

3차원 탄성파 토모그래피의 현장 적용 (I)

- 3차원 토모그래피 알고리즘의 구성 -

문윤섭¹⁾, 하희상^{2)*}, 고광범³⁾, 김지수⁴⁾

A Field Application of 3D Seismic Traveltime Tomography (I)

- Constitution of 3D Seismic Traveltime Tomography Algorithm -

Moon, Yoon-Sup, Ha, Hee-Sang, Ko, Kwang-Buem, Kim, Ji-Soo

Abstract In this study, theoretical approach of 3D seismic traveltime tomography was investigated. To guarantee the successful field application of 3D tomography, appropriate control of problem associated with blind zone is pre-requisite. To overcome the velocity distortion of the reconstructed tomogram due to insufficient source-receiver array coverage, the algorithm of 3D seismic traveltime tomography based on the Fresnel volume was developed as a technique of ray-path broadening. For the successful reconstruction of velocity cube, 3D traveltime algorithm was explored and employed on the basis of 2nd order Fast Marching Method(FMM), resulting in improvement of precision and accuracy. To prove the validity and field application of this algorithm, two numerical experiments were performed for globular and layered models. The algorithm was also found to be successfully applicable to field data.

Key words 3D seismic tomography, blind zone, source-receiver coverage, Fresnel volume, Fast Marching Method(FMM)

초록 이 논문은 3차원 탄성파 토모그래피의 3차원 초동주시 및 역산 알고리즘의 개발과 수치모형 실험을 통하여 3차원 토모그래피 기법의 현장 적용성을 고찰한 연구이다. 3차원 탄성파 주시토모그래피 기법의 현장 적용성을 담보하기 위해서는 한정된 송수신 커버리지에 기인하는 암영대가 발생하지 않아야 하고 또한 경제적인 관점에서 자료처리에 소요되는 시간이 합리적이어야 한다. 이 연구에서는 한정된 송수신 커버리지 문제를 극복 하기 위하여 파선 폭의 확장기법의 하나인 프레넬 볼륨에 근거한 3차원 주시 토모그래피 알고리즘을 개발하였다. 또한 3차원 토모그래피 수행에 요구되는 정밀도와 경제성을 확보하기 위해 Fast Marching Method(FMM)을 이용 한 초동주시 알고리즘을 선택하였으며 수치모형 실험을 통하여 합리적인 모델변수를 결정하였다. 3차원 고립형 이상체 및 경사진 층서구조 수치모형에 대한 3차원 탄성파속도 입방체를 도출함으로써 개발된 알고리즘의 타당 성 및 현장 적용성을 고찰하였다. 재구성된 탄성파 입방체는 원 수치모형과 대비한 결과 상호 부합하는 결과를 확인함으로써 3차원 토모그래피 알고리즘의 타당성 및 현장 적용성을 검증하였다.

핵심어 3D 탄성파 토모그래피, 암영대, 송수신 커버리지, 프레넬 볼륨, FMM

1. 서 론

일반적으로 탄성파 토모그래피는 대상 영역의 탄성파

¹⁾ (주) 지오맥스 기술연구소 지반공학부 선임연구원

²⁾ (주) 지오맥스 부사장

³⁾ (주) 지오맥스 기술연구소 소장

⁴⁾ 충북대학교 자연과학대학 지구환경과학과 교수

* 교신저자 : hsha@geomax.co.kr

접수일 : 2008년 5월 13일

심사 완료일 : 2008년 6월 17일

제재 확정일 : 2008년 6월 19일

속도 분포를 영상화하는 해석기법을 총칭하며 분해능이 뛰어난 장점으로 인하여 최근 토목건설이나 환경 분야 등에 많이 적용되고 있다. 현재 국내에서 일반적으로 적용되는 탄성파 토모그래피는 송·수신 배열이 동일 평면상에 있는 2차원 탄성파 토모그래피가 주종을 이루고 있다. 그러나 규명하고자 하는 지질구조는 근본적으로 3차원이므로 지질구조를 보다 정밀하게 규명하기 위해서는 3차원적인 접근이 바람직하다.

주시를 이용하는 3차원 탄성파 토모그래피에 대한 최근 연구로서는 시추공 간 3차원 탄성파속도 분포 규명

을 위한 연구(고광범과 이두성, 2003), 쓰레기 매립지의 매립영역 규명을 위한 3차원 굴절법 토모그래피(Zelt et al., 2006)와 사면붕괴 이력을 가진 산 능선부의 지반상태 규명을 위한 3차원 탄성파 토모그래피의 사례(Heincke et. al., 2006) 등이 있으나 2차원 사례에 비해 현장 적용은 활발하지 못하다. 이는 입체적인 지질구조 규명이라는 본질적인 당위성에도 불구하고 자료획득을 위한 배열 설계, 많은 송·수신 횟수 및 방대한 자료처리에 따르는 시간적, 경제적 비용이 상대적으로 크기 때문이다. 그러나 조사대상에 대하여 적절한 송·수신 배열을 적용한다면 3차원 탄성파 토모그래피는 충분한 현장 적용성을 가지고 있다고 판단된다.

3차원 탄성파 토모그래피를 성공적으로 현장에 적용하기 위해서는 다음 두 가지 현실적인 문제를 극복하여야 한다. 첫째는 파선추적을 이용하는 파선 토모그래피의 경우, 그 특성상 조사 대상영역에 파선이 통과하지 않는 암영대(blind zone)가 생기지 않도록 충분한 송·수신 커버리지(coverage)를 가지도록 자료를 획득하여야 한다. 둘째 3차원 탄성파 토모그래피의 실제 적용에 있어서 초동주시 계산의 정밀도와 더불어 방대한 양의 현장자료 처리시간등 경제적인 측면이 실용성 여부를 평가하는 중요한 고려대상이 된다. 3차원 탄성파 토모그래피에 있어 대부분의 자료 처리 시간은 송·수신원 간 초동주시 계산에 소요되므로 원하는 정밀도 내에서 신속하게 초동주시를 계산하는 알고리즘이 필수적이다.

본 연구에서는 암영대의 발생을 최소화하기 위한 방법으로 프레넬 볼륨(Fresnel volume)에 기반한 파선 폭을 확장하는 방법을 선택하였다. 또한 3차원 초동주시 계산 알고리즘으로서는 유한차분법 알고리즘의 하나인 Fast Marching Method(FMM, Sethian, 1999)를 이용하였다. 토모그래피에서 요구되는 초동주시의 정밀도를 검토하기 위하여 차분차수 및 격자간격에 따른 FMM 수치실험 결과를 고찰함으로써 합리적인 모델변수를 설정하였다. 최종적으로 고립형 이상체 및 경사진 층서 구조 수치모형에 대한 역해 결과를 고찰함으로써 이 연구에서 제안한 프레넬 볼륨에 근거한 3차원 토모그래피 알고리즘의 타당성과 현장 적용성을 살펴보았다.

2. 이론 및 방법

2.1 Fast Marching Method(FMM)

탄성파 파동방정식은 압력장인 경우 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{1}{\alpha^2} \nabla^2 \phi \quad (1)$$

여기서, ϕ 는 압력장의 스칼라 포텐셜, α 는 탄성파속도를 나타낸다. 식 (1)의 해를 구하기 위하여 다음과 같이 진폭의 함수 $A(r)$ 및 파면을 나타내는 $\tau(r)$ 의 함수인 평면파를 상정한다.

$$\phi(r) = A(r) \exp[-iw(\tau(r) + t)] \quad (2)$$

식 (2)를 식(1)에 대입하고 고주파수 극한 조건을 취하면 다음의 방정식을 얻는다.

$$|\nabla \tau|^2 = \frac{1}{\alpha^2} \quad \text{혹은} \quad |\nabla \tau| = s \quad (3)$$

여기서 $s(r)$ 은 역속도(slowness)를 나타낸다. 식 (3)은 아이코날 방정식이라 하며 탄성파속도, $\alpha(r)$ 와 파면, $\tau(r)$ 의 관계를 나타내는 미분방정식으로서 탄성파 송·수신원 간 거리를 최단시간에 전파하는 페르마의 원리(Fermat's principle)를 만족하며 초동주시를 이용하는 파선 토모그래피의 지배방정식이 된다.

식 (3)에서 초기 시간에서의 파면(wavefront)이 주어진다면 아이코날 방정식은 양 또는 음의방향으로 전파하는 시간의 함수로서의 파면, $\Gamma(t)$ 을 구하는 경계값 문제(boundary value problem)로 다음과 같이 나타낼 수 있다(Sethian, 1999).

$$|\nabla \tau| \alpha = 1, \quad \tau(t=0) = \Gamma_0 \quad (4)$$

식 (4)는 다음의 유한차분 식으로 전개될 수 있다(Rouy and Tourin, 1992).

$$\begin{cases} \max(D_{ijk}^{-x}\tau, -D_{ijk}^{+x}\tau, 0)^2 + \\ \max(D_{ijk}^{-y}\tau, -D_{ijk}^{+y}\tau, 0)^2 + \\ \max(D_{ijk}^{-z}\tau, -D_{ijk}^{+z}\tau, 0)^2 \end{cases} = \frac{1}{\alpha_{ijk}^2} \quad (5)$$

여기서 D_{ijk}^{-x} 및 D_{ijk}^{+x} 는 각각 후행(backward difference) 및 전향차분(forward difference) 연산자이다. 식 (5)에서 파면 τ 는 알고 있거나 이미 계산된 초동주시 τ_1, τ_2, τ_3 보다 반드시 크거나 같다는 조건하에 다음의 식 (6)으로 정리될 수 있다.

$$\left(\frac{\tau - \tau_1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{\tau - \tau_2}{\Delta y}\right)^2 + \left(\frac{\tau - \tau_3}{\Delta z}\right)^2 = \frac{1}{2} \alpha_{ijk} \quad (6)$$

이는 파면 τ 에 관한 이차방정식 형태의 근을 구하는 문제가 되며,

$$aT^2 + bT + c = 0 \quad (7)$$

이차방정식의 계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a &= \left(\frac{1}{\Delta^2 x} + \frac{1}{\Delta^2 y} + \frac{1}{\Delta^2 z} \right) \\ b &= -2 \left(\frac{\tau_1}{\Delta^2 x} + \frac{\tau_2}{\Delta^2 y} + \frac{\tau_3}{\Delta^2 z} \right) \\ c &= \left(\frac{\tau_1^2}{\Delta^2 x} + \frac{\tau_2^2}{\Delta^2 y} + \frac{\tau_3^2}{\Delta^2 z} \right) - \frac{1}{\alpha_{ijk}^2} \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)은 파면 $\tau(r)$ 이 이미 알고 있는 인접한 초동주시 τ_1, τ_2, τ_3 로부터 안과성의 원리에 입각하여 시간의 증가방향으로 순차적으로 계산함으로써 구할 수 있음을 의미한다. 즉, 알고자 하는 인접한 점들 중 최소주시에 해당하는 격자점을 임의의 시간에서 파면의 Narrow band 내에서 전파 영역을 순차적으로 선택하는 것이다. 이러한 격자점을 선택하는 것은 시간에 따라 전파하는 파면을 직접적으로 구하는 것과 등가이며 이러한 순차적 초동 계산 방법을 Fast Marching Method(Sethian, 1999)라 한다.

Fig. 1은 FMM에 의한 파면의 초동주시를 구하는 방법을 이차원 모식도로 나타낸 것이다. 초동주시를 알고 있는 격자점을 검은 색, 초동주시를 결정해야 할 격자점들은 흰색 점으로 나타내면 탄성파가 전파하기 시작하는 순간은 송신원 인근 격자점만 초동주시를 알고 있으므로 Fig. 1(a)과 같이 표현된다. 그 다음 송신원에 인접한 격자점을 선택하고 식 (6)에 의해 각 격자점에서의 주시를 구한다(Fig. 1(b)). 이때 선택된 영역을 Narrow band라고 하며 이는 송신원으로부터 파동이 전파해 나가는 어떤 시간에서의 파면을 포함하는 영역을 의미한다. Narrow band 영역에서 계산된 주시 중 최소주시를 가지는 격자점을 구할 수 있다(Fig. 1(b)의 A 격자점). 이는 Narrow band 영역 내 파면이 최단시간 내에 전파한 위치가 되므로 곧 해당지점의 초동주시가 된다. 다음으로 격자점 A의 초동주시를 초동을 알고 있는 영역(검은색 점)으로 포함시키고 동시에 인접한 격자점을 새로운 주시계산을 위한 Narrow band 영역에 포함

하여 파면을 한 단계 전진시킨다(Fig. 1(c) 및 Fig. 1(d)). 확장된 Narrow band의 주시를 다시 식 (6)을 이용하여 구한 다음 이중 최소 주시를 가지는 점을 다시 선택한다(Fig. 1(e))의 격자점 D). 계속하여 인접한 격자점을 Narrow band 영역에 포함시키고(Fig. 1(f)) 파면이 전파하는 형태로 초동주시를 반복하여 구해 나간다. 즉, FMM의 핵심은 초동주시를 알고 있는 점에서 시작하여 주시들의 계산 및 최소 주시의 계속적인 선택으로 파면과 등가인 초동주시를 반복적으로 구해나가는 것이라고 볼 수 있다. 이러한 일련의 초동주시 계산과정을 나타낸 모식도를 Fig. 2에 나타내었다. 이때 τ_1, τ_2, τ_3 는 반드시 초동주시가 알려진 점이어야 하며 Narrow band 영역 내의 최소 주시를 구하기 위해 일련의 주시 군의 정렬연산(sorting)이 필요하다.

한편, FMM의 고차근사의 유한차분은 쉽게 확장이 가능하다. 식 (6)에 대응하는 2차 FMM 차분식은 식(9)와 같다.

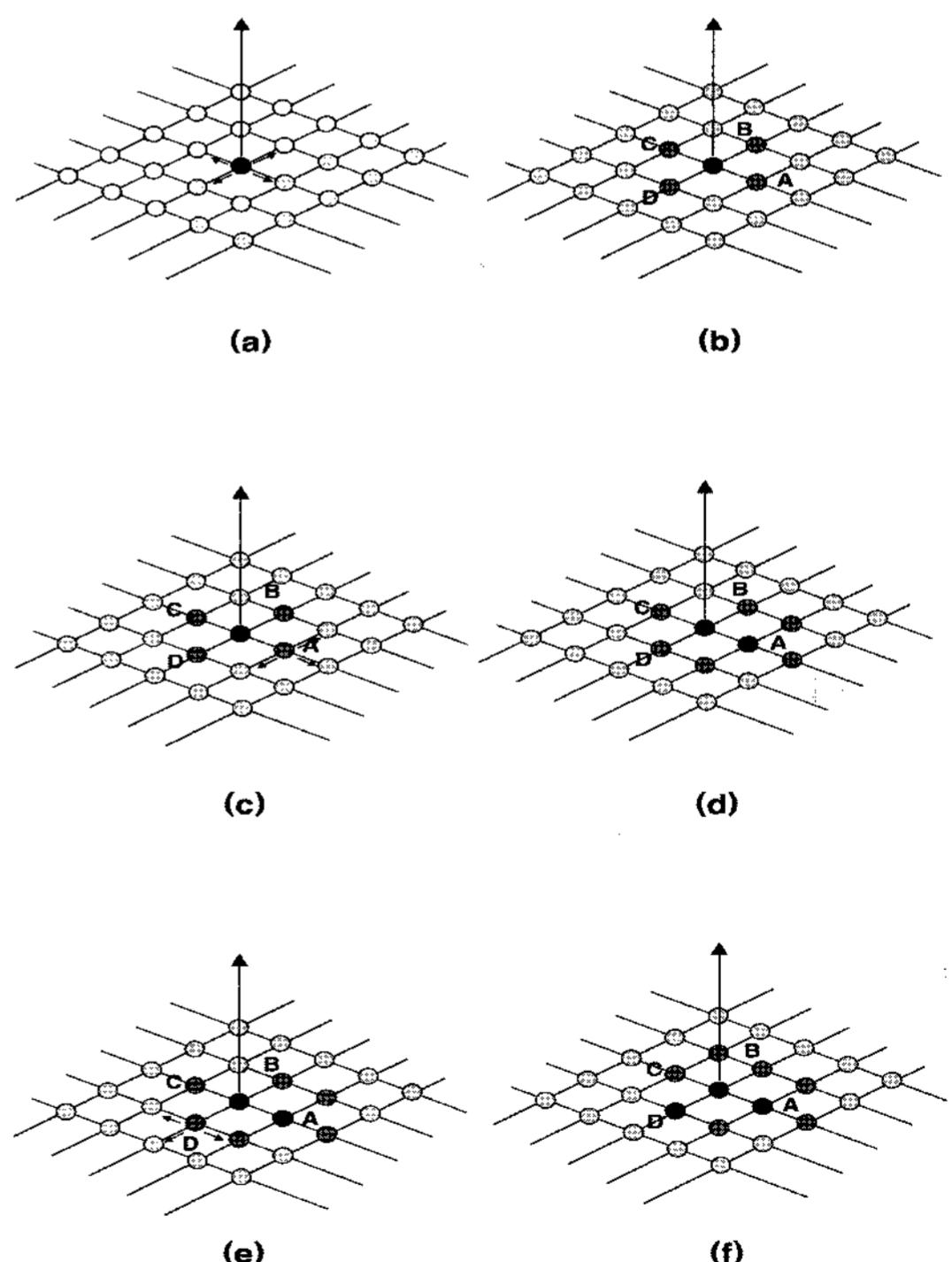


Fig. 1. Schematic diagrams of the step of computing first arrival by FMM: (a) Find the nearest neighbors of the origin: (b) Compute the arrival time of the neighbors: (c) Find the point of minimum arrival time A: (d) Freeze A and compute the arrival time of its neighbors: (e) Find the point of minimum arrival time D: (f) Freeze D and compute the arrival time of neighbors(After Sethian, 1999).

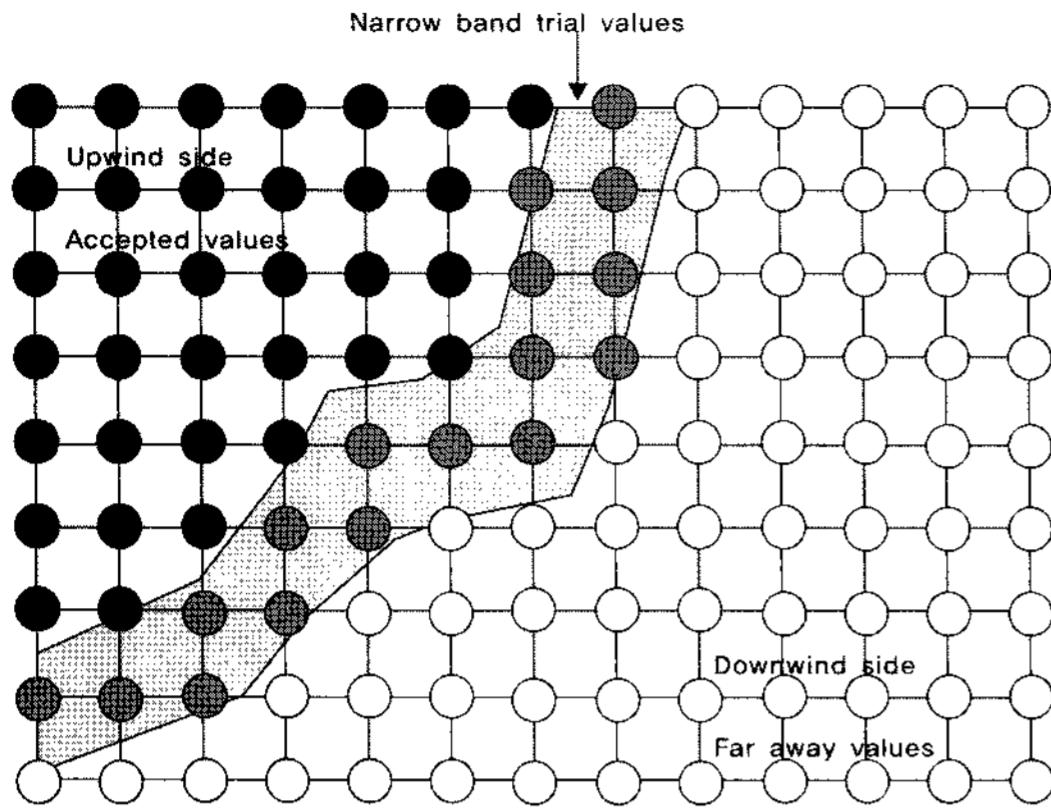


Fig. 2. The FMM illustrated in two dimension. Solid circles indicate the point already computed, grey circles forming a neighborhood of a wavefront(narrow band), and open circles corresponding to the downwind points to be computed at current stage or later(After Sethian, 1999).

$$\begin{aligned} & \max\left(\frac{3\tau - \tau_1}{2\Delta x}, 0\right)^2 + \max\left(\frac{3\tau - \tau_2}{2\Delta y}, 0\right)^2 + \\ & \max\left(\frac{3\tau - \tau_3}{2\Delta z}, 0\right)^2 = \frac{1}{\alpha_{ijk}^2} \end{aligned} \quad (9)$$

1차 유한차분식의 경우와 동일하게 식 (9)는 식 (7)과 동일한 이차방정식 형태이며 방정식의 계수는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{+9}{4}\left(\frac{1}{\Delta^2 x} + \frac{1}{\Delta^2 y} + \frac{1}{\Delta^2 z}\right) \\ b &= \frac{-3}{2}\left(\frac{\tau_1}{\Delta^2 x} + \frac{\tau_2}{\Delta^2 y} + \frac{\tau_3}{\Delta^2 z}\right) \\ c &= \frac{+1}{4}\left(\frac{\tau_1^2}{\Delta^2 x} + \frac{\tau_2^2}{\Delta^2 y} + \frac{\tau_3^2}{\Delta^2 z}\right) - \frac{1}{\alpha_{ijk}^2} \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 프레넬 볼륨에 의한 파선 폭의 확장

초동주시를 이용하는 토모그래피는 조사영역 내 탄성파속도 분포를 충실히 재구성할 수 있을 정도의 송·수신 커버리지가 담보되어야 한다. 그러나 3차원 탄성파 토모그래피의 경우 통상적인 파선이론에 근거하여 토모그램을 도출하고자 할 경우 이를 만족할 정도의 충분한 커버리지를 가지는 현장자료의 획득이 현실적으로 어렵다. 즉, 대상 입방체 내 파선경로가 통과하지 않는 영역, 암영대가 존재하게 되고 필연적으로 탄성파속도는 왜곡되게 된다.

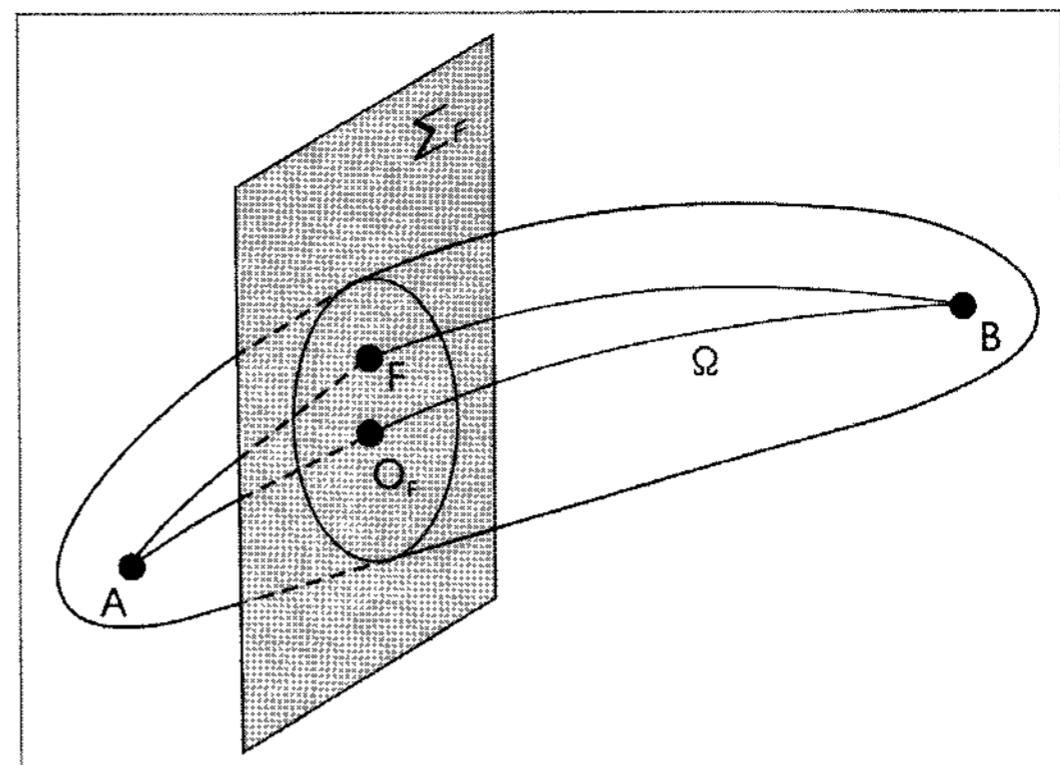


Fig. 3. Schematic presentation of a Fresnel volume for a point source at A and receiver at B. The cross-section of the Fresnel volume by a plane Σ perpendicular to the ray at a point O_F represents the first Fresnel zone at O_F . The point F belongs to the Fresnel volume if and only if it satisfies equation (10) (After Červený and Soares, 1992).

이러한 어려움을 극복하기 위한 방법으로서는 송·수신원 간 파선추적 대신 파동의 전파로서 탄성파속도를 도출하고자 하는 파동 토모그래피(Woodward, 1992; Zhou et al., 1995)나 파선 폭의 확장 개념으로서 파동경로와 등가인 프레넬 볼륨을 도입함으로써 암영대의 발생을 억제하는 연구들이 수행된 바 있다(Halan, 1990; 임해룡, 1994; 조창수 등, 1998). 본 연구에서는 프레넬 볼륨에 근거한 파선 폭의 확장 기법을 선택하였다.

탄성파 자료는 기본적으로 주파수 대역폭을 가지며 이 경우 탄성파의 전파는 파선경로보다는 파동 경로을 따른다고 알려져 있다(Červený & Soares, 1992). 이러한 파동경로는 프레넬 볼륨으로 정의되며 Fig. 3에 나타낸 바와 같이 송·수신원 위치(A와 B)에 따른 탄성파의 전파시간 및 주파수의 함수로서 식 (11)과 같이 표현된다(Červený & Soares, 1992).

$$|\tau(F, A) + \tau(F, B) - \tau(B, A)| \leq \frac{1}{2} T \quad (11)$$

여기서, τ 는 두 지점 간 탄성파의 전파시간, T 는 탄성파의 주 주기(dominant period)를 나타낸다. Fig. 3에서 송·수신원(A와 B)간 파선경로 상 한 점인 O_F 의 파선경로에 수직한 단면상에서 식 (11)을 만족하는 임의의 점 F의 집합은 프레넬 볼륨을 이루며 단면상의 교차 영역은 O_F 에서의 일차 프레넬 영역에 해당한다. 그러므로 프레넬 볼륨을 이용하는 토모그래피 기법들은 공통적으로 파선경로에 대한 선적분으로 표현되는 파선 토모그래피 기법을 파동경로와 등가인 프레넬 볼륨에 대한

공간적분 문제로 일반화시킨 점에서 근본적으로 동등하며 프레넬 볼륨에 공간적 가중치를 부여하는 방식에 따라 방법론적인 차이점을 가진다.

프레넬 볼륨은 주파수의 제곱근에 반비례하므로(Cervený & Soares, 1992) 고주파수 극한을 취할 경우 프레넬 볼륨은 송·수신원 간 파선경로와 동등하게 된다. Vasco 등(1995)은 이에 근거하여 파선경로 상 임의의 지점에 대한 일차 프레넬 영역의 면적으로 정규화 시켜 파동경로와 등가인 프레넬 감도함수를 도출하는 기법을 제시하였고, Watanabe 등(1998)은 프레넬 볼륨 내 임의의 위치에서 식 (11)의 주시에 따라 선형적으로 변화하는 가중치를 부여하는 방법을 제시한 바 있다. 이 연구에서는 파선 폭의 확장 측면을 고려하여 Watanabe 등(1998)의 방법을 선택하였으며 이 경우 프레넬 볼륨 내의 선형적으로 변화하는 가중치는 다음과 같이 주어진다.

$$w = \begin{cases} 1 - 2f\Delta\tau, & (0 \leq \Delta\tau \leq 1/2f) \\ 0, & (1/2f \leq \Delta\tau) \end{cases} \quad (12)$$

여기서, $\Delta\tau = T_{AF} + T_{BF} - T_{AB}$ 로서 고주파수 극한에 따른 경로주시 차를 의미한다. 식 (12)는 프레넬 볼륨 영역이 고주파수 극한에 따른 파선경로 상에 있을 경우 최대값은 1, 프레넬 볼륨 가장자리에서는 0으로 선형적으로 변화한다.

2.3 프레넬 볼륨에 기반한 3차원 탄성파 토모그래피

탄성파 주시 T , 역속도 S 와 파선경로를 L 이라 하였을 때 파선이론으로부터 초동주시와 역속도는 파선경로의 함수로서 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{T}{S} = L \quad (13)$$

이때, 매질 내 미소한 역속도 변화량에 대응하는 초동주시 변화량은 식 (13)의 변분으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta T}{T} \quad (14)$$

식 (14)의 수치적 구현을 위하여 조사 대상체를 다수의 복셀(voxel, Volume Element)로 분할하였을 때 입방체 내 j 번째 복셀의 역속도의 미소 변화량 ΔS_j 는 식 (13) 및 식 (14)로부터 프레넬 볼륨 내의 경로주시 차의 함수인 가중치, w_j 에 대해 다음의 관계가 성립한다.

$$\frac{\Delta S_j}{S_j^{true}} = \frac{w_j \Delta T}{T^{obs}} \quad (15)$$

여기서 $\Delta T = T^{obs} - T^{cal}$ 로서 현장자료와 이론적으로 계산된 초동주시의 잔차이다. 이로부터 역속도는 발췌 초동으로 정규화한 초동주시 잔차를 프레넬 볼륨에 대응하는 가중치의 가중평균 형태로 반복적으로 구하게 되며 수식은 다음과 같이 표현된다(Watanabe et al., 1998).

$$\frac{\Delta S_j^k}{S_j^{k+1}} = \sum_{i=1}^N \frac{w_{ij} \Delta T_i}{T_i^{obs}} / \sum_{i=1}^N w_{ij} \quad (16)$$

여기서, w_{ij} 는 j 번째 셀에 대한 i 번째 프레넬볼륨의 가중치, S_j^k 는 k 번째 반복 단계에서의 매질의 역속도이며 ΔT_i 및 T_i^{obs} 는 각각 송·수신원 사이의 주시 잔차 및 발췌 초동 주시이다.

3. 결과 및 고찰

3.1 FMM에 의한 초동주시의 정밀도

신뢰도 높은 탄성파 토모그램을 도출하기 위해서는 매 반복단계마다 수치적으로 계산되는 송수신원 간 초동주시는 허용 가능한 오차범위 이내이어야 한다. FMM은 유한차분법에 기초한 초동주시 알고리즘이므로 정밀도는 차분격자 간격 및 차분차수에 의해 결정된다. FMM의 차분격자 간격 및 차분차수 변화에 따른 초동주시의 정밀도를 검토하기 위해 수치모형 실험을 수행하였다. 선택한 수치모형은 크기 $10,000 m \times 10,000 m$ 와 상속도 $1,000 m/sec$ 의 상속도 모형이다. 차분격자는 한 변이 $1 m$ 에서 $20 m$ 까지 변화시켰는데, 대응하는 수치모형은 $1 m \times 1 m$ 의 경우 차분격자 수는 $10,001 \times 10,001$ 개이며 $20 m \times 20 m$ 의 경우 501×501 개 까지이다.

Fig. 4는 차분격자 간격을 변화시키면서 1차 및 2차 차분차수의 FMM에 의한 초동주시 절대오차의 최대 및 평균값을 나타낸 것이다. 실선은 모든 격자점에서의 오차평균, 점선은 모든 격자점에서의 초동주시 오차 중 최대값을 나타낸다. 두 결과 모두 격자 간격이 증가함에 따라 최대 오차는 선형적으로 증가하는 양상을 나타낸다. 또한 1차 및 2차 차분 근사에 따른 절대오차의 평균값 역시 차분 격자 크기에 따라 선형적으로 증가하는 특성을 보여주고 있다. 차분격자 간격 및 차분차수에 관계없이 최대오차가 평균오차보다 항상 크므로 이는 허용 가능한 오차 범위를 만족하는 격자 간격

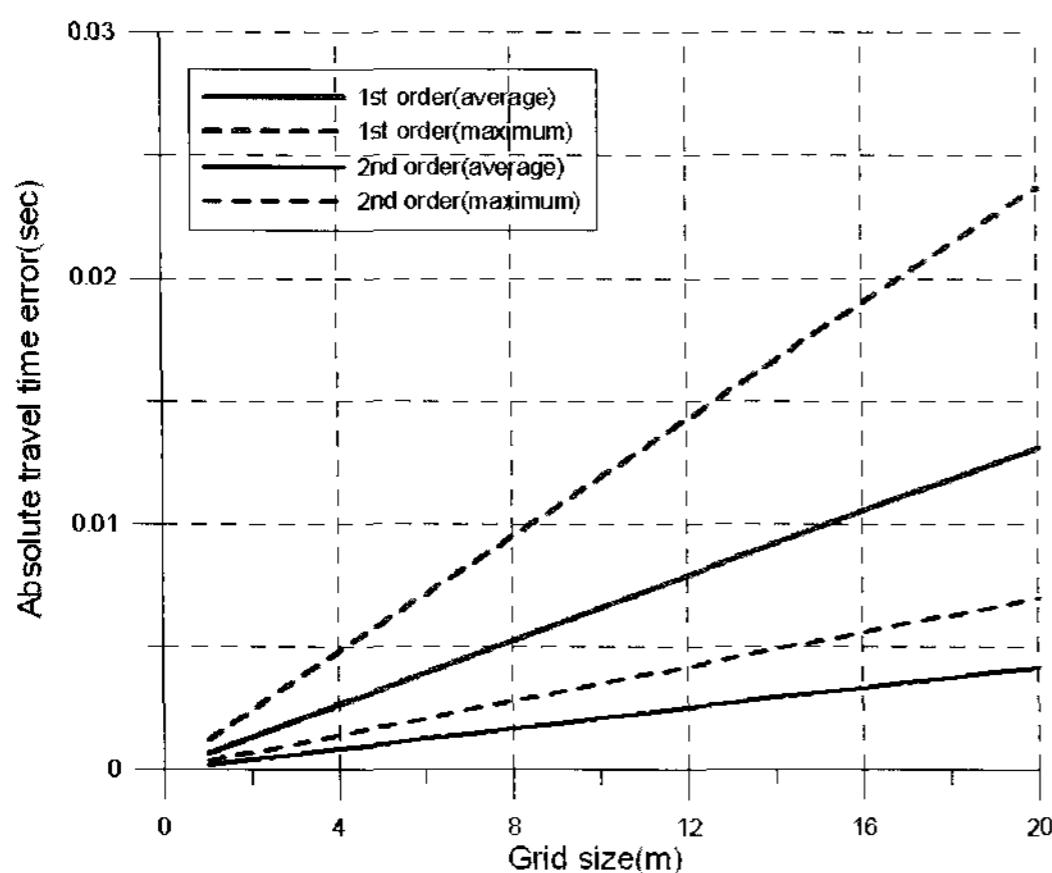


Fig. 4. Comparison of traveltime error ($T_{exact} - T_{cal}$) between 1st order (thick solid and dotted line) and 2nd order (thin solid and dotted line) in FMM algorithm.

의 선택은 오차의 평균값 보다는 격자 간격 당 절대 오차의 최대값에 의해 결정해야 함을 의미한다.

일반적으로 토모그래피의 조사영역은 한 방향의 크기가 수십 m 안팎이며, 보다 양질의 자료를 얻기 위해 시추공을 적극 활용하고 있다. 시추공을 이용하여 획득한 탄성파 기록은 지표 송·수신에 의한 기록보다 고주파수 성분을 많이 포함한다. 이와 같이 탄성파의 주행 거리가 상대적으로 짧고, 고주파 성분이 많은 토모그래피 자료로부터 정교한 탄성파속도 정보를 도출하기 위해서는 절대 오차 허용 범위에 대한 적절한 설정 기준이 필요하다. 통상적으로 토모그래피의 분해능은 송·수신원 간 거리와 파장의 곱의 제곱근에 비례하는 것으로 알려져 있다(Williamson and Worthington, 1993). 따라서 송·수신원 간 거리가 주어지고 매질의 탄성파속도를 가정하면 결국 분해능은 주 주파수(dominate frequency)에 의해 결정된다. 이 연구에서는 일반적인 현장자료의 주파수 범위인 1,000 Hz까지 탄성파 기록 획득이 가능하다고 보고 초동오차의 최대 한계를 1 msec 이내로 설정하였다.

Table 1에 차분 격자 간격 4 m까지의 초동주시의 절대 오차 최대값을 정리하여 나타내었다. 1차 차분 근사의 경우 최소 1 m 격자 간격에 대한 오차의 최대값은 1.186 msec로 오차가 크게 나타나 원하는 정밀도를 확보하기 위해서는 격자의 크기를 좀 더 세분하여야 함을 보여준다. 반면 2차 차분 근사는 2 m의 경우 0.698 msec, 1 m의 경우는 0.349 msec로서 설정 기준을 만족한다. 이상의 검토에 따라 이후의 초동주시 계산에 있어서 모든 차분격자의 크기를 설정함에 있어서 1 m×1 m를 기

Table 1. Maximum travelt-time error(msec) for the variable grid size(m)

Grid size(m)	1	2	3	4
1st order (msec)	1.186	2.372	3.557	4.743
2nd order (msec)	0.349	0.698	1.947	1.396

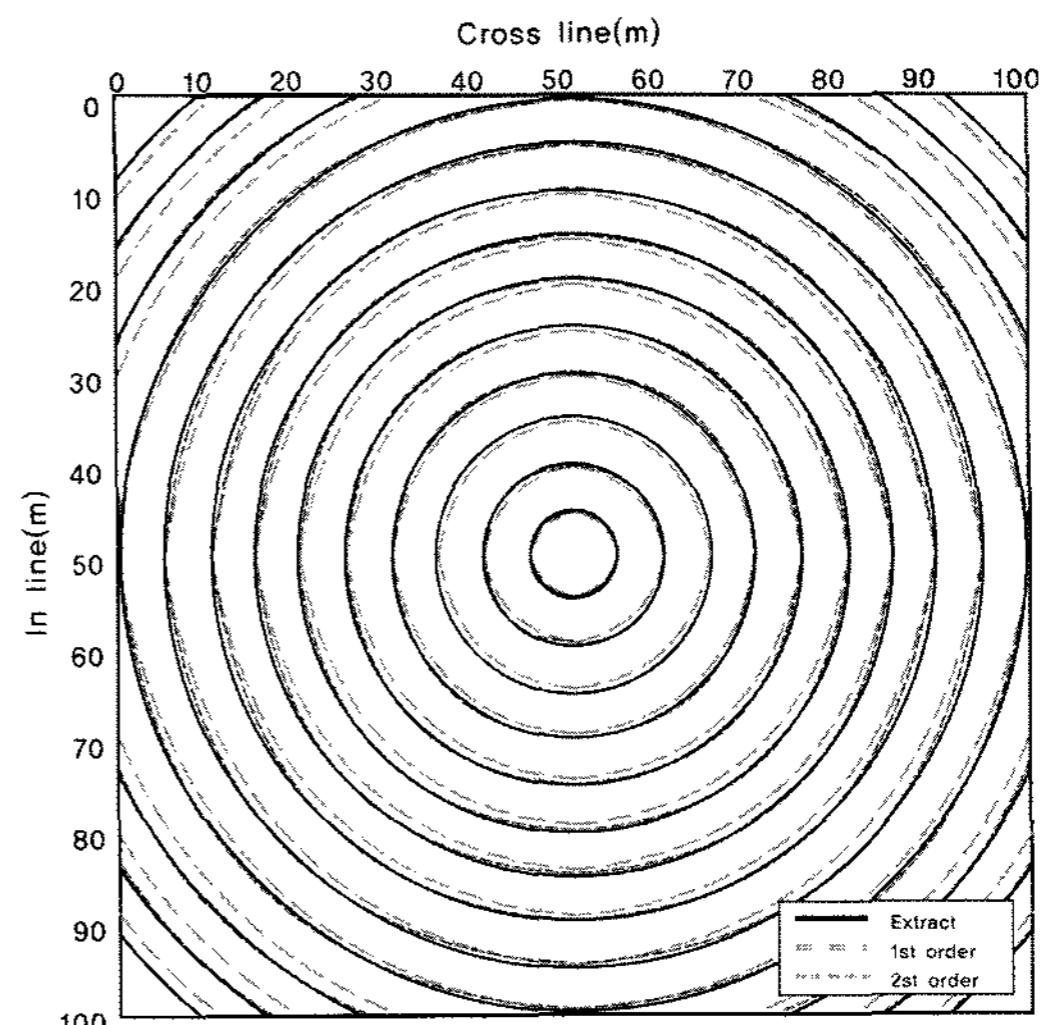


Fig. 5. Computation of travelttime of 1st order FMM (broad dotted line) and 2nd order FMM (narrow dotted line). Exact travelttime(solid line) contours are also displayed to investigate the spatial distribution of first arrival error.

본 격자간격으로 설정하여 모든 계산을 수행하였다.

한편 차분 차수에 따른 FMM 초동주시 알고리즘의 정밀도를 검토하기 위해 1,000 m/sec의 상속도 수치모형에 대한 1차 및 2차 근사의 FMM의 초동주시 결과를 Fig. 5에 정해와 함께 도시하였다. 차분격자의 간격은 1 m×1 m이며 오차 양상을 자세히 살펴보기 위해 송신원 중심 100 m×100 m 영역만을 분리 도시하였다. 실선은 정해, 긴 점선과 짧은 점선은 각각 1차 및 2차 차분 결과이다.

차분차수에 관계없이 송신원을 기준으로 초동주시 오차는 차분 격자 축의 대각방향으로의 오차가 크게 나타나는데 이는 대각 방향의 차분격자 간격이 축방향보다 2차원의 경우 $\sqrt{2}$ 배, 3차원인 경우 $\sqrt{3}$ 배 만큼 증가하는 것에 기인한 것이다. 결국 FMM에 기반한 초동주시 알고리즘의 정밀도는 대각방향의 초동주시 오차에 의해 좌우된다.

이러한 대각 방향으로의 FMM의 초동주시 오차의 추이를 자세히 살펴보기 위해 Fig. 5의 송신원을 기준으

로 대각방향의 초동주시의 전파거리에 따른 절대 오차 ($T_{exact} - T_{calc}$)를 차분 차수 별로 Fig. 6에 도시하였다. 1차 근사의 FMM의 경우 전파거리 50 m에서 1.2 msec에 이르는 것을 알 수 있는 반면 2차 근사의 경우 전파거리의 증가에 따른 오차의 증폭 정도는 현저히 낮아져서 전파거리 10 m 이후의 구간에서 절대 오차의 증가율이 완만한 특성을 보여준다.

차분차수에 따른 FMM 초동주시의 정밀도를 파악하기 위하여 상대 오차의 변화 추이를 검토하였다(Fig. 7). 상대오차는 파동의 전파경로가 길어질수록 비례하는 절대오차의 영향을 배제하기 위한 것으로 다음과 같이 정의한다.

$$\frac{T_{exact} - T_{calc}}{T_{exact}} \times 100 (\%) \quad (17)$$

송·수신 거리에 따른 상대오차는 Fig. 6의 절대오차

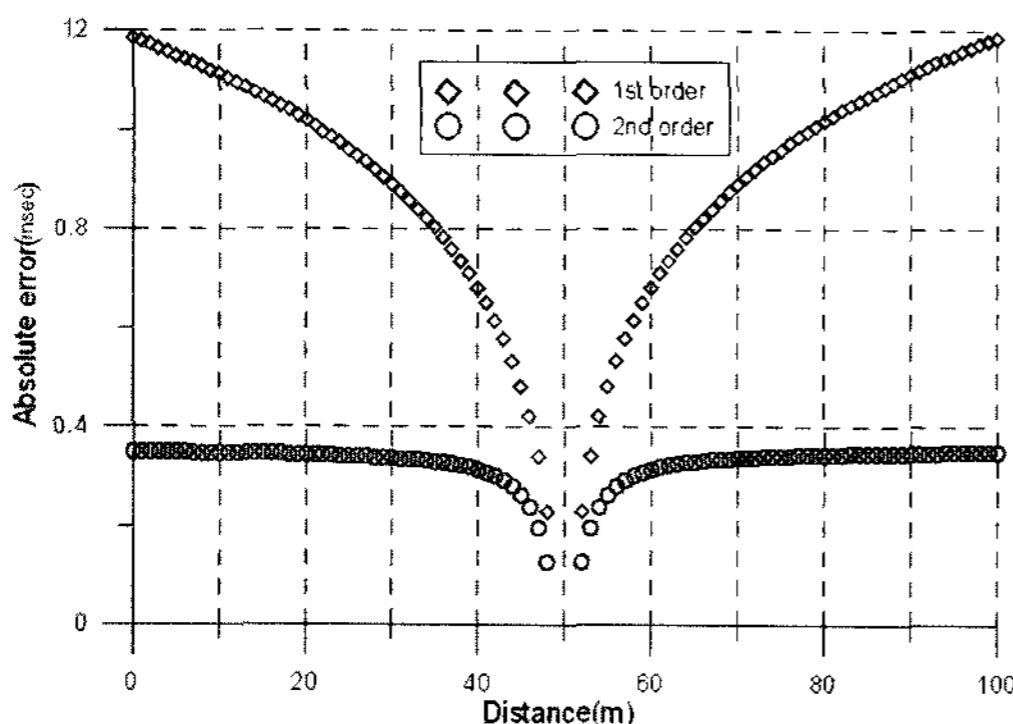


Fig. 6. Absolute traveltime error ($T_{exact} - T_{calc}$) plots along the diagonal profile in Fig. 5. Shot is located at 50 m in distance.

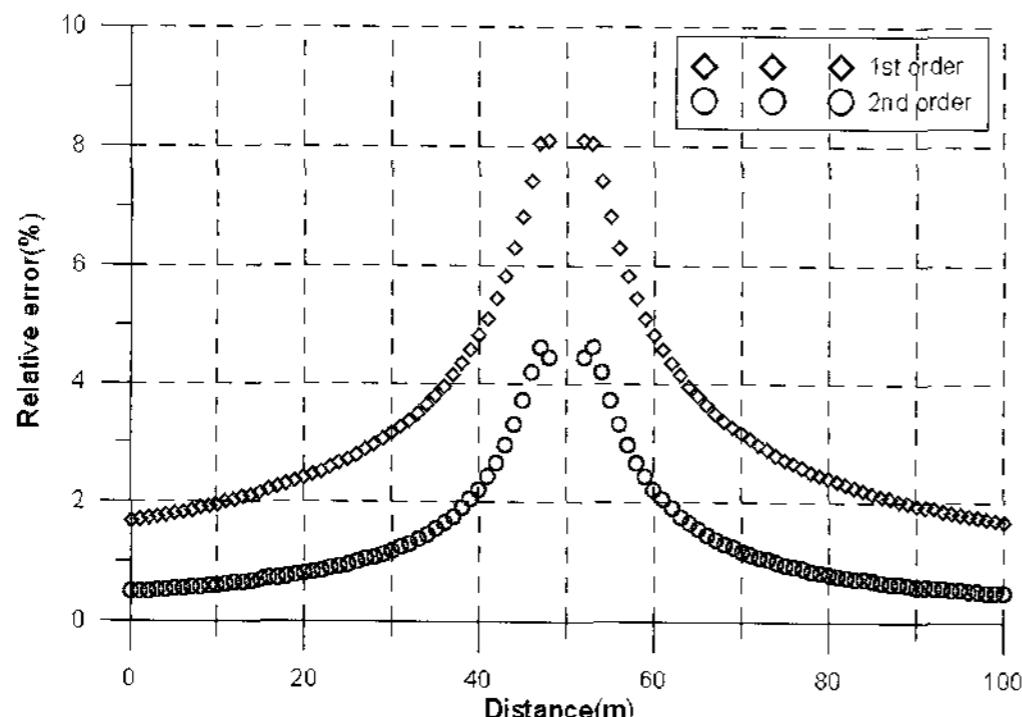


Fig. 7. Relative travelttime error plot for the percentage ($\frac{T_{exact} - T_{calc}}{T_{exact}}$) error. Squares and circles represent the result by 1st order and 2nd order FMM scheme, respectively. Shot is located at 50 m in distance.

의 경우와는 현저히 다른 양상을 보여준다. 즉, 송신원 인접 영역에서 가장 크고 전파거리 증가에 따라 오차가 오히려 감소하는 특징을 보여주고 있음을 알 수 있다. 상대오차의 최대값은 1, 2차 차분 근사에 의한 결과 모두 송신원에 인접한 영역에 존재하며 1차 근사에 의한 상대오차가 약 8%인 반면 2차 근사에 의한 상대오차는 약 5% 안팎의 정밀도를 보여준다. 송신원 인접 영역에서 크게 나타나는 상대오차는 유한차분법을 이용하는 수치해석 기법들의 공통적인 사항인 근거리장 효과이며, 이러한 송신원 인접 영역 격자점에서의 절대 오차를 개선하기 위해서 송신원 인접 영역 차분 격자망을 매우 조밀하게 설정하는 것이 일반적이다. 이상의 고찰과 정밀 물리탐사인 탄성파 토모그래피의 특성을 감안하였을 때 본 연구에서는 초동주시 계산에 있어서 상대 오차 5% 미만의 정밀도를 보여주는 2차 차분 근사에 의한 FMM 알고리즘을 적용하였다.

3.2 수치모형 실험

FMM과 프레넬 볼륨에 기반한 토모그래피 알고리즘의 타당성을 검토하기 위한 수치모형 실험을 수행하였다. 선정된 수치모형은 구 형태의 고립형 이상체 모형과 경사진 층서구조 모형이다.

고립형 이상체 모형은 초동주시 계산 및 토모그래피 알고리즘의 타당성을 검증하고자 하였으며 경사진 층서구조 모형은 실제 지반조건과 유사한 모형으로서 현장에의 적용성에 대한 고찰을 목적으로 수행하였다. 수치모형 실험 시 입방체의 크기는 일반적으로 적용되는 탐사여건(장비 및 자료획득 시간 등)을 고려하여 120 m \times 120 m \times 100 m 규모로 선정하였다. 현재 국내의 탄성파 토모그래피 배열은 보다 양질의 자료를 획득하고 유효 커버리지를 최대한 확보하기 위해 시추공 및 지표를 동시에 이용하는 시추공대 시추공 및 시추공대 지표 방식의 혼합형 배열이 주류를 이루므로 3차원 탄성파 토모그래피 배열 역시 혼합형 배열을 적용하였다.

3.2.1 송수신 배열 및 프레넬 볼륨의 주 주파수 결정

식 (11)로 표현되는 프레넬 볼륨은 주파수, 매질의 속도 및 송·수신원 배열의 함수로 볼 수 있다. 이중 탄성파속도는 지반 고유의 물성이므로 결국 3차원 탄성파 토모그래피의 적용성 여부는 적정 주파수의 선정 및 송·수신 배열 설계에 좌우된다.

프레넬 볼륨을 주파수의 관점에서 보면 주파수가 낮을수록 유효 커버리지는 확대되는 반면 토모그램의 분해능은 낮아져 결과적으로 평활화된 속도분포를 나타내게 된다. 반대로 주파수가 높을수록 프레넬 볼륨은

상대적으로 높은 분해능을 가지나 유효 커버리지 영역의 감소에 따른 암영대의 발생 가능성이 높아진다. 이러한 주 주파수의 선택과 함께 실제적으로 중요한 것은 가능한 최대의 송·수신 커버리지를 얻도록 자료획득 배열을 적합하게 설계하는 것이다. 즉, 3차원 탄성파 토모그래피의 성공적 적용 여부는 조사 대상 내의 송·수신 배열에 의해 결정된 커버리지가 암영대가 발생하지 않도록 하면서 동시에 가능한 한 고분해능의 프레넬 볼륨에 의한 유효 커버리지를 확보하는 문제로 귀결된다. 즉, 송·수신 배열이 결정된 이후의 프레넬 볼륨의 계산은 주파수만의 함수가 되며 이것의 선택은 획득 자료의 주파수 특성을 고찰하고 이를 통해 여러 주파수에 대하여 유효 커버리지를 반복적으로 검토하여 결정하는 것이 최선으로 생각된다.

Fig. 8은 본 연구의 수치모형 실험을 위해 설정한 송·수신 배열을 나타낸 모식도이다. 입방체의 크기는 120 m(inline)×120 m(crossline)×100 m(depth)이며 시추공 송신에 의한 시추공 및 지표 수신의 혼합형 배열이다. 시추공은 인라인(inline) 방향으로 60 m 수평간격, 크로스라인(crossline) 방향으로 40 m 수평간격이다.

자료획득 배열은 가장 고주파수 대역의 신호의 획득이 가능한 시추공 송신에 의한 시추공 수신 및 지표 수신 배열을 선택하였다. 배경 매질의 탄성파속도를 평균적으로 3,000 m/sec로 하면 시추공 최소 간격 40 m에서 대응하는 토모그램의 분해능은 약 11 m로서 이를 고려하여 시추공에서의 송신원 및 수진기 간격은 10 m로 동일하게 설정하였다. 따라서 한 번의 시추공 송신으로 총 131채널의 시추공 간 공통 송신원모음 기록을 얻을 수 있다.

한편 지표에서의 수진기 배열은 시추공이 위치하는 지점에서 인라인 및 크로스라인으로 평행하게 10 m 간격으로 설정하였다. 한 지표 측선 당 13채널의 탄성파 기록이 얻어지며 인라인 및 크로스라인 모두 합쳐 7 측선이므로 한 번의 시추공 송신으로서 91채널의 지표 공통 송신원모음 기록이 도출된다. Fig. 8의 송·수신 배열에 따른 공통 송신원모음 자료는 총 222 채널이며 이 때 송신헛수는 132회로서 총 29,304개의 초동기록이 3 차원 토모그램 입력 자료가 된다. Fig. 8의 모형에 대하여 펜티엄 IV™ 컴퓨터로 2차 차분차수 알고리즘의 경우 한 번의 반복(iteration)에 약 1,200초의 역산시간이 소요되었다.

송수신 커버리지는 프레넬 볼륨의 가중치의 분포로서 결정된다. Fig. 9는 Fig. 8의 송수신 배열에 대응하는 총 유효 커버리지를 프레넬 볼륨의 가중치로서 나타낸 것이다. 이때 적용한 주 주파수는 1000 Hz로서 일반적

으로 국내에서 획득하는 탄성파 기록의 주 주파수를 고려하여 결정하였다. 유효 커버리지의 밀도는 가중치 6.14~833.7의 범위에 걸쳐 있으며 대부분의 영역에서 200 이상으로 양호한 커버리지 분포양상을 보여주고 있다. 부가하여 유효 커버리지 밀도는 주로 입방체 중앙에 집중되어 있으며 가장자리로 갈수록 낮아지는데 실제 현장 자료획득 시 송·수신기의 배열 면적을 조사 영역 입방체의 크기보다 조금 더 크게 하는 것이 바람직하다.

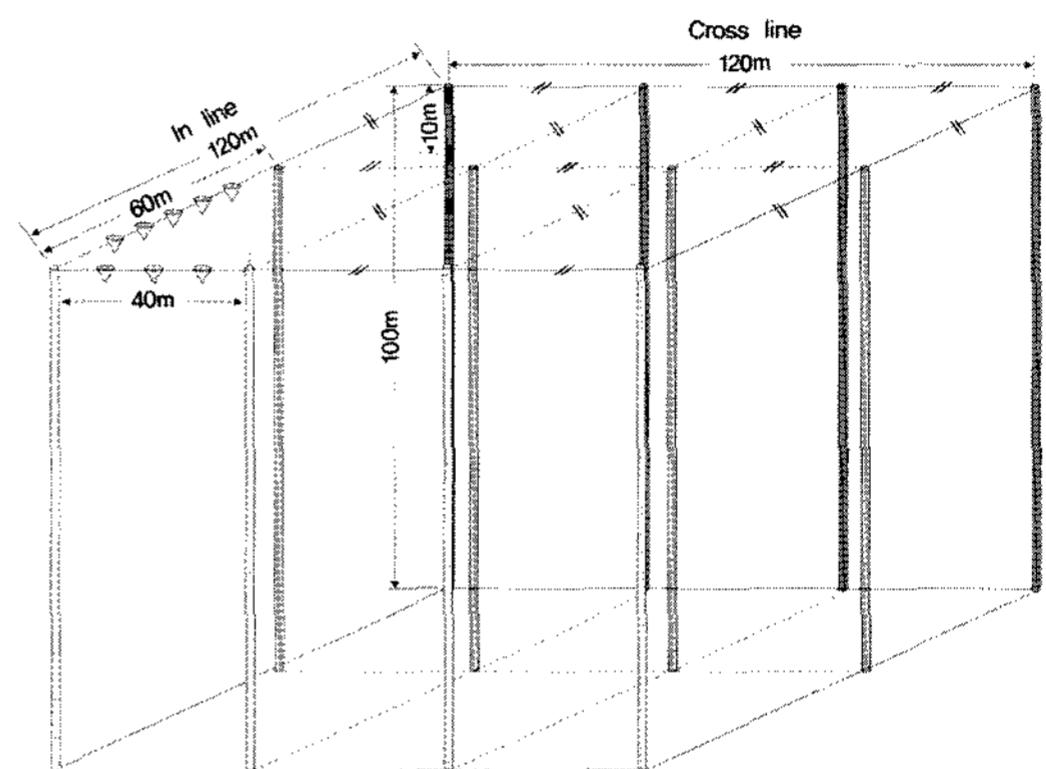


Fig. 8. Configuration of source-receivers array for 3D traveltome tomography. On surface receiver array, 4 parallel receiver lines of 13 geophones along the inline and 3 parallel receiver lines of 13 geophones along the crossline are deployed. In borehole, source-receiver array with a spacing of 10 m is deployed.

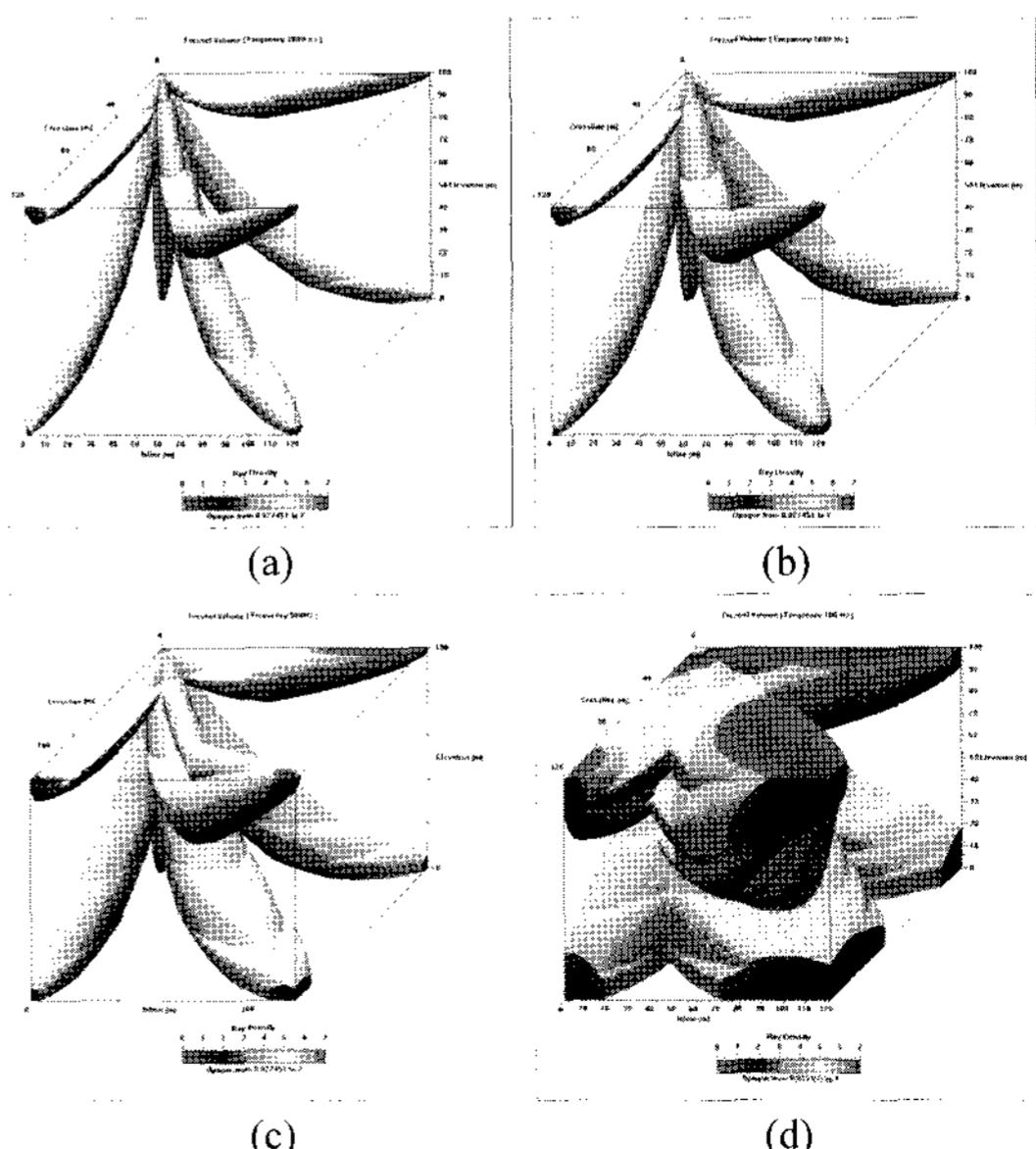


Fig. 9. Fresnel volumes of dominant frequency of (a) 2,000 Hz, (b) 1,000 Hz, (c) 500 Hz and (d) 100 Hz with a source at the origin.

3.2.2 수치모형 실험

3차원 탄성파 토모그래피 알고리즘의 타당성과 현장 적용성을 검토하고자 고립형 이상체 모형과 경사진 층 서구조 모형에 대하여 역산을 수행하고 그 결과를 고찰하였다(Fig. 10). Fig. 10(a)의 고립형 이상체 모형은 탄성파속도 1,500 m/sec의 배경 매질 내 입방체 중심(심도 40 m)에 위치한 폭 20 m의 직경을 가지며, 이상체의 탄성파속도는 최외각의 2,000 m/sec로부터 중심부 4,000 m/sec까지 거리에 따라 선형적으로 변화한다. Fig. 10(b)는 실제 지질구조와 유사한 경사진 층서구조 모형으로서 개발된 알고리즘의 현장 적용성을 살펴보기 위해 설정된 수치모형이다.

고립형 이상체 모형의 경우 원 모형의 배경속도와 동일하게 1,500 m/sec의 초기 속도 모형을 상정하였으며 이는 고립형 이상체 만의 분해능 및 참 속도로의 재구성 정도를 검토하기 위함이다. Fig. 11은 총 50회 반복 계산을 거친 후의 재구성된 3차원 탄성파속도 입방체를 도시한 결과이다. 역산 결과 배경매질과 고립형 이상체의 경계면은 매우 높은 해상도로서 뚜렷이 구분된다. 또한 도출한 입방체의 탄성파속도의 재구성 정도 여부를 검토하기 위해 인라인 60 m, 크로스라인 60 m의 입방체의 수직단면과 심도 40 m에 해당하는 수평단면 각각의 원 수치 모형과 재구성된 토모그램 및 재구성 오차를 Fig 12, Fig 13 및 Fig 14에 도시하였다.

재구성 오차는 인라인 수직단면과 수평단면에서 최대 약 700 m/sec 안팎으로 나타나는 반면 커버리지 밀도가 큰 크로스라인 수직단면에서의 재구성 오차는 상대적으로 적게 나타난다. 세 결과 모두 고립형 이상체의 중심에서 가장 큰 재구성 오차를 나타낸다. 비록 반복 횟수를 증가시킴으로써 오차를 줄일 수 있으나 비선형 역산의 한계인 유일성의 정리로 인해 참 속도를 재구성하지 못한다. 또한 각 단면에 따른 재구성된 고립형 이상체의 형상이 달라지는 것으로 나타나는데, 이는 각 단면마다 송·수신 커버리지 밀도가 서로 다르기 때문이다. Fig. 12(b)의 인라인과 Fig. 13(b)의 크로스라인 재구성된 수직단면을 대비하면 시추공이 4개소로서 유효 커버리지가 상대적으로 집중된 크로스라인 수직단면이 상대적으로 고립형 이상체의 형상을 잘 표현해주고 있다.

Fig. 15에 3차원 탄성파 토모그래피의 현장 적용성을 살펴보기 위해 실제의 지질구조와 유사하게 설정한 경사진 층서구조 수치모형(Fig. 10(b))의 역산 결과 및 상대 오차를 나타내었다. 수치모형은 천부를 나타내는 1,500 m/sec의 탄성파속도로부터 2,000 m/sec에서 4,000 m/sec 까지 심도에 따라 점진적으로 증가하는 5개의 층으로 이

루어진 모형이다. 역산에서 초기 속도모형은 4,000 m/sec의 상속도 모형을 이용하였으며 총 50회 반복을 거친 후 탄성파속도 입방체를 도출하였다(Fig. 15(a)). 또한 Fig. 15(b)는 탄성파속도 재구성 오차를 백분율로 시각화한 것이다.

Fig. 15(a)에서 3차원 탄성파속도 입방체는 인라인 방향으로 경사진 층서구조 형태로 매우 잘 구성되었다. 입방체는 모형의 층서구조의 경사 특징은 물론 그의 탄성파속도까지 상당히 잘 표현해주고 있어 여기서 개발된 3차원 탄성파 토모그래피 알고리즘이 현장 자료에 충분히 적용될 수 있음을 알 수 있다.

한편 Fig. 15(b)의 백분율로 나타낸 탄성파속도의 오차 분포 양상은 주로 층서구조 경계면에서 크게 나타나고 있는데, 이것은 탄성파 토모그래피의 분해능의 한계에 기인한 결과이다. 그 이외의 영역에서 부분적으로 나타나는 오차들은 주로 송신원 부근에 집중되어 있다. 이는 앞서 기술한 바와 같이 송신원에 인접한 영역에서 상대적으로 큰 초동주시 오차에 의한 것이며 더불어 커버리지가 국부적으로 집중된 것에 기인한 것이다.

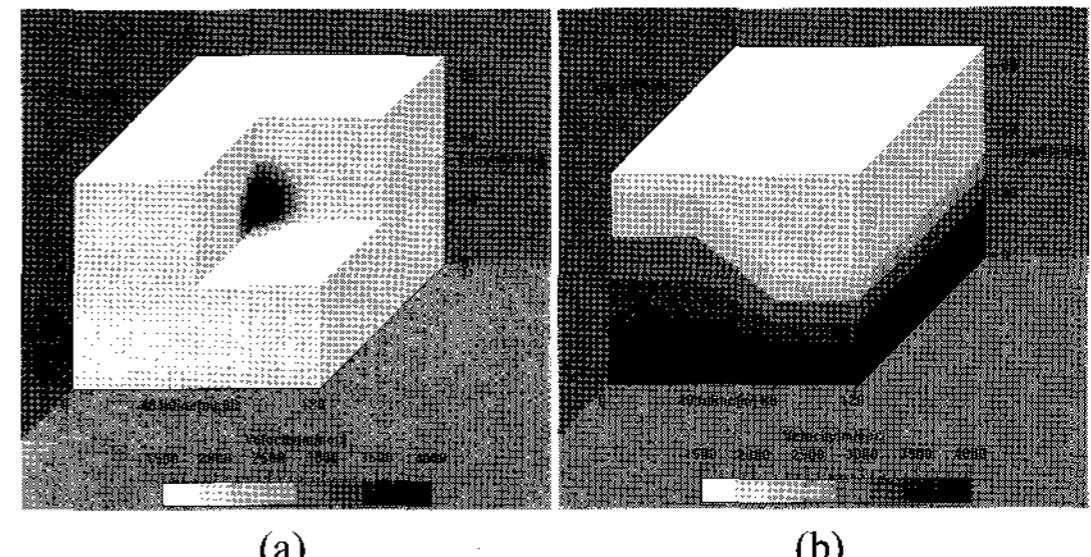


Fig. 10. Globular and Layered numerical model to verify the feasibility of the field application of 3D traveltime tomography on the basis of Fresnel volume.

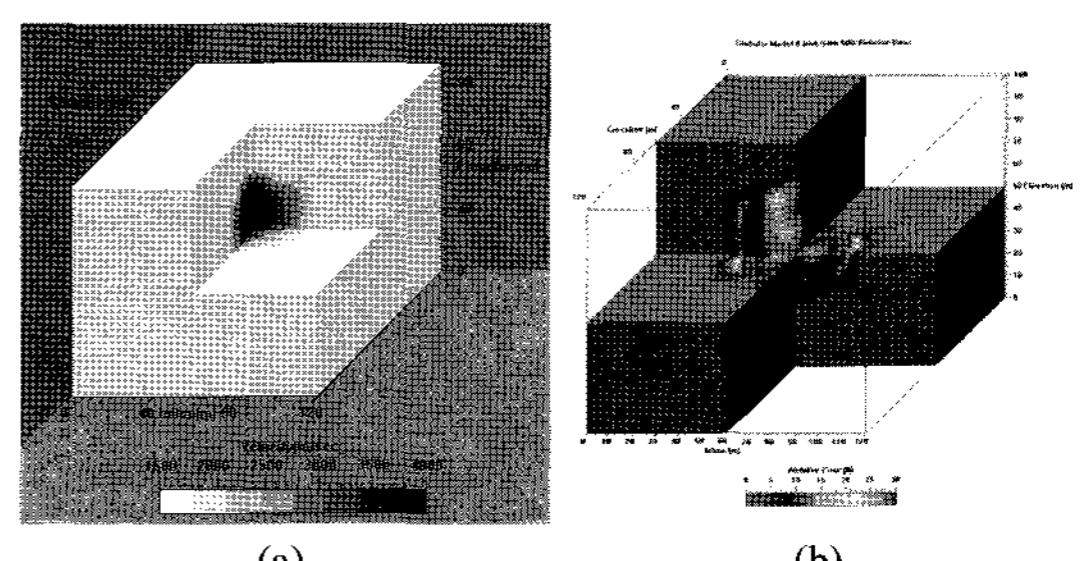


Fig. 11. Results from numerical experiment as shown in Fig. 10(a) : 3D result after 50th iteration and (b) relative error.

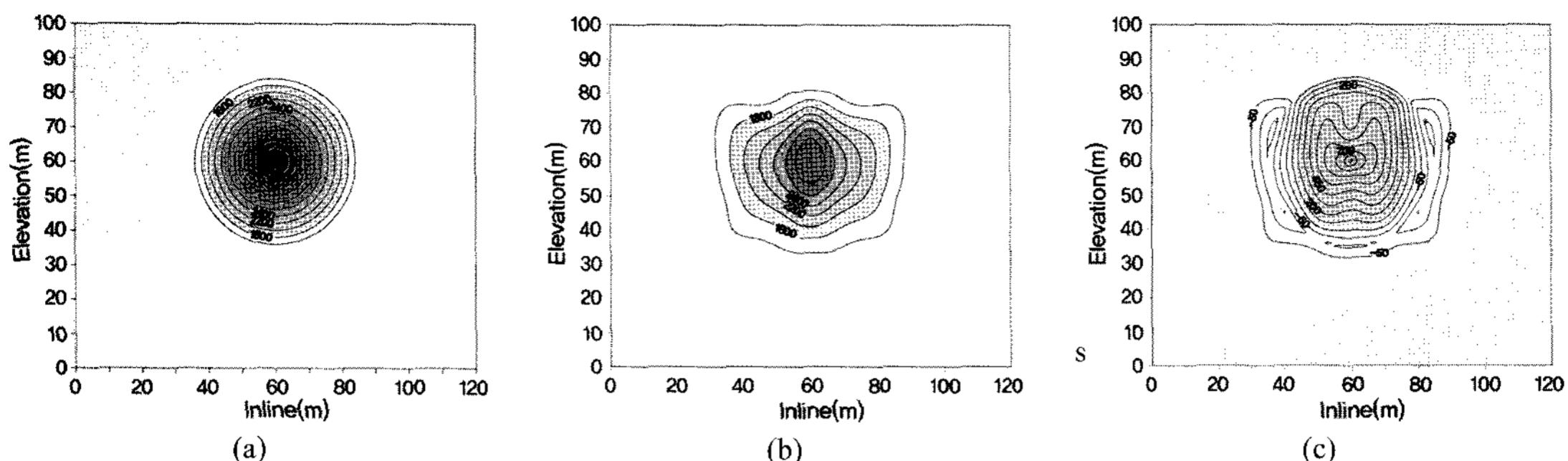


Fig. 12. A vertical slice at inline 60 m for the experiment as shown in Fig. 11: (a) numerical model with velocity information, (b) reconstructed velocity contour after 50th iteration and (c) velocity error((a)-(b)).

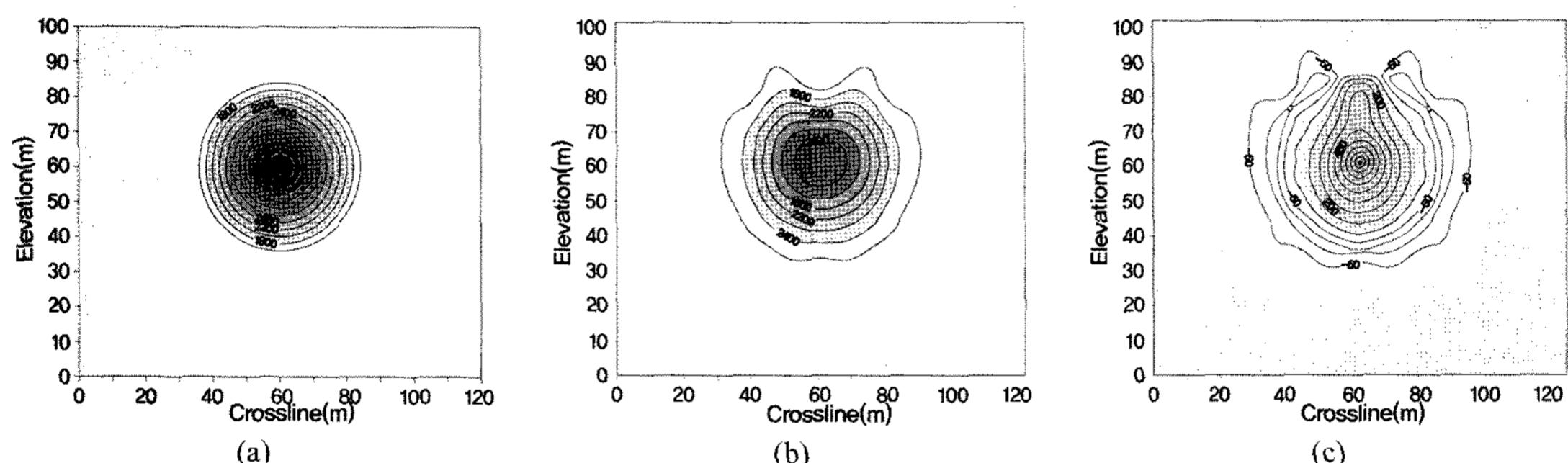


Fig. 13. A vertical slice at crossline 60 m for the experiment as shown in Fig. 11: (a) numerical model with velocity information, (b) reconstructed velocity contour after 50th iteration and (c) velocity error((a)-(b)).

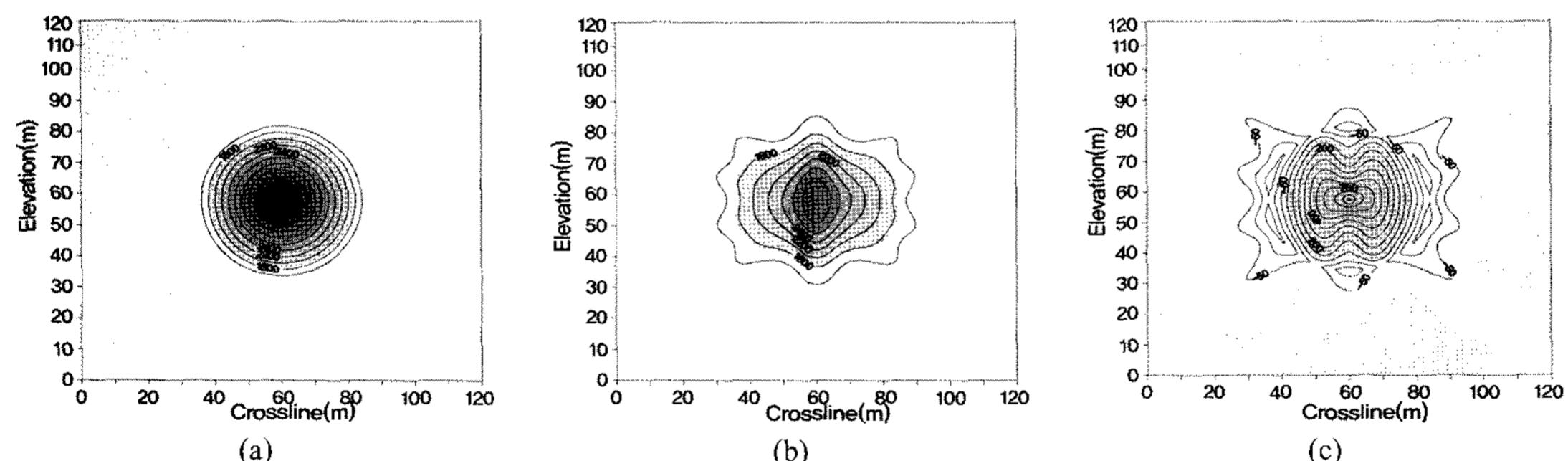


Fig. 14. A horizontal slice at crossline 40 m for the experiment as shown in Fig. 11: (a) numerical model with velocity information, (b) reconstructed velocity contour after 50th iteration and (c) velocity error((a)-(b)).

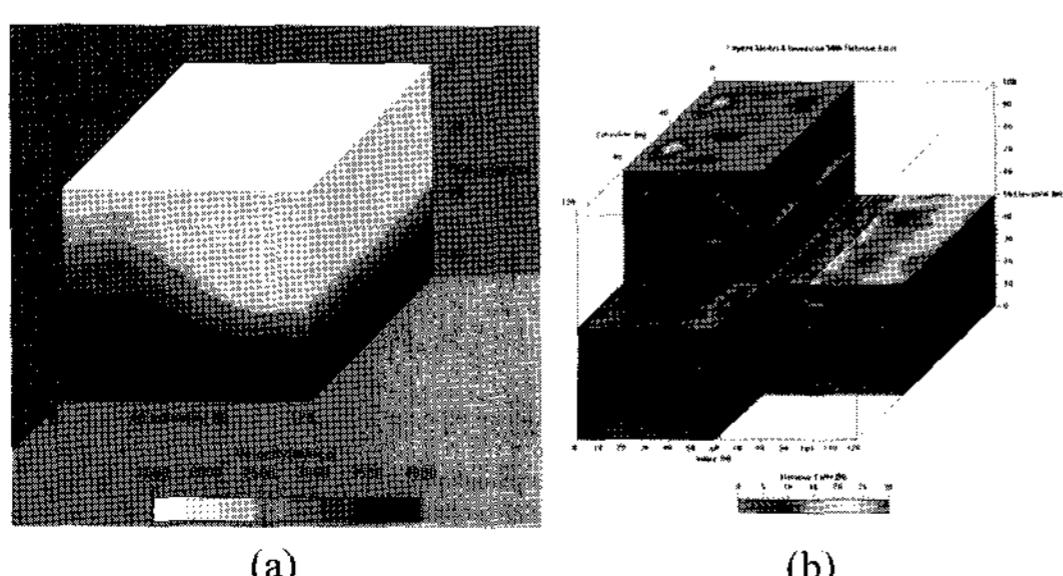


Fig. 15. Results from numerical experiment shown in Fig. 10(b) : (a) reconstructed cube after 50th iteration and (b) relative error.

4. 결 론

본 논문은 3차원 탄성파 토모그래피의 3차원 초동주시 및 역산 알고리즘의 개발과 수치모형에 대한 이론적 접근을 통하여 3차원 토모그래피 기법의 현장 적용성을 고찰한 연구이다. 본 연구를 통하여 다음의 결론을 얻을 수 있었다.

1. 3차원 탄성파 토모그래피 기법을 현장에 적용하기 위해서는 충분한 송·수신 커버리지를 확보해야 하고, 초

- 동주시 계산의 정밀도와 방대한 양의 현장자료 처리시간 등 경제적인 측면도 중요하게 고려하여야 한다.
2. 유효한 커버리지와 향상된 분해능을 확보하기 위해 프레넬 볼륨에 기반한 알고리즘을 개발하였다. 이때 주 주파수의 선택은 현장자료 처리경험과 송수신 커버리지와의 관계에서 주파수를 변화하여 반복적인 검토를 거쳐 최종적으로 1,000 Hz를 선택하였다.
 3. 3차원 초동주시 계산에 필요한 정밀도와 빠른 수치계산을 위해 유한차분법에 기초한 Fast Marching Method를 이용하였다. 차분격자와 차분차수에 따른 오차를 검토하여 정밀탐사로서 토모그래피의 오차 허용기준을 전파거리 100 m 당 초동주시 1 msec 이내로 설정하였다. 이에 대응하는 격자간격은 2차 차분차수의 FMM의 경우 각 변 당 2 m이하가 요구됨을 확인하였다.
 4. 3차원 고립형 이상체 및 경사진 층서구조 수치모형에 대한 3차원 탄성파속도 입방체를 도출함으로써 개발된 알고리즘의 타당성 및 현장 적용성을 고찰하였다. 재구성된 탄성파 입방체는 원래 수치모형과 대비한 결과 상호 부합하는 결과를 보임으로써 3차원 토모그래피 알고리즘의 타당성 및 충분한 현장 적용 가능성을 확인하였다.
 5. 본 연구에서 3차원 탄성파 토모그래피의 현장 적용성을 확인함으로써 앞으로 보다 많은 사례연구를 촉진시키는 역할을 할 것으로 기대되며, 계속되는 사례연구로서 3차원 송·수신 배열 설계기법, 초동주시 계산 및 역해 알고리즘의 개선으로 보다 경제적인 탐사로 나아갈 것으로 기대된다.

참고문헌

1. 고광범, 이두성, 2003, 프레넬 볼륨을 이용한 3차원 탄성파 토모그래피: 물리탐사, Vol. 6, No. 2, pp. 101-107.
2. 임해룡, 1992, Fermat 원리 및 수정된 파선경로를 이용한 비선형 파선토모그래피 연구: 공학박사 학위논문, 서울대학교.
3. 조창수, 지준, 이두성, 1998, Fresnel 영역을 고려한 비선형 주시 토모그래피: 물리탐사, Vol. 1, No. 1, pp. 43-48.
4. Cerveny, V. and Soares, J. E. P., 1992, Fresnel volume ray tracing : Geophysics, Vol. 57, pp. 902-915.
5. Halan, W. S., 1990, Tomographic estimation of shear velocities from shallow cross-well seismic data; 60th Annual Internat. Mtg, Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstract, Vol. 9, pp. 86-89.
6. Heincke, B., Maurer, H., Green, A. G., Willenberg, H., Spillmann, T. and Burlini, L., 2006, Characterizing an unstable mountain slope using shallow 2D and 3D seismic tomography : Geophysics, Vol. 71, B241-B256.
7. Rouy, E., Tourin, A., 1992, A viscosity solutions approach to shape-from-shading: SIAM J. Numerical Analysis, Vol 29, pp. 867-884.
8. Sethian, J. A., 1999: Level Set Methods and Fast Marching Methods, Cambridge Univ. Press. 378p.
9. Vasco, D. W., Peterson, J. E. and Majer, E. L., 1995, Beyond ray tomography: wavepaths and Fresnel Volumes: Geophysics, Vol. 60, pp. 1790-1804.
10. Watanabe, T., Fujimoto, M., and Ashida, Y., 1998, Seismic tomography by use of Fresnel volume: Proceedings of the 4th SEGJ International Symposium, pp. 123-128.
11. Williamson, P. R., and Worthington, M. H., 1993, Resolution limits in ray tomography due to wave behavior: Numerical experiments: Geophysics, Vol. 58, pp. 727-735.
12. Woodward, M. J., 1992, Wave equation tomography: Geophysics, Vol. 57, pp. 15-26.
13. Zelt, C. A., Azaria, A., and Levander, A., 2006, 3D seismic refraction travelttime tomography at a groundwater contamination site: Geophysics, Vol. 71, H67-H78.
14. Zhou, C., Cai, W., Luo, Y., Schuster, G. T., and Hassanzadeh, S., 1995, Acoustic wave equation travelttime and waveform inversion of crosshole seismic data: Geophysics, Vol. 60, pp. 765-773.

문 윤 섭

2001년 2월 충북대학교 지구환경과학과
이학사
2007년 2월 충북대학교 지구환경과학과
이학석사



Tel: 031-776-2860~2865
E-mail: moonnice@geomax.co.kr
현재 (주) 지오맥스 지반공학부 선임연구원

하 희 상

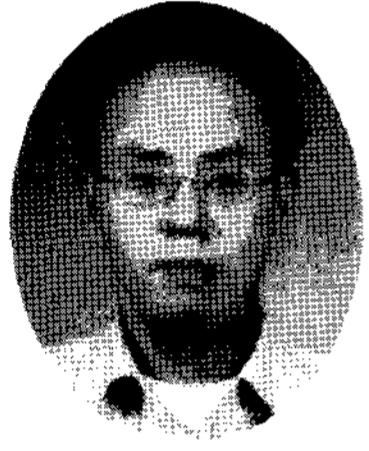
1991년 2월 서울대학교 자원공학 공학사
1993년 2월 서울대학교 자원공학 공학석사
1998년 8월 서울대학교 자원공학 공학박사



Tel: 031-776-2860~2865
E-mail: hsha@geomax.co.kr
현재 (주) 지오맥스 부사장

고 광 범

1988년 8월 서울대학교 자원공학 공학사
1991년 2월 서울대학교 자원공학 공학석사
1998년 8월 서울대학교 자원공학 공학박사



Tel: 031-776-2860~2865
E-mail: kkb@geomax.co.kr
현재 (주) 지오맥스 기술연구소 소장

김 지 수

1980년 서울대학교 자원공학 공학사
1982년 서울대학교 자원공학 공학석사
1993년 University of Manitoba(Canada)
지구물리학 박사



Tel: 043-261-3201
E-mail: geop22@chungbuk.ac.kr
현재 충북대학교 자연과학대학 지구환경
공학과 교수