한 역할을 하는

12) 혹자는 조건문의 주장 가능성이 조건부 확률에 달려 있다고 볼 경우, 조건문이 나오는 추론은 모두 반례를 허용하게 된다고 생각할지 모르겠다. 하지만 그렇지는 않다. 이와 관련해서는 Adams(1998), pp.120-121 참조.

13) 반 멕기 자신은 이런 입장을 택하는 것으로 보인다. vann McGee(1989) 참조.

추론 방식이다. 이 추론 방식이 보편적으로 타당한 것은 아님을 인정하는 데는 다소 조심스런 태도를 취할 필요가 있다.

한편 반례를 가능한 한 받아들이지 않으려고 하는 사람은 위에 나온 조건문의 이해와 결부된 세 가지 요소 가운데 적어도 어느 하나를 받아들이지 않는 방안을 택할 것이다. 첫째, 조건문의 확률이 조건부 확률이라는 주장을 버리는 방안이다. 둘째, 조건부 확률이 비율로 표현되는 확률이라는 주장을 버리는 방안이다. 셋째, 이입/이출 원리를 버리는 방안이다.[14] 이 가운데 어느 것을 버릴지에 관해서는 많은 논의가 필요하다. 더구나 철학적 논의에서 자주 그렇듯이, 이른바 어떤 사람에게는 전건 긍정 규칙을 적용할 사례가 다른 사람에게는 후건 부정 규칙을 적용할 사례이기도 하다.[15] 그래서 반례가 생겨나는 것으로 보아 전건 긍정 규칙을 버려야 한다고 주장하는 사람이 있는가 하면, 도리어 반례를 초래하는 것으로 보아 가령 우리는 조건문이 조건부 확률을 표현하는 것으로 이해해서는 안 된다고 주장하는 사람이 있을 수 있다. 즉 반 멕기의 반례가 진정한 반례로 여겨지는 이유는 우리가 조건문을 조건부 확률을 표현하는 주장으로 실제로 이해하고 있다는 점을 보여주며, 따라서 이 사실은 조건문에 대한 확률적 해석이 옳음을 입증해 준다고 말하는 사람이 있을 수 있다. 반면 다른 사람은 전건 긍정 규칙은 아주 중요한 논리적 원칙이며 조건문을 조건부 확률 주장으로 이해할 경우 그런 원칙이 훼손되게 되므로 조건문에 대한 확률적 해석은 올바르지 않다고 보아야 한다고 말하는 사람도 있을 수 있다.

조건부 확률이 과연 확률인지를 두고서도 비슷한 식의 논증을

14) 김세화는 반 멕기의 예에 나오는 첫 번째 전제가 사실은 A & B → C 형태이며 따라서 전건 긍정 규칙의 사례가 아니라고 보아 반례를 거부하는 전략을 취한다. 김세화(2000) 참조.

15) Boolos(1997), p.306, 308. “One person's tollens is another's ponens.”

펼 수 있을 것이며, 이입/이출 원리의 타당성을 두고서도 마찬가지 이야기를 할 수 있을 것이다. 나 자신은 조건부 확률이 과연 확률인지를 의심하는 입장이다. 이미 여러 차례 보았듯이, 조건부 확률은 특이한 방식으로 계산되는 '확률'이다.[16] 하지만 이것은 단순히 개인적 기호로 결정될 일이 아니며, 어떤 원리를 포기하는 것이 나을지를 두고서는 앞으로 많은 논의가 필요하다.

---

[16] 이와 관련한 국내 논의로는 최원배(2005) 참조.

참고문헌

김세화(2000), “직설 조건문과 전건 긍정법”, 『논리연구』 제4집, pp.23-36.

최원배(2001), “전건 긍정 규칙의 반례에 대한 카츠의 비판”, 『논리연구』 제5집 1호, pp.63-79.

최원배(2005), “조건부 확률과 조건문의 확률”, 『논리연구』 제8집 2호, pp.59-84.

Adams, E. W. (1975), *The Logic of Conditionals*(Reidel Publishing Co.).

Adams, E. W. (1998), *A Primer of Probability Logic*(CSLI Publications).

Boolos, G. (1997), “Is Hume's Principle Analytic?”, in *Logic, Language, and Thought*, R. G. Heck ed., (Oxford Univ. Press, 1997), reprinted in G. Boolos, *Logic, Logic and Logic*(Harvard Univ. Press, 1998), pp.301-314.

Edgington, E. (1995), “Conditionals”, *Mind* 104, pp.235-329.

Katz, B. D. (1999), “On a Supposed Counterexample to Modus Ponens”, *Journal of Philosophy* 97, pp.404-415.

Lowe, L. (1987), “Not a Counterexample to Modus Ponens”, *Analysis* 97, pp.44-47.

Sinnot-Armstrong, W., Moor, J., and Fogelin, R. (1986), “A Defence of Modus Ponens”, *Journal of Philosophy* 83, pp.296-300.

Vann McGee (1985), "A Counterexample to Modus Ponens", *Journal of Philosophy* 82, pp.462-471.
Vann McGee (1989), "Conditional Probabilities and Compounds of Conditionals", *Philosophical Review* 98, pp.485-541.

KAIST
Email: wonbaechoi@hanmail.net