

차륜-레일 구름접촉에 의한 라체팅 모델링

Simulation of Ratcheting in Wheel-Rail Contact

구병춘*

Byeong-Choon Goo

Abstract Ratcheting is a cyclic accumulation of strain under a cyclic loading. It is a kind of mechanisms which generate cracks in rail steels. Though some experimental and numerical study has been performed, modeling of ratcheting is still a challenging problem. In this study, an elastic-plastic constitutive equation with non-linear kinematic hardening equation was applied. Contact stresses in wheel-rail were analyzed. Under the tangential stress of the contact stresses, a cyclic stress-strain relation was obtained by using the model. A constant ratcheting strain per cycle was accumulated.

Keywords : Friction Coefficient, Wheel, Rail, Ratcheting

요 지 일정한 크기의 응력이 반복적으로 작용할 때 매 사이클마다 변형이 증가하는 현상을 라체팅이라고 한다. 라체팅은 레일이나 차륜의 균열발생 기구의 하나이지만 실험적, 이론적 측면에서 아직 많은 연구를 필요로 하는 분야이다. 레일의 경우 접선력 방향으로 소성변형이 축적되는 것으로 알려져 있다. 본 연구에서는 차륜-레일의 구름 접촉에서 발생하는 응력의 이론해에 대해 살펴보고, 라체팅을 모델링 할 수 있는 비선형 이동 경화법칙을 사용하는 탄소성 구성방정식을 적용하여 라체팅 현상을 모델링 하였다. 일정 크기의 접촉력이 반복적으로 작용할 때 매 사이클마다 일정 크기의 소성변형이 발생하였다.

주요어 : 레일, 차륜, 소성변형, 라체팅, 비선형 이동 경화법칙

1. 서론

일정한 크기의 응력이 반복적으로 작용할 때 매 사이클마다 변형이 증가하는 현상을 라체팅이라 한다. 변형률과 응력의 변화 모양이 톱니와 유사하여 이러한 이름이 붙은 것이다. 라체팅은 차륜과 레일과 같은 구름접촉, 디스크와 디스크의 구름접촉, 열 사이클, 인장 반복 하중 등 다양한 조건에서 발견되고 있다[1-6]. Fig. 1은[4] 일반적인 금속재료의 응력과 변형률의 관계가 작용 하중의 크기에 따라 어떻게 변화하는 지를 보여준다. Fig. 1(a)는 최대응력의 크기가 재료의 항복점보다 작은 경우로 재료는 탄성거동을 한다. (b)는 작용 응력의 크기가 재료의 항복응력을 초과하여 소성변형을 일으키지만 몇 사이클 후에는 가공경화의 영향으로 재료는 탄성 거동을 하는 경우로 이 경우를 elastic

shakedown이라 한다. (c)의 경우는 소성변형이 있지만 이 소성변형이 계속 증가하지 않고 일정한 크기로 유지되는 경우로 이런 현상을 plastic shakedown이라 한다. Plastic shakedown을 초과하는 하중이 작용하면 (d)와 같이 일정 크기의 하중 사이클에서 소성변형이 계속하여 증가하는 현상이 발생할 수 있는데 이러한 현상을 라체팅이라 한다. 차륜과 레일의 구름접촉에서 라체팅이 발생하면 소성변형이 축적되고 이 소성변형의 크기가 재료의 연신율에 도달하면 그 지점에서 균열이 발생하게 되고, 이 균열은 성장하여 차륜과 레일의 파손에 이를 수 있다. 이와 같이 라체팅은 차륜과 레일의 균열발생 메커니즘의 하나이지만 국내의 경우 연구된 사례가 없다.

외국의 경우 Ringsberg 등[7]은 레일의 라체팅을 유한요소법을 적용하여 해석하고 라체팅과 저 사이클 피로에 의해 균열이 발생하는 사이클을 비교하여 피로에 의한 균열이 더 빨리 발생한다고 주장하였고, 라체팅과 구름접촉에 의한 손상을 줄이기 위해 두부를 코팅한 레일에 대해 shakedown 이론을 적용하여 코팅의 유용성을 밝혔다[8].

* 책임저자 : 정회원, 한국철도기술연구원, 철도구조연구팀, 책임연구원
E-mail : bchgoo@krrri.re.kr
Tel : (031)460-5243 Fax : (031)460-5279

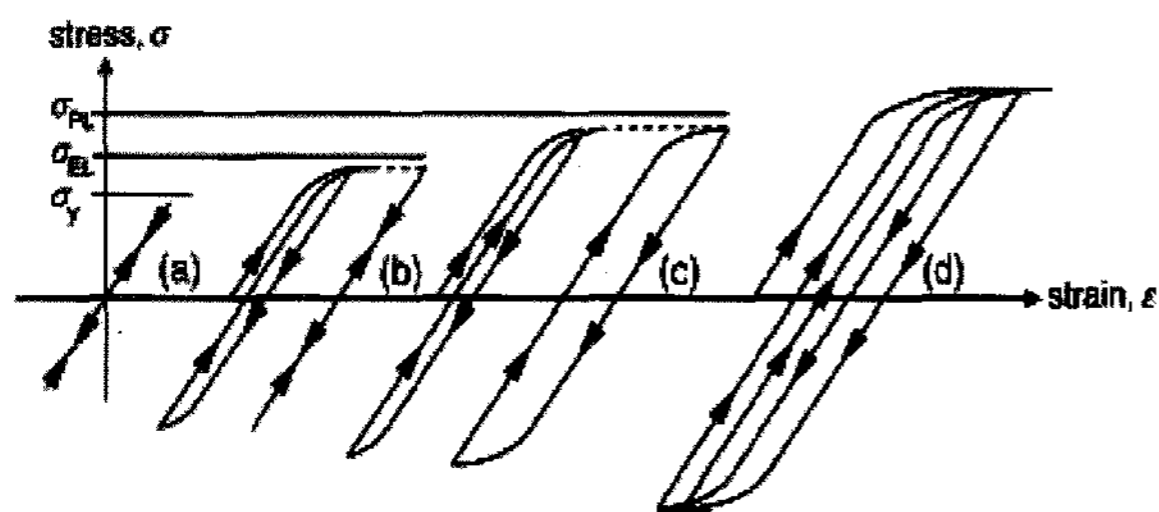


Fig. 1. 하중에 따른 기계적 거동[4]

Franklin 등[9]은 라체팅에 의해 레일의 표면층이 떨어져 나가면서 마모가 일어나는 과정을 수치해석 하는 방법을 제시하였고, 차륜과 레일의 접촉 시 발생하는 온도가 이 과정에 미치는 영향도 평가하였다[10]. Kapoor 등[11]은 디스크-디스크 시편을 이용한 구름접촉 시험 결과를 이용하여 전단변형의 크기를 나타내는 경험적인 식과 정수압 응력과 정수압 하에서 구한 응력-변형률 관계식을 이용하여 이들을 고려할 때 라체팅 현상을 좀 더 정확하게 모사할 수 있다고 주장하였다. 탄소성 분야에서 라체팅 현상을 포함하여 다양한 조건에서 금속재료의 거동을 모사할 수 있는 구성방정식에 대해서는 최근의 리뷰 논문[12]에 잘 기술되어 있다.

본 연구에서는 차륜-레일의 구름접촉에서 발생하는 응력의 이론해에 대해 살펴보고, 라체팅을 모델링 할 수 있는 비선형 이동 경화법칙을 사용하는 탄소성 구성방정식을 사용하여 라체팅 현상을 모델링 하고자 한다.

2. 차륜과 레일의 접촉응력[13]

2.1 수직력이 작용할 때의 응력

차륜과 레일의 접촉현상은 엄밀하게는 3차원으로 취급하여야 하지만 구름접촉 연구에서는 해석대상에 따라 2차원으로 근사시켜 해석하여도 충분한 경우가 많다. 레일의 구름접촉피로나 라체팅 현상을 연구할 때에도 Fig. 2와 같이 레일을 반 무한체로 보고 그 표면에 Hertz 접촉압력과 이에 대응하는 마찰력이 작용하는 것으로 간략화 하는 것이 가능하다. 2a는 접촉부분의 폭을 나타낸다.

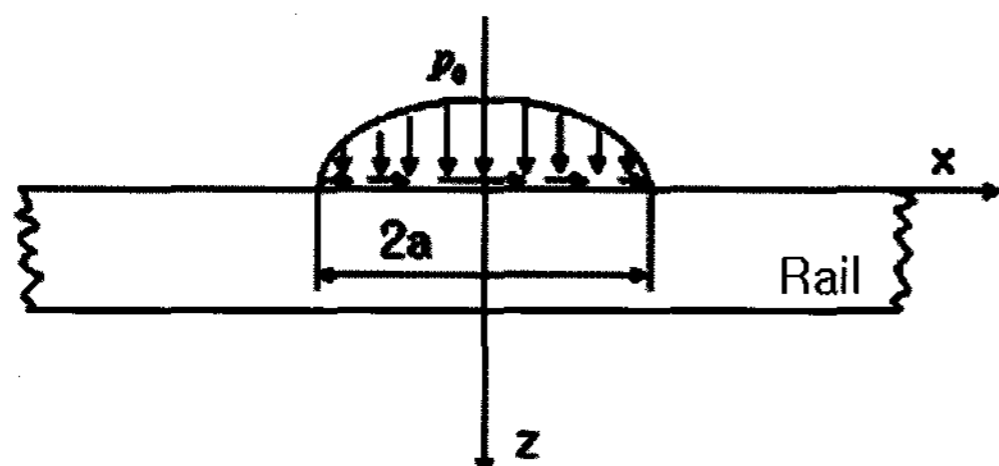


Fig. 2. 차륜에 의해 레일에 작용하는 접촉응력

작용하중의 크기가 P일 때 Hertz 압력분포는 식 (1)과 같이 주어진다.

$$p(x) = \frac{2P}{\pi a^2} (a^2 - x^2)^{1/2} \tag{1}$$

이 때 최고압력 p_0 는

$$p_0 = \frac{2P}{\pi a} \tag{2}$$

가 된다.

수직력과 마찰력이 작용하는 경우에 레일에 작용하는 응력은 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

식 (1)과 같은 수직력이 작용할 때의 응력을 $(\sigma_{xx})_p$, $(\sigma_{zz})_p$, $(\tau_{xz})_p$ 라 하면 아래와 같이 주어진다.

$$(\sigma_{xx})_p = \frac{-p_0}{a} \left(m \left(1 + \frac{z^2 + n^2}{m^2 + n^2} \right) - 2z \right) \tag{3}$$

$$(\sigma_{zz})_p = \frac{-p_0}{a} m \left(1 - \frac{z^2 + n^2}{m^2 + n^2} \right) \tag{4}$$

$$(\tau_{xz})_p = \frac{-p_0}{a} n \left(\frac{m^2 - z^2}{m^2 + n^2} \right) \tag{5}$$

평면변형률 상태라면 $\sigma_{yy} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})$. 여기서,

$$m^2 = \frac{1}{2} \left(((a^2 - x^2 + z^2)^2 + 4x^2 z^2)^{1/2} + (a^2 - x^2 + z^2) \right) \tag{6}$$

$$n^2 = \frac{1}{2} \left(((a^2 - x^2 + z^2)^2 + 4x^2 z^2)^{1/2} - (a^2 - x^2 + z^2) \right) \tag{7}$$

m , n 의 부호는 각각 z , x 의 부호와 일치한다.

2.2 마찰력이 작용할 때의 응력분포

차륜과 레일 사이에 슬립이 있을 때 마찰계수를 μ 라 하고 차륜과 레일의 탄성계수 E 와 포아송비 ν 가 같다고 가정하면, 차륜과 레일 사이의 마찰력 $q(x)$ 은 Amonton의 마찰법칙에 따라 식 (8)과 같이 표현된다.

$$q(x) = \frac{2\mu P}{\pi a^2} (a^2 - x^2)^{1/2} \tag{8}$$

식 (8)과 같은 마찰력이 작용할 때의 응력을 $(\sigma_{xx})_q$, $(\sigma_{zz})_q$, $(\tau_{xz})_q$ 라 하면 아래와 같이 주어진다.

$$(\sigma_{xx})_q = \frac{\mu p_0}{a} \left(n \left(2 - \frac{z^2 - m^2}{m^2 + n^2} \right) - 2x \right) \tag{9}$$

$$(\sigma_{zz})_q = \mu (\tau_{xz})_p = \frac{-\mu p_0}{a} n \left(1 - \frac{m^2 - z^2}{m^2 + n^2} \right) \tag{10}$$

$$(\tau_{xz})_q = \mu(\sigma_x)_p = \frac{-\mu p_0}{a} \left(m \left(1 + \frac{z^2 - n^2}{m^2 + n^2} \right) - 2x \right) \quad (11)$$

m, n 은 식 (6), (7)로 주어진다.

2.3 수직력과 마찰력이 작용할 때의 응력분포

수직력과 마찰력이 동시에 작용하는 경우의 응력은 수직력이 작용하는 경우의 응력과 마찰력이 작용할 때의 응력을 더하면 된다. Fig. 3~5는 Fig. 2와 같은 분포하중이 작용할 때 $\sigma_{11}(=\sigma_{xx}), \sigma_{33}(=\sigma_{zz}), \tau_{13}(=\sigma_{xz})$ 의 응력을 최대 접촉응력으로 무차원화 하여 나타낸 것이다. 모든 계산에서 차륜과 레일 사이의 마찰계수는 $\mu=0.2, P=10,000$ MPa, $a=7.22$ mm를 적용하였다. Fig. 6~7은 일정 깊이에서 세 응력 $\sigma_{11}, \sigma_{33}, \tau_{13}$ 을 비교한 것이다. 응력의 크기는 깊이에 따라 달라진다. 접촉하중이 왼쪽에서 오른쪽으로 이동할 때 σ_{11} 과 σ_{33} 은 압축응력이 지배적이거나 전단 응력 τ_{13} 은 작용방향이 반대로 한 번 바뀌어 작용함을 알 수 있다.

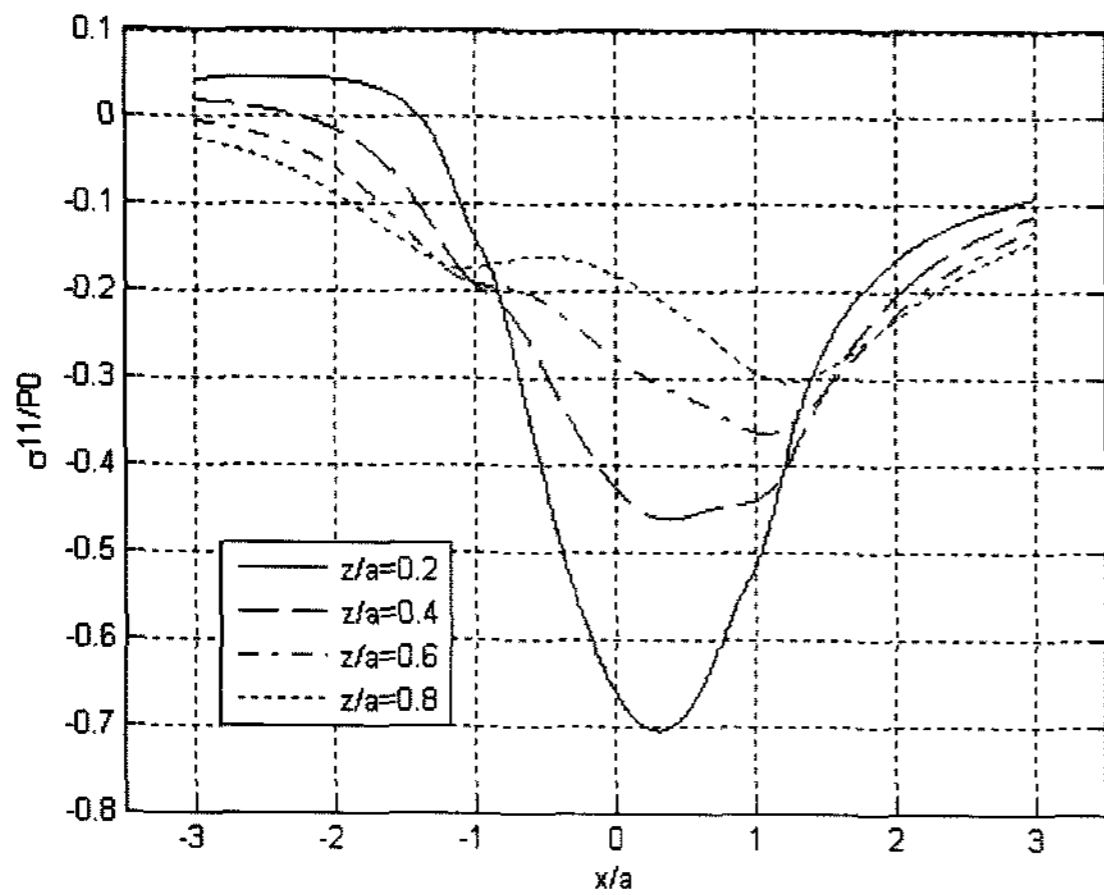


Fig. 3. σ_{11} 의 분포

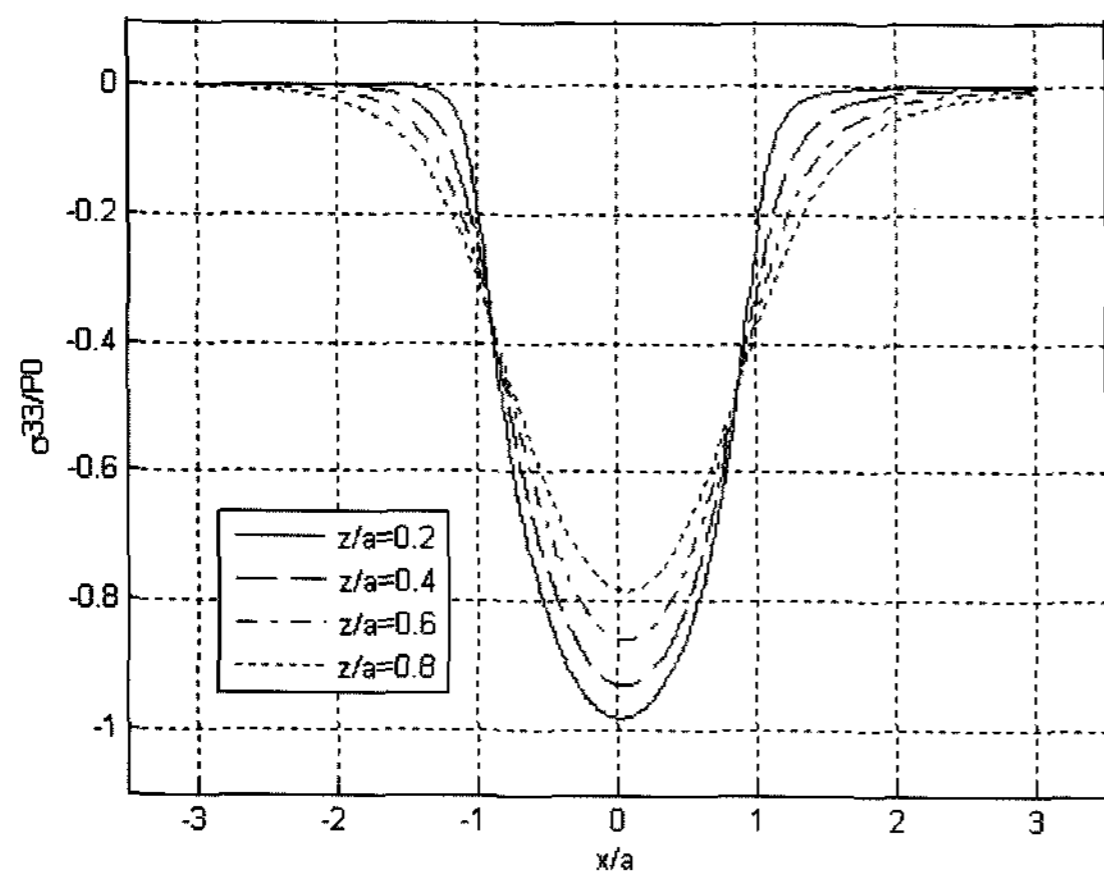


Fig. 4. σ_{33} 의 분포

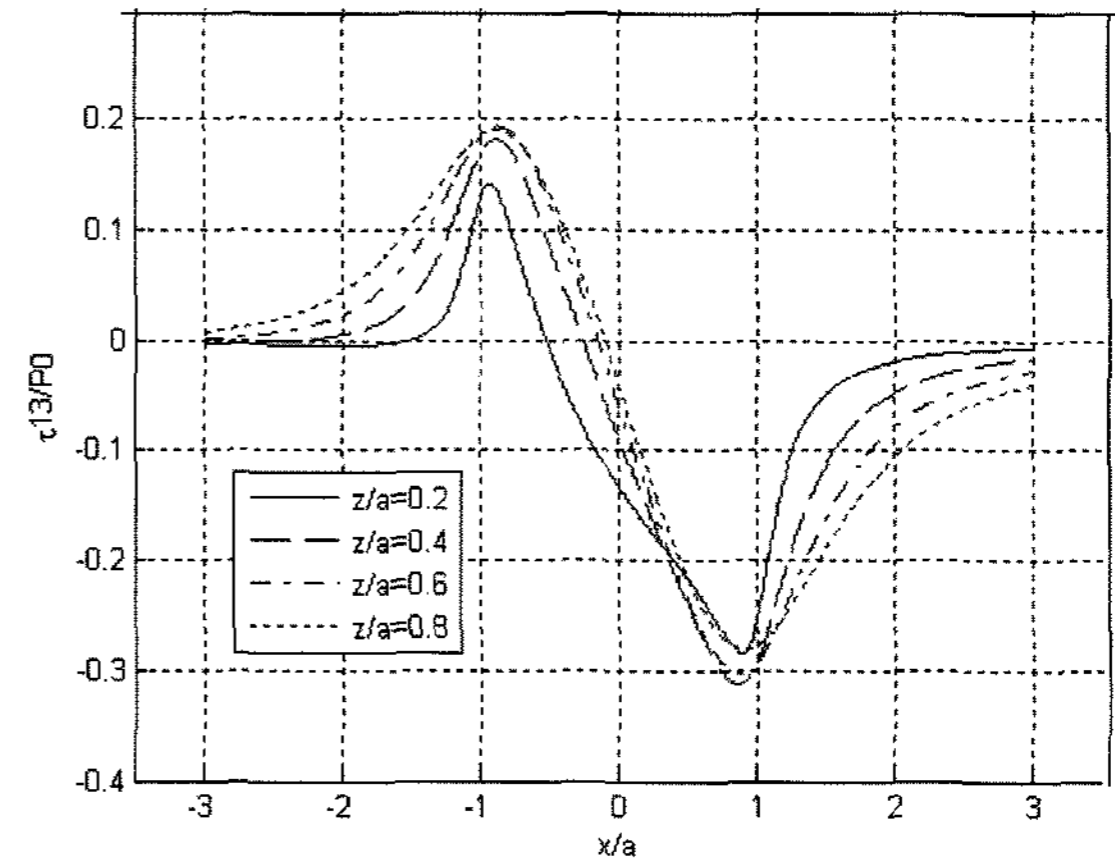


Fig. 5. τ_{13} 의 분포

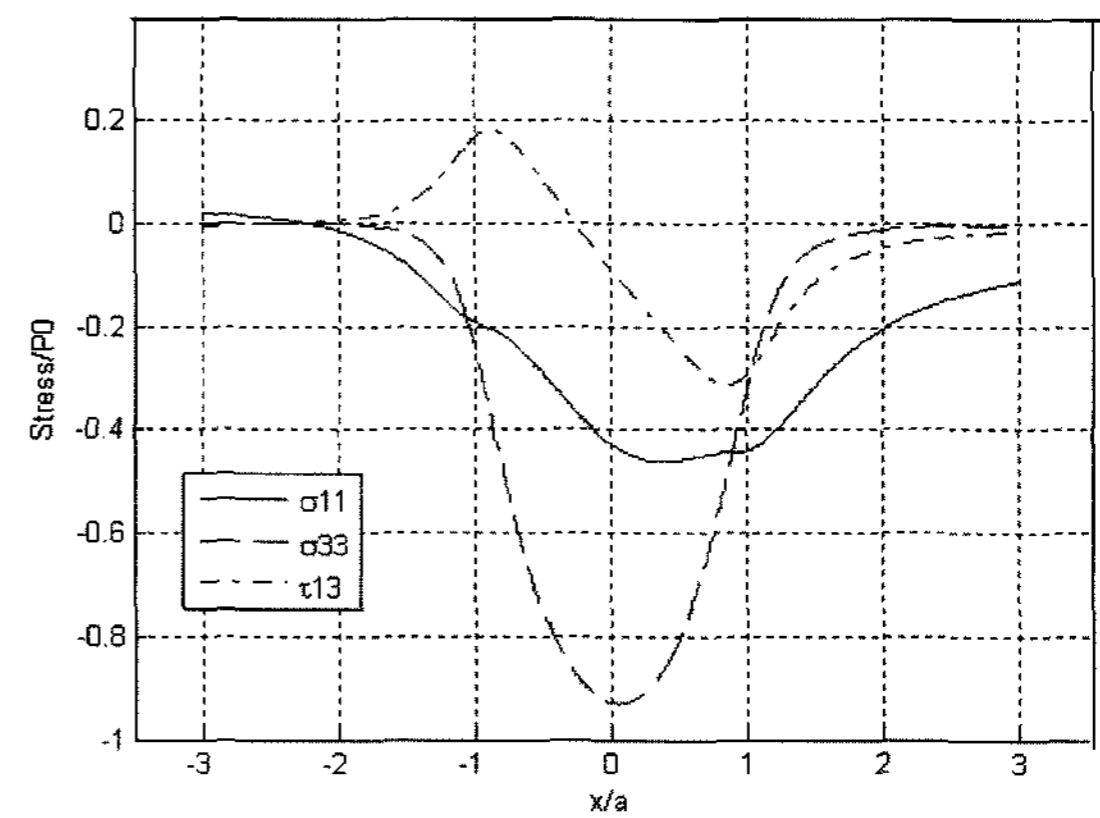


Fig. 6. $z=0.4a$ 에서의 응력분포

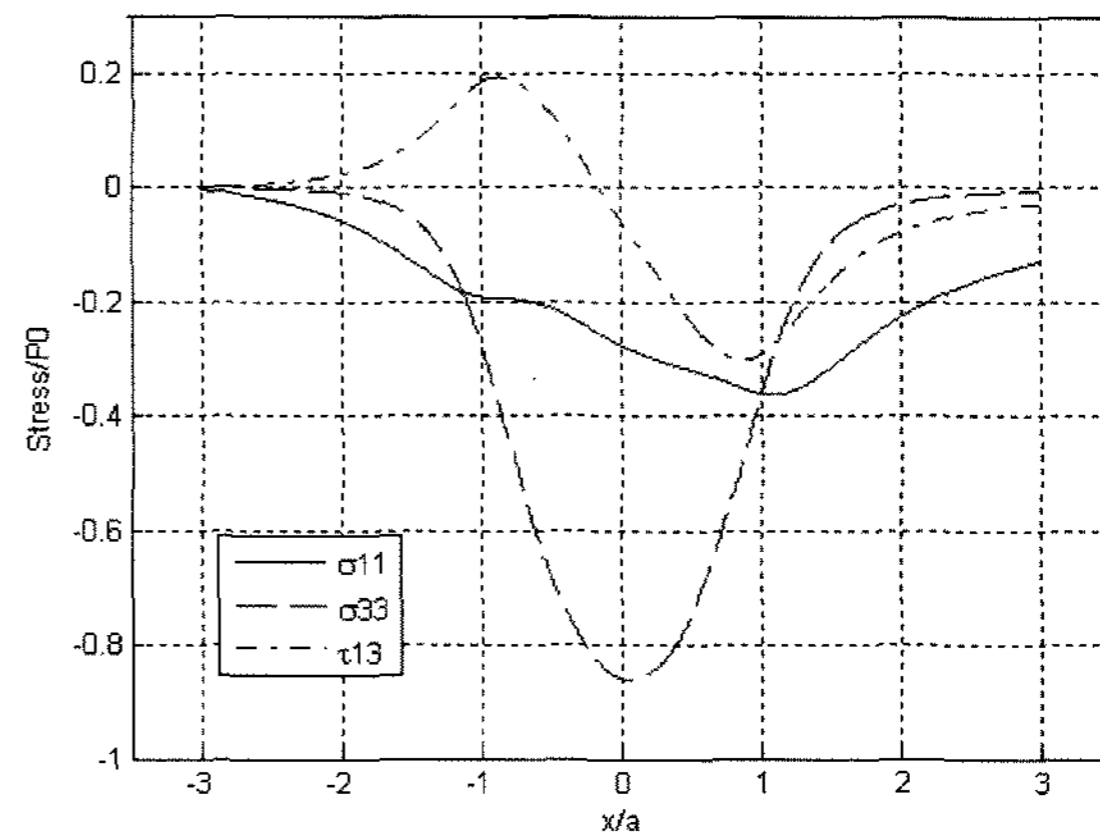


Fig. 7. $z=0.6a$ 에서의 응력분포

3. 라체팅 모델링

금속재료의 다양한 기계적 성질을 반영하면서 탄소성 혹은 점성 영역에서 발생하는 라체팅 현상을 성공적으로 모델링하기 위해 다양한 모델이 제시되고 있다[12,14]. 본 연구에서는 비선형 이동 경화법칙(non-linear kinematic

hardening)을 사용하면서 라체팅 현상을 모델링할 수 있는 기본적인 모델을 사용하기로 한다. Von Mises의 항복조건을 사용할 때 항복조건은 다음과 같다.

$$f = J_2(\tilde{\sigma} - \tilde{X}) - \sigma_y = 0 \quad (12)$$

여기서 J_2 는 응력의 2차 불변량(Second invariant), $\tilde{\sigma}$ 는 응력텐서, \tilde{X} 는 이동 경화 응력텐서이고 σ_y 는 단축 인장 항복강도이다. 비선형 이동 경화법칙은 아래와 같이 가정된다[14].

$$d\tilde{X} = \frac{2}{3}C d\tilde{\epsilon}^p - \gamma \tilde{X} dp \quad (13)$$

여기서 C, γ 는 재료의 특성을 나타내는 상수이고, $dp = ((2/3)d\tilde{\epsilon}^p : d\tilde{\epsilon}^p)^{1/2}$ 는 누적 등가 소성변형률의 증분이다.

소성의 일반이론을 적용하면 소성변형률의 증분 $d\tilde{\epsilon}^p$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$d\tilde{\epsilon}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{H(f)}{h} \left\langle \frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\tilde{\sigma} \right\rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (14)$$

여기서 $H(f)=1$ if $f=0$; if $H(f)=0$ if $f<0$. $\langle x \rangle = 0$ if $x<0$; $\langle x \rangle = x$ if $x \geq 0$ 이다. Von Mises 항복조건을 사용하는 경우 파라미터 h 는 다음과 같이 표현된다[14].

$$h = C - \frac{3}{2} \gamma \tilde{X} : \frac{\tilde{\sigma} - \tilde{X}}{\sigma_y} \quad (15)$$

여기서 $\tilde{\sigma}, \tilde{X}$ 는 편차 응력텐서이다.

이 모델에서 필요한 재료상수는 C, γ 및 σ_y 이다. 모델에 사용된 상수는 Table 1과 같다. 탄성계수와 항복응력은 실제 레일의 값과 유사한 값을 사용하였고, C 와 γ 의 값은 참고문헌 [14]의 값과 유사한 값을 사용하였다.

Table 1. 파라미터의 값

C (MPa)	γ	E (MPa)	ν	σ_y (MPa)
140,600	380	210,000	0.3	540

Fig. 8은 시뮬레이션에 입력으로 사용된 전단응력이다. 레일이나 차륜의 라체팅은 전단 응력이 지배적이므로[11] 본 해석에서는 표면에서의 전단응력만을 고려하였다. 전단응력은 분포는 Fig. 5와 같고, 다양한 마찰계수에서의 전단응력의 분포를 수치해석의 편의를 위해 Fig. 8과 같이 사인 함수로 근사화시켜 해석하였다.

$$\tau_{13} = \pm \tau_{\max} \left| \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \right| \quad (16)$$

전단응력의 비대칭성을 고려하여 전단응력이 양일 때와

음일 때 τ_{\max} 값을 달리하여 Fig. 5와 유사하게 하였다.

Fig. 9는 Table 1에 사용된 상수 값을 사용하여 한 사이클의 전단응력이 작용한 경우의 $\epsilon_{13} - \tau_{13}$ 의 관계이다. 모든 수치해석은 Matlab 6.5를 이용하여 수행하였다. Fig. 10은 변형률의 소성성분 ϵ_{p13} 에 대해 τ_{13} 과 X_{13} 을 도시한 것이다.

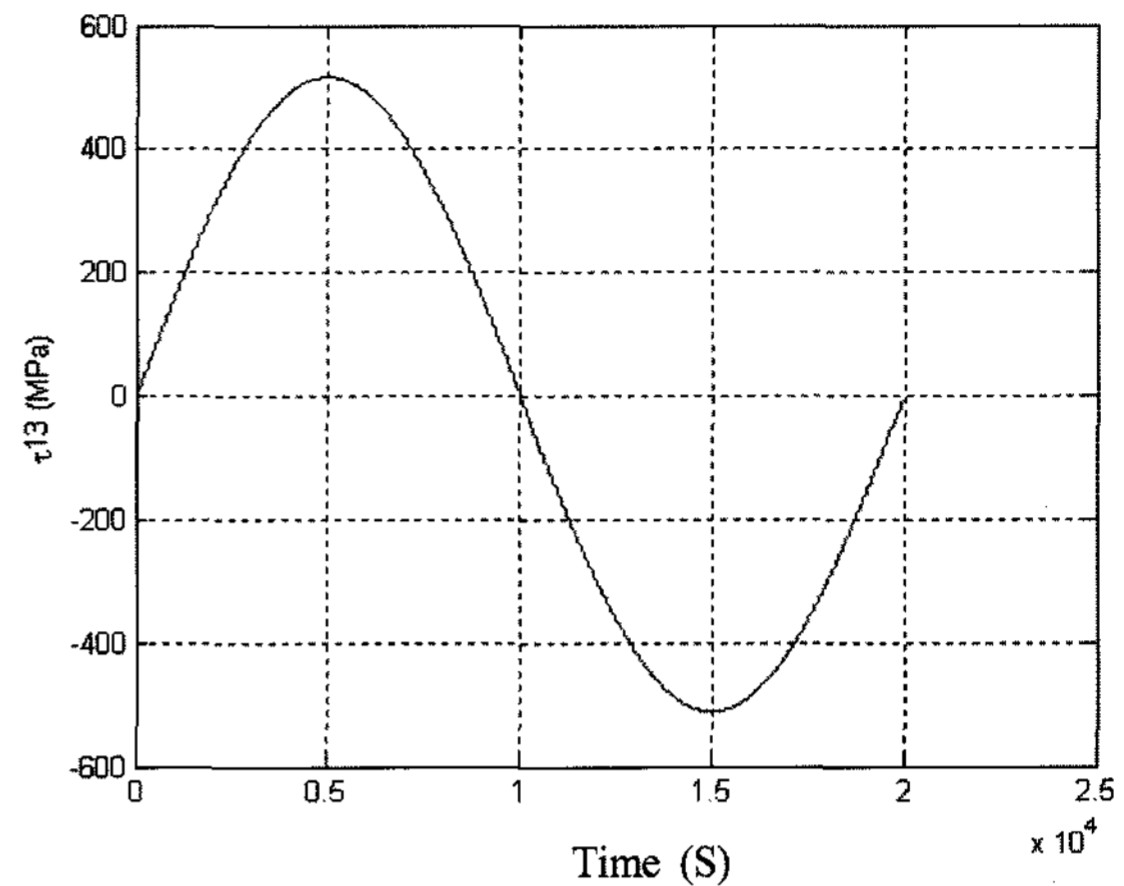


Fig. 8. 작용응력 τ_{13}

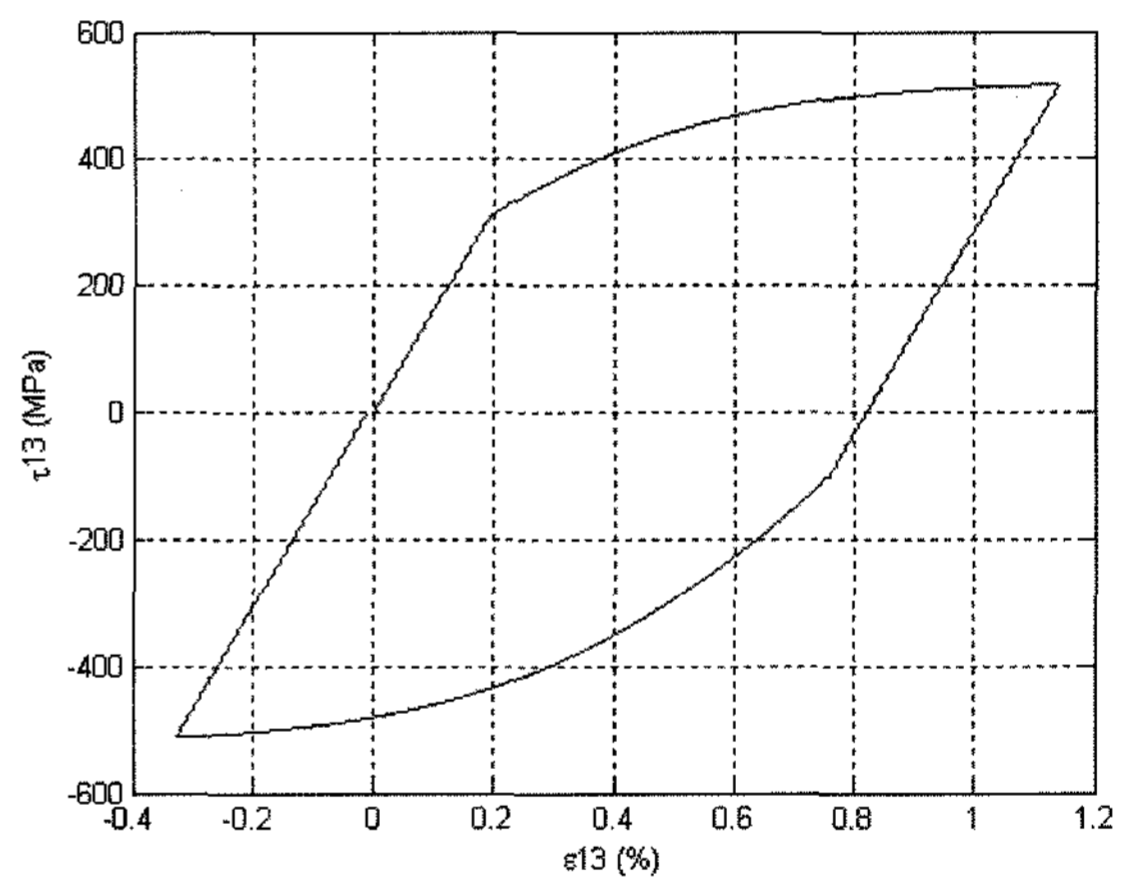


Fig. 9. $\epsilon_{13} - \tau_{13}$ 의 관계

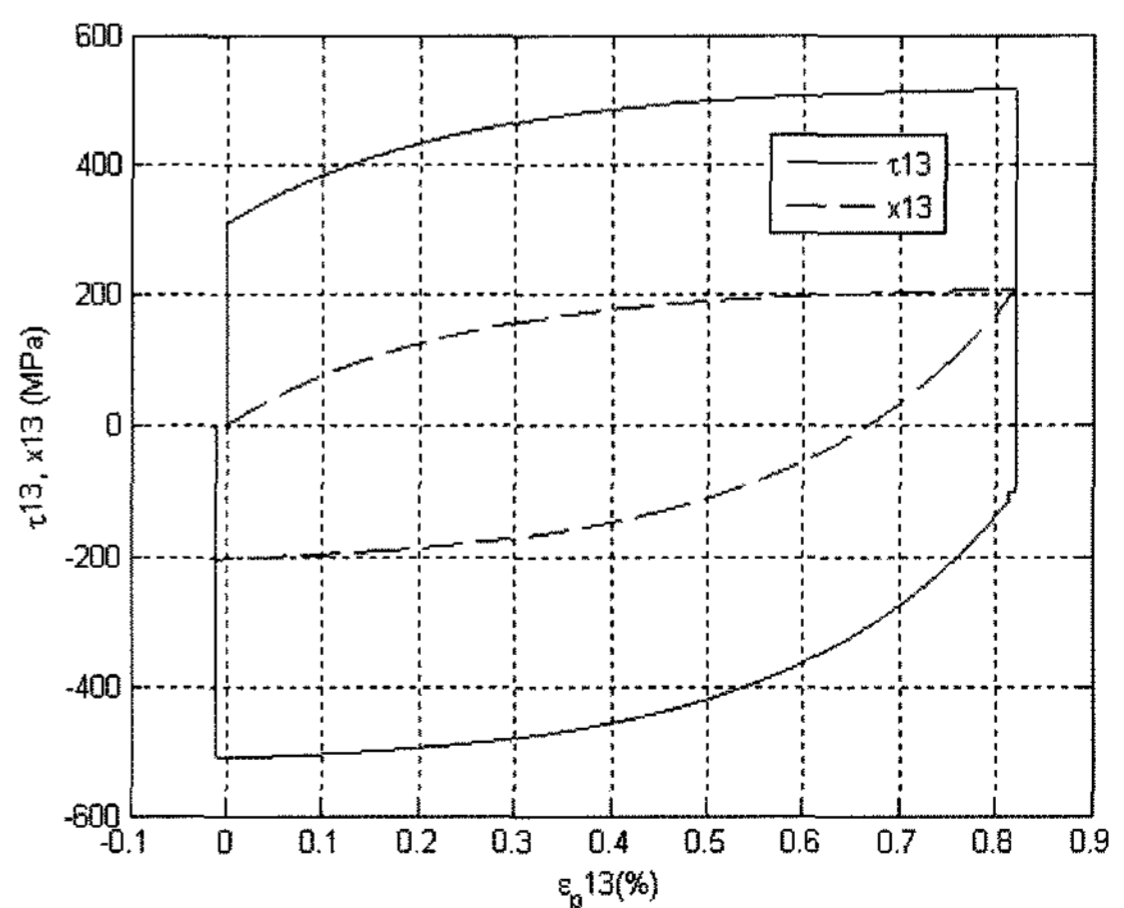


Fig. 10. $\epsilon_{p13} - \tau_{13}, X_{13}$ 의 관계

τ_{13} 과 X_{13} 의 거동이 유사함을 알 수 있다. τ_{13} 는 X_{13} 으로부터 항복응력 σ_y 만큼 떨어져 위치하고 있다. Fig. 11은 Table 1에 사용된 상수 값을 사용하여 10 사이클의 전단응력이 반복하여 작용한 경우의 $\epsilon_{13} - \tau_{13}$ 의 관계이다. 시뮬레이션

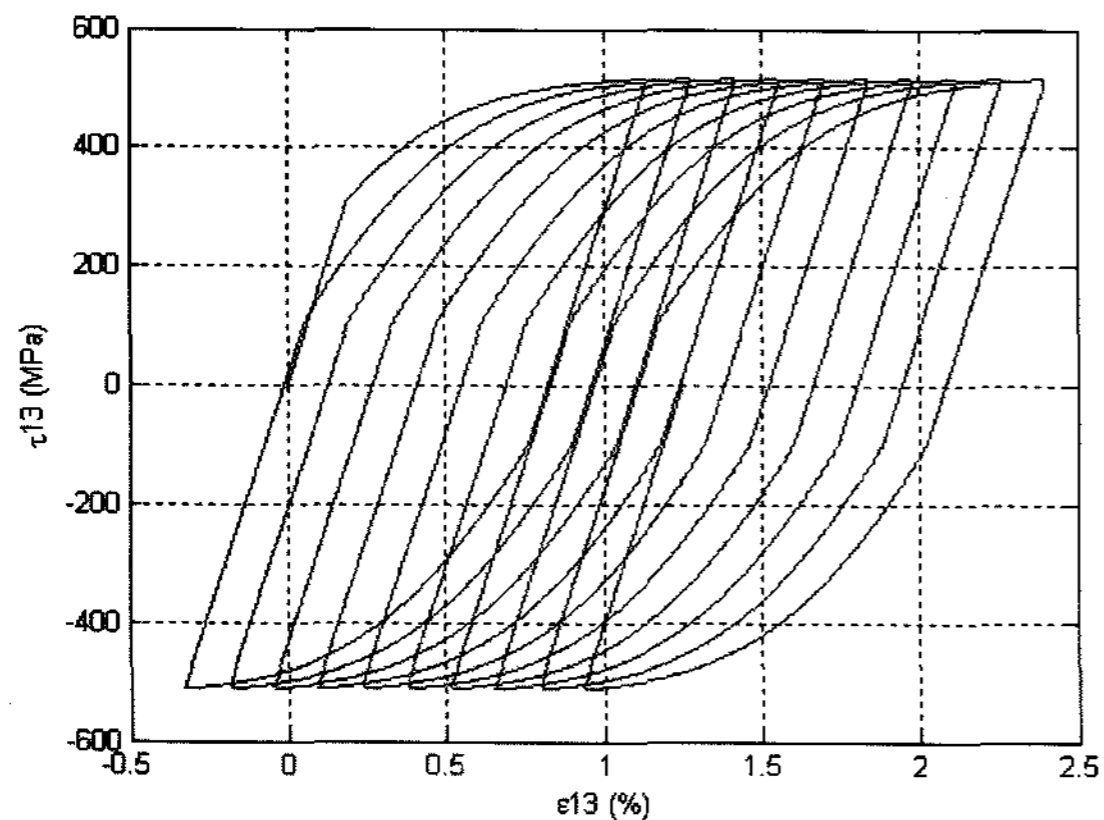


Fig. 11. $\epsilon_{13} - \tau_{13}$ 의 관계

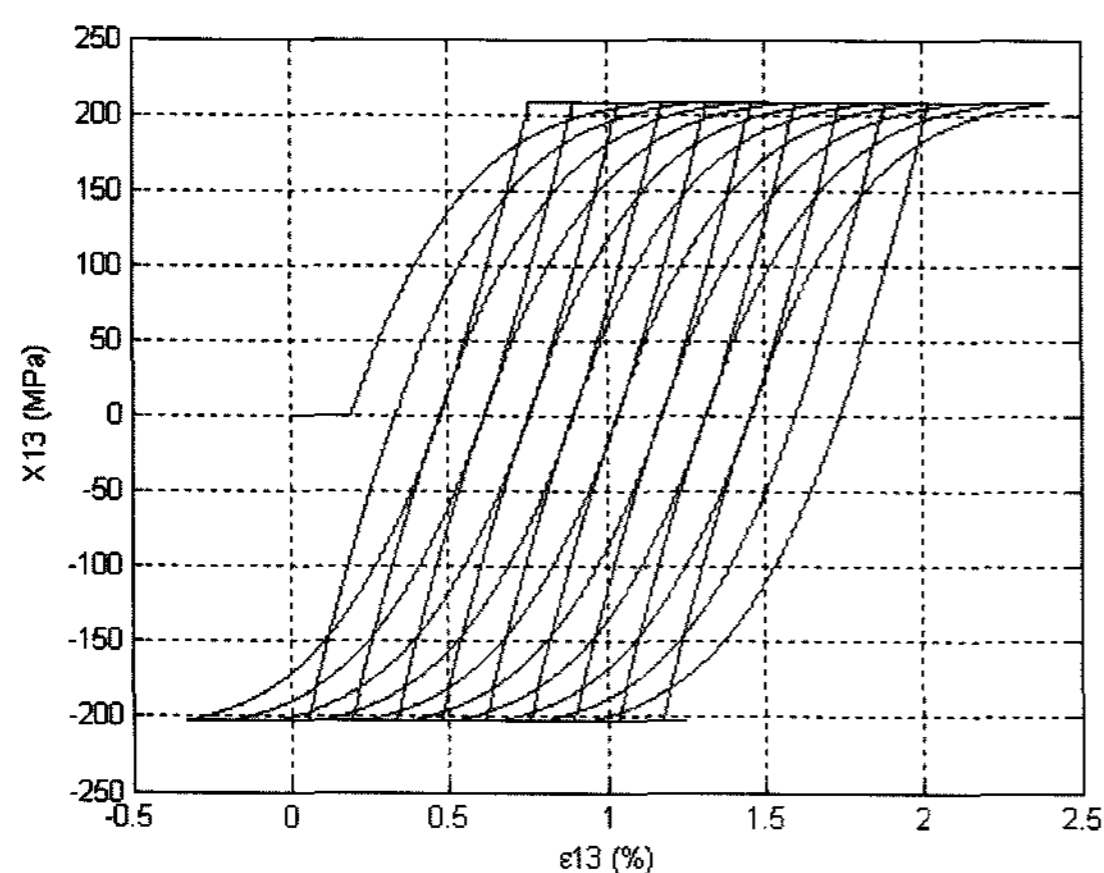


Fig. 12. $\epsilon_{13} - X_{13}$ 의 관계

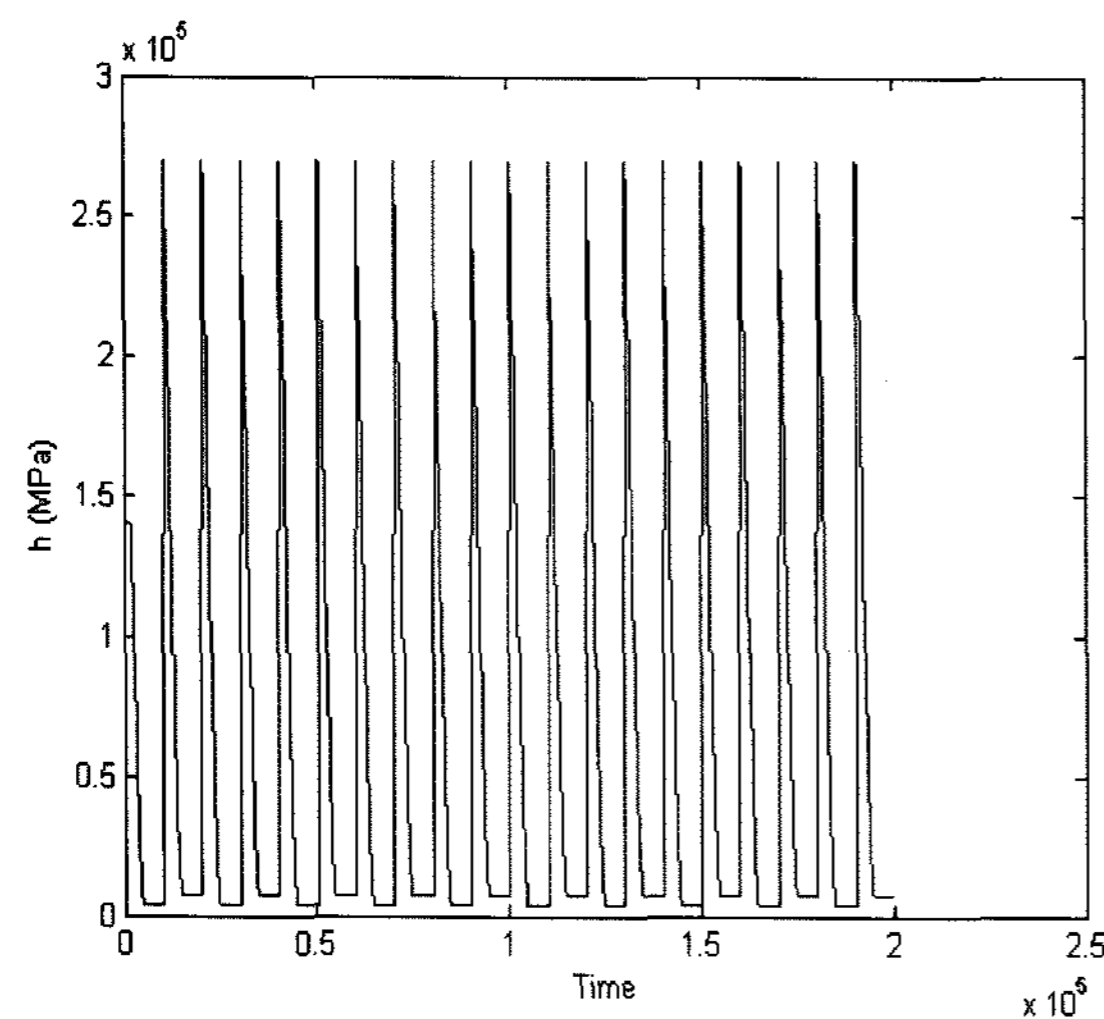


Fig. 13. 시간에 대한 h 의 변화

결과는 라체팅 현상을 잘 묘사함을 알 수 있다. 본 연구의 모델을 사용할 때 매 사이클마다 증가하는 소성변형의 크기가 일정하다. 실제로는 재료에 따라 사이클이 증가함에 따라 소성변형이 점점 증가할 수도 혹은 감소할 수도 있으므로 이러한 현상을 모델링하기 위해서는 등방 경화법칙 등을 도입할 필요가 있다[12,14]. Fig. 12는 10사이클의 전단응력이 작용할 때 이동성 경화응력 X_{13} 의 변화를 보여주고, Fig. 13은 파라미터 h 의 변화를 시간의 함수로 보여준다.

4. 결론

차륜과 레일의 접촉과 관련한 여러 현상 중 라체팅은 아직도 많은 연구를 요하는 분야 중의 하나이다. 본 연구에서는 Von Mises 항복조건과 이동성 가공경화 법칙을 사용하는 탄소성 모델을 적용하여 전단응력이 반복적으로 작용하는 경우의 라체팅 거동을 성공적으로 시뮬레이션 하였다. 이동성 경화응력은 소성변형으로 발생한 잔류응력이나 조직의 변화 등에 관련된 것이므로 더 정확한 정량적인 결과를 도출하기 위해서는 다양한 사용 조건과 기간에서 레일과 차륜의 잔류응력 분포, 조직 변화, 기계적 성질 등을 실측하여 관련 자료를 확보할 필요가 있다고 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부의 철도중합안전기술개발사업 중 '철도차량 탈선안전성능 평가 및 사고방지 기술개발' 과제의 일부로 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

1. A. Böhrer, M. Ertz, and K. Knothe (2003), "Shakedown limit of rail surfaces including material hardening and thermal stresses," *Fatigue Frac Engng Mater Struc* 26, pp. 985-998.
2. M. Ertz and K. Knothe (2002), "A comparison of analytical and numerical methods for the calculation of temperatures in wheel/rail contact," *Wear* 253, pp. 498-508.
3. F. D. Fischer, W. Daves, and E. A. Werner (2003), "On the temperature in the wheel-rail rolling contact," *Fatigue Frac Engng Mater Struc* 26, pp. 999-1006.
4. J. W. Ringsberg (2000), "Cyclic ratchetting and failure of a pearlitic rail steel," *Fatigue Frac Engng Mater Struc* 23, pp. 747-758.
5. L. Taleb, M. Cousin, and J. F. Jullien (1998), "Metallic structures subjected to cyclic loadings - I. Inadequency of the elastic analysis for the steady state assessment," *Int. J. of Pressure Vessels and Piping* 75, pp. 173-180.
6. 이형연, 김종범, 이재한 (2002), "316L 스테인리스강 원통 구조

- 물의 열라체팅 변형 시험 및 해석,” 대한기계학회논문집 A권, 제 26권, 제 3호, pp. 479-486.
7. J. W. Ringsberg, H. Bjarnehed, A. Johansson, and B. L. Josefson (2000), “Rolling contact fatigue of rails-finite element modelling of residual stresses, strains and crack initiation,” Proc Instn Mech Engrs Vol. 214 Part F, pp. 7-19.
 8. J. W. Ringsberg, F. J. Franklin, B. L. Josefson, A. Kapoor, and J. C. O. Nielsen (2005), “Fatigue evaluation of surface coated railway using shakedown theory, finite element calculations, and lab and field trials,” Int. J. of Fatigue, Vol. 27, pp. 680-694.
 9. F. J. Franklin, T. Chung, and A. Kapoor (2003) “Ratcheting and fatigue-led wear in rail-wheel contact,” Fatigue Fract and Mater Struct, pp. 949-955.
 10. I. M. Widiyarta, F. J. Franklin, and A. Kapoor (2006), “Modelling thermal effects in ratcheting-led wear and rolling contact fatigue,” 7th Int. Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems, Brisbane, Australia, September 24-26, pp. 279-286.
 11. A. Kapoor, J. H. Beynon, D. I. Fletcher, and M. Loo-Morrey (2004), “Computer simulation of strain accumulation and hardening for pearlitic rail steel undergoing repeated contact,” J. Strain Analysis, Vol. 39, No.4, pp. 383-396.
 12. J. L. Chaboche (2008), “A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theory,” Int. J. Plasticity, doi:10.1016/j.ijplas.2008.03.009.
 13. K. L. Johnson (1985), “Contact Mechanics,” pp. 204-205, Cambridge University Press.
 14. J. Lemaitre and J. L. Chaboche (1996), “Mécanique des matériaux solides,” pp. 219-229, Dunod 2nd Edition.
- 접수일(2008년 5월 23일), 수정일(2008년 6월 24일), 게재확정일(2008년 6월 24일)