

증기 공동현상이 발생하는 무한 소폭 스퀴즈 필름 댐퍼 성능과 오일 공급압력의 영향

정시영[†]

인하공업전문대학 항공기계과

The Effect of Oil Supply Pressure on the Performance of Vapor Cavitated Short Squeeze Film Dampers

Si-Young Jung[†]

Dept. of Aircraft & Mechanical Engineering, Inha Technical College

Abstract – The effect of oil supply pressure on the performance of vapor cavitated short squeeze film dampers is examined. Vapor cavitation is characterized by film rupture occurring as a result of evaporating oils. The pressure of vapor cavity in the film is almost zero in absolute pressure and nearly constant. Pan’s model about the shape of vapor cavity is utilized for studying the effect of vapor cavitation on the damping capability of a short squeeze film damper. As the level of oil supply pressure is increasing, vapor cavitation is suppressed so that the direct damping coefficient increases and the cross coupled damping coefficient decreases. Furthermore, the analysis of the unbalance responses of a rigid rotor supported on cavitated squeeze film dampers shows that a significant reduction in rotor amplitude and force transmissibility is possible by controlling the oil supply pressure into short squeeze film dampers.

Key words – cavitation, damping, rotordynamics, squeeze film damper, vapor

기호설명

B	: Bearing parameter = $\mu L(R/C)^3 / (M\omega)$	p	: Dimensionless pressure normalized by $\mu\omega(R/C)^2$
C	: Clearance of SFD	P_s	: Dimensionless oil supply pressure
C_d, C_{cd}	: Dimensionless direct, cross coupled damping coefficient normalized by $C_d = \mu(R/C)^3 L$	R	: Radius of SFD journal
D	: Diameter of SFD journal	T	: Transmissibility
e	: Eccentricity	U	: Dimensionless imbalance = ρ/C
F_t, F_r	: Dimensionless tangential, radial film forces normalized by $C_f = \mu\omega(R/C)^2 RL$	v_t	: Dimensionless tangential velocity = $\omega e / \omega C = \varepsilon$
h	: Dimensionless film thickness = $(1 - \varepsilon \cos\theta)$	$2M$: Mass of rotor-SFD system
K_r	: Stiffness of SFD retainer spring	β	: Phase angle
L	: Length of SFD journal	ε	: Eccentricity ratio = e/C
		ζ	: Dimensionless axial coordinate = $2Z/R$
		ζ_0	: Dimensionless axial distance of cavity
		θ	: Dimensionless circumferential coordinate = $X/R = \pi - (\theta - \omega t)$
		θ_b	: Break up location of cavity

[†]주저자 · 책임저자 : siyoung@inhatc.ac.kr

- θ_0 : Widest point of cavity
- θ : Fill back location of cavity
- λ : L/D ratio
- μ : Viscosity of oil
- ρ : Imbalance of rotor system
- Ω : Speed parameter= ω/ω_n
- ω : Frequency of journal center motion
- ω_n : Natural frequency of rigid rotor on retainer spring= $\sqrt{K_r/M}$

1. 서 론

가스 터빈 엔진용으로 약 40년 전에 처음 개발된 스퀴즈 필름 댐퍼(SFD: Squeeze Film Damper)는 구조가 단순하면서도 감쇠성능이 우수하여 구름베어링에 지지된 고속회전체의 축진동 감쇠장치로 이용되고 있다.

SFD는 구름베어링과 저널베어링을 복합적으로 사용하는 구조를 갖고 있다. 구름베어링의 외륜은 SFD 하우징 사이의 틈새 내에서 오직 휘돌림(whirling) 운동만 가능하도록 설계되어 있으며, 회전축이 진동할 때 구름 베어링의 외륜에 해당하는 SFD 저널이 오일을 압축하게 되어 축진동을 감소시킨다. 또한 구름베어링은 스프링(retainer spring)에 의해 지지되어 있으며, 스프링은 회전축이 SFD 하우징 중앙에 위치하도록 도와 주며 구름베어링의 외륜이 회전하는 것을 억제하는 역할도 한다[1,2].

이와 같은 SFD의 축진동 감쇠성능을 해석하기 위해 많은 연구가 수행되었다. 주된 연구분야는 SFD에 지지된 회전체의 진동해석[3,4], SFD의 형상에 따른 윤회방정식 해석[5,6], 유체 관성의 영향[7,8] 및 공동현상 해석[9-12] 등을 규명하는 이론적, 실험적 연구분야가 있으며 최근에는 새로운 형태의 SFD[13,14] 연구 개발도 진행된 바 있다.

본 논문에서는 SFD의 유막압력 측정실험에서 흔히 볼 수 있는 공동현상(cavitation)이 무한 소폭 SFD의 감쇠성능에 미치는 영향을 분석하고자 한다. 공동현상은 공기 공동(gaseous cavitation)과 증기 공동(vapor cavitation) 현상으로 구분할 수 있다. 공기 공동현상은 대기압 보다 약간 낮은 압력 하에서 오일에 용해되어 있던 공기나 가스가 분출되어 발생하는 공동현상을 말하며, 증기 공동현상은 0의 절대기압(증기압) 하에서 오일이 비등하여 발생하는 공동현상을 말한다. 공기 공동현상은 주로 SFD의 양단이 열려있는 구조 또는 비

가압 형태의 운전을 하는 경우에 나타나는 반면에, 증기 공동현상은 SFD의 양단이 대기와 차단되어 있거나 또는 가압 형태의 운전을 하는 경우에 주로 발생한다. 본 논문에서는 증기 공동현상이 발생하는 무한 소폭 SFD의 감쇠성능에 미치는 오일 공급압력의 영향을 해석하고 또한 이로 인한 강성 회전체의 축진동 현상에 미치는 영향을 분석하고자 한다.

2. 증기 공동현상과 무한 소폭 SFD의 감쇠계수

2-1. 무한 소폭 SFD의 윤회 방정식

Fig. 1은 SFD의 구조와 좌표계를 보여주고 있다. 축이 회전(spinning)할 때 SFD의 저널은 회전하지 않고 휘돌림(whirling)운동 만을 한다. 즉 편심량(e)을 반지름으로 하여 SFD의 하우징 중심점을 중심으로 축의 회전속도 ω 로 휘돌림 운동을 하고 있다.

무한 소폭 SFD의 유막압력에 관한 지배방정식은 비압축성, 등점성, 층류 유동을 지배하는 운동량 방정식과 연속 방정식을 기초로 하여 다음과 같은 레이놀즈의 무차원 윤회 지배방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) = 12\lambda^2 \frac{\partial h}{\partial \theta} \tag{1}$$

여기서 무차원 계수는 다음과 같다.

$$p = P \frac{C^2}{\mu \omega R^2}, \quad \zeta = \frac{2Z}{L}, \quad \theta = \frac{X}{R} = \pi - (\theta - \omega t)$$

$$h = 1 - \varepsilon \cos \theta, \quad \varepsilon = \frac{e}{C}, \quad \lambda = \frac{L}{D}$$

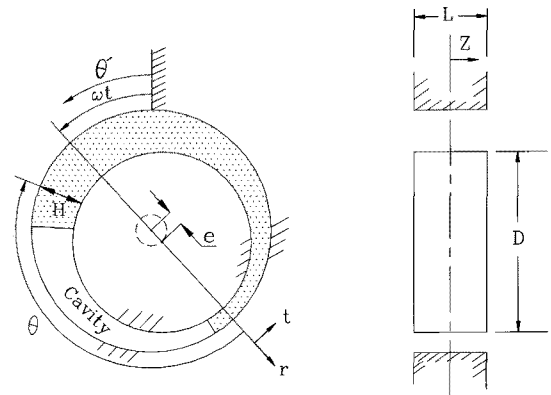


Fig. 1. Geometry of a cavitated SFD.

그리고 SFD 양단의 압력은 오일 공급압력과 동일하므로 무한 소폭 SFD의 유막압력에 관한 경계조건은 다음과 같다.

$$p = p_s \text{ at } \zeta = \pm 1 \quad (2)$$

고로, 무한 소폭 윤활 지배방정식을 축 방향으로 적분하여 위의 경계조건을 적용하면 다음의 무차원 유막 압력에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$p = \frac{1}{2}Q(1 - \zeta^2) + p_s \quad (3)$$

여기서

$$Q = \lambda^2 \frac{12\epsilon \sin\theta}{(1 - \epsilon \cos\theta)^3}$$

2-2. 증기 공동현상

Fig. 2는 증기 공동현상(vapor cavitation)이 발생하는 공동영역의 형상이다. 증기 공동현상은 증기압 상태에서 오일 자체가 비등하여 기체형태로 변화하기 때문에 발생하는 공동현상을 말한다.

즉 증기 공동영역의 압력은 상온에서 절대기압으로 0의 값을 갖으며 또한 원주방향의 오일 공급 통로를 통하여 오일을 가압 공급할 때 증기 공동현상에 관한 유막압력의 경계조건은 다음과 같다.

$$p = 0 \text{ at } \zeta = \zeta_0 \quad (4a)$$

$$p = p_s \text{ at } \zeta = \pm 1 \quad (4b)$$

여기서 $p=0$ 는 증기 공동현상 내부의 절대 증기압이며, p_s 는 절대압력 단위의 오일 공급압력이다. 물론 증기 공동현상은 일정 크기의 상대 음압을 형성해야 발생하므로 SFD의 편심율이 일정 크기 이상에 도달할 경우에만 발생한다.

위의 유막압력에 관한 경계조건을 SFD 윤활 지배방정식에 적용하면 공동현상이 발생하는 구간에는 다음과 같은 유막 압력식을 얻을 수 있다.

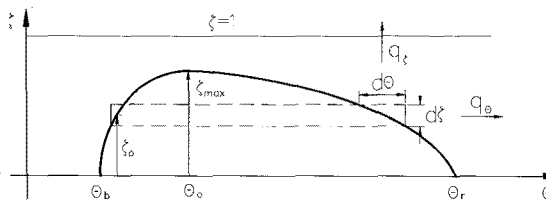


Fig. 2. Schematic of vapor cavity in a SFD.

$$p = -\frac{(1 - \zeta)}{(1 - \zeta_0)} p_s + \frac{1}{2}Q(\zeta - \zeta_0)(\zeta - 1) + p_s \quad (5)$$

한편 Fig. 2와 같은 증기 공동현상을 해석하기 위해 가장 먼저 공동현상이 시작하는 지점 θ_b 를 산출한다. θ_b 의 값은 무한 소폭의 압력 해와 증기 공동의 내부 압력이 일치하는 지점이며 SFD의 중앙선($\zeta=0$) 위에 존재한다는 사실로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$Q(\theta_b) = 2p_s \quad (6)$$

위 식으로부터 공동현상의 시작점 θ_b 를 해석한 후, 공동현상의 전반부 경계지점 ζ_0 는 레이놀즈의 공동경계 조건을 적용함으로써 다음의 결과 식으로부터 산출할 수 있다.

$$\zeta_0 = 1 - \sqrt{\frac{2p_s}{Q}} \quad (7)$$

그리고 증기 공동현상에서 폭이 가장 넓은 지점인 좌표값(θ_c, ζ_{max}) 중 θ_c 지점은 무한 소폭 SFD 해에서 최소 압력지점과 일치하므로 θ_c 와 ζ_{max} 는 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\cos\theta_c = \frac{1}{4\epsilon}(\sqrt{1 + 24\epsilon^2} - 1) \quad (8a)$$

$$\zeta_{max} = 1 - \sqrt{\frac{2p_s}{Q(\theta_c)}} \quad (8b)$$

다음으로 공동현상의 후반부 지역인 $\theta \geq \theta_c$ 지역에서는 JFO (Jakobsson-Floberg-Olsson) 이론에 의거 공동현상의 경계부분에서 다음의 유체 연속조건을 만족해야 한다.

$$\lambda^2(h_b - h) \cdot d\zeta = \frac{h^3}{12} \frac{\partial p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta = \zeta_0} \cdot d\theta \quad (9)$$

여기서 h_b 는 공동현상의 전반부 경계($\zeta = \zeta_0$)에서의 유막두께이며, h 는 공동현상의 후반부 경계지점에서의 유막두께이다. 앞에서 얻은 공동지역의 유막 압력식을 사용하면 공동 후반부의 형상을 정의하는 다음의 관계식을 얻는다.

$$\lambda^2(h - h_b)(1 - \zeta_0)^2 = \lambda^2(h_0 - h_b)(1 - \zeta_{max})^2 + \frac{E_s}{6}[T(\theta) - T(\theta_b)] \quad (10)$$

여기서

$$T(\theta) = \frac{1}{12}[6(2+3\varepsilon^2)\theta - 9\varepsilon(4+\varepsilon^2)\sin\theta + 9\varepsilon^2\sin 2\theta - \varepsilon^3\sin 3\theta]$$

위 식으로부터 공동의 후반부 형상을 결정하는 축 방향의 ζ 값과 공동현상이 끝나는 지점 θ 도 해석할 수 있다. 이와 같은 공동현상에 관한 기초적 이론은 Pan[9]에 의해 처음으로 제시된 바 있으며 본 논문에서는 증기 공동현상이 발생하는 가압 무한 소폭 SFD의 감쇠성능 해석에 응용하였다.

2.3. 유막력과 감쇠계수

앞에서 해석한 무한 소폭 SFD의 유막압력을 저널 표면에 따라 적분함으로써 접선방향과 반경방향의 무차원 유막력을 각각 산출할 수 있다. 적분 영역은 공동현상이 발생하지 않는 영역과 발생하는 두 영역으로 우선 나눈다. 다시 공동현상이 발생하는 영역은 유막이 없는 공동 내부지역과 유막이 일부 존재하는 공동 외부의 전반부와 후반부 지역으로 나누어 적분한다.

$$F_t = \frac{F_t^*}{C_f} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} p(-\sin\theta) d\theta d\zeta \quad (11a)$$

$$F_r = \frac{F_r^*}{C_f} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} p(\cos\theta) d\theta d\zeta \quad (11b)$$

여기서 $C_f = \mu\omega \left(\frac{R}{C}\right)^2 RL$

한편 SFD의 저널이 하우징 중심점을 중심으로 원운동 (circular centered orbit motion)을 하고 있고, SFD의 유막력은 저널 중심의 무차원 접선 속도($v_t = v_t^*/\omega C = \varepsilon$)로 인하여 발생하는 유체 저항력이므로 선형화된 접선방향의 무차원 주 감쇠계수(direct damping coefficient)와 반경방향의 무차원 연성 감쇠계수(cross coupled damping coefficient)는 각각 다음과 같이 표현하여 사용한다.

$$C_{tt} = \frac{C_{tt}^*}{C_d} = \frac{F_t}{v_t} = \frac{F_t}{\varepsilon} \quad (12a)$$

$$C_{rr} = \frac{C_{rr}^*}{C_d} = \frac{F_r}{v_t} = \frac{F_r}{\varepsilon} \quad (12b)$$

여기서 $C_d = \mu \left(\frac{R}{C}\right)^3 L$

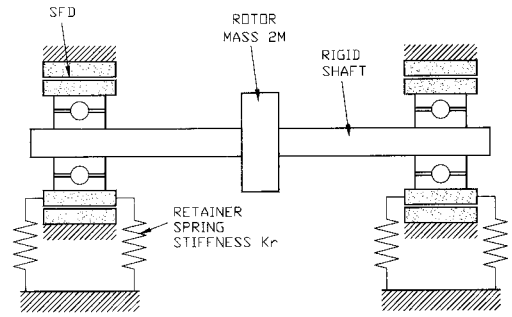


Fig. 3. Rigid rotor supported on cavitating SFDs.

3. 강성 회전체의 불평형 응답

증기 공동현상이 발생하는 무한 소폭 SFD를 회전체 축에 장착하여 강성 회전체의 불평형 응답을 해석함으로써 SFD의 증기 공동현상이 회전체 축진동에 미치는 영향을 분석 검토하고자 한다. 축 양단에 SFD를 장착한 회전체계의 모델을 Fig. 3에 도시하였다. 질량을 갖는 회전체가 질량이 없고 강성이 무한히 큰 회전축 중앙에 위치하고 있으며, 회전축 양단에는 증기 공동현상이 발생하는 SFD에 의해 지지되어 있다. 또한 SFD 저널은 강성을 갖는 스프링에 의해 지지되어 회전축의 회전속도와 같은 각속도로 반지름 인 동심원 궤도를 따라 휘돌림 운동(whirling)을 하고 있다.

이와 같은 SFD-회전체계의 축진동을 해석하기 위하여 회전체에 관한 운동방정식을 x, y방향으로 수립한 후 복소수로 표현하면 다음과 같다.

$$M \frac{d^2}{dt^2}(\vec{e} + \vec{\rho}) + C_{tt}^* \frac{d}{dt} \vec{e} + C_{rr}^* \omega \vec{e} + K_r \vec{e} = 0 \quad (13)$$

여기서 $\vec{e} = e_x + ie_y, \quad \vec{\rho} = \rho_x + i\rho_y$

C_{tt}^* 와 C_{rr}^* 는 증기 공동현상이 발생하는 SFD의 주 감쇠계수와 연성 감쇠계수이며, 앞 장에서 해석한 바와 같이 증기 공동현상의 변화에 따라 감쇠계수도 크게 변화한다.

위 강성 회전체계의 운동방정식에 관한 정상상태 해를 구하면 SFD 저널의 진폭에 관한 다음의 결과식을 얻을 수 있다.

$$\varepsilon = \frac{U}{\sqrt{E_x^2 + E_y^2}} \quad (14)$$

여기서

$$E_x = C_n \cdot \frac{B}{\Omega} + \frac{1}{\Omega^2} - 1, \quad E_y = C_n \cdot \frac{B}{\Omega}$$

$$U = \frac{p}{C}, \quad \Omega = \omega / \omega_r, \quad \omega_r = \sqrt{K_r / M}$$

$$B = \mu L (R/C)^3 / (M \omega_r)$$

$$C_n = C_n^* \cdot C^3 / \mu L R^3, \quad C_n = C_n^* \cdot C^3 / \mu L R^3$$

또한 SFD 지지점에 전달되는 힘과 불평형 질량에 의하여 발생하는 원심력과 의 비율을 나타내는 SFD-회전체계의 힘 전달률은 다음과 같다.

$$T_r = \frac{\varepsilon}{U} \sqrt{(E_x + 1)^2 + E_y^2} \quad (15)$$

4. 해석결과 및 고찰

Fig. 4는 SFD 양단에서 오일을 가압 공급받는 SFD 내부에서 발생하는 증기 공동현상의 변화를 해석한 결과를 보여주고 있다. SFD의 편심율은 $\varepsilon=0.5$ 이며, 폭경비는 $L/D=0.5$ 이다. 오일 공급압력(p_s)의 크기에 따라 공동의 모양이 변화하고 있다. 즉 오일 공급압력이 클수록 증기 공동현상 발생을 억제시켜 공동의 크기가 작아지고 있다. 오일 공급압력을 증가시키므로써 유막압력 전체를 상승시키고 최소 유막압력이 절대 0 증기압에 도달하는 영역을 감소시키는 것이다.

Figs. 5와 6은 오일 공급압력 크기에 따라 변화하는 증기 공동현상이 SFD의 주 감쇠계수(direct damping coefficients) C_n 와 연성 감쇠계수(cross coupled damping coefficients) C_{cr} 에 미치는 영향을 보여주고 있다. 축진동 감소에 주된 역할을 하는 주 감쇠계수의 경우에는 같은 편심율에서 오일 공급압력이 증가함에

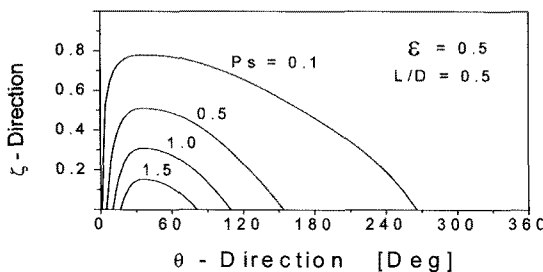


Fig. 4. Cavity shapes depending on oil supply pressures.

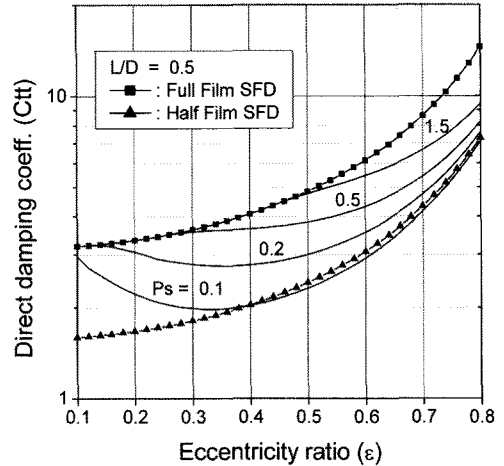


Fig. 5. Dimensionless direct damping coefficients.

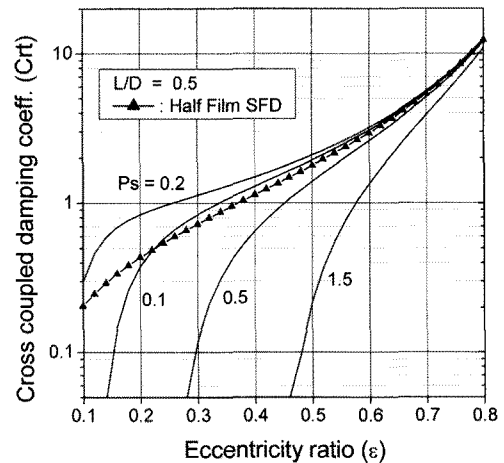


Fig. 6. Dimensionless cross coupled damping coefficients.

따라 주 감쇠계수 C_n 가 π 유막해(half film solution)에서 2π 유막해(full film solution)로 증가하고 있음을 보여주고 있다. 반면에 비선형 진동의 대표적 특성인 점프현상의 원인을 제공하는 연성 감쇠계수 C_{cr} 는 오일 공급압력이 증가하면 증기 공동현상이 작게 발생하면서 그 값이 감소한다. 결국에는 증기 공동현상이 사라지면서 연성 감쇠계수는 0의 값에 도달한다.

Fig. 7은 증기 공동현상이 발생하는 SFD에 지지된 강성 회전체의 불평형 응답인 SFD 저널의 진폭 변화를 보여주고 있다. SFD-회전체계의 중요 설계변수는 베어링 계수 $B=0.2$, 불평형 계수 $U=0.4$, SFD의 폭경비 $L/D=0.5$ 로 설정하였다. 오일 공급압력이 작으면

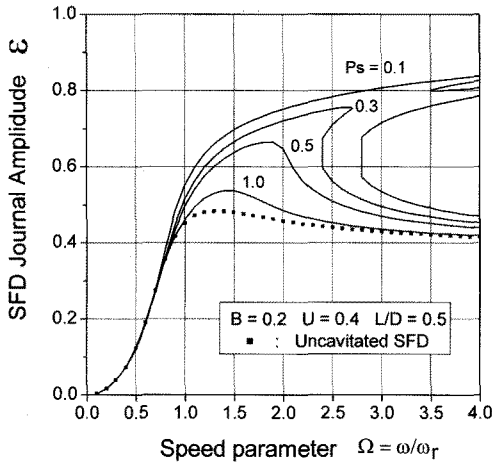


Fig. 7. Unbalance responses of a rigid rotor on cavitated SFDs.

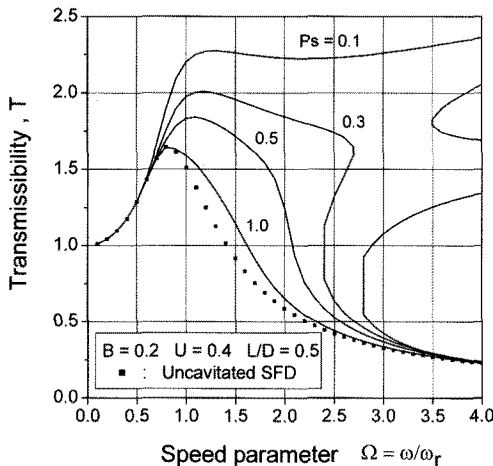


Fig. 8. Transmissibility of a rigid rotor on cavitated SFDs.

공동현상이 크게 발생하여 주 감쇠계수는 감소하고 연성 감쇠계수가 증가하여 비선형 진동의 특성인 점프현상이 나타나고 있다. 오일 공급압력이 $p_s=0.5$ 인 경우에는 점프현상이 사라졌으며 $p_s=1.0$ 인 경우는 증기 공동현상이 발생하지 않는 SFD의 경우에 매우 접근하고 있음 알 수 있다. Fig. 8은 힘 전달계수의 변화를 보여주고 있다. 이 경우에도 오일 공급압력이 작으면 전 운전 구간에서 불평형에 의한 원심력의 크기에 약 2.4 배에 도달하는 커다란 힘이 회전체 지지점에 전달되는 바람직하지 않는 현상이 발생한다. 이러한 해석결과를 기초로 하여 고속 회전체의 운전속도를 상승시킬 때 회전체의 축진동 응답에 적절한 오일 공급압력으로 제

어함으로써, 즉 증기 공동현상 발생을 억제함으로써 고속 회전체의 축진동을 감소시킬 수 있을 것이다.

5. 결 론

본 논문에서는 무한 소폭 SFD 내부에서 발생하는 증기 공동현상(vapor cavitation)과 오일 공급압력과 관계 분석하고 이러한 공동현상이 SFD의 축진동 감쇠 성능에 미치는 영향을 살펴보았다. 오일 공급압력을 증가시키면 SFD의 유막압력 전체를 상승시켜 최저 유막압력이 절대 0 증기압에 도달하는 영역을 최소화시킨다. 즉 증기 공동현상의 발생 영역을 감소시켜 SFD의 주 감쇠계수 C_r 는 증가하고 연성 감쇠계수 C_{lr} 는 감소하는 결과를 낳는다. 따라서 오일 공급압력을 증가시키면 순수 감쇠역할을 하는 C_r 의 증가와 비선형 진동의 점프현상의 원인인 C_{lr} 의 감소로 인하여 회전체의 불평형 응답도 감소시킬 수 있다. 이에 SFD의 오일 공급압력을 크게 높이는 것은 오일 밀봉에 많은 문제점을 유발시킬 수 있어 바람직하지 않지만, 본 논문에서 제시한 해석결과를 이용하여 적절한 오일 공급압력을 사용한다면 고속 회전기계를 원활히 운전시킬 수 있을 것이다.

후 기

본 연구는 2007학년도 인하공업전문대학 교내연구비에 의하여 지원되었음을 밝힙니다.

참고문헌

1. Vance, J. M., "Rotordynamics of Turbomachinery," John Wiley & Sons, New York, 1988.
2. Pietra, L. D. and Adiletta, G., "The Squeeze Film Damper over Four Decades of Investigations. Part I: Characteristics and Operating Features," The Shock and Vibration Digest, Vol. 34, No. 1, pp. 3-26, Jan. 2002.
3. Rabinowitz, M. D., and E. J. Hahn, "Steady State Performance of Squeeze Film Damper Supported Flexible Rotors," Journal of Engineering for Power, Trans. ASME, Vol. 99, No. 4, pp. 552- 558, 1977.
4. Gunter, E. J., L. E. Barrett, and P. E. Allaire, "Design of Nonlinear Squeeze Film Dampers for Aircraft Engines," Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Vol. 99, No. 1, pp. 57-64, 1977.
5. Feder, E., P. N. Bansal, and A. Blanco, "Investiga-

- tion of Squeeze Film Damper Forces Produced by Circular Centered Orbits," *Journal of Engineering for Power*, Trans. ASME, Vol. 100, pp. 15-21, 1978.
6. Marmol, R. A. and J. M. Vance, "Squeeze Film Damper Characteristics for Gas Turbine Engines", *Journal of Mechanical Design*, Trans. ASME, Vol. 100, pp. 139-146, 1978.
 7. Tichy, J. A., "A Study of the Effect of Fluid Inertia and End Leakage in the Finite Squeeze Film Damper," ASME paper 86-Trib-62, 1986.
 8. San Andres, L. A. and J. M. Vance, "Effects of Fluid Inertia and Turbulence on the Force Coefficients for Squeeze Film Dampers," *Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, Trans. ASME, Vol. 108, No. 2, pp. 332-339, April 1986.
 9. Pan, C. H. T., "An Improved Short Bearing Analysis for the Submerged Operation of Plain Journal Bearings and Squeeze Film Dampers," *J. of Lubrication Technology*, Vol. 102, pp. 320-332, July 1980.
 10. Zeidan, F. and Vance, J. M., "Cavitation Leading to a Two Phase Fluid in a Squeeze Film Damper," *STLE Tribology Transactions*, Vol. 32, No. 1, pp. 100-104, 1989.
 11. Ku, C. P. and Tichy, J. A., "An Experimental and Theoretical Study of Cavitation on a Finite Submerged Squeeze Film Dampers," *ASME J. of Tribology*, Vol. 112, pp. 725-733, 1990.
 12. Jung, S. Y. and Vance, J. M., "Effects of Vapor Cavitation and Fluid Inertia on the Force Coefficients of a Squeeze Film Damper Part I; Analysis of a Long SFD," *STLE Tribology Transactions*, Vol. 36, No. 4, pp. 579-604, 1993.
 13. Jung, S. Y. and Choi, S. B., "Analysis of a Short Squeeze Film Damper Operating with Electrorheological Fluid," *STLE Tribology Transactions*, Vol. 38, pp. 857-862, 1995.
 14. de Santiago, O., San Andres, L., and Oliveras, J. "Imbalance Response of a Rotor Supported on Open-Ends Integral Squeeze Film Dampers," *ASME J. Eng. for Gas Turbines and Power*, Vol. 121, pp. 718-721, 1999.