

# 영역조건평균에 기초한 난류에혼합 화염 전파 속도식 유도 및 검증

이동규\* · 허강열\*\*†

## Validation of the Turbulent Burning Velocity Based on Asymptotic Zone Conditional Transport in Turbulent Premixed Combustion

Dongkyu Lee, Kang Y. Huh

### ABSTRACT

An analytical expression for the turbulent burning velocity is derived from the asymptotic zone conditional transport equation at the leading edge. It is given as a sum of laminar and turbulent contributions, the latter of which is given as a product of turbulent diffusivity in unburned gas and inverse scale of wrinkling at the leading edge. It was previously shown that the inverse scale is equal to four times the maximum flame surface density in the wrinkled flamelet regime [1]. The linear behavior between  $U_T$  and  $u'$  shows deviation with the inverse scale decreasing due to the effect of a finite flamelet thickness at higher turbulent intensities. DNS results show that  $U_T/S_{Lu}^0$  may be given as a function of two dimensionless parameters,  $u'/S_{Lu}^0$  and  $l_t/\delta_F$ , which may be transformed into another relationship in terms of  $u'/S_{Lu}^0$  and  $Ka$ . A larger  $l_t/\delta_F$  or a smaller  $Ka$  leads to a smaller scale of wrinkling, hence a larger turbulent burning velocity in the limited range of  $u'/S_{Lu}^0$ . Good agreement is achieved between the analytical expression and the turbulent burning velocities from DNS in both wrinkled and thickened-wrinkled flame regimes.

**Key Words** : Turbulent burning velocity, Premixed turbulent combustion, Zone conditional, Flame surface density

### 기 호 설 명

Alphabets		Greeks	
$Da$	Damköhler number	$u'$	Turbulent intensity
$D_{tu}$	Turbulent diffusivity	$U_T$	Turbulent burning velocity
$Ka$	Kalovitz number	$\delta_F$	Laminar flame thickness
$l_t$	Turbulent integral length scale	$\delta_L^0$	Effective laminar flame thickness
$S_{Lu}^0$	Laminar flame speed	$\epsilon$	Turbulent dissipation

### 1. 서 론

\* 포항공과대학교 기계공학과 대학원

\*\* 포항공과대학교 기계공학과

† 연락처, huh@postech.ac.kr

난류 화염 전파 속도는 난류 에혼합 화염의 특성을 결정하는 중요한 인자로 인식되고 있다. Bradley는 난류 강도와 칼로비츠수( $Ka$ )의 관계

식으로 화염의 stretch 효과를 나타내었으며 소염 한계 부근의 비선형성은  $Ka$ 의 영향이 큰 것으로 가정하였다.[2,3] Peters는 파브르 평균된  $G$ 의 전파식으로부터 화염의 평균 strain과 곡률 효과를 반영하여 난류 화염 전파 속도식을 유도하였다.[4] 그러나 현재까지 동일한 난류 강도 하에서 난류 특성 길이의 영향에 대해서는 정확히 밝혀진 바가 없다. 최근에 Gülder는 높은 난류 확산 계수가 난류 강도와 화염 면적밀도 간의 상대적으로 낮은 상관관계를 설명할 수 있는 가능성을 제시하였다.[5]

난류 화염 전파 속도에 대한 분산된 실험 결과들 때문에 정의 자체에 대해 비판적인 견해가 존재한다.[6] 예를 들어, 정체 화염이나 분진 화염의 경우 다른 화염 조건들에 비하여 상대적으로 낮은 화염 전파 속도를 보이는데.[7] 이는 미연영역으로부터 기연영역을 향한 감속 화염이나 중력 반대 방향으로 위치한 화염에서의 Rayleigh-Taylor instability의 추가적인 안정화 작용에 기인하는 것으로 알려져있다.

난류에 혼합 화염과 관계된 대부분 엔지니어링 문제에서 난류 화염은 충분히 빠른 화학 반응 속도 조건에 따라 충분히 얇은 화염편 구조를 가진다. KPP 분석법에 의하면 난류 화염 전파 속도는 미연 가스에 의한 구배 확산이 지배적으로 일어나는 화염 선단부의 전파 속도 대역 중 가장 낮은 영역에 의하여 결정된다.[8,9] 그러나 최근에 전파 속도 대역과 그 선택에는 미연, 기연 두 영역의 내부 구조가 결정적인 영향을 끼친다는 연구 결과가 제시되었다.[10] 영역 조건 접근법[11]은 화염의 내부 구조와 화염 전파 속도에 영향을 줄 수 있는 미연, 기연 영역에서의 질량, 운동량, 에너지 균형을 설명할 수 있다. 본 연구에서는 화염 선단부에서의 영역 조건  $\bar{c}$  전달식의 접근식으로부터 난류 화염 전파 속도식을 유도하였다. 이전 연구에서 직접 수치 해법을 이용하여 감쇠 난류 조건 하의 wrinkled flamelet 영역에 해당하는 연소 조건에 대하여 관계식을 일차적으로 검증하였다.[1] 본 연구에서는 계산 조건을 확장하여 강한 난류 강도를 가지는 thin reaction zone 영역까지 연소 조건을 확장하였으며 난류 강도와 화염 전파 속도의 증가량이 비례하지 않는 bending 효과를 확인하고 관계식을 검증하였다.

## 2. 관계식 유도

Damköhler 수가 큰 경우 화염의 반응 영역은 아주 얇아지므로 연소 영역은 미연, 기연 두 영역으로 나뉜다고 가정할 수 있다. 우선 아래와

같은 Heaviside 함수를 정의하였다.

$$H_{c^*}(\mathbf{x}, t, x) = H(c - c^*) = \begin{cases} 1 & \text{if } c(\mathbf{x}, t) \geq c^* \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (1)$$

반응 진행 상수  $c^*$ 는 화염 면적 밀도가 정의되는 위치인 0.8로 가정하였다. Heaviside 함수의 균형식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial H_{c^*}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla H_{c^*} = S_L \Sigma \quad (2)$$

$S_L$ 은 국부 층류 화염 전파 속도이다. 일시적인 화염 면적 밀도  $\Sigma$ 는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\Sigma = |\nabla c \delta(c - c^*)| \quad (3)$$

식 (2)에 앙상블 평균을 취하여 레이놀즈 평균된 반응 진행 상수의 영역 조건 평균 전달식을 얻을 수 있다.[11]

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \langle \mathbf{v} \rangle_u \cdot \nabla \bar{c} = (\langle \mathbf{v} \rangle_u - \langle \mathbf{v} \rangle_{su}) \cdot \nabla \bar{c} + \langle \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n}' \rangle_{su} \Sigma_f + S_L \Sigma_f \quad (4)$$

화염 면적 밀도  $\Sigma_f$ 와 평균 반응 진행 상수  $\bar{c}$ 는  $\Sigma$ 와  $H_{c^*}$ 에 앙상블 평균을 취하여 얻을 수 있다. 그리고  $\nabla H_{c^*} = -\mathbf{n} \Sigma$ 의 관계가 성립한다. 하첨자  $su$ 는 반응 영역, 즉 화염면에 인접한 미연 가스의 조건값을 나타낸다.  $\mathbf{n}$ 은 화염면에서 미연 가스를 향한 단위 방향 벡터를 나타내며 평균화되면  $-\langle \mathbf{n} \rangle_s \Sigma_f = \nabla \bar{c}$ 의 관계가 성립한다.

본 연구에서는 화염 선단부에서 즉,  $\bar{c}$ 가 0에 가까워 질수록 나타나는 식 (4)의 점근 특성에 주목하였다. 식 (4) 우변의 첫 번째 항은 다음과 같이 모델링 할 수 있다.[11]

$$(\langle \mathbf{v} \rangle_u - \langle \mathbf{v} \rangle_{su}) \cdot \nabla \bar{c} \approx D_{tu} \nabla^2 \bar{c} \quad (5)$$

$D_{tu}$ 는 미연 가스의 난류 확산도이며 식 (4) 우변의 두 번째 항은 다음과 같이 모델링 할 수 있다.[11]

$$\langle \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n}' \rangle_{su} \Sigma_f \approx K \langle k \rangle_u^{0.5} \Sigma_f = K \langle k \rangle_u^{0.5} (1 - \langle \mathbf{n} \rangle_s \cdot \langle \mathbf{n} \rangle_s)^{0.5} \Sigma_f \quad (6)$$

$K$ 는 1 근처의 값을 가지는 임의의 상수이다.  $\langle \mathbf{n} \rangle_s$ 의 크기는 화염의 선단부로 갈수록 1에 가

가워진다. 1차원 전파 안정 화염의 레이놀즈 평균 반응 진행 상수의 점근식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U_T \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = D_{tu} \frac{d^2 \bar{c}}{dx^2} + I_0 S_{Lu}^0 \Sigma_f \quad (7)$$

$I_0$ 는 층류 화염의 화염 선단부에서의 평균 stretch factor이다. 식 (7)을 지수 함수 형태로 풀면 아래 식이 성립한다.[10]

$$\frac{d\bar{c}}{dx} \approx \frac{\bar{c}}{L_w} \text{ as } \bar{c} \rightarrow 0. \quad (8)$$

추가적으로 화염 선단부에서는 근사적으로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\frac{d^2 \bar{c}}{dx^2} = \frac{\bar{c}}{L_w^2} \text{ and } \Sigma_f = \frac{d\bar{c}}{dx} = \frac{\bar{c}}{L_w} \text{ as } \bar{c} \rightarrow 0. \quad (9)$$

식 (8)과 식(9)로부터 아래식을 설명할 수 있다.

$$\frac{1}{c} \frac{d\bar{c}}{dx} = \frac{d\Sigma_f}{d\bar{c}} = \frac{1}{L_w} \text{ as } \bar{c} \rightarrow 0. \quad (10)$$

식 (9)와 식 (10)의 길이 scale  $L_w$ 은 화염 선단부 주름의 길이 스케일, 혹은  $\bar{c}$  변화량의 특성 스케일로 대체할 수 있다. 난류 화염 전파 속도식 (7)로부터  $U_T$ 의 점근식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$U_T = \frac{D_{tu}}{L_w} + I_0 S_{Lu}^0 \quad (11)$$

화염 조건이 난류가 상대적으로 약한 wrinkled flamelet 영역에 해당할 경우  $\bar{c}$ 에 따른  $\Sigma_f$ 의 형상은 포물선 대칭형이며 이 때 역 스케일  $1/L_w$ 은  $4\Sigma_{max}$ 로 근사할 수 있다.[1]

$$U_T = 4D_{tu}\Sigma_{max} + I_0 S_{Lu}^0 \quad (12)$$

본 연구에서 난류 확산도  $D_{tu}$ 는 난류 강도와 난류 특성길이의 함수로 나타내었으며  $I_0$ 는 선행된 직접 수치 해법결과를 참고하여 1로 가정하였다.

### 3. 직접 수치 해법

등방성 비감쇠 난류 조건 하의 통계적 안정 난류 화염을 모사하기 위하여 비압축성 Navier-Stokes식을 1단계 화학 반응식과 함께 3차원 직접 수치 해법을 이용하여 모사하였다. 난류 유동장은 spectral 방법으로 wave-number 공간에서 계산하였다. 반면에 단일 화학 반응 식은 유한 차분 법을 이용하여 물리 공간에서 계산하였다. 매 시간 간격마다 spectral 코드는 난류 유동장 정보를 갱신하며 유한 차분 코드는 이를 넘겨 받아 화학 반응 식과 결합하여 계산한다. 비압축성 유동 계산의 경우 화학 반응 계산과 유동장 계산은 독립적으로 이루어진다.

spectral 계산에서 모든 관련 변수들은 이산 Fourier 변환을 통해 물리 공간으로부터 wave-number 공간으로 변환된다. 비선형 Fourier 상수  $u_i u_j$ 는 물리 공간에서 계산된 후 spectral 공간으로 변환, 전달된다. Aliasing 에러는 standard 2/3<sup>rd</sup> rule를 통해 제거하였다.[13] 난류 에너지장은 통계적 안정 난류 조건을 유지하기 위하여 Neal의 방법을 이용하여 초기화하고 강화하였다.[14] 난류 강도 조건과 상관없이 일정한 난류 특성 길이를 얻기 위하여 강화하는 wave-number 범위를 인위적으로 조절하였다.

유한 차분 코드는 시간 적분을 위하여 low storage 4차 Runge-Kutta 법[15]을 사용하였으며 공간 적분을 위해서는 6차 compact scheme [16]을 사용하였다. 일차 화학 반응물 식은 다음과 같은 Arrhenius 형태를 사용하였다.

$$w = AY_R \exp(-A_c/(1+BY_R)) \quad (13)$$

$A$ 는 pre-exponential factor이며  $Y_R$ 은 표준화된 반응물의 질량 분율이다. 본 연구에서 반응 진행 상수는  $c=1-Y_R$ 로 정의하였다.  $A_c$ 는  $T_a/T_u$ 이며  $T_a$ 와  $T_u$ 는 각각 활성화 온도와 미연 가스의 온도를 나타낸다.  $B$ 는  $T_l/T_u+1$ 이며  $T_l$ 는 기연 가스의 온도이다. 본 연구에서  $A_c$ 와  $B$ 의 값으로는 각각 20과 7을 사용하였다. Pre-exponential factor  $A$ 는 층류 화염 속도와 층류 화염 두께를 변화시키기 위하여 조절하였다.

무한한 평면 화염을 모사하기 위하여 위,아래, 옆 벽면에는 주기적 경계 조건을 적용하였으며 유동의 진행 방향에 대해서는 유입, 유출 경계 조건을 적용하였다.[17] 유동장과 반응물  $Y_R$ 의 정보를 통계적 안정 화염이 얻어진 후 최소한 6 eddy turn over 이상의 기간 동안 일정한 간격마

Table 1 Common parameters for three different groups.

**A is the pre-exponential factor in Eq. (13)**

	$l_t$ [cm]	$\delta_F$ [cm]	$\delta_L^0$ [cm]	$S_{Lu}^0$ [cm/s]	A	$l_t/\delta_F$
Group						
R	0.65	0.0667	0.22	0.300	308	9.8
T	0.65	0.1231	0.40	0.163	90	5.3
L	0.34	0.0667	0.22	0.300	308	5.1

다 수집하여 평균하고 후처리하였다. 모사 영역의 크기는 각 방향으로  $4\pi \times 2\pi \times 2\pi$  [cm]이다. 격자의 크기는 Kolmogorov 특성 길이보다 작도록 하였으며 화염 내부 구조를 제대로 모사하기 위하여 층류 화염 내부에 적어도 6개 이상의 격자를 할당하였다.

### 4. 모사 조건

Table 1과 같이 3 그룹으로 분류할 수 있는 18개의 케이스를 설정하였다. 난류 특성 길이는 주기적 경계 조건이 무리 없이 정의될 수 있도록 충분히 작게 하였다. 각 18개 케이스의 세부 조건들은 Table 2에 나타내었으며 각 케이스에 해당하는 연소 영역은 Fig. 1에 나타나있다. Wrinkled, thickened-wrinkled 연소 영역이 구현되었으며 Thickened-wrinkled 연소 영역은  $Ka$ 가 1에서 100사이에서 위치할 때의 연소를 나타낸다. 동일 그룹 내의 연소 조건들은  $l_t/\delta_F$  등 모든

조건들을 같게 유지한 채 난류 강도만을 변화시켰다. 그룹 R과 T는 동일한  $u'/S_{Lu}^0$  과 난류 특성 길이 값을 가지지만 층류 화염 두께와 층류 화염 속도가 다르다. 그룹 R와 L은  $u'/S_{Lu}^0$  과 층류 화염 조건을 공유 하지만 난류 특성 길이 조건이 차별화되었다. 그룹 T와 L은 난류, 층류 화염 특성이 모두 다르지만 Fig. 1과 같이 동일한 연소 조건을 가지도록 하였다. 연소 조건을 결정하는  $u'/S_{Lu}^0$ ,  $l_t/\delta_F$ ,  $Ka$ 의 세 변수 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$Ka = (u'/S_{Lu}^0)^{2/3} (l_t/\delta_F)^{-1/2} \tag{14}$$

Table 2에 나타난 것과 같이 난류 강도가 증가할 때  $Da$ 는 감소하는 반면  $Ka$ 는 증가한다. 점성 계수와 슈미츠 수( $Sc$ )는 각각 0.02 [ $cm^2/s$ ]와 0.753으로 고정하였다. 난류 확산도는 관계식  $D_{tu} = u'^2 T_L$ 로 추정하였으며  $T_L$ 은 라그랑지안 특성 시간 스케일이다.  $T_L$ 은 상수  $C_0$ 와 난류 조건 변수 사이의 관계식으로 표현할 수 있다.

$$T_L^{-1} = 0.75 C_0 \epsilon / k \tag{15}$$

Pope는  $C_0$ 의 값으로 5.0에서 6.5사이의 값을 제시하였으며 본 연구에서는 5.0을 취하였다.[18,19]

### 5. 결과 및 검토

평균 유동 유입 속도가 층류 화염과 같은 상태인 층류 화염 상태에서부터 모사를 시작하였다. 총 기연 가스의 부피가 모사 영역에서 일정하게 유지되도록 매 5 시간 간격마다 평균 유동 유입 속도를 조절하였다. 그 결과 층류 화염의 난류 화염으로의 발달 과정과 상관없이 화염을 모사 영역내의 특정 위치에 고정시켜 통계적 안정 화염을 얻을 수 있었으며 이 때의 평균 유동 유입 속도는 난류 화염 전파 속도와 같다. 층류 화염이 난류 화염으로 완전히 발달하기까지는 대략

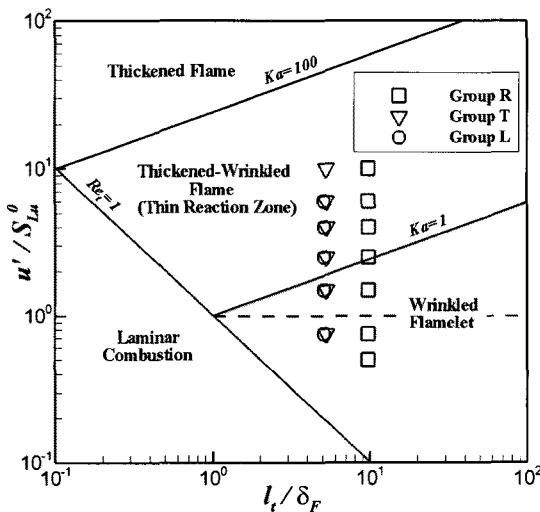


Fig. 1 Eighteen cases in the regime diagram of turbulent premixed combustion by Peters[3].

Table 2 Specific parameters for all DNS cases

Case	$u'$ [cm/s]	$u'/S_{L_u}^0$	$l_\eta$ [cm]	$k$ [cm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	$\epsilon$ [cm <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	$\tau_t$ [s]	$D_{tu}$ [cm <sup>2</sup> /s]	$Ka$	$Re_t$	$Da$
R1	0.15	0.50	0.139	0.034	0.021	4.53	0.001	0.11	5.16	19.75
R2	0.23	0.75	0.112	0.076	0.051	3.08	0.020	0.21	7.81	13.17
R3	0.45	1.50	0.075	0.305	0.244	1.46	0.068	0.58	14.88	6.59
R4	0.75	2.50	0.054	0.847	0.919	0.83	0.138	1.30	23.25	3.72
R5	1.20	4.00	0.042	2.170	2.590	0.53	0.322	2.53	37.80	2.47
R6	1.80	6.00	0.033	4.870	7.000	0.36	0.601	4.65	57.60	1.65
R7	3.00	10.00	0.024	13.530	26.470	0.22	1.226	10.00	97.50	0.99
T2	0.12	0.75	0.150	0.022	0.016	5.27	0.006	0.33	3.92	6.13
T3	0.24	1.50	0.108	0.090	0.058	2.89	0.025	0.92	8.60	3.06
T4	0.41	2.50	0.080	0.248	0.195	1.67	0.056	1.98	13.86	1.84
T5	0.65	4.00	0.061	0.636	0.642	0.97	0.113	4.00	20.41	1.15
T6	0.98	6.00	0.047	1.434	1.684	0.63	0.217	7.35	30.32	0.77
T7	1.63	10.00	0.036	3.968	4.830	0.42	0.580	15.81	55.28	0.46
L2	0.23	0.75	0.079	0.077	0.194	1.54	0.005	0.29	3.93	6.93
L3	0.45	1.50	0.055	0.306	0.870	0.72	0.020	0.84	7.32	3.23
L4	0.75	2.50	0.043	0.850	2.390	0.47	0.053	1.71	13.35	2.14
L5	1.20	4.00	0.033	2.116	6.716	0.29	0.119	3.54	20.40	1.28
L6	1.80	6.00	0.025	4.920	19.970	0.19	0.216	6.56	30.77	0.84

2 eddy turn over times 정도 소요되는 것을 Fig. 2에서 확인할 수 있다. 본 연구의 모사 조건은 비압축성 유동을 가정하였기 때문에 연소 시 부피 팽창이나 화학 반응으로부터 난류 유동으로의 스칼라 전달 현상 등은 고려하지 않았다.

직접 수치 해법 결과로부터 얻은  $u'/S_{L_u}^0$ 에 따른 난류 화염 전파 속도 값을 Fig. 3에 나타내었다. 난류 강도가 층류 화염 속도의 3배가 될 때 까지 난류 화염 전파 속도는 선형적으로 증가한

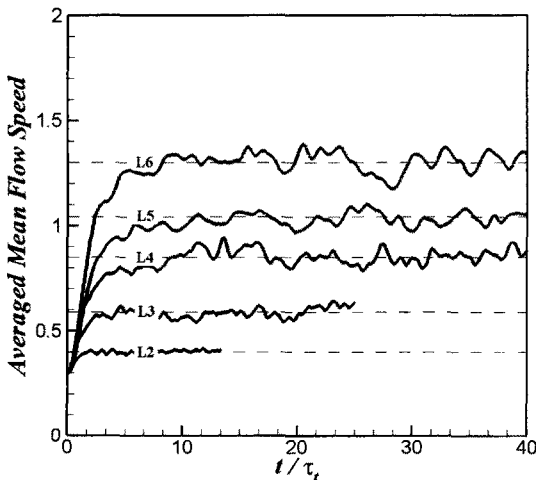


Fig. 2 Temporal variation of the mean inflow speeds for the cases in the group L

다. 이 때  $Ka$ 는 2정도이며 Fig. 1의 wrinkled 화염 영역을 조금 벗어난 위치에 해당한다. 같은  $l_i/\delta_f$  비를 공유 하는 그룹 T와 L의 결과는 세부 난류, 층류 화염 조건이 모두 다르지만 Fig. 3에서 같은 점을 공유하는 것을 알 수 있다.  $Ka$ 와 난류강도가 증가하면 층류 화염 두께는

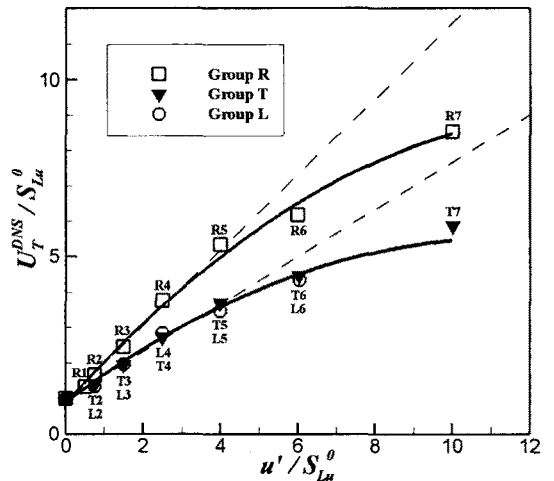


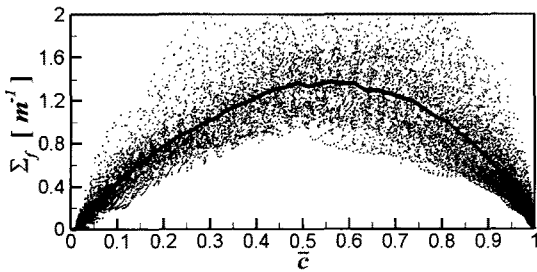
Fig. 3 Turbulent burning velocities from DNS (The group T and L are overlapping on a single curve. Dotted lines represent extended linear relationships.)

Kolmogorov length scale에 비해 확연히 두꺼워 지는데 이 때부터 난류 화염 전파 속도는 비선형적으로 증가하는 것을 확인할 수 있다. 이는 잘 알려진  $U_T/S_{Lu}^0$ 와  $u'/S_{Lu}^0$ 사이의 bending 효과로써 여러 실험 연구들에서 보고되어왔다.[20] 그룹 T와 L의 증첩된 선은  $U_T/S_{Lu}^0$ 가 두 무차원 수  $u'/S_{Lu}^0$ 와  $l_t/\delta_F$ 의 함수로 나타내질 수 있다는 것을 의미한다. 그룹 T, L과 보다 높은  $l_t/\delta_F$ 값을 가지고 있는 그룹 R의 차이는 무차원 수  $\Sigma_{max}l_t$ 가 높아짐으로 인해 화염면이 보다 효과적으로 주름질 수 있기 때문이라고 생각된다.  $l_t/\delta_F$ 에 의한 영향은  $u'/S_{Lu}^0$ 가 대략 6보다 작을 때까지 나타나며 Fig. 7에서 확인할 수 있다.

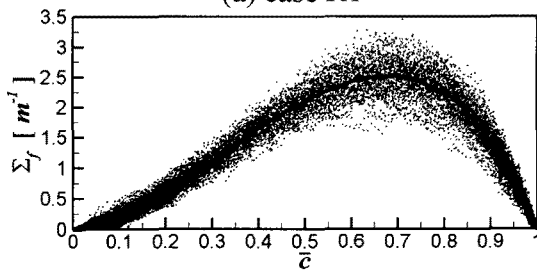
케이스 R1과 R7의  $\bar{c}$ 에 따른 화염 면적 밀도의 변화를 Fig. 4(a)와 Fig. 4(b)에 나타내었다. Fig. 5에는  $(1/\bar{c})/(d\bar{c}/dx)$ 의 변화를  $\bar{c}$ 가 0으로 갈 때 얻을 수 있는 접근 값  $1/L_w$ 와 함께 나타낸다. Fig. 4와 Fig. 5의 검정색 평균 선을 얻기 위해  $\bar{c}$ 영역을 각각 40, 100구간으로 나누었다. Fig. 5에서  $\bar{c}$ 가 0에 다가가면  $(1/\bar{c})/(d\bar{c}/dx)$ 의 변동이 심해지는 것을 볼 수 있는데 접근 값을 얻기 위해  $\bar{c}$ 가 0.01 일 때 평균 선을 외삽하였다. Fig. 4의 변동은 모사 영역내에서 화염면 부분이 한정되어 있기 때문인 것으로 생각된다. 난류 강도가 강해질 수록 최대 화염 면적 밀도가 나타나는  $\bar{c}$ 지점은 화염의 말단부로 이동하는 것

을 확인할 수 있다. 이는 난류 강도가 강해지면 화염 선단부의 화염면 주름의 특성 스케일이 화염의 말단부에서보다 커지는 것을 의미한다. 화염 면적 밀도는  $\bar{c}$ 가 작은 wrinkled 화염 영역에서 포물선 대칭형이며 이 때 화염 선단부의 접근 기울기  $1/L_w$ 는  $4\Sigma_{max}$ 로 가정할 수 있다.[1]  $Ka$ 가 1보다 커지면 가장 작은 난류 소용돌이가 두꺼운 화염면 내부로 침투하여 화염의 내부 구조를 변화시키게 되며 연소 조건은 thickened-wrinkled 화염 혹은 think reaction zone 영역으로 변화하게 된다. 이 때부터는 Fig. 4(b)에서와 같이 접근 기울기  $1/L_w$ 는  $4\Sigma_{max}$ 보다 작아지게 되며 식 (12)로 예측된 값은 식 (11)로 예측된 값에 비해 커지게 된다.

모든 케이스의 최대 화염 면적 밀도와 난류 특성 길이의 곱을  $u'/S_{Lu}^0$ 의 변화에 따라 Fig. 6에 나타내었다. Table 1에서와 같이 한 그룹 내에서  $l_t$ 와  $\delta_F$ 값은 일정하게 유지되었다. 난류 강도가 낮을 때에는 최대 화염 면적 밀도의 변화가 거의 없지만  $u'/S_{Lu}^0$ 가 3보다 커져 연소 영역이 thickened-wrinkled 화염 영역에 접어들면서부터는 증가하기 시작하는 것을 확인할 수 있다. 반면에  $1/L_w$ 는 Fig. 7에서  $u'/S_{Lu}^0$ 가 증가할수록 계속 감소하는 경향을 보여주고 있다. 그룹 T와 L의 추세선은 Fig. 6과 Fig. 7에서 역시 증첩하는 양상을 보여주고 있는데 이는  $\Sigma_{max}l_t$ 와  $1/L_w$ 역시 두 무차원 수  $u'/S_{Lu}^0$ 와  $l_t/\delta_F$ 의 함수임을

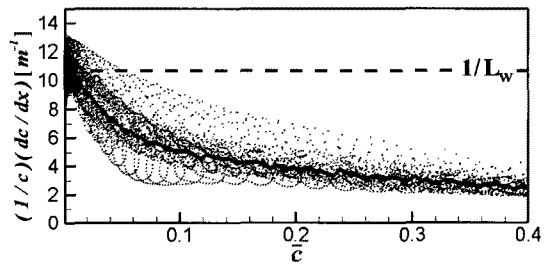


(a) case R1

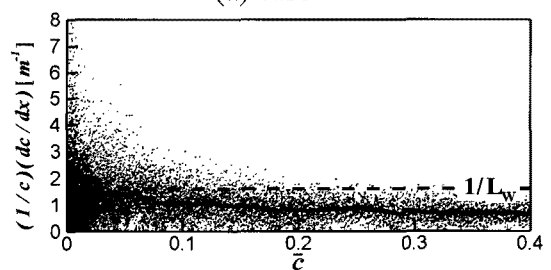


(b) case R7

Fig. 4 Flame surface density with respect to  $\bar{c}$  for the case R1 (a) and R7 (b)



(a) case R1



(b) case R7

Fig. 5  $(1/\bar{c})/(d\bar{c}/dx)$  with respect to  $\bar{c}$  for the case R1 (a) and R7 (b)

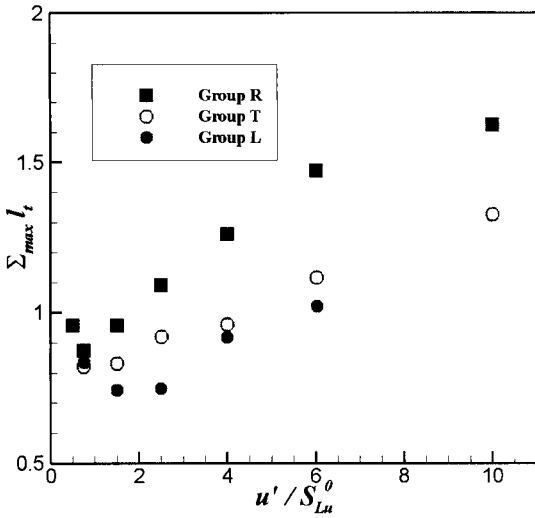


Fig. 6 Relationships between maximum flame surface density and turbulent intensity

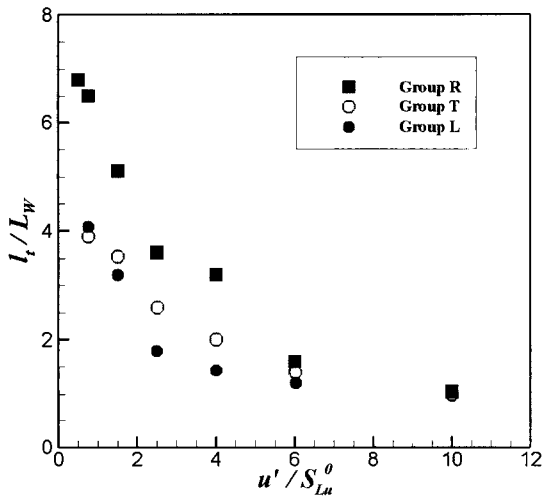


Fig. 7 Relationships between  $l_t/L_w$  and  $u'/S_{Lu}^0$

나타낸다. Fig. 7에서  $u'/S_{Lu}^0$ 가 10 이상으로 커질 때, 모든 그룹의  $L_w$ 가  $l_t$ 와 같아지는 것을 확인할 수 있다.

직접 수치 해법으로부터 얻어진 난류 화염 전파 속도와 예측식 (11)과 (12)로부터 얻은 값을 Fig. 8에서 비교하였으며 결과가 일치하는 것을 확인할 수 있다.  $Ka$ 가 작은 wrinkled 화염 영역에서는 예측식 (11)와 (12)로부터 얻어진 결과가 동일한 것을 확인할 수 있다. 즉 예상했던대로, 예측식 (12)는 연소 조건이 wrinkled 화염 영역에 위치할 때에만 난류 화염 전파 속도를 제대로 예측할 수 있었으며 예측식 (11)은  $Ka$ 가 높은

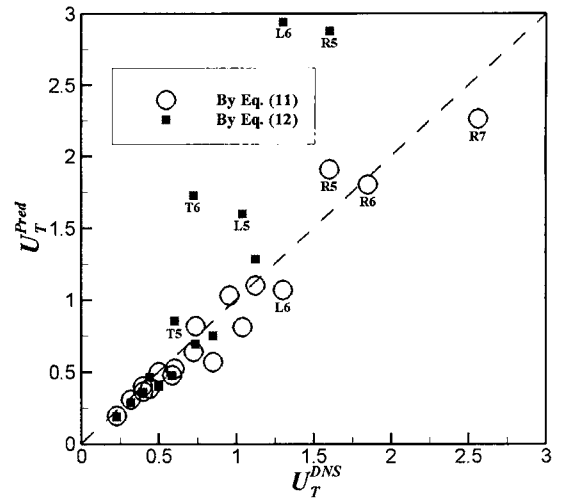


Fig. 8 Comparison of the turbulent burning velocities from DNS and the analytical expressions by Eqs. (11) and (12)

tinkened-wrinkled 화염 영역에 이르기까지 모든 연소 조건하에서 난류 화염 전파 속도를 예측할 수 있었다. Fig. 8에서 예측식 (11)로 예측된 모든 케이스의 난류 화염 속도 값이 직접 수치 해법으로 얻어진 결과와 비교할 시  $y=x$  선 주위에 분포되어 있는 모습을 확인할 수 있다.

## 6. 결론

1차 Arrhenius 화학 반응과 비감쇠 난류 조건하의 3차원 비압축성 유동을 직접 수치 해법을 이용하여 모사하였다. 직접 수치 해법으로부터 얻어진 난류 화염 전파 속도값을 화염 선단부에서의 영역 조건 전달식의 점근식으로부터 유도한 예측식과 비교하였다. 예측식은 층류의 영향과 난류의 영향으로 인한 부분의 합으로 이루어져 있으며 난류의 영향으로 인한 부분은 미연 가스의 난류 확산도, 화염 선단부 주름의 역 길이 스케일의 곱으로 구성되어 있다. 역 길이 스케일  $1/L_w$ 는  $\bar{c}$ 가 0으로 갈 때  $\bar{c}$ 에 대한  $(1/\bar{c})/(d\bar{c}/dx)$ 의 분포를 평균하여 구하였다. 예측식에 의한 난류 화염 전파 속도가 직접 수치 해법으로 얻은 난류 화염 전파 속도를 잘 추종하였다. 주어진 그룹 내에서  $l_t/\delta_F$ 를 일정하게 유지한 채 난류 강도를 변화시켰으며 각 그룹마다 일관성 있는 결과를 보여주었다. 난류 화염 전파 속도와 층류 화염 속도의 비  $U_T/S_{Lu}^0$ 는 두 무차원 수  $u'/S_{Lu}^0$ 와  $l_t/\delta_F$ 의 함수인 것으로 보이며 두 무차원 수는  $Ka$ 수와 연관되어 있다. 본 연구에서 제안한  $U_T/S_{Lu}^0$ 의 예측식은  $Le$  수가 1인

경우 Bradley [2]의 관계식과 정성적으로 일치하는 경향을 보인다. 역 길이 스케일  $1/L_w$ 은 이전의 연구 [1]에서 wrinkled 화염 영역에서  $4\Sigma_{max}$ 로 주어졌으며 난류 강도가 강해짐에 따라  $U_T/S_{Lu}^0$ 은 선형적으로 증가한다.  $Ka$ 수가 높은 thinkend-wrinkled 화염 영역에서는 난류 강도가 강해짐에 따라 난류 화염 전파 속도의 증가율이 감소하여  $U_T/S_{Lu}^0$ 가 비선형적으로 증가하기 시작한다.  $l_t/\delta_F$ 가 크거나  $Ka$ 가 작을수록 화염면의 wrinkling이 더 효율적으로 진행될 수 있기 때문에 난류 강도가 일정 수준으로 증가할 때까지 난류 화염 전파 속도와 무차원 수  $\Sigma_{max}l_t$ 가 증가하는 경향을 보여준다.  $Ka$ 가 커져 화염 두께가 두꺼워지면 화염의 말단부에 비해 선단부에서의 주름 길이 스케일이 커지기 때문에  $\bar{c}$ 에 따른 최대 화염 면적 밀도의 분포가 비대칭성을 보이게 된다.

### 참고문헌

- [1] K. Y. Huh, S. H. Kim, S.Y. Kim, *Proc. of Summer Program*, CTR, Stanford University, 2004, pp.269-282.
- [2] D. Bradley, *Proc. Combust. Inst.* 24 (1982) 247
- [3] D. Bradley, AKC Lau, M. Lawes, *Phil. Trans. RSoc. London* (1992) 338-359
- [4] N. Peters, *J. Fluid Mech.* 384 (1999) 107-132
- [5] ÖL Gülder, *Proc. Combust. Inst.* 31 (2007) 1369-1375
- [6] S. A. Filatyev, J. F. Driscoll, C. D. Carter, J. M. Donbar, *Combust. Flame* 141 (2005) 1-21
- [7] F. Cho, C. K. Law, J. R. Hertzberg, R. K. Cheng, *Proc. Combust. Inst.* 21 (1980) 1493-1499
- [8] A. Kolmogorov, I. Petrovskii, N. Piskunov, *Bull. MGU, Moscow State University, USSR* (1) 6 (1937)
- [9] Y. B. Zel'dovich, G. I. Barenblatt, V. B. Librovich, G. M. Makhviladze, *The Mathe. Theory of Combust. and Explo.*, Newyork, Plenum Press (1985)
- [10] C. Corvellec, P. Bruel, V. A. Sabel'nikov, *Combust. Flame* 120 (2000) 585-588
- [11] E. Lee, Y. H. Im, K. Y. Huh, *Proc. Combust. Inst.* 30 (2005) 851-857
- [12] A. Trounev, T. Poinsot, *J. Fluid Mech.* 278 (1994) 1-31
- [13] D. Gottlieb, S. A. Orszag, *Numerical Analysis of Spectral Methods: Theory and Applications*, SIAM, 1977, p.153.
- [14] N. P. Sullivan, S. mahalingam, R. M. Kerr, *Phys. Fluids* 6 (4) (1994) 1612-1614
- [15] C. A. Kennedy, M. H. Carpenter, R. M. Lewis, *App. Numer. Mathe.* 35 (2000) 177-219
- [16] S. K. Lele, *J. Comput. Physics* 103 (1992) 16-42
- [17] T. J. Poinsot, S. K. Lele, *J. Comput. Physics* 101 (1992) 104-129
- [18] S. B. Pope, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 26 (1994) 23-63
- [19] J. C. H. Fung, J. C. R. Hunt, N. A. Malik, R. J. Perkins, *J. Fluid Mech.* 236 (1992) 1-83
- [20] A. N. Lipatnikov, J. Chomiak, *Prog. Energy Combust. Sci.* 28 (2002) 1-74