

폴디드 하이퍼큐브와 이븐연결망, 오드연결망 사이의 임베딩 알고리즘

(Embedding Algorithm among Folded Hypercube,
Even Network and Odd Network)

김종석[†] 심현^{**} 이형욱^{***}
(Kim Jongseok) (Sim Hyun) (Lee Hyeongok)

요약 본 논문에서는 하이퍼큐브보다 망비용이 개선된 폴디드 하이퍼큐브 연결망과 이븐연결망, 오드연결망 사이의 임베딩을 분석한다. 연구 결과로 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 을 이븐연결망 E_{n-1} 에 연장을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 보이고, 이븐연결망 E_d 을 폴디드 하이퍼큐브 FQ_{2d-3} 에 연장을 1에 임베딩 가능함을 보인다. 또한, 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 은 오드연결망 O_{n-1} 에 연장을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 보이고, 오드연결망 O_d 는 폴디드 하이퍼큐브 FQ_{2d-1} 에 연장을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 보인다. 마지막으로, 이븐연결망 E_d 은 오드연결망 O_d 에 연장을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 보이고, 오드연결망 O_d 는 이븐연결망 E_{d-1} 에 연장을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 보인다.

키워드: 폴디드 하이퍼큐브, 이븐연결망, 오드연결망, 임베딩

Abstract In this paper, we will analyze embedding among Folded Hypercube, Even Network and Odd Network to further improve the network cost of Hypercube. We will show Folded Hypercube FQ_n can be embedded into Even Network E_{n-1} with dilation 2, congestion 1 and Even Network E_d can be embedded into Folded Hypercube FQ_{2d-3} with dilation 1. Also, we will prove Folded Hypercube FQ_n can be embedded into Odd Network O_{n-1} with dilation 2, congestion 1 and Odd Network O_d can be embedded into Folded Hypercube FQ_{2d-3} with dilation 2, congestion 1. Finally, we will show Even Network E_d can be embedded into Odd Network O_d with dilation 2, congestion 1 and Odd Network O_d can be embedded into Folded Hypercube E_{d-1} with dilation 2, congestion 1.

Keyword Folded Hypercube, Even Network, Odd Network, Embedding

1. 서론

최근 이미지 파일, 동화상, 실시간 처리 등의 많은 응용 분야에서 고성능의 컴퓨터에 대한 요구가 증가하고

있다. 고성능을 얻기 위한 방법으로 병렬처리에 대한 필요성이 크게 증가하여 병렬컴퓨터에 대한 연구가 많이 진행되고 있다. 병렬처리 컴퓨터는 다중프로세서(multi-processor) 시스템과 다중컴퓨터(multi-computer) 시스템으로 분류한다. 다중컴퓨터 시스템은 자신의 기억장치를 갖는 프로세서들을 상호연결망(interconnection network)으로 연결하고, 프로세서들 간의 통신은 상호연결망을 통하여 메시지 전송 방식으로 구동되는 시스템이다. 다중컴퓨터 시스템에서 상호연결망은 전체 시스템의 성능과 시스템의 확장성에 큰 영향을 미친다.

널리 알려진 상호연결망으로 메쉬, 하이퍼큐브, 스타 그래프 등이 있다. 상호연결망을 평가하는 척도는 분지수(degree), 연결도(connectivity), 고장허용도(fault tolerance), 대칭성(symmetrical), 지름(diameter), 망비용(network cost), 방송(broadcasting), 임베딩(embedding) 등이 있다.

[†] 정회원 : 영남대학교 전자공학부 연구교수
rockhee7@gmail.com

^{**} 학생회원 : 순천대학교 컴퓨터공학과
simhyun@sunchon.ac.kr

^{***} 종신회원 : 순천대학교 컴퓨터교육과 교수
oklee@sunchon.ac.kr
(Corresponding author)

논문접수 : 2008년 2월 4일
심사완료 : 2008년 4월 10일

Copyright©2008 한국정보과학회: 개인 목적이나 교육 목적인 경우, 이 저술물의 전체 또는 일부에 대한 복사본 혹은 디지털 사본의 제작을 허가합니다. 이 때, 사본은 상업적 수단으로 사용할 수 없으며 첫 페이지에 본 문구와 출처를 반드시 명시해야 합니다. 이외의 목적으로 복제, 배포, 출판, 전송 등 모든 유형의 사용행위를 하는 경우에 대하여는 사전에 허가를 얻고 비용을 지불해야 합니다.

정보과학회논문지: 시스템 및 이론 제35권 제7호(2008.8)

하이퍼큐브는 노드 및 에지 대칭이고, 임베딩 관점에 있어서 링, 트리, 메쉬 등과 같은 다른 연결망 구조들이 효율적으로 임베딩 될 수 있다는 장점이 있다. 그렇지만 노드 개수의 증가에 따른 분지수의 증가로 인해 네트워크의 망비용이 증가하는 단점이 있다. 이러한 단점을 개선하고자 폴디드 하이퍼큐브[1], 이븐(even)연결망[2], 오드(odd)연결망[3] 등이 제안되었다. 본 논문에서는 하이퍼큐브보다 망비용이 개선된 폴디드 하이퍼큐브[3]와 오드연결망 및 이븐연결망 사이의 임베딩 알고리즘을 제안한다.

다양한 연결망 구조에서 여러 가지 문제들을 풀기 위해 병렬 알고리즘들이 설계되었다. 이 알고리즘들을 원래와는 다른 연결망 구조에서 실행시킬 수 있는 방법이 있다면 이는 이미 개발된 알고리즘을 효율적으로 사용할 수 있는 장점으로 인해 알고리즘 분야에서 의미 있는 연구이다. 이러한 연구방법 중 널리 사용되는 것으로 임베딩이 있다[4-8]. 임베딩은 한 연결망의 프로세서와 통신링크를 다른 연결망의 프로세서와 통신링크들로 사상(mapping)시키는 방법을 일컫는다.

본 논문에서는 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 을 이븐연결망 E_{n+1} 에 연장을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 보이고, 이븐연결망 E_d 을 폴디드 하이퍼큐브 FQ_{2d-3} 에 연장을 1에 임베딩 가능함을 보인다. 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 은 오드연결망 O_{n+1} 에 연장을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 보이고, 오드연결망 O_d 는 폴디드 하이퍼큐브 FQ_{2d-1} 에 연장을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 보인다. 이븐연결망 E_d 는 오드연결망 O_d 에 연장을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 보이고, 오드연결망 O_d 는 이븐연결망 E_{d+1} 에 연장을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 보인다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 폴디드 하이퍼큐브, 이븐연결망 및 오드연결망에 대하여 알아보고, 3장에서는 폴디드 하이퍼큐브와 이븐연결망, 오드연결망 사이의 임베딩을 보이며 4장에서 결론을 맺는다.

2. 관련연구

본 논문에서는 n 개의 이진수로 구성된 노드 X 의 비트스트링을 $x_1x_2...x_i...x_n$, ($x_i \in \{0,1\}$, $1 \leq i \leq n$)이라고 표현하겠다. n 개 비트스트링에서 심벌 x_i 를 i 번째 비트스트링이라고 표현하고, 심벌 x_i 의 보수(complement)를 \bar{x}_i 라고 표현하겠다. 노드 S 와 T 가 n 개의 이진비트스트링으로 구성되어 있다고 하면, 노드 S 와 T 사이의 해밍거리(hamming distance)는 S 와 T 의 비트스트링을 Exclusive-OR(이하 XOR)한 결과 비트스트링에서 이진수 "1"의 개수와 같다.

폴디드 하이퍼큐브는 El-Amawy와 Latifi[1]에 의해

제안된 연결망이다. 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 은 0부터 2^n-1 까지의 이진수로 표현되는 2^n 개의 노드들로 구성되어 있고, 각 노드는 n 개의 비트스트링 $s_1s_2...s_j...s_n$ 으로 표현된다. 에지 관계는 이진수의 비트스트링에서 정확히 1비트가 다른 임의의 두 노드 $U=s_1s_2...s_j...s_n$ 와 $V=s_1s_2...s_j...s_n$ 사이에 에지가 존재하고, 이러한 에지를 j -에지라 한다($1 \leq j \leq n$). 또한, 노드의 전체 비트스트링에 대한 보수 관계에 있는 임의의 두 노드 $U=s_1s_2...s_j...s_n$ 와 $V=\bar{s}_1\bar{s}_2...\bar{s}_j...\bar{s}_n$ 사이에 에지가 존재하고, 이러한 에지를 c -에지라 한다. 따라서 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 의 분지수는 $n+1$ 이고, 지름은 $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ 이고, n 이 홀수일 때만 이분할 연결망이다. 폴디드 하이퍼큐브에 대한 다양한 연구가 진행되고 있다[1,9,10]. 그림 1은 폴디드 하이퍼큐브 FQ_3 이다.

[2]에서 Ghafoor는 고장허용 다중컴퓨터에 대한 하나의 모형으로 이븐연결망 E_d 를 소개하였다. 이븐연결망 E_d 에 대한 연구는 최고고장허용도, 노드 및 에지 대칭성, 노드중복 없는 경로, 간단한 라우팅 알고리즘, 하다마드 매트릭스(hadamard matrix)를 이용한 고장허용도 등이 발표되었다. 이븐연결망 E_d 의 노드수는 $\binom{2d-2}{d-1}$ 이고, 분지수는 d 이며, 지름은 $d-1$ 이다. 이븐연결망 E_d 의 각 노드는 이진수의 비트스트링 $x_1x_2...x_i...x_{2d-3}$ 으로 나타내고, $2d-3$ 개의 비트스트링에서 이진수 "0"과 "1"의 개수는 한 개 차이난다. 노드를 연결하는 에지는 노드의 해밍거리(hamming distance)가 1 혹은 $2d-3$ 인 두 노드 사이에 에지가 존재한다. 해밍거리가 1인 두 노드를 연결하고 있는 에지를 i -에지라 하고, 해밍거리가 $2d-3$ 인 두 노드를 연결하고 있는 에지를 c -에지라 하겠다. 그림 2는 5개의 이진비트를 이용한 이븐연결망 E_4 이다.

오드연결망은 [1]에서 그래피론 모델의 하나로 발표되었는데, [3]에서 Ghafoor가 상호연결망으로 소개하였고 지금까지 여러 가지 성질들 즉, 최고고장허용도, 노드 및 에지 대칭성, 노드중복 없는 경로, 간단한 라우팅 알고리즘, 하다마드 매트릭스(hadamard matrix)를 이용한 고장허용도 등이 발표되었다. 오드연결망 O_d 의 노드

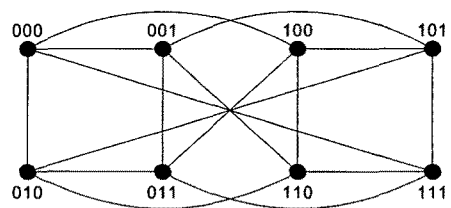


그림 1 폴디드 하이퍼큐브 FQ_3

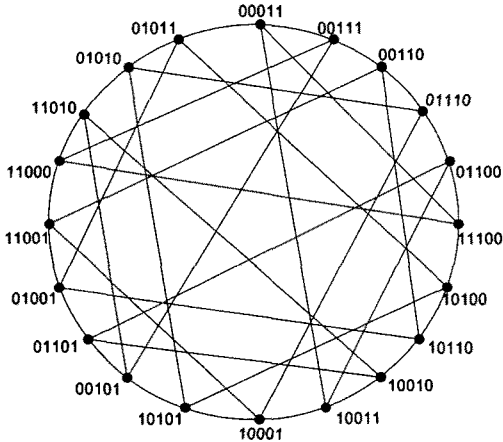


그림 2 이븐연결망 E_4

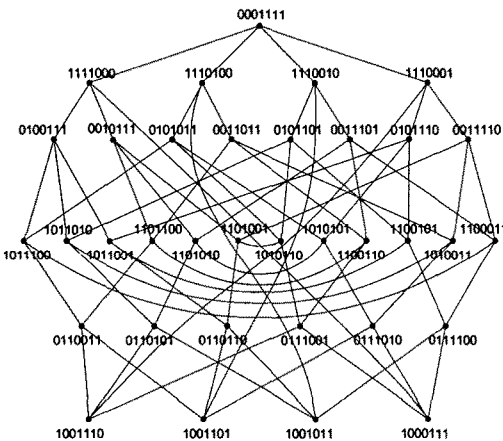


그림 3 오드연결망 O_4

수는 $\binom{2d-1}{d}$ 이고, 분지수는 d 이며, 지름은 $d-1$ 이다. 각 노드는 $2d-1$ 개의 이진수로 비트스트링 $x_1x_2...x_{i-1}x_{i+1}...x_{2d-1}$ 으로 나타내고, 이진수 "0"과 "1"의 개수는 한 개 차이난다. 노드를 연결하는 에지는 오직 하나의 비트스트링만 같은 두 노드 사이에 에지가 존재하고, 이러한 에지를 i -에지가 존재한다($1 \leq i \leq 2d-1$). 즉, 해밍거리가 $2d-2$ 인 두 노드 사이에 i -에지가 존재한다. 그림 3은 이진수 7개를 이용하여 노드를 나타내는 오드연결망 O_4 이다.

3. 폴디드 하이퍼큐브와 이븐연결망, 오드연결망 사이의 임베딩

이진 비트스트링에서 비트스트링의 첫 번째 비트가 "1"과 "0"으로 구성된 노드들의 집합을 각각 V^1 과 V^0 라 하자. 비트스트링에서 이진수 {0, 1}의 개수가

$num(1)=num(0)+1$ 인 노드들의 집합을 S^1 라고 하며, $num(0)=num(1)+1$ 인 노드들의 집합을 S^0 라고 하자. $num(x)$ 는 이진수의 비트스트링에서 이진수 x 의 개수를 나타낸다($x \in \{0, 1\}$).

상호연결망 $G(V,E)$ 에서 G 의 노드집합, 에지집합, 경로집합을 각각 $V(G)$, $E(G)$, 그리고 $P(G)$ 로 표현하겠다. 상호연결망 $G(V,E)$ 를 다른 상호연결망 $G'(V',E')$ 로 임베딩하는 함수 (Φ, ρ) 은 $V(G)$ 의 노드들을 $V'(G')$ 의 노드들로 사상하고, $E(G)$ 의 에지들을 $P(G')$ 의 경로들로 사상하는 것을 말한다. 즉, $V(G)$ 의 노드들을 $V'(G')$ 의 노드들로 사상하는 함수 $\Phi: V \rightarrow V'$ 이고, $E(G)$ 의 에지들을 $P(G')$ 의 경로들로 사상하는 함수는 $\rho: E \rightarrow P(G')$ 이다. 임베딩의 비용을 나타내는 대표적인 척도로 연장율(dilation)과 밀집율(congestion)이 있다. 연장율은 G 의 한 에지 (S, T) 를 구성하는 노드 S 와 T 가 G' 의 노드 S' 와 T' 로 사상되었을 때, 연결망 G' 의 노드 S' 에서 T' 까지 최단경로길이를 나타낸다. 즉, S' 에서 T' 까지 최단경로를 구성하는 에지의 개수를 의미한다. 연결망 G 가 G' 에 사상되었을 때, 밀집율은 G' 의 한 에지 e 를 경유하는 연결망 G 의 에지 개수를 의미한다. 즉, G' 의 한 에지 e 의 중복 사용회수를 나타낸다. 본 논문에서는 연결망 G 의 임의의 에지에 의해 연결되어 있는 두 노드의 관계를 몇 가지 경우로 나누어서 연장율이 1 또는 2임을 증명하겠다. 그리고 연장율 증명을 위해 제시된 각각의 경우에서 사용된 에지가 중복되지 않음을 보임으로써 밀집율이 1임을 보일 것이다. 에지가 중복된다는 것은 에지에 의해 연결되어 있는 노드들이 동일한 것을 의미하므로, 하나의 에지에 의해 연결되어 있는 두 노드 중 하나의 노드는 동일하다고 가정하고, 나머지 하나의 노드가 동일하지 않음을 보임으로써 각 경우에 사용된 에지가 중복 되지 않음을 보일 것이다.

정리 1. 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 는 이븐연결망 E_{n-1} 에 연장율 2, 밀집율 1에 임베딩 가능하다.

증명. 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 의 임의의 한 노드를 $U=u_1u_2...u_j...u_n$ 라고 하고, 노드 U 의 보수 노드를 $\bar{U}=\overline{u_1u_2...u_j...u_n}$ 라고 하자. 임의의 노드 U 의 비트스트링에서 첫 번째 비트를 제거한 비트스트링을 $t=u_2...u_i...u_n$ 라고 하겠다. 증명을 위해 임의의 이진비트스트링 t 와 U 를 접합(concatenation)한 비트스트링을 $t \cdot U$ 라고 표현하고, 비트스트링 $t \cdot U$ 는 간단히 tU 로 나타낸다. 접합연산자에 의한 tU 의 비트스트링은 $u_2u_3...u_j...u_nu_1u_2...u_j...u_n$ 이다. 노드 U 에 대한 임베딩의 사상함수 $\Phi(U)$ 는 다음과 같이 정의한다. $\Phi(U)=t\bar{U}=u_2u_3...u_j...u_nu_1u_2...u_j...u_n$ 이다. 그러면 $\Phi(U)$ 의 비트스트링의 길이는 $2n-1$ 이고, 이진 비트스트링의 개수는 $num(1)=$

$num(0) \pm 1$ 이다. 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 의 임의의 한 에지를 e 라고 하면, $e \in E(FQ_n)$ 이다. 예지 e 의 발생 조건에 따라 다음의 3가지 경우로 나누어 연장을 2임을 증명하겠다.

(경우1) 예지 e 가 보수 관계에 있는 두 노드를 연결할 때

예지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드를 U 와 V 라 하면, 두 노드는 U 와 $V = \bar{U}$ 라고 할 수 있다. 그러면 $\phi(U) = t\bar{U}$ 이고, $\phi(V) = \bar{t}U$ 이다. $\phi(U)$ 와 $\phi(V)$ 의 비트스트링의 길이가 $2n-1$ 이고, 이진수의 개수는 $num(1) = num(0) \pm 1$ 임을 알 수 있다. 그러므로 두 노드 $\phi(U)$ 와 $\phi(V)$ 는 이븐연결망 E_{n+1} 의 노드들임을 알 수 있고, $\rho(e) = (t\bar{U}, \bar{t}U)$ 임을 알 수 있으므로 예지 e 가 보수 관계에 있는 경우에는 연장을 1로 임베딩 가능함을 알 수 있다.

(예제1) 노드 $U=00111$, $V=11000$ 일 때, $\phi(U)=011111000$, $\phi(V)=100001111$ 이고, $\rho(e)=(011111000, 100001111)$ 이다.

(경우2) 예지 e 가 j -예지($1 \leq j \leq n$)이고 연결되어 있는 두 노드의 비트스트링의 첫 번째 비트가 다른 경우

예지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드를 U 와 V 라 할 때, 두 노드의 비트스트링을 $U=0t$ 와 $V=1t$ 라고 할 수 있다. 노드 사상함수에 의해 $\phi(U)=t\bar{t}$ 이고, $\phi(V)=t\bar{t}$ 이다. 사상된 노드 $\phi(U)$ 와 $\phi(V)$ 의 비트스트링의 길이는 $2n-1$ 이고, 이진수의 개수는 $num(1) = num(0) \pm 1$ 임을 알 수 있다. 그러므로 두 노드 $\phi(U)$ 와 $\phi(V)$ 는 이븐연결망 E_{n+1} 의 노드들임을 알 수 있고, $\rho(e) = (t\bar{t}, t\bar{t})$ 임을 알 수 있다. 따라서 예지 e 가 j -예지이고 연결되어 있는 두 노드의 비트스트링의 첫 번째 비트가 다른 경우에는 연장을 1로 임베딩 가능함을 알 수 있다.

(예제2) 노드 $U=00111$, $V=10111$ 일 때, $\phi(U)=011111000$, $\phi(V)=011101000$ 이고, $\rho(e)=(011111000, 011101000)$ 이다.

(경우3) 예지 e 가 j -예지($1 \leq j \leq n$)이고, 연결되어 있는 두 노드의 비트스트링의 첫 번째 비트가 같은 경우

예지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드를 $U=xB_10B_2$ 와 $V=xB_11B_2$ 라고 하자. x 는 이진수 0 또는 1이고, B_1 과 B_2 는 임의의 이진비트스트링을 나타내고, 비트스트링의 길이는 $0 \leq |B_1, B_2| \leq n-1$ 개 이다. 노드 사상함수에 의해 $\phi(U) = B_10B_2\bar{x}\bar{B}_1\bar{B}_2$ 이고, $\phi(V) = B_11B_2\bar{x}\bar{B}_1\bar{B}_2$ 이다. 사상된 노드 $\phi(U)$ 와 $\phi(V)$ 의 비트스트링의 길이는 $2n-1$ 이고, 이진수의 개수는 $num(1) = num(0) \pm 1$ 임을 알 수 있다. 그러므로 두 노드 $\phi(U)$ 와 $\phi(V)$ 는 이븐연결망 E_{n+1} 의 노드들임을 알 수 있고, $\rho(e) = (B_10B_2\bar{x}\bar{B}_1\bar{B}_2, B_10B_2\bar{x}\bar{B}_1\bar{B}_2), (B_10B_2\bar{x}\bar{B}_1\bar{B}_2, B_11B_2\bar{x}\bar{B}_1\bar{B}_2)$ 임을 알 수 있으므로 예지 e 가 j -예지이고, 연결되어 있는 두 노

드의 비트스트링의 첫 번째 비트가 같은 경우에는 연장을 2로 임베딩 가능함을 알 수 있다.

(예제3) 노드 $U=00111$, $V=01111$ 일 때, $\phi(U)=011111000$, $\phi(V)=111110000$ 이고, $\rho(e)=(011111000, 011110000), (011110000, 111110000)$ 이다.

밀집율이 1임은 다음의 5가지 경우로 나누어 증명하겠다.

(경우4) 경우 1의 노드 $t\bar{U}$ 와 경우 2의 노드 $t\bar{0}\bar{t}$ 가 동일하다고 가정하면 $t \neq \bar{t}$ 이므로 경우 1의 노드 $t\bar{U}$ 와 경우 2의 노드 $t\bar{0}\bar{t}$ 는 동일하지 않다는 것을 쉽게 알 수 있다.

(경우5) (경우1)의 노드 $\bar{t}U$ 와 (경우2)의 노드 $t\bar{0}\bar{t}$ 가 동일하다고 가정하면 $\bar{t} = t$ 이므로 (경우1)의 노드 $t\bar{U}$ 와 (경우2)의 노드 $t\bar{t}$ 는 동일하지 않다는 것을 쉽게 알 수 있다.

(경우6) (경우1)의 노드 $t\bar{U}$ 와 (경우2)의 노드 $t\bar{t}\bar{t}$ 가 동일하다고 가정하면 $\bar{U} = \bar{t}$ 이므로 (경우1)의 노드 $t\bar{U}$ 와 (경우2)의 노드 $t\bar{t}$ 는 동일하지 않다는 것을 쉽게 알 수 있다.

(경우7) (경우1)의 노드 $\bar{t}U$ 와 (경우2)의 노드 $t\bar{t}\bar{t}$ 가 동일하다고 가정하면 $\bar{t} = t$ 이므로 (경우1)의 노드 $t\bar{U}$ 와 (경우2)의 노드 $t\bar{t}$ 는 동일하지 않다는 것을 쉽게 알 수 있다.

(경우8) (경우1)의 두 노드 $t\bar{U}$ 와 $\bar{t}U$ 는 (경우3)의 노드 $B_10B_2\bar{x}\bar{B}_10\bar{B}_2$ 와 동일하지 않으며, (경우2)의 두 노드 $t\bar{t}\bar{t}$ 와 $t\bar{0}\bar{t}$ 는 (경우3)의 노드 $B_10B_2\bar{x}\bar{B}_10\bar{B}_2$ 와 동일하지 않다. 왜냐하면 $t=B_10B_2$ 이면 $\bar{U}=\bar{x}\bar{t}$ 이므로 $\bar{t}=\bar{B}_1\bar{1}\bar{B}_2$ 이고, $t=B_11B_2$ 이면 $\bar{U}=\bar{x}\bar{t}$ 이므로 $\bar{t}=\bar{B}_10\bar{B}_2$ 이기 때문이다. 즉, t 와 \bar{t} 를 구성하는 B_1 과 B_2 사이에 있는 이진비트가 같을 수 없기 때문이다. 위의 5가지 경우에서 (경우1), (경우2), (경우3)에서 각각 사용된 하나의 예지에 연결되어 있는 두 노드 중 하나의 노드는 동일하다고 가정하고, 나머지 하나의 노드가 동일하지 않다는 것을 보였으므로 밀집율이 1임을 알 수 있다. 분지수가 d 인 이븐연결망의 노드개수는 $\binom{2d-2}{d-1}$ 이므로 분지수가 $n+1$ 인 이븐연결망의 노드개수는 $\binom{2n}{n}$ 이다. 폴디드 하이퍼큐브

FQ_n 의 노드개수는 2^n 이므로 확장율이 $2^n / \binom{2n}{n}$ 임을 알 수 있다.

그러므로 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 는 이븐연결망 E_{n+1} 에 연장을 2, 밀집율 1에 임베딩 가능함을 알 수 있다.

정리 2. 이븐연결망 E_n 는 폴디드 하이퍼큐브 FQ_{2d-3}

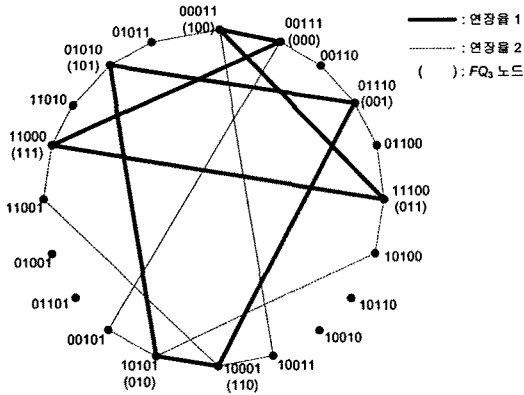


그림 4 FQ_3 가 임베딩 된 E_4

에 연장물 1에 임베딩 가능하다.

증명. 이븐연결망과 폴디드 하이퍼큐브의 각 노드는 2진수 $\{0,1\}$ 을 연속적으로 나열한 형태로 표현되어 있다. 이븐연결망의 각 노드는 $2d-3$ 개의 비트스트링 $b_1b_2...b_{i-1}b_{i+1}...b_{2d-3}$ 으로 표현되며, 이진수의 개수는 $num(1)=num(0)+1$ 이다. i -에지($1 \leq d \leq 2d-3$)에 의하여 두 노드 $U=b_1b_2...b_{i-1}b_{i+1}...b_{2d-3}$ 과 $V=b_1b_2...b_{i-1}b_{i+1}...b_{2d-3}$ 사이에 에지가 발생하며, c -에지에 의하여 두 노드 $U=b_1b_2...b_{i-1}b_{i+1}...b_{2d-3}$ 과 $V=b_1b_2...b_{i-1}b_{i+1}...b_{2d-3}$ 사이에 에지가 발생한다. $m=2d-3$ 이라고 하자. 폴디드 하이퍼큐브의 각 노드는 m 개의 비트스트링 $a_1a_2...a_j...a_m$ 으로 표현되고, j -에지($1 \leq j \leq m$)에 의하여 두 노드 $S=a_1a_2...a_j...a_m$ 과 $T=a_1a_2...a_j...a_m$ 사이에 에지가 발생하며, c -에지에 의하여 두 노드 $S=a_1a_2...a_j...a_m$ 과 $Q=a_1a_2...a_j...a_m$ 에 에지가 발생한다. 이븐연결망 E_d 의 i -에지($1 \leq d \leq 2d-3$)에 의하여 연결되어 있는 두 노드 U, V 와 폴디드 하이퍼큐브의 j -에지($1 \leq j \leq m$)에 의하여 연결되어 있는 두 노드 S 와 T 를 비교하여 보면 노드 표현 방법과 노드 발생 규칙이 동일함을 알 수 있다. 또한 c -에지에 의하여 연결되어 있는 이븐연결망 E_d 의 두 노드 U, V 와 폴디드 하이퍼큐브의 두 노드 S 와 Q 를 비교하여 보면 이 노드들 또한 노드 표현 방법과 노드 발생 규칙이 동일함을 알 수 있다. 폴디드 하이퍼큐브의 노드수는 2^{2d-3} 이고 이븐연결망 E_d 의 노드수는 $\binom{2d-2}{d-1}$ 이므로, 폴디드 하이퍼큐브의 노드수가 더 많음을 알 수 있다. 그러므로 이븐연결망 E_n 는 폴디드 하이퍼큐브 FQ_{2d-3} 에 연장물 1에 임베딩 가능하다.

정리 3. 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 는 오드연결망 O_{n+1} 에 연장물 2, 밀집물 1에 임베딩 가능하다.

증명. 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 의 임의의 한 노드를 $U=u_1u_2...u_j...u_n$ 라고 하고, 노드 U 의 보수 노드를 \bar{U}

$u_1u_2...u_j...u_n$ 라고 하며, 비트스트링의 첫 번째 비트를 제거한 노드 U 를 $t=u_2...u_i...u_n$ 라고 하겠다. 증명을 위해 3개의 이진비트스트링 $B_1, B_2, 1$ 을 연속으로 결합(concatenation)한 노드를 간단히 B_1B_21 라고 표현하고, 임베딩의 노드 사상함수 Φ 는 다음과 같이 정의한다. $\Phi(U)=U\bar{U}1$ 라고 하자. 그러면 $\Phi(U)$ 의 비트스트링의 길이는 $2n+1$ 이고, $\Phi(U) \in S^1$ 이다. 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 의 임의의 한 에지를 e 라고 하면, $e \in E(FQ_n)$ 이다. 에지 e 의 발생 조건에 따라 다음의 3가지 경우로 나누어 연장물이 2임을 증명하겠다.

(경우1) 에지 e 가 보수 관계에 있는 두 노드를 연결할 때

에지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드 U 와 V 라 하면 노드 V 는 $V=\bar{U}$ 라고 할 수 있다. 노드 사상함수 Φ 에 의해 $\Phi(U)=U\bar{U}1$ 이고, $\Phi(V)=\bar{U}U1$ 이다. $\Phi(U)$ 와 $\Phi(V)$ 의 비트스트링의 길이가 $2n+1$ 이고, $\{\Phi(U), \Phi(V)\} \in S^1$ 임을 알 수 있다. 그러므로 두 노드 $\Phi(U)$ 와 $\Phi(V)$ 는 오드연결망 O_{n+1} 의 노드들임을 알 수 있고, $\rho(e)=(U\bar{U}1, \bar{U}U1)$ 임을 알 수 있으므로 에지 e 가 보수 관계에 있는 경우에는 연장물 1로 임베딩 가능함을 쉽게 알 수 있다.

(예제1) 노드 $U=00111, V=11000$ 에서 $\Phi(U)=00111110001, \Phi(V)=11000001111$ 이고 $\rho(e)=(00111110001, 11000001111)$ 이다.

(경우 2) 에지 e 가 j -에지($1 \leq j \leq n$)이고, 연결되어 있는 두 노드의 비트스트링의 첫 번째 비트가 다른 경우

에지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드 U 와 V 에 대해 노드 $U=0t, V=1t$ 라고 할 수 있다. 노드 사상함수에 의해 $\Phi(U)=0t\bar{1}\bar{t}1$ 이고, $\Phi(V)=1t\bar{0}\bar{t}1$ 이다. 사상된 노드 $\Phi(U)$ 와 $\Phi(V)$ 의 비트스트링의 길이가 $2n+1$ 이고, $\{\Phi(U), \Phi(V)\} \in S^1$ 임을 알 수 있다. 그러므로 두 노드 $\Phi(U)$ 와 $\Phi(V)$ 은 O_{n+1} 의 노드들임을 알 수 있고, $\rho(e)=(0t\bar{1}\bar{t}1, \bar{1}\bar{t}1t0, 1t\bar{0}\bar{t}1)$ 임을 알 수 있으므로 에지 e 가 j -에지이고, 연결되어 있는 두 노드의 비트스트링의 첫 번째 비트가 다른 경우에는 연장물 2로 임베딩 가능함을 쉽게 알 수 있다.

(예제2) $U=00111, V=10111$ 일 때, $\Phi(U)=00111110001, \Phi(V)=10111010001$ 이고 $\rho(e)=(00111110001, 11000101110), (11000101110, 10111010001)$ 이다.

(경우3) 에지 e 가 j -에지($1 \leq j \leq n$)이고, 연결되어 있는 두 노드의 비트스트링의 첫 번째 비트가 같은 경우

에지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드 U 와 V 에 대해 노드 $U=xB_10B_2$ 와 $V=xB_11B_2$ 라고 할 수 있다. 심벌 x 는 이진수 0 또는 1이고, B_1 과 B_2 는 임의의 이진비트스트링을 나타낸다($0 \leq |B_1, B_2| \leq n-1$). 사상함수에 의해 Φ

$(U)=xB_10B_2\bar{x}\bar{B}_1\bar{B}_21$ 이고, $\Phi(V)=xB_11B_2\bar{x}\bar{B}_10\bar{B}_21$ 이다. 사상된 노드 $\Phi(U)$ 와 $\Phi(V)$ 의 비트스트링의 길이는 $2n+1$ 이고, $\{\Phi(U), \Phi(V)\} \in S^1$ 임을 알 수 있다. 그러므로 두 노드 $\Phi(U)$ 와 $\Phi(V)$ 은 O_{n+1} 의 노드들임을 알 수 있고, $\rho(e)=(xB_10B_2\bar{x}\bar{B}_1\bar{B}_21, \bar{x}\bar{B}_11\bar{B}_2xB_11B_20)$, $(\bar{x}\bar{B}_11\bar{B}_2xB_11B_20, xB_11B_2\bar{x}\bar{B}_10\bar{B}_21)$ 임을 알 수 있으므로 에지 e 가 j -에지이고, 연결되어 있는 두 노드의 비트스트링의 첫 번째 비트가 같은 경우에는 연결을 2로 임베딩 가능함을 알 수 있다.

(예제3) $U=00111, V=00011$ 일 때, $\Phi(U)=00111110001, \Phi(V)=00011111001$ 이고, $\rho(e)=(00111110001, 11100001110), (11100001110, 00011111001)$ 이다.

밀집율이 1임은 다음의 2가지 경우로 나누어 증명하겠다.

(경우4) (경우1)에서 사용된 두 노드 $U\bar{U}1$ 와 $\bar{U}U1$ 는 (경우2)에서 사용된 노드 $1\bar{t}1t0$ 와 동일한 노드가 아니며, 경우 1에서 사용된 두 노드 $U\bar{U}1$ 와 $\bar{U}U1$ 가 경우 3에서 사용된 노드 $\bar{x}s_11\bar{s}_2xB_11B_20$ 와 동일한 노드가 아니다. 왜냐하면 각 노드의 마지막 비트가 이진수 1과 0으로 다르기 때문이다.

(경우5) (경우2)에서 사용된 노드 $1\bar{t}1t0$ 와 (경우3)에서 사용된 노드 $\bar{x}\bar{B}_11\bar{B}_2xB_11B_20$ 는 동일한 노드가 아니다. 왜냐하면 $\bar{t}=\bar{B}_1\bar{B}_2$ 이면 $t=B_10B_2$ 이어야 하는데, 노드 $\bar{x}\bar{B}_11\bar{B}_2xB_11B_20$ 에서는 $t=B_11B_2$ 이기 때문이다. 그러므로 $U\bar{U}1=0t1\bar{t}1=xB_10B_2\bar{x}\bar{B}_1\bar{B}_21$ 이거나 $\bar{U}U1=1t0\bar{t}1=xB_11B_2\bar{x}\bar{B}_10\bar{B}_21$ 라고 가정해도, $U\bar{U}1$ (또는 $\bar{U}U1$) $\neq 1\bar{t}1t0 \neq \bar{x}\bar{B}_11\bar{B}_2xB_11B_20$ 임을 (경우4)와 (경우5)에서 보였으므로 밀집율이 1임을 알 수 있다.

그러므로 폴리드 하이퍼큐브 FQ_n 는 오드연결망 O_{n+1} 에 연결을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 알 수 있다.

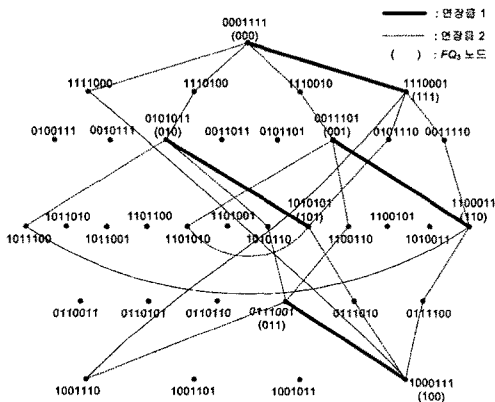


그림 5 FQ_3 가 임베딩 된 O_4

정리 4. 오드연결망 O_d 는 폴리드 하이퍼큐브 FQ_{2d-1} 에 연결을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능하다.

증명. 오드연결망 O_d 의 임의의 한 노드를 $U=u_1u_2\dots u_i\dots u_{2d-1}$ 라고 하고, 노드 U 의 보수 노드를 $\bar{U}=u_1u_2\dots u_i\dots u_{2d-1}$ 라고 하며, 비트스트링의 첫 번째 비트를 제거한 노드 U 를 $t=u_2\dots u_i\dots u_{2d-1}$ 라고 하자. 만약, 노드 $U \in V^0$ 이면, $\Phi(U)=0t$ 이고, 노드 $U \in V^1$ 이면, $\Phi(U)=0\bar{t}$ 이다. 사상함수에 의한 노드 $\Phi(U)$ 의 비트스트링의 길이는 $2d-1$ 이고, 이진수의 개수는 $num(1)=num(0)+1$ 이다. 오드연결망 O_d 의 임의의 한 에지를 e 라고 하면, $e \in E(O_d)$ 이다. 에지 e 의 발생 조건에 따라 다음의 2가지 경우로 나누어 연결을 2임을 증명하겠다.

(경우1) 에지 e 가 i -에지인 경우($2 \leq i \leq 2d-1$)

에지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드를 U 와 V 라 하면, 노드 $U=0B_11B_2$ 와 $V=1\bar{s}_11\bar{s}_2$ 이라 할 수 있고, B_1 와 B_2 의 이진스트링의 길이는 $0 \leq |B_1|, |B_2| < 2d-2$ 이다. 이 경우 노드 $U \in V^0$ 이므로 $\Phi(U)=0B_11B_2$ 이고, 노드 $V \in V^1$ 이므로 $\Phi(V)=0B_10B_2$ 이다. 그러므로 두 노드 $\Phi(U)$ 와 $\Phi(V)$ 은 폴리드 하이퍼큐브 FQ_{2d-1} 의 노드들임을 알 수 있고, $\rho(e)=(0B_11B_2, 0B_10B_2)$ 임을 알 수 있으므로 에지 e 가 i -에지인 경우에는 연결을 1로 임베딩 가능함을 쉽게 알 수 있다.

(예제 1) $U=00111, V=11100$ 일 때, $\Phi(U)=001111, \Phi(V)=000111$ 이고, $\rho(e)=(001111, 000111)$ 이다.

(경우2) 에지 e 가 1-에지인 경우

에지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드를 $U=1t$ 와 $V=1\bar{t}$ 라고 하자. 그러면 $\{U, V\} \in V^1$ 이므로, $\Phi(U)=0\bar{t}$ 이고, $\Phi(V)=0t$ 이다. 그러므로 두 노드 $\Phi(U)$ 와 $\Phi(V)$ 은 FQ_{2d-1} 의 노드들임을 알 수 있고, $\rho(e)=(0\bar{t}, 1t), (1t, 0t)$ 임을 알 수 있으므로 에지 e 가 1-에지인 경우에는 연결을 2로 임베딩 가능함을 알 수 있다.

(예제2) $U=10011, V=11100$ 일 때, $\Phi(U)=01100, \Phi(V)=00011$ 이고, $\rho(e)=(01100, 10011), (10011, 00011)$ 이다.

임베딩의 밀집율이 1임은 다음과 같이 증명할 수 있다. 경우 1에서 사용된 두 노드 $0B_11B_2$ 와 $0B_10B_2$ 가 경우 2에서 사용된 노드 $1t$ 와 다르다는 것은 각 노드의 첫 번째 비트가 다르기 때문에 쉽게 알 수 있다. 그러므로 경우 2의 노드 $0\bar{t}$ 또는 $0t$ 가 경우 1의 노드 $0B_11B_2$ 또는 $0B_10B_2$ 와 동일한 노드라고 가정해도 $0B_11B_2$ 와 $0B_10B_2$ 이 $1t$ 와 다르기 때문에 밀집율이 1임을 알 수 있다. 그러므로 오드 연결망 O_d 는 폴리드 하이퍼큐브 FQ_{2d-1} 에 연결을 2, 밀집을 1에 임베딩 가능함을 알 수 있다.

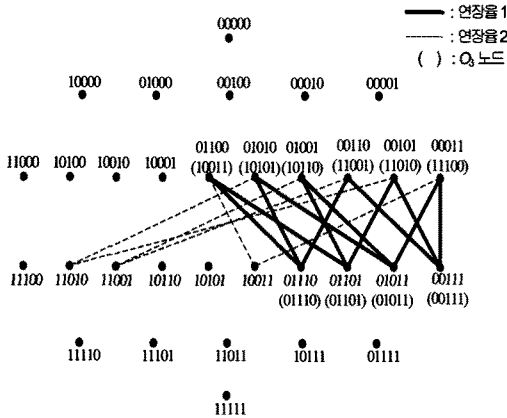


그림 6 O_3 가 임베딩 된 FQ_5

정리 5. 이븐연결망 E_d 는 오드연결망 O_d 에 연장울 2, 밀집을 1에 임베딩 가능하다.

증명. 이븐 연결망 E_d 의 임의의 한 노드를 $U = u_1u_2...u_i...u_{2d-3}$ 라고 하고, 노드 U 의 보수 노드를 $\bar{U} = \bar{u}_1\bar{u}_2...u_i...u_{2d-3}$ 라고 하겠다. 만약, 노드 $U \in S^1$ 이면 $\phi(U) = 0U1$ 이고, 노드 $U \in S^0$ 이면 $\phi(U) = 1\bar{u}0$ 이다. 이 경우 사상함수 $\phi(U)$ 의 비트스트링의 길이는 $2d-1$ 이고, $\phi(U) \in S^1$ 이다. 임의의 한 에지를 e 라고 하면 에지 $e \in E(E_d)$ 이다. 에지 e 의 발생 조건에 따라 다음의 2가지 경우로 나누어 연장울이 2임을 증명하겠다.

(경우1) 에지 e 가 i -에지($1 \leq i \leq 2d-3$)인 경우

에지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드 U 와 V 에서 노드 $U = B_10B_2$ 와 $V = B_11B_2$ 라고 하자. B_1 과 B_2 는 임의의 이진비트스트링을 나타내고, 비트스트링의 길이는 $0 \leq |B_1, B_2| \leq 2d-4$ 이다. 노드 $U \in S^0$ 이므로 $\phi(U) = 1\bar{s}_1\bar{s}_20$ 이고, 노드 $V \in S^1$ 이므로 $\phi(V) = 0B_11B_21$ 이다. 두 노드 $\phi(U)$ 와 $\phi(V)$ 의 비트스트링의 길이가 $2d-1$ 이고, 이진수의 개수는 $num(1) = num(0) + 1$ 임을 알 수 있으므로 두 노드 $\phi(U)$ 와 $\phi(V)$ 은 O_d 의 노드들임을 알 수 있고, $\rho(e) = (1\bar{s}_1\bar{s}_20, 0B_11B_21)$ 임을 알 수 있으므로 에지 e 가 i -에지인 경우에는 연장울 1로 임베딩 가능함을 쉽게 알 수 있다.

(예제1) $U = 00011, V = 00111$ 일 때, $\phi(U) = 1111000, \phi(V) = 0001111$ 이고, $\rho(e) = (1111000, 0001111)$ 이다.

(경우2) 에지 e 가 c -에지인 경우

에지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드 U 와 V 에서 노드 $U = B_10B_2$ 와 $V = \bar{B}_11\bar{B}_2$ 라고 하자. B_1 과 B_2 는 임의의 이진비트스트링을 나타내고, 비트스트링의 길이는 $0 \leq |B_1, B_2| \leq 2d-4$ 이다. 노드 $U \in S^0$ 이므로 $\phi(U) = 1\bar{B}_1\bar{B}_20$ 이고, 노드 $V \in S^1$ 이므로 $\phi(V) = 0\bar{B}_1\bar{B}_21$ 이다. 두 노드

$\phi(U)$ 와 $\phi(V)$ 의 비트스트링의 길이가 $2d-1$ 이고, 이진수의 개수는 $num(1) = num(0) + 1$ 임을 알 수 있으므로 두 노드 $\phi(U)$ 와 $\phi(V)$ 은 O_d 의 노드들임을 알 수 있다. 또한, 사상된 노드의 경로 $\rho(e) = (1\bar{B}_1\bar{B}_20, 1B_10B_21), (1B_10B_21, 0\bar{B}_1\bar{B}_21)$ 임을 알 수 있으므로 에지 e 가 보수 관계에 있는 경우에는 연장울 2로 임베딩 가능함을 쉽게 알 수 있다.

(예제 2) $U = 11000, V = 00111$ 일 때, $\phi(U) = 1001110, \phi(V) = 0001111$ 이고, $\rho(e) = (1001110, 1110001), (1110001, 0001111)$ 이다.

임베딩의 밀집율이 1임을 다음의 2가지 경우로 나누어 증명하겠다.

(경우3) (경우1)에서 사용된 노드 $1\bar{B}_1\bar{B}_20$ 와 (경우2)에서 사용된 노드 $1B_10B_21$ 가 다르다는 것은 두 노드의 마지막 비트가 다르기 때문에 쉽게 알 수 있다.

(경우4) (경우1)에서 사용된 노드 $0B_11B_21$ 와 (경우2)에서 사용된 노드 $1B_10B_21$ 가 다르다는 것은 두 노드의 첫 번째 비트가 다르기 때문에 쉽게 알 수 있다. 그러므로 $1\bar{B}_1\bar{B}_20 = 1\bar{B}_1\bar{B}_20$ 이거나 $0B_11B_21 = 0\bar{B}_1\bar{B}_21$ 이라고 가정해도, $1\bar{B}_1\bar{B}_20$ (또는 $0B_11B_21$) $\neq 1B_10B_21$ 임을 (경우3)과 (경우4)에서 보였으므로 밀집율이 1임을 알 수 있다. 그러므로 이븐연결망 E_d 는 오드연결망 O_d 에 연장울 2, 밀집율 1에 임베딩 가능하다.

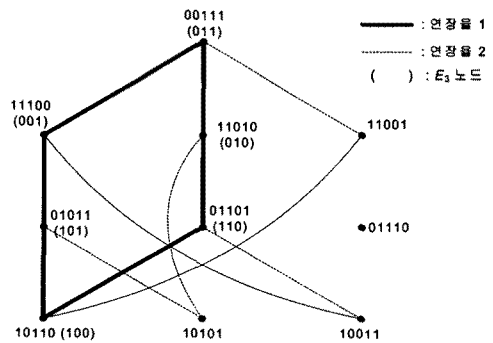


그림 7 E_3 가 임베딩 된 O_3

정리 6. 오드연결망 O_d 는 이븐연결망 E_{d+1} 에 연장울 2, 밀집율 1에 임베딩 가능하다.

증명. 오드연결망 O_d 의 임의의 한 노드를 $U = u_1u_2...u_i...u_{2d-1}$ 라고 하고, 노드 U 의 보수 노드를 $\bar{U} = \bar{u}_1\bar{u}_2...u_i...u_{2d-1}$ 라고 하며, 비트스트링의 첫 번째 비트를 제거한 노드 U 를 $t = u_2...u_i...u_{2d-1}$ 라고 하겠다. 이 경우 노드 $U \in V^0$ 이면 $\phi(U) = 0t$ 이고, 노드 $U \in V^1$ 이면, $\phi(U) = 0\bar{t}$ 이다. 노드 사상함수 $\phi(U)$ 의 비트스트링의 길이

는 $2d-1$ 이고, 이진수의 개수는 $num(1)=num(0)\pm 1$ 이다. 임의의 한 에지를 e 라고 하면, $e \in E(O_d)$ 이다. 에지 e 의 발생 조건에 따라 다음의 2가지 경우로 나누어 연장을 이 2임을 증명하겠다.

(경우1) 에지 e 가 i -에지($1 \leq i \leq 2d-1$)인 경우

에지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드 U 와 V 에서 노드 $U=0B_11B_2$ 와 $V=1\bar{B}_1\bar{B}_2$ 라고 하자($0 \leq B_1, B_2 < 2d-2$). 이 경우 노드 $U \in V^0$ 이므로 $\Phi(U)=0B_11B_2$ 이고, 노드 $V \in V^1$ 이므로 $\Phi(V)=0B_10B_2$ 이다. 그러므로 두 노드 $\Phi(U)$ 와 $\Phi(V)$ 은 이븐연결망 E_{d+1} 의 노드들임을 알 수 있고, $\rho(e)=(0B_11B_2, 0B_10B_2)$ 임을 알 수 있으므로 에지 e 가 i -에지인 경우에는 연장을 1로 임베딩 가능함을 쉽게 알 수 있다.

(예제1) $U=00111, V=11100$ 일 때, $\Phi(U)=00111, \Phi(V)=00011, \rho(e)=(00111, 00011)$.

(경우2) 에지 e 가 1 -에지인 경우

에지 e 에 의해 연결되어 있는 두 노드를 $U=1t$ 와 $V=1\bar{t}$ 라고 하자. 그러면 $\{U, V\} \in V^1$ 이므로, $\Phi(U)=0\bar{t}$ 이고, $\Phi(V)=0t$ 이다. 그러므로 두 노드 $\Phi(U)$ 와 $\Phi(V)$ 은 이븐연결망 E_{d+1} 의 노드들임을 알 수 있고, $\rho(e)=(0\bar{t}, 1t), (1t, 0t)$ 임을 알 수 있으므로 에지 e 가 1 -에지인 경우에는 연장을 2로 임베딩 가능함을 알 수 있다.

(예제2) $U=10011, V=11100$ 일 때, $\Phi(U)=01100, \Phi(V)=00011$ 이고, $\rho(e)=(01100, 10011), (10011, 00011)$ 이다.

임베딩의 밀집율이 1임은 다음과 같이 증명할 수 있다.

(경우1)에서 사용된 두 노드 $0B_11B_2$ 와 $0B_10B_2$ 가 경우 2에서 사용된 노드 $1t$ 와 다르다는 것은 각 노드의 첫 번째 비트가 다르기 때문에 쉽게 알 수 있다. 그러므로 (경우2)의 노드 $0\bar{t}$ 또는 $0t$ 가 (경우1)의 노드 $0B_11B_2$ 또는 $0B_10B_2$ 와 동일한 노드라고 가정해도 $0B_11B_2$ 와 $0B_10B_2$ 이 $1t$ 와 다르기 때문에 밀집율이 1임을 알 수 있

다. 그러므로 오드연결망 O_d 는 이븐연결망 E_{d+1} 에 연장을 2, 밀집율 1에 임베딩 가능함을 알 수 있다.

4. 결론

상호연결망의 임베딩은 어떤 연결망 G 가 다른 연결망 H 에 포함 혹은 어떻게 연관되어 있는지를 알아보기 위해 어떤 특정한 연결망을 다른 연결망에 사상하는 것이다. 상호연결망 G 가 연결망 H 에 적은 비용으로 임베딩 가능하다는 것은 연결망 G 에서 개발된 알고리즘들을 연결망 H 에서 효율적으로 이용될 수 있기 때문에 상호연결망에서 임베딩 문제는 의미 있는 연구라 하겠다.

본 논문에서는 하이퍼큐브보다 망비용이 개선된 폴디드 하이퍼큐브 연결망과 이븐연결망, 오드연결망 사이의 임베딩 알고리즘을 분석했다. 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 는 이븐연결망 E_{n+1} 에 연장을 2, 밀집율 1에 임베딩 가능함을 보였고, 이븐연결망 E_d 는 폴디드 하이퍼큐브 FQ_{2d-3} 에 연장을 1에 임베딩 가능함을 보였다. 폴디드 하이퍼큐브 FQ_n 는 오드연결망 O_{n+1} 에 연장을 2, 밀집율 1에 임베딩 가능함을 보였고, 오드연결망 O_d 는 폴디드 하이퍼큐브 FQ_{2d-1} 에 연장을 2, 밀집율 1에 임베딩 가능함을 보였다. 이븐연결망 E_d 는 오드연결망 O_d 에 연장을 2, 밀집율 1에 임베딩 가능함을 보였고, 오드연결망 O_d 는 이븐연결망 E_{d+1} 에 연장을 2, 밀집율 1에 임베딩 가능함을 보였다. 폴디드 하이퍼큐브 연결망과 이븐연결망, 오드연결망 사이의 임베딩 결과를 분석함으로써, 각 연결망에서 이미 개발된 여러 가지 알고리즘을 다른 연결망에서 효율적으로 이용할 수 있음을 알 수 있다.

참고 문헌

- [1] A. El-Amawy and S. Latifi, "Properties and Performance of Folded Hypercubes," IEEE Trans. Parallel Distributed syst., Vol.2, No.1, pp.31-42, 1991.
- [2] A. Ghafoor, "A Class of Fault-Tolerant Multiprocessor Networks," IEEE Trans. Reliability, Vol.38, No.1, pp.5-15, 1989.
- [3] A. Ghafoor and T. R. Bashkow, "A Study of Odd Graphs as Fault-Tolerant Interconnection Networks," IEEE Trans. Computers, Vol.40, No.2 pp.225-232, 1991.
- [4] S. Bettayeb, B. Cong, M. Girou and I.H. Sudborough, "Embedding Star Networks into Hypercubes," IEEE Trans. Computers, Vol.45, No.2 pp.186-194, 1996.
- [5] J. Fan, X. Jia, and X. Lin, "Optimal Embedding of Paths with Varios Lengths in Twisted Cubes," IEEE Trans. Parallel Distributed syst., Vol.18, No.4, pp.511-521, 2007.
- [6] M. Hamdi and S. W. Song, "Embedding Hierar-

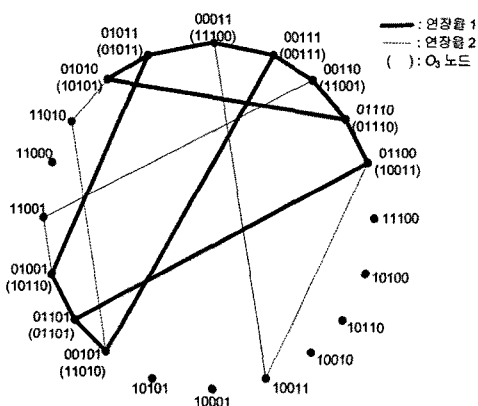


그림 8 O_3 가 임베딩 된 E_4

- chical Hypercube Networks into the Hypercube," IEEE Trans. Parallel Distributed syst., Vol.8, No.9, pp.897-902, 1997.
- [7] J.-C. Lin, T.-H. Chi, H.-C. Keh, and A.-H. A. Lion, "Embedding of Complete Binary Tree with 2-Expansion in a Faulty Flexible Hypercube," Journal of Systems Architecture, Vol.47, No.6, pp.543-548, 2001.
- [8] X. Shen, W. Liang, and Q. Hu, "On Embedding between 2D Meshes of the Same Size," IEEE Trans. Computers, Vol.46, No.8, pp.880-889, 1997.
- [9] C. N. Lai, G. H. Chen and D. R. Duh, "Constructing One-to-Many Disjoint Paths in Folded Hypercubes," IEEE Trans. Computers, Vol.51, No.1 pp.33-45, 2002.
- [10] J.-M. Xu and M. Ma, "Cycles in Folded Hypercubes," Appl. Math. Lett., Vol.19, pp.140-145, 2006.
- [11] N. Biggs, "Some Odd Graph Theory," Annals of New York Academy of Sciences, Vol. 319, pp.71-81, 1979.



김 종 석

1995년 2월 순천대학교 전산학과(학사)
2001년 2월 순천대학교 컴퓨터학과(이
학석사). 2004년 8월 순천대학교 컴퓨터
학과(이학박사). 2005년 2월~2008년 2
월 오클라호마 주립대학교 컴퓨터학과
박사후연구원. 2008년 2월~현재 영남대
학교 전자정보공학부 BK21연구교수. 관심분야는 병렬 및
분산처리, 계산이론, 네트워크 설계 및 분석



심 현

1997년 2월 원광대학교 무역학과(학사)
1999년 7월~2001년 10월 농협전산팀 근
무. 2002년 8월 순천대학교 컴퓨터학과
과(석사). 2002년 5월~2003년 12월 (주)
웹아이피 기술팀장. 2003년 3월~2004년
2월 순천청암대학 컴퓨터정보학부 겸임
전임강사. 2003년 3월~현재까지 순천대학교 컴퓨터학과
박사과정. 2008년 3월~현재까지 순천대학교 컴퓨터공학과
겸임교수

이 형 욱

정보과학회논문지 : 시스템 및 이론
제 35 권 제 6 호 참조