

개수로흐름 해석에서 운동량방정식의 특성

Characteristics of the Momentum Equation in Open Channel Flow

전민우* · 전종기**

Jeon, Min Woo · Jeon, Jong Ki

Abstract

The relative magnitudes of the individual terms of the momentum equation are analyzed and compared by analytical methods. The temporal variations of each term are analyzed for the influence factors to runoff expressed by the parameters of the momentum equation, stream slopes and roughness coefficients. The magnitudes of local acceleration and convective acceleration offset each other. The peak time of each term except the gravity term coincides with inflection point of the hydrograph rising limb each other. The magnitudes of each term vary with the channel characteristics, especially when the roughness coefficients are dominant or for the mild stream slopes the pressure term can not be negligible.

Key words : momentum equation, stream slope, roughness coefficient, pressure term

요 지

본 연구는 운동량방정식을 이루는 각 항의 상대적 크기를 해석적 방법으로 비교분석하였다. 운동량방정식의 매개변수인 하상 경사와 조도계수를 유출영향인자로 하여 각항의 시간적 변화를 분석하였다. 국지가속도와 대류가속도항의 크기는 서로 상쇄되는 경향을 보이며, 중력항을 제외한 나머지항들의 첨두치 발생시각은 수문곡선 상승부의 변곡점 발생시각과 일치함을 알 수 있다. 각 항의 상대적 크기는 하도특성에 따라 변하며, 특히 완경사 하천과 조도계수가 큰 경우는 압력항을 무시할 수 없음을 알 수 있다.

핵심용어 : 운동량방정식, 하천경사, 조도계수, 압력항

1. 서 론

홍수추적의 목적은 상류에서 유입되는 수문곡선으로부터 하류지점의 수문곡선을 추적하는데 있으며, 해석방법에는 수문학적 방법과 수리학적 방법이 있다. 그중 수리학적 방법은 비정상 부등류인 개수로흐름에서 지배방정식인 편미분방정식의 연속방정식과 운동량방정식을 연립해서 초기조건과 경계조건을 주어서 수치해법으로 홍수추적을 수행하는 것이다. 운동량방정식은 시간과 공간에 따르는 운동량의 변화를 나타내는 국지가속도항과 대류가속도항 그리고 거리에 따르는 압력변화를 나타내는 압력항 그리고 마찰항과 중력항으로 구성된다. 부정부등류에 대한 운동량방정식은 유출해석과정에서 몇몇 항을 무시하더라도 만족할 만한 결과를 얻을수 있는 경우가 있다. 예를 들면 지표면흐름에서 일어날 수 있는 현상으로서, 가속도항과 압력항을 무시하는 경우 중력과 마찰력이 평형을 이루게 되어 운동과방정식(Kinematic wave equation)이 된다. 그리고 가속도항을 무시하고 압력과 마찰력, 중력항

만을 고려할 경우를 확산파방정식(Diffusion wave equation)이라 한다. 하천흐름을 해석하기 위해서는 주어진 조건에 따라서 운동량방정식에서 각항의 상대적인 크기를 분석하여 지배적인 항을 선정해야 한다.

운동량방정식 각항의 상대적 크기를 비교한 연구는 1960년대와 1970년대에 몇몇 연구자에 의하여 수행되었다. Schaake (1965)는 지표면 흐름에서 중력항 91.5%, 압력항 7.1%의 크기를 제시하였으며, Henderson(1966)은 급경사 하천에서 중력항이 97%를 차지하며, 완경사 하천에서 압력항의 크기는 하상경사와 비슷하게 된다고 밝혔다. 그 후 Harder와 Armacost (1966) 그리고 Iwasaki(1967)의 연구가 있었으며, Ponce 등 (1978)은 운동과방정식과 확산파방정식의 적용범위를 다루었다. Weimann과 Laurenson(1979)은 하도특성에 따라 각항의 크기가 변하며, 하상경사에 관계없이 국지가속도항과 대류가속도항은 무시할 수 있다 하였다. 국내의 연구로서 최계운 등(1994)은 동역학적 방정식을 무차원화하여 운동과방정식과 확산파방정식의 적용범위를 결정한다 있으며, 김원 등(1996)

*정회원 · 충북대학교 토목공학과 교수 (E-mail : minwoo@chungbuk.ac.kr)

**충북대학교 토목공학과 박사과정

은 NETWORK모형을 이용하여 실제하천에서의 각항의 상대적 크기를 비교분석하였다.

하도의 수리학적 인자중 조도계수와 하상경사는 하천의 흐름에 크게 영향을 미치므로, 운동량방정식에 내포된 조도계수와 하상경사 그리고 유입수문곡선에 따라 운동량방정식 각항의 상대적 크기가 다를 것으로 판단된다. 따라서 본 연구에서는 Saint-Venant방정식을 이루는 운동량방정식을 가상하도에 적용하여 운동량방정식 각항의 상대적인 크기를 비교 분석하여 어떤 경우에 어떤 항을 무시할수 있는가를 해석적 방법으로 비교연구하였다. 영향인자로서는 하상경사와 조도계수에 대한 변화양상을 하도구간별, 시간별로 분석하였으며, 유출해석을 위한 수치해법으로는 Preissmann기법을 사용하였다.

2. 지배방정식 및 수치해법

하천의 홍수류는 시간적, 공간적으로 변하는 비정상 부등류이며, 흐름을 지배하는 1차원 개수로흐름의 지배방정식은 연속방정식과 운동량방정식으로 이루어진 Saint-Venant 방정식으로서 식 (1), (2)와 같다.

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{gh} \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right) + \frac{1}{gh} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} \right) + \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{n^2 q^2}{h^{10/3}} - S = 0 \quad (2)$$

운동량방정식인 식 (2)의 각항은 각각 물리적 의미를 가지며, 제 1항은 국지가속도항, 제 2항은 대류가속도항, 제 3항은 압력항, 제 4항은 마찰력항, 제 5항은 중력항이며, 마찰경사 S_f 는 Manning공식을 적용하여 식 (2)에 나타내었다. 여기서 x 와 t 는 독립변수로서 각각 종단거리와 시간, 그리고 q 는 단위폭당 유량, h 는 수심, g 는 중력가속도, S 는 하상경사, n 은 조도계수이다.

개수로흐름의 지배방정식에 대한 유한차분법은 Preissmann의 음해법이 많이 사용되고 있으며, 이 방법은 임의 시간과 거리구간에서 비선형 지배방정식에 대하여 선형화된 해를 준다. 임의 함수 f 와 이에 대한 시간과 거리의 편미분을 유한차분 격자망에서 다음과 같은 차분식으로 나타낼 수 있다.

$$f = \frac{\alpha}{2}(f_{i+1}^{k+1} + f_i^{k+1}) + \frac{(1-\alpha)}{2}(f_{i+1}^k + f_i^k) \quad (3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{(f_i^{k+1} + f_{i+1}^{k+1}) - (f_i^k + f_{i+1}^k)}{2\Delta t} \quad (4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\alpha}{\Delta x}(f_{i+1}^{k+1} - f_i^{k+1}) + \frac{1-\alpha}{\Delta x}(f_{i+1}^k - f_i^k) \quad (5)$$

여기서, f 는 h 와 q 에 관한 함수이며, i 와 k 는 각각 공간 및 시간격자를 나타내고 α 는 가중치로서 $\alpha=0$ 이면 완전양해법, $\alpha=1$ 이면 완전음해법이 된다. $0.55 < \alpha \leq 1.0$ 이면 안정한 해를 얻을 수 있고, 보통 $\alpha=0.6\sim 0.7$ 을 사용하며, 본 연구에서는 $\alpha=0.6$ 을 사용하였다(Chaudhry, 1993).

식 (3)~(5)의 차분식을 지배방정식 (1)과 (2)에 적용하고,

각 격자점의 미지변수들을 수심 h 와 유량 q 로 하여 연속방정식에 대한 차분식 (6)과 운동량방정식의 각항에 대한 차분식을 식 (7)~(10)과 같이 유도할 수 있다.

$$\frac{(h_i^{k+1} + h_{i+1}^{k+1}) - (h_i^k + h_{i+1}^k)}{2\Delta t} + \frac{\alpha}{\Delta x}(q_{i+1}^{k+1} - q_i^{k+1}) + \frac{1-\alpha}{\Delta x}(q_{i+1}^k - q_i^k) = 0 \quad (6)$$

제 1항(국지가속도항) :

$$\frac{2}{g\alpha(h_i^{k+1} + h_{i+1}^{k+1}) + g(1-\alpha)(h_i^k + h_{i+1}^k)} \times \frac{q_i^{k+1} + q_{i+1}^{k+1} - q_i^k - q_{i+1}^k}{2\Delta t} \quad (7)$$

제 2항(대류가속도항) :

$$\frac{2}{g\alpha(h_i^{k+1} + h_{i+1}^{k+1}) + g(1-\alpha)(h_i^k + h_{i+1}^k)} \times \left\{ \frac{\alpha}{\Delta x} \left[\frac{(q_{i+1}^{k+1})^2}{h_{i+1}^{k+1}} - \frac{(q_i^{k+1})^2}{h_i^{k+1}} \right] + \frac{(1-\alpha)}{\Delta x} \left[\frac{(q_{i+1}^k)^2}{h_{i+1}^k} - \frac{(q_i^k)^2}{h_i^k} \right] \right\} \quad (8)$$

$$\text{제 3항(압력항)} : \frac{\alpha}{\Delta x}(h_{i+1}^{k+1} - h_i^{k+1}) + \frac{1-\alpha}{\Delta x}(h_{i+1}^k - h_i^k) \quad (9)$$

제 4항(마찰력항) :

$$\frac{\alpha n^2}{2} \left[\frac{(q_{i+1}^{k+1})^2}{(h_{i+1}^{k+1})^{10/3}} - \frac{(q_i^{k+1})^2}{(h_i^{k+1})^{10/3}} \right] + \frac{n^2}{2}(1-\alpha) \left[\frac{(q_{i+1}^k)^2}{(h_{i+1}^k)^{10/3}} - \frac{(q_i^k)^2}{(h_i^k)^{10/3}} \right] \quad (10)$$

위의 차분식들은 4개의 미지변수 (h_{i+1}^{k+1} , h_i^{k+1} , q_{i+1}^{k+1} , q_i^{k+1})를 갖는다. 만일 이 공간 격자점수라 하면 $2N$ 개의 미지수가 생기며, 계산구간수는 $(N-1)$ 이 되므로 각 공간 격자점에 대하여 식 (6)~(10)을 적용하면 $2(N-1)$ 개의 식을 얻는다. 따라서 2개의 경계조건식이 추가되면 선형연립방정식의 해로부터 $2N$ 개의 수위 및 유량보정치를 얻을 수 있다.

시간준위 k 에서의 변수값들이 주어지면 차분식들은 결국 $(k+1)$ 시간 준위에서의 h_i^{k+1} 과 q_i^{k+1} 을 미지변수로 하는 $2N$ 개의 연립방정식이 구성되며, 운동량방정식의 차분식은 h_i^{k+1} 과 q_i^{k+1} 에 대한 비선형방정식이 되므로 Newton-Raphson의 반복해법에 의하여 해를 구할 수 있다. 이 방법은 Newton-Raphson법에 의하여 이루어지는 $2N$ 개의 선형방정식을 각 시간단계마다 적용하여 $2N$ 개의 미지변수를 구하며, 각 미지변수마다 초기치를 주어서 반복해법에 의하여 수정한다. 잔차 dh_i , dq_i 가 영(zero)에 가깝게 되도록 변수값 h_i 와 q_i 를 결정하며, $(J+1)$ 번째 반복계산에서 변수값은 식 (11) 및 (12)와 같고, 구체적인 계산방법은 Chow 등(1988)과 Ciriani 등(1977)에 의하여 상세히 기술되어 있다.

$$h_i^{J+1} = h_i^J + dh_i \quad (11)$$

$$q_i^{J+1} = q_i^J + dq_i \quad (12)$$

Saint-Venant방정식으로 유출해석을 하기 위해서는 상류단 경계조건과 하류단 경계조건이 필요하며, 본 연구에서는 상류단 경계조건으로서 식 (13)과 같은 Log-Pearson Type-III의 유입수문곡선을 사용하였다.

$$q_i^k = q_b + (q_p - q_b) \left(\frac{t}{t_p}\right)^{t_p/(t_g - t_p)} \exp\left(\frac{t_p - t}{t_g - t_p}\right) \quad (13)$$

여기서 q_i^k 는 시간별 유입유량, q_b 는 기저유량, q_p 는 첨두유량, t_g 는 수문곡선 도심까지의 시간, t_p 는 첨두유량 발생시간을 의미하며, $t_p = 7$ hr, $q_p = 5 \text{ m}^2/\text{sec}$, $t_g = 9$ hr을 사용하였다. 한편 하류단 경계조건은 Manning공식을 사용하며, 식 (14)와 같다.

$$q_i^{k+1} = \frac{\sqrt{S}(h_i^{k+1})^{5/3}}{n} \quad (14)$$

3. 각항의 크기비교

운동량방정식의 각항의 상대적 크기를 분석하고 각항의 특성을 비교하였으며, 이를 위하여 하천경사 $S = 0.001$, 조도계수 $n = 0.08$, 추적구간거리 $\Delta x = 1$ km, $\Delta t = 1$ hr을 사용하였다. 그림 1은 각 하도구간별 수문곡선을 나타내었으며, 하류로 진행하면서 첨두유량과 그 발생시간이 완화됨을 보여준다.

국지와 대류가속도항은 대체로 절대치의 크기가 비슷하여 국지가속도항의 양(+)의 값과 대류가속도항의 음(-)의 값이 서로 상쇄되는 경향을 보이고 있으며, 이를 그림 2에 나타내었다.

그림 3은 국지가속도항, 대류가속도항, 압력항, 마찰력항의

시간적 변화를 구간별로 나타내어 각항의 상대적인 크기를 비교한 것이며, 중력항은 $S = 0.001$ 의 일정한 값이므로 그림에 나타나지 않았다. 국지가속도항은 유량의 시간적 변화를 나타내며, 유량의 시간적 변화율이 증가하는 상승부에서는 양(+)의 값을 보여주며, 변화율이 감소하는 하강부에서는 음(-)의 값을 나타내는 반면에 대류가속도항과 압력항은 그와 정반대의 현상이 생김을 알 수 있다. 하류로 갈수록 이들의 첨두치가 점차 커지고 있으며 첨두치 발생시각도 점차 지연되고 있다. 하도거리에 따라 다소 차이는 있으나 평균적으로 각항의 첨두치(절대치)가 운동량방정식에서 차지하는 비중은 국지가속도항 0.84%, 대류가속도항 0.83%, 압력항 11.14%, 마찰력항 49.16%, 중력항 38.04%로 나타났으며, 이와 같은 결과는 김원 등(1996)의 연구결과와 일치하고 있다. 국지가속도와 대류가속도항은 작은 비중을 차지하고, 마찰력항과 중력항이 크게 나타나며, 하류로 진행할수록 최대치와 최저치의 폭은 점차 커지고 있으며, 변화양상은 거의 유사하다. 여기서 section 번호는 상류로부터 하류방향으로의 구간거리인 km를 의미한다.

4. 비교분석

4.1 하상경사에 의한 영향

중력항은 하상경사로 표현되며, 하상경사가 운동량방정식의

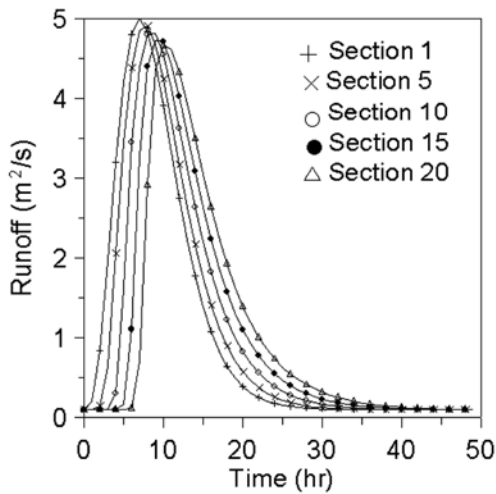


Fig. 1. Hydrographs

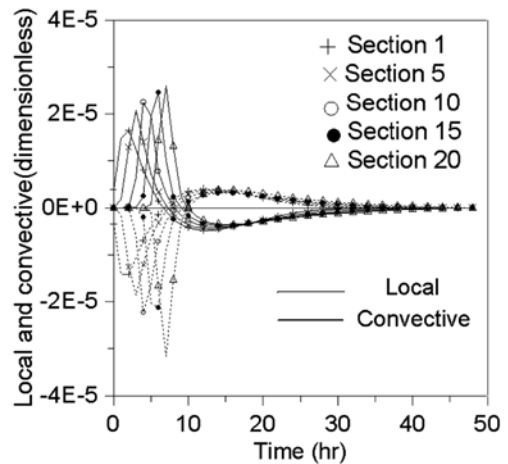


Fig. 2. Comparison of local and convective acceleration

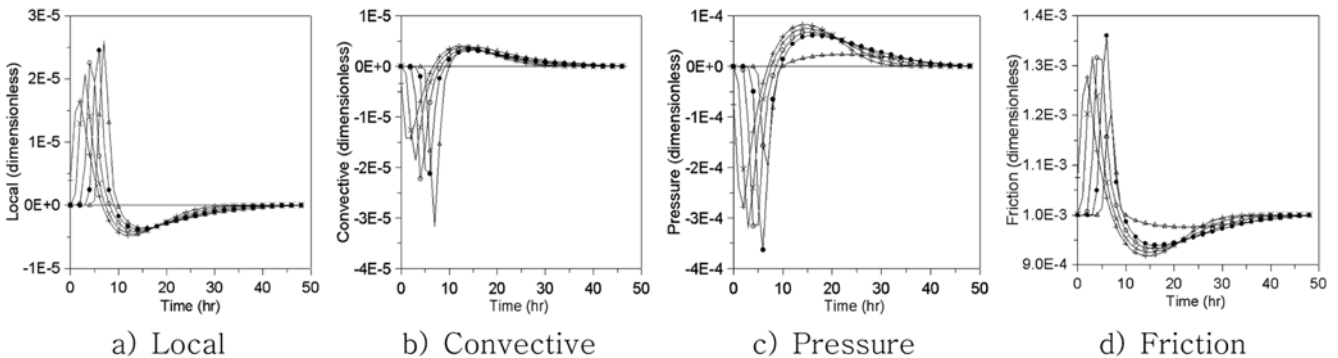


Fig. 3. Magnitudes of the various terms

(+; section 1, ×; section 5, ○; section 10, ●; section 15, △; section 20)

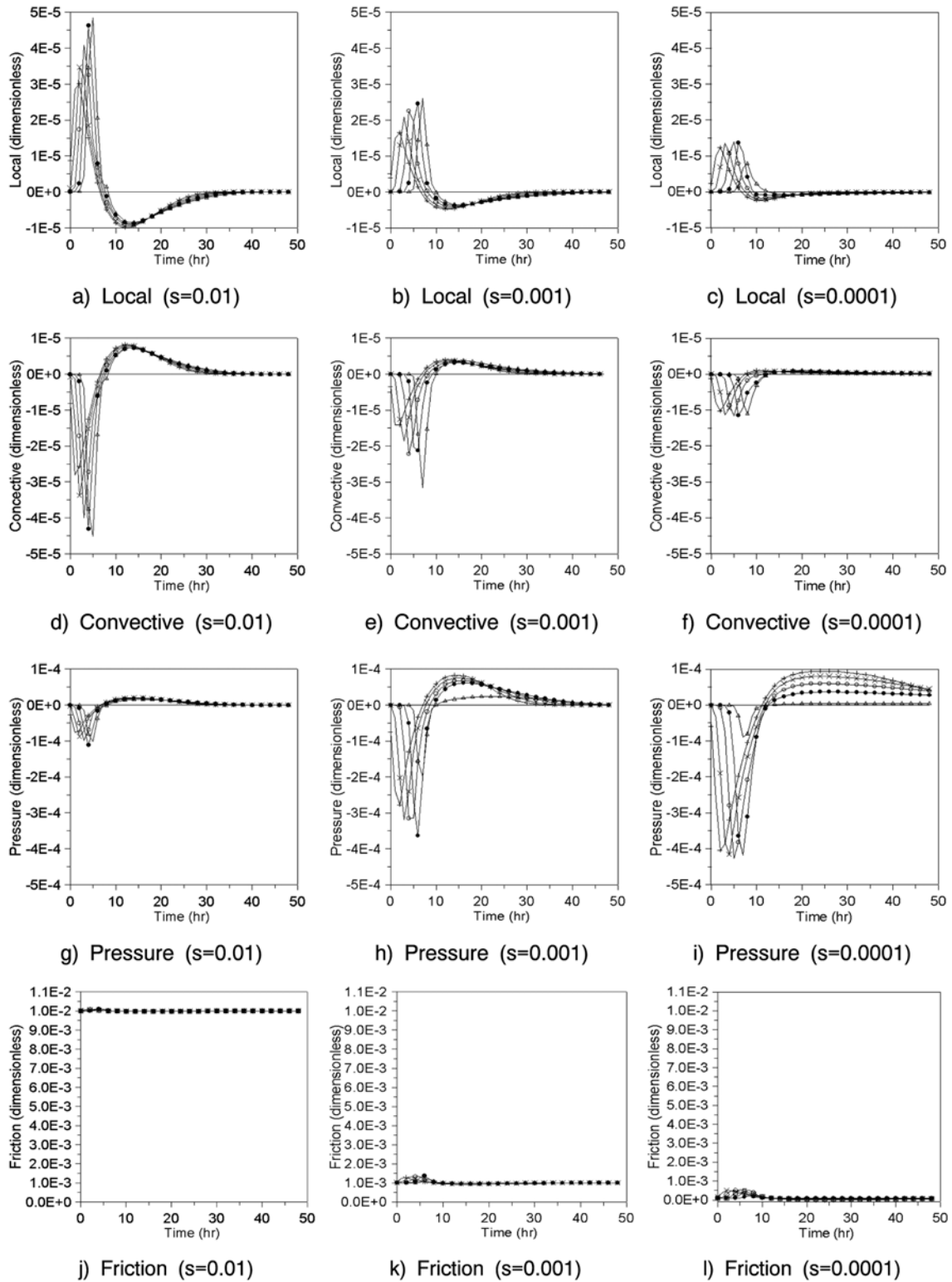


Fig. 4. Comparison of the various terms by the stream slopes
 (+; section 1, ×; section 5, ○; section 10, ●; section 15, △; section 20)

각항의 크기에 미치는 영향을 분석하였다. 여기서 하상경사는 자연하천에서 흔히 접하는 0.01, 0.001, 0.0001의 3개 하상경사에 대하여 비교분석 하였으며, 개수로에서 조도계수의 범위는 일반적으로 0.02~0.15이므로(윤용남, 2006) 그 중간인 $n = 0.08$ 로서 일정하게 두었다. 그 결과 국지가속도, 대류가속도, 압력항, 마찰력항에 대하여 그림 4에 나타내었으며, 중력

항은 각각 0.01, 0.001, 0.0001로서 일정한 값이므로 그림에 나타내지 않았다. 모든 항에서 하상경사가 완만할수록 침투값의 발생시간이 점차 길어 지고 있다.

하상경사가 완만할수록 국지가속도와 대류가속도는 최고치와 최저치의 폭이 시간적으로 점차 작아져 영에 수렴하고 있으나, 반면에 압력항의 경우는 경사가 완만할수록 폭이 점차

Table 1. Range of the maximum and minimum value by the stream slopes(n=0.08)

Local acceleration										
	section-1		section-5		section-10		section-15		section-20	
S=0.01	$3.021 \times 10^{-5} \sim 9.892 \times 10^{-6}$		$3.473 \times 10^{-5} \sim 9.521 \times 10^{-6}$		$4.084 \times 10^{-5} \sim 9.153 \times 10^{-6}$		$4.630 \times 10^{-5} \sim 8.791 \times 10^{-6}$		$4.844 \times 10^{-5} \sim 8.450 \times 10^{-6}$	
	1.000	1.000	1.150	1.000	1.352	1.000	1.533	1.000	1.603	1.000
S=0.001	$1.647 \times 10^{-5} \sim 4.812 \times 10^{-6}$		$2.079 \times 10^{-5} \sim 4.465 \times 10^{-6}$		$2.253 \times 10^{-5} \sim 4.090 \times 10^{-6}$		$2.457 \times 10^{-5} \sim 3.792 \times 10^{-6}$		$2.604 \times 10^{-5} \sim 3.580 \times 10^{-6}$	
	1.000	0.545	1.262	0.599	1.368	0.552	1.492	0.531	1.581	0.538
S=0.0001	$1.231 \times 10^{-5} \sim 2.437 \times 10^{-6}$		$1.354 \times 10^{-5} \sim 2.261 \times 10^{-6}$		$1.397 \times 10^{-5} \sim 1.862 \times 10^{-6}$		$1.361 \times 10^{-5} \sim 9.490 \times 10^{-7}$		$7.837 \times 10^{-6} \sim 8.519 \times 10^{-7}$	
	1.000	0.407	1.099	0.390	1.135	0.342	1.106	0.294	0.637	0.162
Convective acceleration										
S=0.01	$-2.811 \times 10^{-5} \sim 8.232 \times 10^{-6}$		$-3.380 \times 10^{-5} \sim 7.925 \times 10^{-6}$		$-4.000 \times 10^{-5} \sim 7.684 \times 10^{-6}$		$-4.313 \times 10^{-5} \sim 7.225 \times 10^{-6}$		$-4.516 \times 10^{-5} \sim 7.280 \times 10^{-6}$	
	1.000	1.000	1.202	1.000	1.423	1.000	1.534	1.000	1.606	1.000
S=0.001	$-1.415 \times 10^{-5} \sim 4.002 \times 10^{-6}$		$-1.863 \times 10^{-5} \sim 3.724 \times 10^{-6}$		$-2.227 \times 10^{-5} \sim 3.423 \times 10^{-6}$		$-2.124 \times 10^{-5} \sim 3.170 \times 10^{-6}$		$-3.164 \times 10^{-5} \sim 3.825 \times 10^{-6}$	
	1.000	0.503	1.317	0.551	1.574	0.557	1.501	0.492	2.236	0.701
S=0.0001	$-1.026 \times 10^{-5} \sim 9.826 \times 10^{-7}$		$-1.135 \times 10^{-5} \sim 7.097 \times 10^{-7}$		$-1.165 \times 10^{-5} \sim 7.241 \times 10^{-7}$		$-1.149 \times 10^{-5} \sim 8.132 \times 10^{-7}$		$-1.109 \times 10^{-5} \sim 9.962 \times 10^{-7}$	
	1.000	0.365	1.103	0.336	1.135	0.291	1.120	0.266	1.081	0.246
Pressure										
S=0.01	$-7.650 \times 10^{-5} \sim 2.043 \times 10^{-5}$		$-8.880 \times 10^{-5} \sim 1.956 \times 10^{-5}$		$-9.863 \times 10^{-5} \sim 1.812 \times 10^{-5}$		$-1.122 \times 10^{-4} \sim 1.811 \times 10^{-5}$		$-1.010 \times 10^{-4} \sim 1.568 \times 10^{-5}$	
	1.000	1.000	1.161	1.000	1.289	1.000	1.467	1.000	1.320	1.000
S=0.001	$-2.780 \times 10^{-4} \sim 8.269 \times 10^{-5}$		$-3.195 \times 10^{-4} \sim 7.518 \times 10^{-5}$		$-3.156 \times 10^{-4} \sim 6.770 \times 10^{-5}$		$-3.635 \times 10^{-4} \sim 6.180 \times 10^{-5}$		$-1.982 \times 10^{-4} \sim 2.382 \times 10^{-5}$	
	1.000	3.634	1.149	3.598	1.135	3.200	1.308	3.240	0.713	1.962
S=0.0001	$-4.045 \times 10^{-4} \sim 9.389 \times 10^{-5}$		$-4.155 \times 10^{-4} \sim 7.997 \times 10^{-5}$		$-4.264 \times 10^{-4} \sim 5.992 \times 10^{-5}$		$-4.174 \times 10^{-4} \sim 3.659 \times 10^{-5}$		$-8.898 \times 10^{-5} \sim 4.086 \times 10^{-6}$	
	1.000	5.288	1.027	4.679	1.054	4.323	1.032	3.720	0.220	0.881
Friction										
S=0.01	$1.008 \times 10^{-2} \sim 9.981 \times 10^{-3}$		$1.009 \times 10^{-2} \sim 9.982 \times 10^{-3}$		$1.010 \times 10^{-2} \sim 9.983 \times 10^{-3}$		$1.011 \times 10^{-2} \sim 9.983 \times 10^{-3}$		$1.010 \times 10^{-2} \sim 9.985 \times 10^{-3}$	
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
S=0.001	$1.276 \times 10^{-3} \sim 9.181 \times 10^{-4}$		$1.317 \times 10^{-3} \sim 9.255 \times 10^{-4}$		$1.315 \times 10^{-3} \sim 9.329 \times 10^{-4}$		$1.360 \times 10^{-3} \sim 9.388 \times 10^{-4}$		$1.204 \times 10^{-3} \sim 9.761 \times 10^{-4}$	
	1.000	0.127	1.032	0.131	1.031	0.130	1.066	0.135	0.944	0.119
S=0.0001	$5.025 \times 10^{-4} \sim 6.082 \times 10^{-6}$		$5.140 \times 10^{-4} \sim 2.000 \times 10^{-5}$		$5.241 \times 10^{-4} \sim 4.005 \times 10^{-5}$		$5.159 \times 10^{-4} \sim 6.336 \times 10^{-5}$		$1.902 \times 10^{-4} \sim 9.582 \times 10^{-5}$	
	1.000	0.050	1.023	0.051	1.043	0.052	1.027	0.051	0.379	0.019

커지고 있다. 마찰력항은 경사가 완만할수록 급격히 영에 수렴하고 있어, 마찰력항은 하상경사의 변화에 민감하게 반응함을 알 수 있으며, 시간에 따라서는 거의 변화가 없음을 알 수 있다.

표 1은 조도계수 0.08일때, 하상경사에 따르는 하천구간별 최고값과 최소값의 범위를 보여주고 있다. 표시는 sec-1을 기준으로 하여 각 sec에서의 상대적 크기를 비교한 것이며, 그리고 S = 0.01을 기준으로 S = 0.001과 0.0001에서의 상대적 크기를 비교하여 나타내었다. 대체로 하상경사에 관계없이 하류로 갈수록 모든 항의 첨두값(절대치)이 증가하고 있으나 마찰항은 큰 변화 없이 일정한 값을 보여준다. 국지기속도와 대류기속도에서는 하상경사가 완만할수록 첨두치(절대치)가 작아지고 있으나 압력항에서는 이와 반대로 점차 커지고 있다.

표 2는 하상경사별 각항의 첨두치의 비율을 하천구간별로 나타낸 것이다. 하천구간별로 각항의 변화는 미미하였으나, 경사가 완만한 0.001의 경우는 압력항이 무시할수 없을 정도로 큰 비중을 차지하고 있으며, 경사가 매우 완만한 0.0001의 경우는 도리어 중력항보다 압력항이 더 큰 비중을 차지하고

Table 2. Percentages of peak values of the various sections by the stream slopes (%)

Stream slopes	Terms	sec-1	sec-5	sec-10	sec-15	sec-20
S=0.01	Local	0.15	0.17	0.20	0.23	0.24
	Convective	0.14	0.17	0.20	0.21	0.22
	Pressure	0.38	0.44	0.49	0.55	0.50
	Friction	49.86	49.83	49.80	49.77	49.77
	Gravity	49.47	49.39	49.31	49.23	49.27
S=0.001	Local	0.64	0.78	0.84	0.89	1.06
	Convective	0.55	0.70	0.83	0.77	1.29
	Pressure	10.76	11.94	11.80	13.13	8.06
	Friction	49.37	49.22	49.15	49.11	48.95
	Gravity	38.69	37.37	37.38	36.11	40.65
S=0.0001	Local	1.20	1.28	1.30	1.29	1.97
	Convective	1.00	1.08	1.08	1.09	2.79
	Pressure	39.29	39.41	39.62	39.44	22.35
	Friction	48.81	48.75	48.70	48.74	47.78
	Gravity	9.71	9.48	9.29	9.45	25.12

있다. 경사의 완·급경사를 막론하고 국지가속도와 대류가속도의 영향은 무시할수 있을 정도로 작게 나타났으며, 최계운 등(1994)과 Weimann 등(1979)의 연구결과와 일치하고 있다.

4.2 조도계수에 의한 영향

하상의 조도계수가 운동량방정식 각항의 크기에 미치는 영향을 분석하였으며, 개수로에서 조도계수의 범위는 일반적

로 0.02~0.15이므로(윤용남, 2006) $n = 0.02, 0.08, 0.15$ 의 3가지 조도계수에 대하여 비교분석 하였으며, 이때 하상경사는 0.001로서 일정하게 두었다.

그 결과 국지가속도, 대류가속도, 압력항, 마찰력항에 대하여 그림 5에 나타내었으며, 중력항은 0.001로서 일정한 값이므로 그림에 나타내지 않았다. 모든 항에서 조도계수가 점차 커질수록 침투값의 발생시각이 점차 길어지고 있다. 조도계수

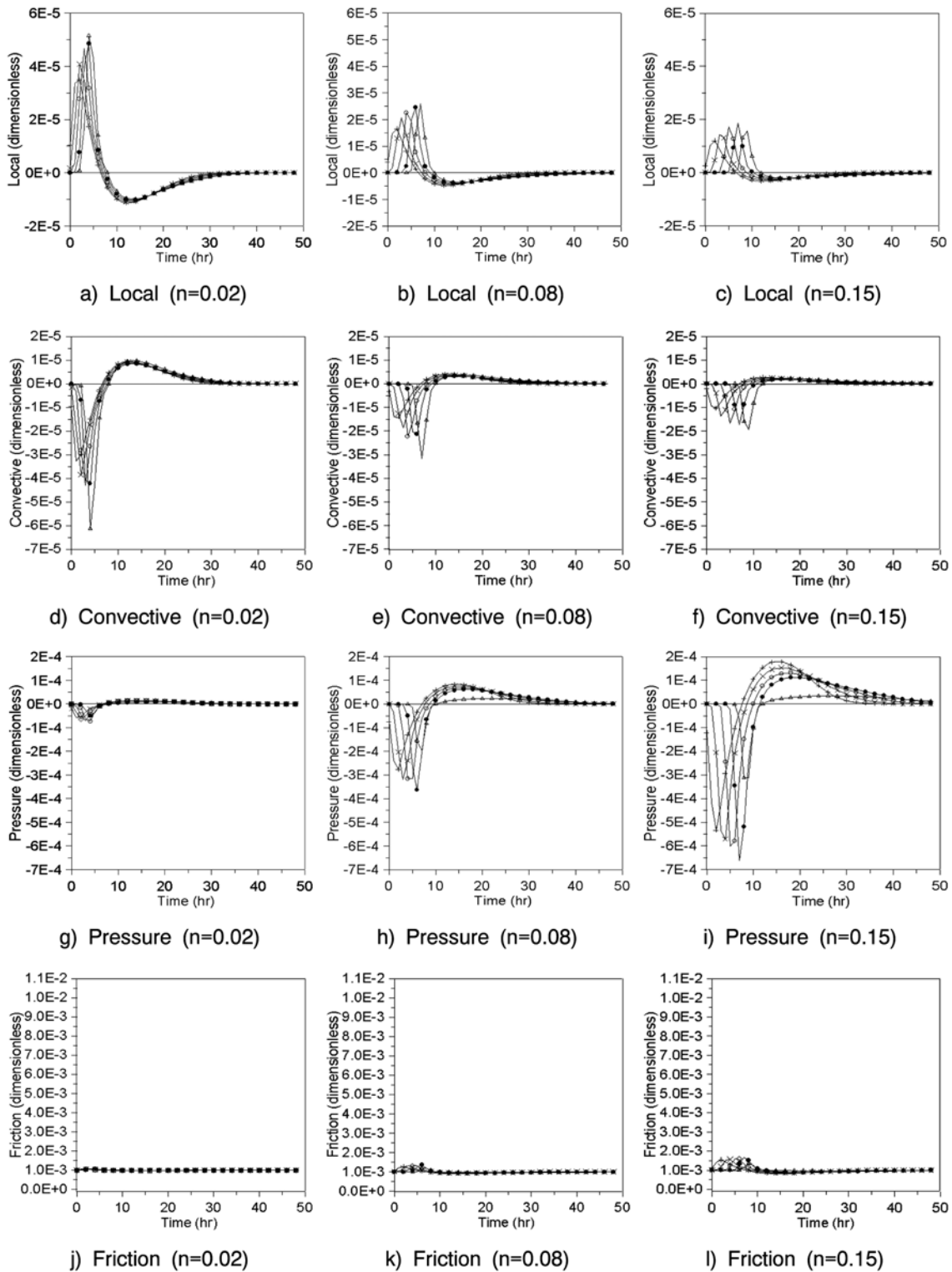


Fig. 5. Comparison of the various terms by the roughness coefficients (+; section 1, x; section 5, ○; section 10, ●; section 15, △; section 20)

가 클수록 국지가속도와 대류가속도는 최고치와 최저치의 폭이 점차 작아지며 영에 수렴하고 있으나, 반면에 압력항의 경우는 조도계수가 클수록 최고치와 최저치의 폭이 급격히 커지고 있다. 마찰항은 조도계수에 크게 영향을 받지 않는 것으로 나타났다.

표 3은 하상경사 0.001일때, 조도계수에 따르는 하천구간별 최고값과 최소값의 범위를 보여주고 있다. 표시는 sec-1을 기준으로 하여 각 sec에서의 상대적 크기를 비교한 것이며, 그리고 $S = 0.02$ 를 기준으로 $S = 0.08$ 과 0.15 에서의 상대적 크기를 비교하여 나타내었다. 대체로 조도계수에 관계없이 하류로 갈수록 모든 항의 침투값(절대치)이 증가하고 있으나 마찰항은 4.1절 하상경사의 경우와 마찬가지로 큰 변화없이

일정한 값을 보여준다. 국부가속도와 대류가속도에서는 조도계수가 증가할수록 침투치(절대치)가 작아지고 있으나 압력항에서는 이와 반대로 점차 커지고 있다.

표 4는 조도계수의 변화에 따르는 각항의 평균적 비율로서, 조도계수별로 각항의 평균치(절대치)를 구하여 이를 %로 나타낸 것이며, 조도계수가 증가하면 압력항이 점차 커지고 있어, 그 영향은 전체의 3.7%로서 무시할 수 없을 것으로 생각된다. 조도계수가 증가하면 국지와 대류가속도항, 마찰력항, 중력항은 약간 감소하나 그 감소량만큼 압력항이 증가하였다.

표 5는 조도계수별 각항의 침투치의 비율을 하천구간별로 나타낸 것이다. 하천구간별로 모든 항의 변화는 미미하였으며, 국지가속도와 대류가속도는 조도계수에 크게 영향을 받지 않

Table 3. Range of the maximum and minimum value by the roughness coefficients($s=0.001$)

Local acceleration										
	section-1		section-5		section-10		section-15		section-20	
$n = 0.02$	$3.485 \times 10^{-5} \sim -1.135 \times 10^{-5}$		$4.082 \times 10^{-5} \sim -1.098 \times 10^{-5}$		$4.674 \times 10^{-5} \sim -1.059 \times 10^{-5}$		$4.851 \times 10^{-5} \sim -1.024 \times 10^{-5}$		$5.148 \times 10^{-5} \sim -9.877 \times 10^{-6}$	
	1.000	1.000	1.171	1.000	1.341	1.000	1.392	1.000	1.477	1.000
$n = 0.08$	$1.647 \times 10^{-5} \sim -4.812 \times 10^{-6}$		$2.079 \times 10^{-5} \sim -4.465 \times 10^{-6}$		$2.253 \times 10^{-5} \sim -4.090 \times 10^{-6}$		$2.457 \times 10^{-5} \sim -3.792 \times 10^{-6}$		$2.604 \times 10^{-5} \sim -3.580 \times 10^{-6}$	
	1.000	0.473	1.262	0.509	1.368	0.482	1.492	0.506	1.581	0.506
$n = 0.15$	$1.203 \times 10^{-5} \sim -3.190 \times 10^{-6}$		$1.437 \times 10^{-5} \sim -2.822 \times 10^{-6}$		$1.720 \times 10^{-5} \sim -2.464 \times 10^{-6}$		$1.862 \times 10^{-5} \sim -2.199 \times 10^{-6}$		$1.577 \times 10^{-5} \sim -2.041 \times 10^{-6}$	
	1.000	0.345	1.195	0.352	1.430	0.368	1.548	0.384	1.311	0.306
Convective acceleration										
$n = 0.02$	$-3.273 \times 10^{-5} \sim 9.459 \times 10^{-6}$		$-3.845 \times 10^{-5} \sim 9.153 \times 10^{-6}$		$-4.287 \times 10^{-5} \sim 8.834 \times 10^{-6}$		$-4.221 \times 10^{-5} \sim 8.546 \times 10^{-6}$		$-6.118 \times 10^{-5} \sim 9.821 \times 10^{-6}$	
	1.000	1.000	1.175	1.000	1.310	1.000	1.290	1.000	1.869	1.000
$n = 0.08$	$-1.415 \times 10^{-5} \sim 4.002 \times 10^{-6}$		$-1.860 \times 10^{-5} \sim 3.724 \times 10^{-6}$		$-2.227 \times 10^{-5} \sim 3.420 \times 10^{-6}$		$-2.124 \times 10^{-5} \sim 3.170 \times 10^{-6}$		$-3.164 \times 10^{-5} \sim 3.825 \times 10^{-6}$	
	1.000	0.432	1.314	0.484	1.574	0.519	1.501	0.503	2.236	0.517
$n = 0.15$	$-1.035 \times 10^{-5} \sim 2.634 \times 10^{-6}$		$-1.364 \times 10^{-5} \sim 2.332 \times 10^{-6}$		$-1.651 \times 10^{-5} \sim 2.050 \times 10^{-6}$		$-1.712 \times 10^{-5} \sim 1.843 \times 10^{-6}$		$-1.925 \times 10^{-5} \sim 2.227 \times 10^{-6}$	
	1.000	0.316	1.318	0.355	1.595	0.385	1.654	0.406	1.860	0.315
Pressure										
$n = 0.02$	$-5.579 \times 10^{-5} \sim 1.543 \times 10^{-5}$		$-6.472 \times 10^{-5} \sim 1.480 \times 10^{-5}$		$-7.097 \times 10^{-5} \sim 1.410 \times 10^{-5}$		$-7.272 \times 10^{-5} \sim 1.354 \times 10^{-5}$		$-4.948 \times 10^{-5} \sim 8.317 \times 10^{-6}$	
	1.000	1.000	1.160	1.000	1.272	1.000	1.303	1.000	0.887	1.000
$n = 0.08$	$-2.780 \times 10^{-4} \sim 8.269 \times 10^{-5}$		$-3.195 \times 10^{-4} \sim 7.518 \times 10^{-5}$		$-3.156 \times 10^{-4} \sim 6.770 \times 10^{-5}$		$-3.635 \times 10^{-4} \sim 6.180 \times 10^{-5}$		$-1.982 \times 10^{-4} \sim 2.382 \times 10^{-5}$	
	1.000	4.983	1.149	4.937	1.135	4.447	1.307	4.999	0.713	3.973
$n = 0.15$	$-5.338 \times 10^{-4} \sim 1.791 \times 10^{-4}$		$-5.716 \times 10^{-4} \sim 1.529 \times 10^{-4}$		$-6.020 \times 10^{-4} \sim 1.304 \times 10^{-4}$		$-6.628 \times 10^{-4} \sim 1.128 \times 10^{-4}$		$-3.126 \times 10^{-4} \sim 3.406 \times 10^{-5}$	
	1.000	9.568	1.071	8.832	1.128	8.482	1.242	9.140	0.586	6.266
Friction										
$n = 0.02$	$1.055 \times 10^{-3} \sim 9.864 \times 10^{-4}$		$1.062 \times 10^{-3} \sim 9.869 \times 10^{-4}$		$1.067 \times 10^{-3} \sim 9.875 \times 10^{-4}$		$1.066 \times 10^{-3} \sim 9.881 \times 10^{-4}$		$1.059 \times 10^{-3} \sim 9.921 \times 10^{-4}$	
	1.000	1.000	1.007	1.000	1.011	1.000	1.010	1.000	1.004	1.000
$n = 0.08$	$1.276 \times 10^{-3} \sim 9.181 \times 10^{-4}$		$1.317 \times 10^{-3} \sim 9.255 \times 10^{-4}$		$1.315 \times 10^{-3} \sim 9.329 \times 10^{-4}$		$1.360 \times 10^{-3} \sim 9.388 \times 10^{-4}$		$1.204 \times 10^{-3} \sim 9.761 \times 10^{-4}$	
	1.000	1.209	1.032	1.240	1.031	1.232	1.066	1.276	0.944	1.137
$n = 0.15$	$1.532 \times 10^{-3} \sim 8.213 \times 10^{-4}$		$1.570 \times 10^{-3} \sim 8.475 \times 10^{-4}$		$1.601 \times 10^{-3} \sim 8.699 \times 10^{-4}$		$1.661 \times 10^{-3} \sim 8.875 \times 10^{-4}$		$1.316 \times 10^{-3} \sim 9.659 \times 10^{-4}$	
	1.000	1.452	1.025	1.478	1.045	1.501	1.084	1.558	0.859	1.243

Table 4. Average percentages of the various terms by the roughness coefficients (%)

	Local	Convective	Pressure	Friction	Gravity	Total
$n = 0.02$	0.269	0.234	0.404	49.537	49.556	100
$n = 0.08$	0.110	0.097	1.914	48.776	49.103	100
$n = 0.15$	0.069	0.062	3.671	47.634	48.565	100

Table 5. Percentages of peak values of the various sections by the roughness coefficients (%)

Roughness coefficients	Terms	sec-1	sec-5	sec-10	sec-15	sec-20
S = 0.02	Local	1.60	1.85	2.10	2.18	2.32
	Convective	1.50	1.74	1.92	1.89	2.75
	Pressure	2.56	2.93	3.19	3.26	2.23
	Friction	48.43	48.14	47.90	47.81	47.68
	Gravity	45.91	45.33	44.89	44.85	45.02
S = 0.08	Local	0.64	0.78	0.84	0.89	1.06
	Convective	0.55	0.70	0.83	0.77	1.29
	Pressure	10.76	11.94	11.80	13.13	8.06
	Friction	49.37	49.22	49.15	49.11	48.95
	Gravity	38.69	37.37	37.38	36.11	40.65
S = 0.15	Local	0.39	0.45	0.53	0.55	0.59
	Convective	0.34	0.43	0.51	0.51	0.72
	Pressure	17.29	18.03	18.60	19.73	11.74
	Friction	49.61	49.53	49.46	49.44	49.41
	Gravity	32.38	31.55	30.90	29.77	37.54

Table 6. Comparison of various terms with hydrograph peak time (unit ; hr)

Section no.	S = 0.001		n = 0.02		S = 0.001		n = 0.08		S = 0.01		n = 0.15	
	Peak time	Local	Conve-ctive	Pres-sure	Peak time	Local	Conve-ctive	Pres-sure	Peak time	Local	Conve-ctive	Pres-sure
1	8	8	8	8	8	8	8	9	8	8	8	9
5	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9	10
10	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10	11	11
15	9	9	9	9	10	11	11	11	12	12	12	13
20	9	9	9	9	11	11	11	11	13	13	13	13

지만 압력항은 조도계수의 크기에 따라 점차 증가하고 있다. 조도계수가 0.08, 0.15의 경우는 압력항을 무시할수 없을 정도로 큰 비중을 차지하고 있어, 조도계수가 큰 경우 압력항을 무시할수 없음을 알수 있다.

표 6은 수문곡선과 운동량방정식의 각항을 비교하였으며, 여기서 peak time은 수문곡선 침투유량 발생시간이고 국지와 대류가속도항 그리고 압력항의 값이 양(+)에서 음(-) 또는 음(-)에서 양(+)으로 변하는 시점을 표시하였다. 각항의 부호

(+,-)가 변하는 시점이 침투유량 발생시간과 거의 일치함을 보여주고 있으며, 마찰항은 항상 양(+)의 값이므로 표에 나타 내지 않았다. 국지가속도항, 대류가속도항, 압력항의 침투치 발생시간은 수문곡선 상승부의 변곡점 발생시간과 대체로 일치하고 있으며, 최소값(대류와 압력의 경우는 최대값) 발생시 각은 수문곡선 하강부의 변곡점 발생시간과 일치함을 하상경사 0.001, 조도계수 0.08의 경우에 대하여 국지가속도, 대류가속도, 압력항을 수문곡선과 함께 그림 6에 나타내었다.

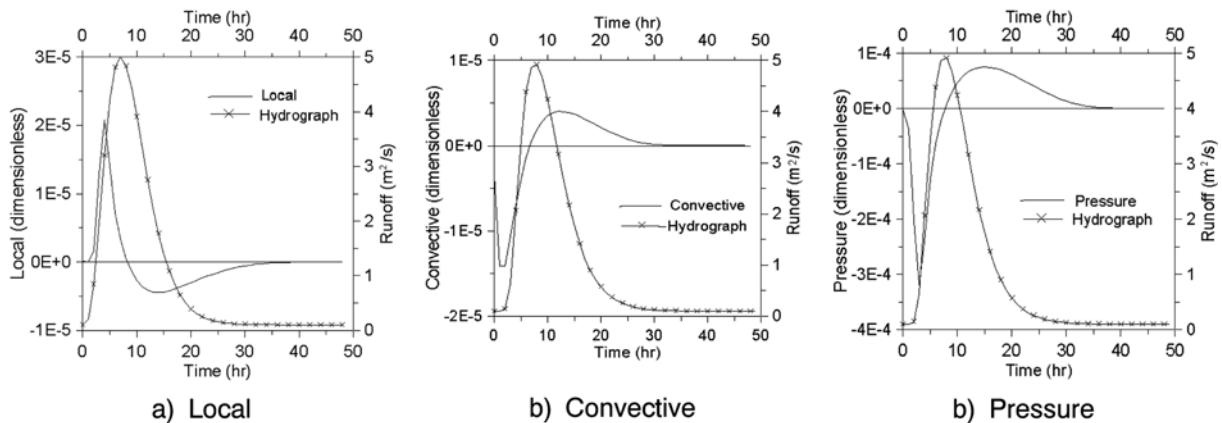


Fig. 6. Comparison of various terms with hydrograph peak time

4.3 수문곡선에 의한 영향

수문곡선양상이 운동량방정식의 각항에 미치는 영향을 분석하였으며, 수문곡선 침투유량 발생시각을 지연시키기 위하여 $t_p = 10$ hr, $q_p = 5$ m²/sec, $t_g = 11$ hr를 사용하고, 하상경사 0.001, 조도계수 0.08의 경우에 대하여 분석하였다.

각항의 평균적 비율은 국지가속도; 0.11%, 대류가속도; 0.10%, 압력; 1.93%, 마찰; 48.78%, 중력; 49.09%로서 표 4와 비교하여 큰 변화가 없음을 알수 있다. 표 7은 하천구간별 각항의 침투치비중을 구한 것이며, 표 5와 비교하여 큰 변화가 없음을 알수 있다. 그 결과를 그림 7에 나타내었으며, 수문곡선의 모양은 운동량방정식 각항에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 판단되어 각항의 구성비율은 수문곡선특성보다는 하도특성에 의하여 결정되는 것으로 판단된다.

이와 같이 국지가속도항과 대류가속도항은 수문곡선에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 나타남에 따라, 이들을 무시하였

Table 7. Percentages of peak values for the various sections (unit ; %)

	Sec-1	Sec-5	Sec-10	Sec-15	Sec-20
Local	0.55	0.68	0.77	0.89	1.14
Convective	0.48	0.60	0.75	0.78	1.28
Pressure	9.18	10.93	11.60	12.98	6.88
Friction	49.53	49.28	49.11	49.19	51.91
Gravity	40.27	38.50	37.78	36.17	38.79
Total	100	100	100	100	100

을 경우의 수문곡선을 5개항 모두를 고려한 경우와 비교하였다. 또한 경우에 따라서는 압력항까지도 무시하는 때가 있으므로 이들 3개항을 무시한 경우와 비교하였다. 그림 8은 유역출구인 section 20(20 km)지점에서 하천경사에 따르는 수문곡선을 ①모든 항을 고려한 경우, ②2개항(국지, 대류가속도)을 무시한 경우, ③3개항(국지, 대류가속도, 압력)을 무시한 경우에 대하여 분석한 것이며, 이때 조도계수는 0.08로 일정하게 두었다. 급경사하천에서는 모든 경우 큰 변화없이 유사한 수문곡선을 나타내고 있는 반면에 경사가 완만해지면 ①과 ②의 경우는 변함이 없으나 압력항까지 무시한 ③의 경우는 수문곡선의 큰 변화를 보이고 있다. 그림 9는 조도계수에 따르는 수문곡선의 비교를 위의 경우와 동일한 방법으로 분석하였으며, 이때 하상경사는 0.001로 일정하게 두었다. 조도계수가 작을 때는 모든 경우 큰 변화없이 유사한 수문곡선을 나타내고 있는 반면에 조도계수가 커지면 ①과 ②의 경우는 변함이 없으나, ③의 경우는 수문곡선의 큰 변화를 보이고 있다.

이와 같은 내용을 표 8에 침투유량과 함께 정리하였으며, ()는 침투유량 발생시각을 나타낸다. 가속도항 2개를 무시하였을 경우의 나머지 3개항의 비중을 표에서 보여 주며, 조도계수가 커지면 3개항중 압력항이 3.6%정도 되지만, 하상경사가 완만하면 22%가 되어 마찰력항과 비등하게 된다. 하상경사가 완만한 경우 3개항을 무시하면 93%의 침투유량의 증가를 보여주며, 조도계수가 크면 27%의 침투유량 증가로 나타났다.

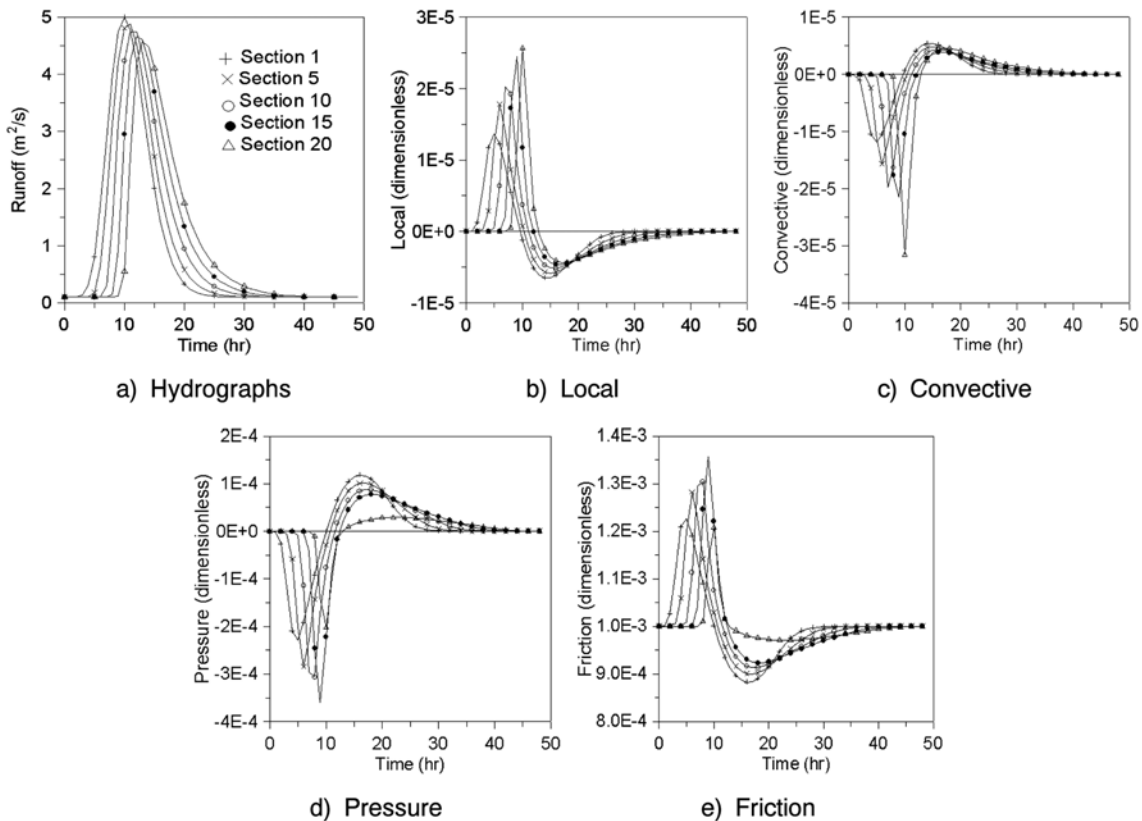


Fig. 7. Magnitudes of the various terms by the inflow hydrograph patterns (+; section 1, ×; section 5, ○; section 10, ●; section 15, △; section 20)

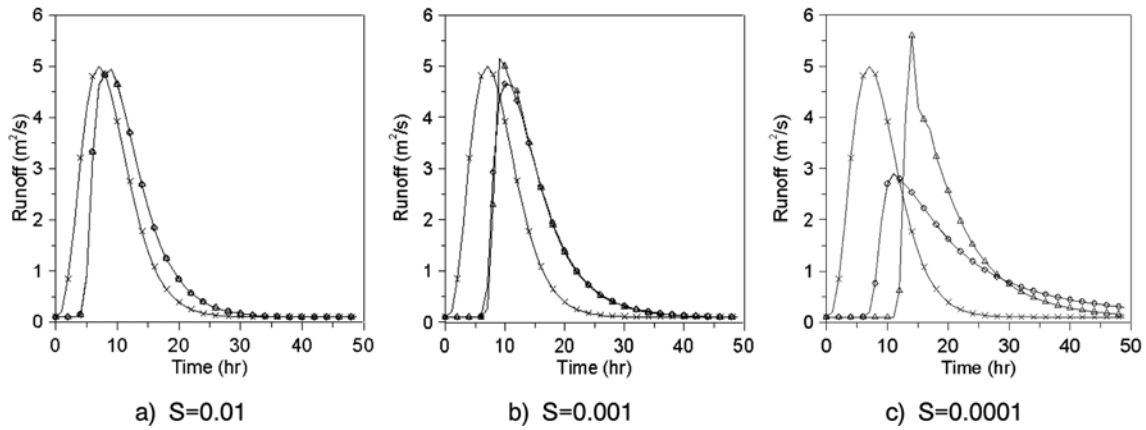


Fig. 8. Comparison of inflow and outflow hydrographs by stream slopes
(×; inflow, ◇; full terms, ○; 2 terms omitted, △; 3 terms omitted)

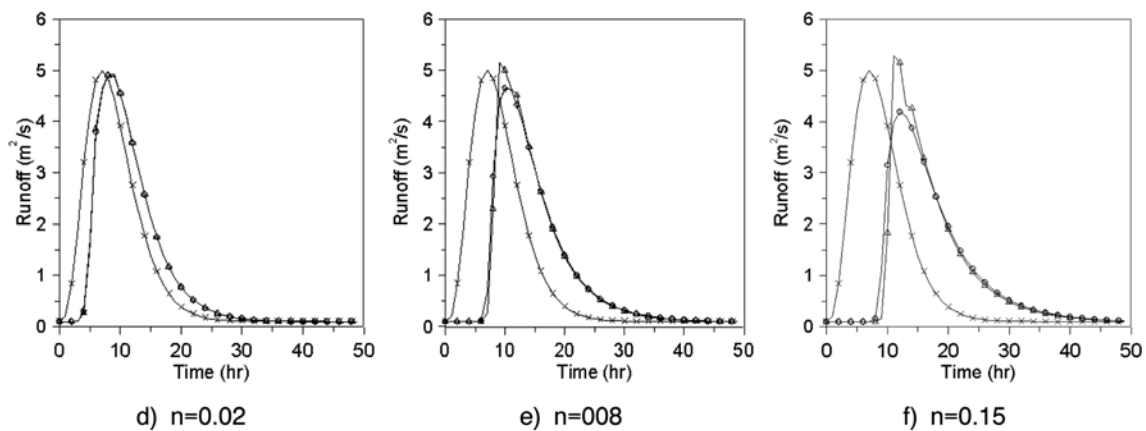


Fig. 9. Comparison of inflow and outflow hydrographs by roughness coefficients
(×; inflow, ◇; full terms, ○; 2 terms omitted, △; 3 terms omitted)

Table 8. Comparison of peak runoff for omitted momentum equation (unit ; m²/s)

	Full terms	2 terms omitted			3 terms omitted	3 terms/full
		Pressure	Friction	Gravity		
$S = 0.01, n = 0.08$	4.942 (9 hr)	4.941 (9hr)			4.947 (9 hr)	100.10%
		0.06	49.97	49.97(%)		
$S = 0.001, n = 0.08$	4.648 (10)	4.650 (10)			5.160 (9)	111.02%
		1.92	48.87	49.21(%)		
$S = 0.0001, n = 0.08$	2.897 (11)	2.885 (11)			5.596 (14)	193.16%
		21.93	33.59	44.48(%)		
$S = 0.001, n = 0.02$	4.904 (8)	4.910 (8)			4.918 (9)	100.29%
		0.41	49.78	49.81(%)		
$S = 0.001, n = 0.15$	4.181 (12)	4.183 (12)			5.291 (11)	126.55%
		3.65	47.72	48.64(%)		

5. 결 론

본 논문에서는 Saint Venant방정식의 하나인 운동량방정식 중 각항의 상대적 크기를 가상하도에 대하여 해석적 방법으로 비교분석하였다. 유출영향인자로서 하상경사와 조도계수의 변화에 대하여 분석하였으며, 운동량방정식중 영향이 작다고

알려진 항들을 무시하였을때 침투유량에 미치는 정도를 분석하였다. 본 연구에서 적용한 하도특성의 범위는 조도계수 0.02~0.15, 하상경사 0.01~0.0001이며, 얻어진 결론은 다음과 같다.

- (1) 국지와 대류가속도항의 절대치 크기는 거의 유사하여

국지의 양(+)의 값과 대류의 음(-)의 값이 서로 상쇄되는 경향을 보여주며, 일정한 값인 중력항을 제외한 나머지항들의 침투치 발생시각은 수문곡선 상승부의 변곡점 발생시각과 대체로 일치하고 있다.

- (2) 하상경사의 변화에 대한 운동량방정식 각항의 시간적 변화를 살펴보면, 국지와 대류가속도항에서는 최고치와 최저치의 폭이 점차 작아지는 반면에 압력항의 경우는 폭이 점차 커져서 하상경사의 변화에 민감하게 반응함을 알 수 있다.
- (3) 조도계수가 클수록 국지와 대류가속도항의 최고치와 최저치의 폭이 점차 작아지는 반면에 압력항은 반대의 현상을 보여준다. 압력항은 조도계수의 크기에 따라 점차 증가하는 반면 마찰력항은 조도계수에 크게 영향을 받지 않는 것으로 나타났다.
- (4) 운동량방정식의 일부항을 무시하였을 경우의 수문곡선을 비교분석한 결과, 완경사 하천에서 국지, 대류, 압력항을 무시한 경우는 수문곡선의 침투유량이 커지며, 그 발생시각도 지연됨을 알 수 있다. 조도계수가 큰 하천의 경우도 침투유량의 증가를 보여주고 있으며, 따라서 완경사 하천과 조도계수가 큰 경우 압력항을 무시할 수 없을 것으로 생각된다.
- (5) 수문곡선의 양상을 변화시켜 분석한 결과, 각항의 구성 비율은 수문곡선특성보다는 하도특성에 의하여 결정되는 것으로 판단된다.

감사의 글

이 논문은 2007년도 충북대학교 학술연구지원사업의 연구비지원에 의하여 연구되었음.

참고문헌

김원, 우효섭, 김양수 (1996) 1차원 St.Venant 방정식을 이용한 한강 하류부 하도의 홍수류 특성 분석. **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제29권, 제1호, pp. 163-179.

윤용남 (2006) **공업수문학**. 청문각.

최계운, 안경수, 안상진 (1994) 하천흐름해석에서 단순화된 운동량방정식을 사용한 유한차분모델의 신뢰성있는 적용범위. **한국수문학회지**, 한국수문학회, 제27권, 제4호, pp. 123-133.

Chaudhry, M.H. (1993) *Open-channel flow*. Prentice Hall, N.J.

Chow, V.T., Maidment, D.R., and Mays, L.W. (1988) *Applied hydrology*. McGraw-Hill.

Ciriani, T.A., Maione, U., and Wallis, J.R. (1977) *Mathematical models for surface water hydrology*. John Wiley & Sons.

Harder, J.A. and Armacost, L.V. (1966) *Wave propagation in rivers*. Report No. 1, Ser. 8, Hydraulic Engineering Laboratory, University of California, Berkeley.

Henderson, F.M. (1966) *Open channel flow*. Macmillan, New York.

Iwasaki, T. (1967) Flood forecasting in the river Kitakami. *Proc. International Hydrology Symposium*. Fort Collins, Colorado. Vol. 1, pp. 424-441.

Ponce, V.M., Li, R.M., and Simons, D.B. (1978) Applicability of kinematic and diffusion models. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 104, No. 3, pp. 353-360.

Schaake, J.C. (1965) *Synthesis of inlet hydrographs*, Ph.D. dissertation, Johns Hopkins University.

Weimann, P.E., and Laurenson, E.M. (1979) Approximate flood routing methods: A review. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 105, No. 12, pp. 1521-1536.

- ◎ 논문접수일 : 2008년 04월 17일
- ◎ 심사의뢰일 : 2008년 04월 17일
- ◎ 심사완료일 : 2008년 05월 26일