

# 주변 음장과 연동하는 탄성 구조체의 감쇠 효과<sup>#</sup>

## Damping Effects of a Flexible Structure Interacting with Surrounding Acoustic Fluid

이 문 석\* · 박 윤 식\* · 박 영 진†

MoonSeok Lee, Youn-sik Park and Youngjin Park

(2008년 2월 29일 접수 ; 2008년 6월 3일 심사완료)

**Key Words** : External Acoustic - Structure Interaction(외부 음장과 구조물 결합), Damping Effect(감쇠 효과)

### ABSTRACT

A flexible structure submerged in acoustic fluid is affected by its surrounding fluid. In this case, the coupling effects between structures and surrounding fluid have an effect on the submerged structure as external force and change impedance of acoustic domain. Therefore, the coupling effects by its surrounding fluid complicatedly change the characteristics of a submerged structure such as natural frequencies and damping coefficients. In this paper, using the analytic modal equation of a spherical shell surrounded by water and air, the complex changes of damping coefficients and natural frequencies of submerged structures are studied for various external acoustic fluid and structures.

### 기 호 설 명

- $a/h$  : 구의 반경과 구형 셸의 두께
- $c/c_s$  : 유체와 구조물에서의 음속
- $E$  : 구조물의 영률
- $f$  : 구조물에 작용하는 외부 힘
- $G^T$  : 구조물의 자유도와 유체자유도 사이의 변환 행렬
- $\kappa_n$  : 3번째 종류의  $n$ 차의 구형의 Bessel함수
- $M_s/K_s$  : 구조물의 질량과 강성 행렬
- $n$  :  $Q$ 지점에서의 수직 방향 벡터
- $\rho/\rho_s$  : 유체와 구조물의 밀도
- $\omega$  : 원진동수(radian/sec)

- $P_n$  :  $n$ 차의 Legendre 다항식
- $P^s/P^l$  : 산란파와 입사파의 음압
- $\phi$  : 속도 포텐셜
- $T$  : 시간(sec)
- $u^s/u^l$  : 산란파와 입사파의 입자 속도
- $v/w$  : 구 표면의 접선과 길이 방향 변위
- $v$  : 푸아송 비
- $x$  : 구조물의 변위 자유도 값

### 1. 서 론

구조물과 주변 음장과의 연동 문제는 1950년대 이래로 많은 연구자들에 의해 연구되어 왔다<sup>(1~3)</sup>. 특히, 물속에 잠긴 탄성 구조물은 외부 유체에 의해 많은 영향을 받으며, 그로 인해 잠수함과 같이 밀도가 높은 유체로 둘러싸인 구조물의 해석할 때는 이런 연동 현상이 매우 중요하게 다루어져야 한다. 이 경우, 외부의 음장에 의해 구조물의 고유진동수와 감쇠비와 같은 동특성이 변하게 되며, 그에 따라 충

† 교신저자: 정회원, KAIST 기계공학과 NoVic  
E-mail : yjpark@kaist.ac.kr  
Tel : (042)869-3036, Fax : (042)869-8220

\* KAIST 기계공학과 NoVic

# 이 논문은 2008 춘계학술대회에서 우수논문으로 추천되었음.

격과 같은 입력에 따른 과도 응답 특성도 변하게 된다. 하지만, 이런 구조물과 외부 음장 사이의 연동 현상은 매우 복잡하여 모든 주파대역에서 그 특성을 정확히 예측해 내기 힘들다. 그래서, 고주파와 저주파의 특성을 고려한 plane wave approximation<sup>(4)</sup>과 virtual mass approximation<sup>(5)</sup>이 이전에 제안되었다. 이는 실제 고주파에서의 감쇠 효과와 저주파에서의 부가 질량 효과를 근사화하였으며, 이를 통해 외부 음장과 연동하는 구조물의 감쇠력과 고유진동수 변화를 대략적으로 예측할 수 있다.

이런 연동 현상에 대한 연구는 초기 잠수함과 같이 밀도가 높은 유체와 연동하는 구조물에 대해서 시작되었으며, 주로 물속 구조물의 충격해석을 위해 진행되어 왔다<sup>(6-10)</sup>. 반면, 얇은 막과 같이 공기 중에 있는 매우 얇은 구조물 경우도 이런 연동 현상이 매우 크게 작용할 수 있다. 하지만, 공기의 밀도가 매우 낮은 관계로 이런 효과들을 주로 무시되어 왔으며, 이 경우, 이런 연동 현상이 매우 복잡하고, 쉽게 예측하기 어려워, 잠수함과 같이 밀도가 높은 유체와 연동하는 구조물의 동특성 변화와는 차이가 있다.

이 연구에서는 이런 외부 음장이 변함에 따라 간략한 구조물의 동특성이 어떻게 변하는지를 살펴보기로, 복잡한 연성 해석을 하기 이전에 구조물의 동특성 변화를 살펴보고자 하겠다. 이를 위해, 실제 해석해가 존재하는 구의 모달 식을 이용하여 물속과 공기 중에서의 과도 응답을 살펴보고, 또한, 자유 진동 특성을 보여주는 결합된 시스템의 특성 방정식의 pole의 움직임을 통해, 외부 음장과 연동하는 구의 고유진동수와 감쇠비를 살펴보고자 한다.

## 2. 외부 음장과 구조체의 연성

### 2.1 외부 음장과 구조체의 연성

고체 구조물과 음장은 관심 있는 물리적인 값이 서로 다르며, 또한 그에 따른 지배 방정식도 다르다.

고체 구조물은 식(1)과 같은 2차의 운동 방정식에 의해 그 운동이 정의되며,

$$M_s \ddot{x} + K_s x = f \quad (1)$$

외부 음장은 다음과 같이 파동 방정식이 정의되어 있다.

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c^2} \ddot{\phi} \quad (2)$$

이때, 외부 음장과 접하는 구조물의 표면에서는 비록 불연속적인 물성치를 가지고 있지만, 각각의 물리적 변수들은 여전히 연속적인 값을 가진다. 이때의 외부 압력은

$$p = p^I + p^S \quad (3)$$

과 같이 입사파와 산란파의 압력의 합으로 표현되며, 구조물 표면의 수직 방향 속도도 다음과 같이

$$G^T \dot{x} = u^I + u^S \quad (4)$$

입사파와 산란파의 속도의 합으로 표현된다. 이를 통해, 구조물의 운동 방정식과 외부 음장의 파동 방정식은 수식적으로 서로 연동한다.

### 2.2 외부 음장과 연동하는 구

외부 음장과 연동하는 구조물은 이전에도 많은 연구자에 의해 연구되어 왔는데, 그 중, 구의 파동 방정식의 해석하는 구 좌표계에서 Legendre polynomial의 모달 방정식<sup>(3)</sup>형태로 존재한다. 또한, 얇은 셸로 구성된 구도, 셸의 두께가 얇다는 조건하에서 Legendre polynomial 형태의 모달 방정식이<sup>(6)</sup> 존재한다. 이 논문에서는 이들 식으로부터 얻어진 외부 음장과 연동하는 구의 모달 방정식을 사용하도록 하겠으며, 식 전개와 명료성을 위해 이후의 모든 변수와 식은 무차원화하여 사용하도록 하겠다. 그래서 길이는  $a$ , 시간은  $a/c$ , 음압은  $\rho c^2$ 로 정형화하도록 하겠다.

#### (1) 외부 음장과 연동하는 구의 모달 방정식

구 좌표계에서 구에 의한 산란파는 Legendre polynomial과 modified spherical Bessel function of the third kind의 함수로 표현할 수 있다. 이때의 음압과 입자의 속도는

$$\begin{aligned} \bar{p}^s(s, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} \bar{p}_n^s(s) P_n(\cos \theta) \\ \bar{u}^s(s, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} \bar{u}_n^s(s) P_n(\cos \theta) \end{aligned} \quad (5)$$

와 같이 Legendre polynomial series로 전개되며,

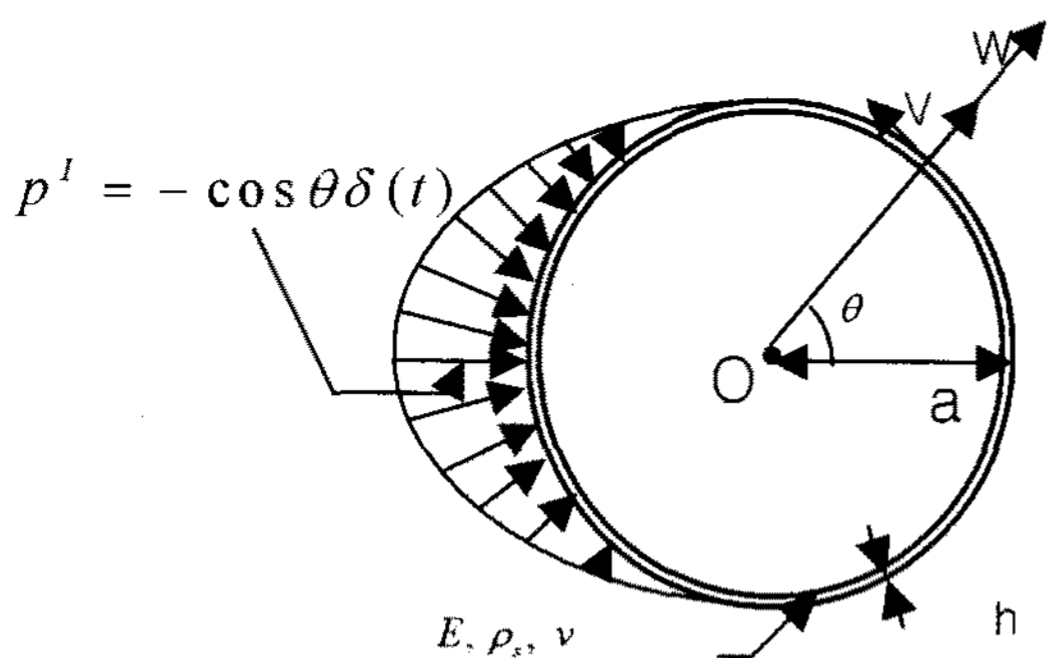


Fig. 1 A spherical shell excited by cosine-type impulse

overline은 Laplace transform된 값을 의미한다. 이 음압과 입자의 속도는 Legendre polynomial order 별로

$$\bar{p}_n = -\frac{\kappa_n(s)}{\kappa_n'(s)} \bar{u}_n(s) \quad (6)$$

과 같은 임피던스 관계를 가진다.

또한, 구의 radial(w)과 meridional(v) 방향의 변위도

$$w(t, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n P_n(\cos \theta) \quad (7)$$

$$v(t, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n \frac{\partial}{\partial \theta} P_n(\cos \theta)$$

과 같이 전개되며, 이때 외부 음장과 결합한 구의 모달 방정식은

$$\begin{pmatrix} \lambda_n s^2 + A_n^{vv} & A_n^{vw} & 0 \\ A_n^{vw} & s^2 + A_n^{ww} & \mu \\ 0 & -s\kappa_n(s) & \kappa_n'(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n \\ w_n \\ p_n^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\mu p_n^l \\ -\kappa_n(s) u_n^l \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$A_n^{vv} = \lambda_n(1 + \beta)\xi_n\gamma_0, \quad A_n^{vw} = \lambda_n(1 + \nu + \beta\xi_n)\gamma_0$$

$$A_n^{ww} = [2(1 + \nu) + \lambda_n\beta\xi_n]\gamma_0$$

$$\mu = (\rho / \rho_s)(a / h), \quad \gamma_0 = c_s^2 / c^2$$

$$\beta = (h / a)^2 / 12, \quad \xi_n = \lambda_n - 1 + \nu, \quad \lambda_n = n(n + 1)$$

로 표현된다.

이 식을 이용하여, 알고 있는 입사파의 압력과 속도를 대입하면, 그때 구 표면에서의 변위와 압력을 구할 수 있다.

### 3. 모의실험

이 장에선 식 (8)의 방정식을 이용하여, 외부 음장의 변화에 따라 구조물의 동특성이 어떻게 변하는지를 모의실험을 통해 살펴보겠다. 이때의 물성치는 물속에선  $\rho_s / \rho = 7.7$ ,  $c / c_s = 3.7$ 이고, 공기 중에선  $\rho_s / \rho = 6417$ ,  $c / c_s = 15.23$ 으로 주워졌다.

#### 3.1 구의 과도 응답 특성

과도 응답은 물속 구조물의 충격 해석에서 매우 중요하게 다루어지며, 주파수 특성에서 볼 수 없는 특성을 시간 영역에서 살펴볼 수 있다.

이 연구에선, Fig. 1과 같이 cosine 형태의 충격에 진동하는 구의 과도응답을 살펴본다. 이때의 과도응답이 충분히 수렴해 가도록  $n=0$  부터  $n=12$ 의 Legendre polynomial series의 모드 합으로 응답을 구하였다. Fig. 2는 충격이 가해진 지점 반대쪽의 radial 방향 속도로 초기에는 여러 모드들이 한꺼번에 가진되면서 응답이 활발하게 변하고, 시간이 지남에 따라 여러 모드의 합으로 진동하며, 응답의 크기가 조금씩 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이런 응답 특성은 외부 음장의 변화에 따라 구조물의 동특성이 변하면서 달라지는데, 이 연구에선 구의 셸의 두께를 변화시켜가면서 외부 음장의 변화에 따른 구의 동특성을 살펴보았다. 여기서 셸의 두께를 바꾸는 것은 식 (8)의 결합 변수인  $\mu$ 의 조절로 이를 통해 연성 효과를 조절한다.

#### (1) 물속 구의 과도 응답 특성

먼저 물속에 잠긴 구에 cosine 형태의 충격을 가한 경우의 과도 응답을 살펴보도록 하겠다. Fig. 3은  $h/a$ 를 0.05, 0.01, 0.002로 줄여가면서, 시간에 따른 구의  $\theta = 0^\circ$  지점에서의 radial 방향 속도이다. 그림에서 보이는 것처럼  $h/a$ 이 작아질수록 저주파로 진동을 하며, 시간이 지나도 진폭의 변화가 거의 없는 것을 볼 수 있다. 반면,  $h/a$ 가 커질수록 과도응답은 고주파수로 진동하며, 진동하는 진폭이 초기에 줄어드는 것을 볼 수 있다.

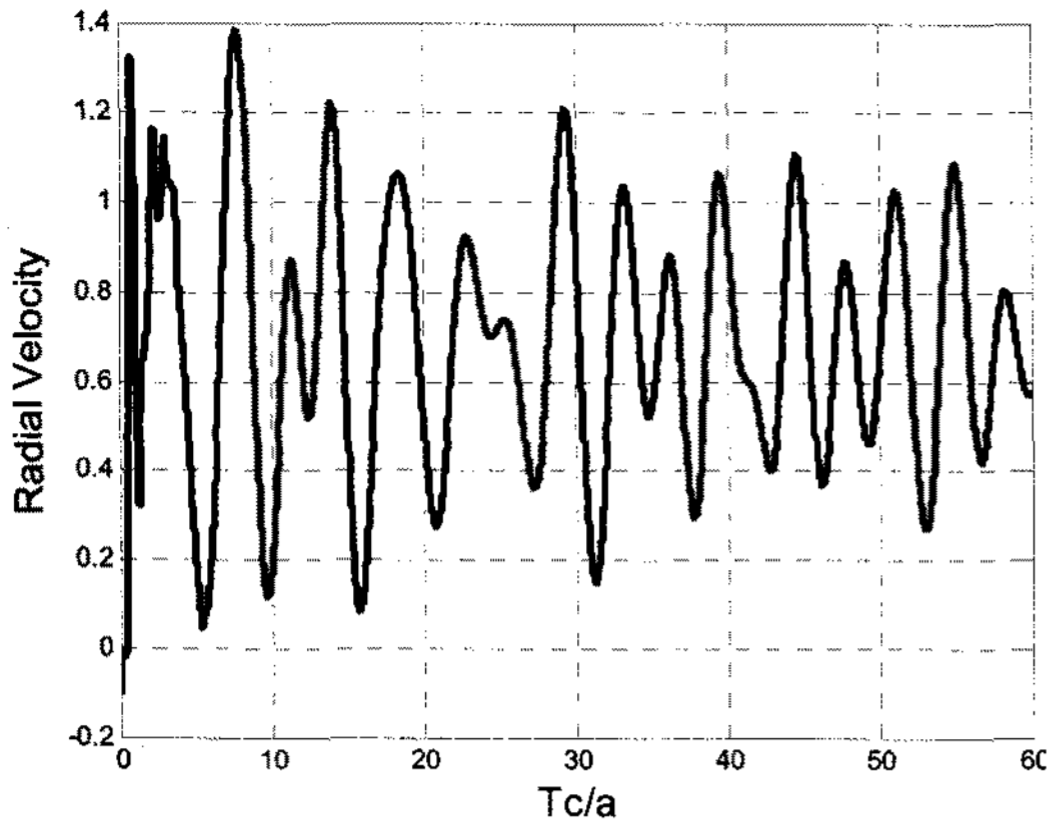


Fig. 2 Radial velocity on the surface of a spherical shell in water ( $h/a=0.01$ ,  $\theta=0^\circ$  :  $n=0\sim 12$ )

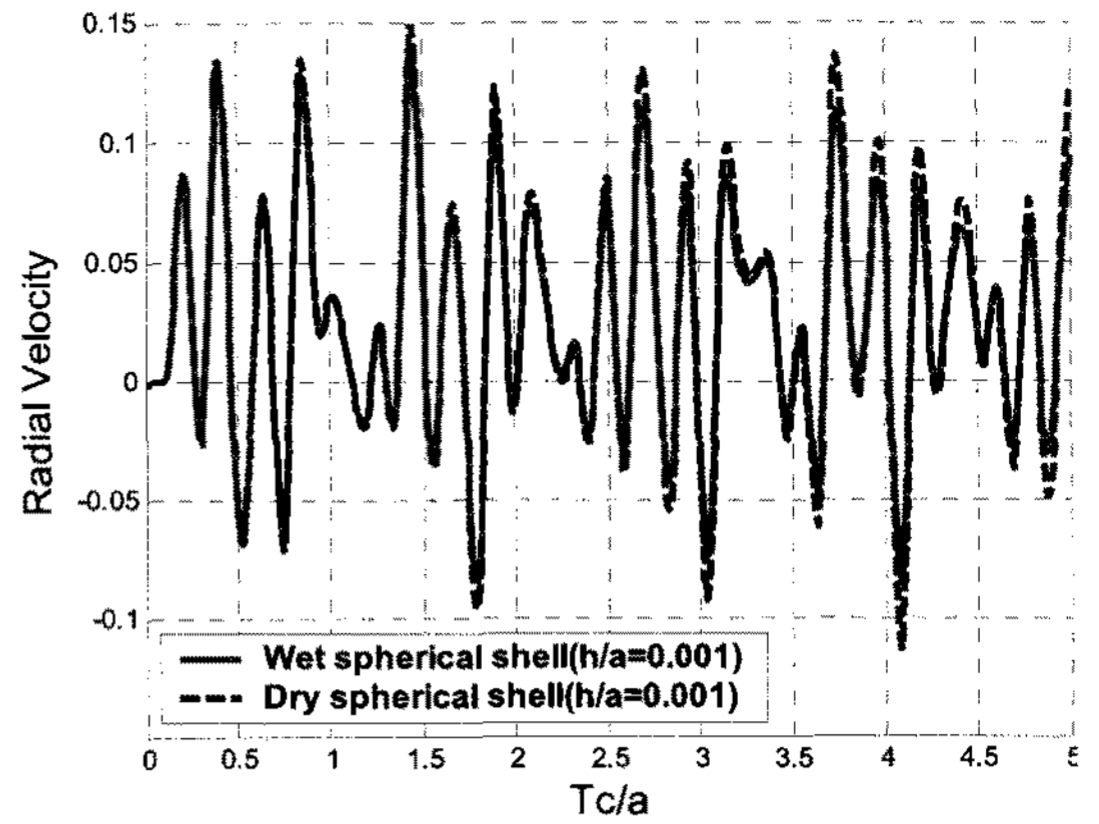


Fig. 4 Radial velocity on the surface of a spherical shell in air ( $\theta=0^\circ$  :  $n=0\sim 12$ )

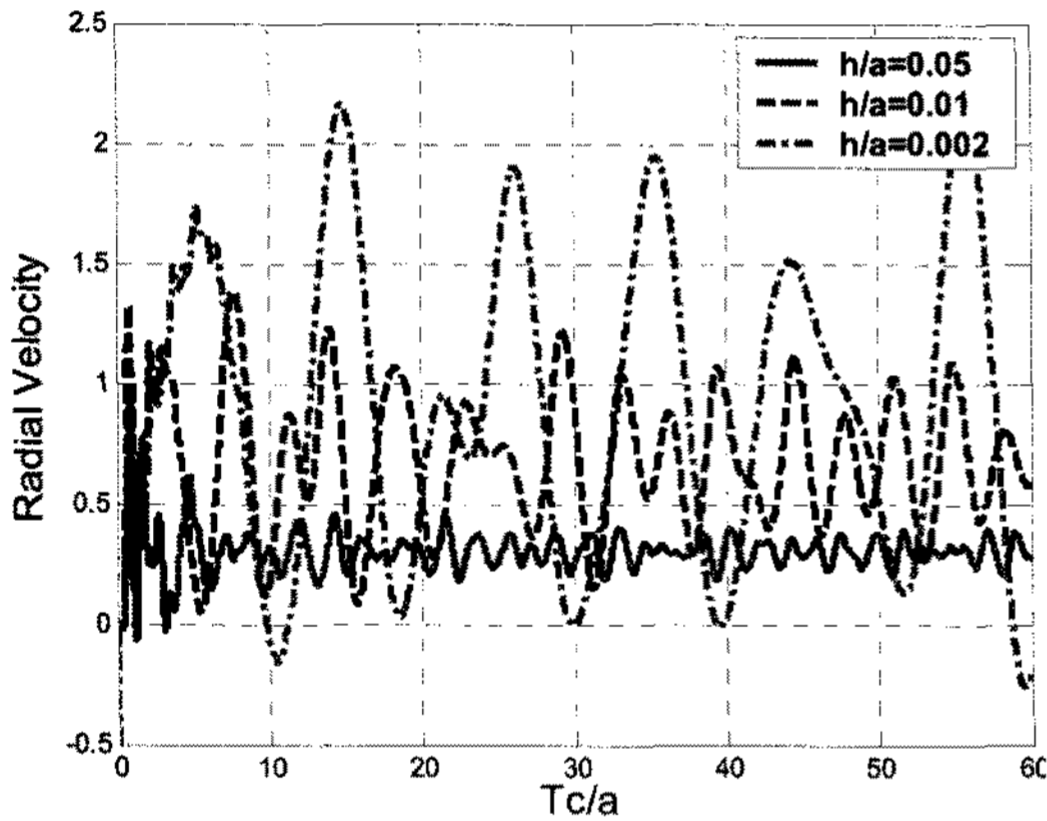


Fig. 3 Radial velocity on the surface of a spherical shell for various thicknesses in water ( $\theta=0^\circ$  :  $n=0\sim 12$ )

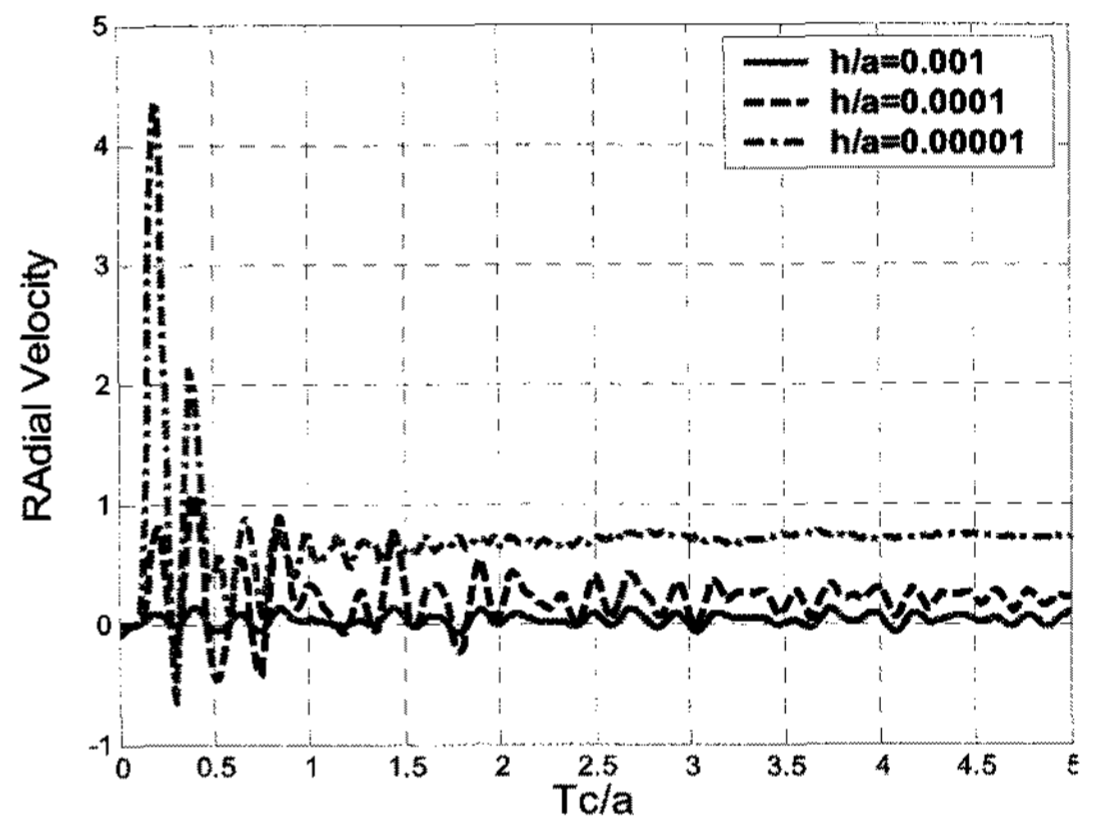


Fig. 5 Radial velocity on the surface of a spherical shell for various thicknesses in air ( $\theta=0^\circ$  :  $n=0\sim 12$ )

(2) 공기 중 구의 과도 응답 특성

공기의 밀도는 구조물의 밀도와 비교하면, 무시할 수 있을 정도로 그 값이 매우 작다. 그 결과 Fig. 4 와 같이 외부 음장을 고려한 경우(wet spherical shell)와 고려하지 않은 경우(dry spherical shell)의 응답 차이는 크지 않다. 하지만, 얇은 막과 값이 매우 유연한 구조물의 경우는 주위의 유체에 의해 많은 영향을 받는다. 여기서는 얇은 막을 표현하기 위해  $h/a$ 를 물속의 경우보다 줄여,  $h/a$ 가 0.001, 0.0001, 0.00001인 경우에 대해서 radial 방향 속도를 구하였다. Fig. 5는 이때의 속도 값을 보여주며,  $h/a$ 가 작아질수록 빠르게 응답의 진폭이 줄어들고,  $h/a=0.00001$ 인 경우는 시간이 지남에 따라 속도 값이 거의 일정해지는 것을 볼 수 있다. 이 경우, 서로

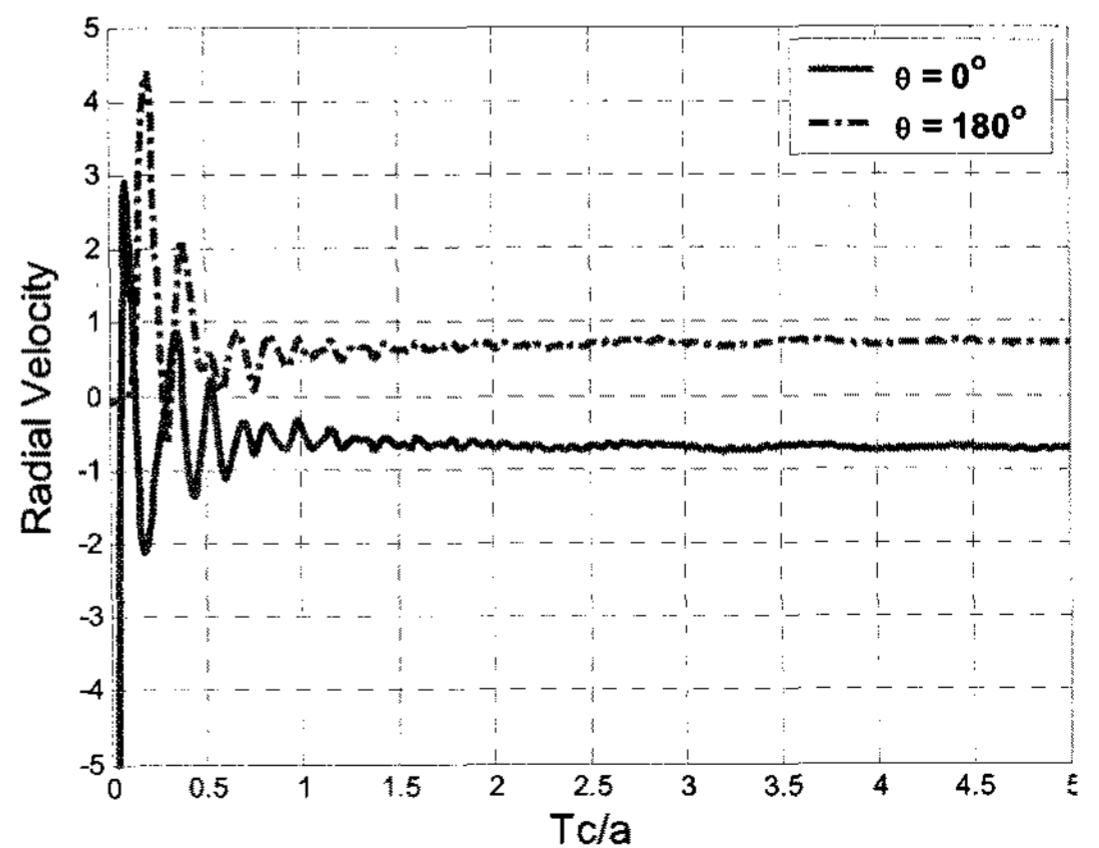


Fig. 6 Radial velocity on the surface of a spherical shell in air at  $\theta=0^\circ$  and  $180^\circ$  ( $h/a=0.00001$ ,  $n=0\sim 12$ )

반대 방향인  $\theta=0^\circ$ 와  $180^\circ$ 의 radial 속도를 보면, 연성 모드는 급격히 사라지고 일정한 속도로 움직이는 것을 확인할 수 있다. 이는 외부 유체를 inviscid라 가정하였기 때문에, 시간이 지나도 강체 모드만은 남게 된다.

이는 이전에 보여진 물속에서의 구의 응답과 서로 반대되는 특징을 보여주고 있다. 이를 좀더 살펴보기 위해, 외부 음장과 결합한 구의 자유 진동 특성을 살펴보도록 하겠다.

### 3.2 구의 자유 진동 특성

식 (8)의 특성 방정식은

$$\kappa'_n(s)S_n(s) + \mu C_n(s) = 0 \tag{9}$$

$$S_n(s) = \det \begin{vmatrix} \lambda_n s^2 + A_n^{vw} & A_n^{vw} \\ A_n^{vw} & s^2 + A_n^{ww} \end{vmatrix} \tag{10}$$

$$C_n(s) = -s\kappa_n(s)(\lambda_n s^2 + A_n^{vw}) \tag{11}$$

로, 이 식을 통해  $\mu = \rho a / \rho_s h$ 에 따른 특성 방정식의 해의 움직임을 살펴볼 수 있다.

Fig. 7은 Legendre polynomial order( $n$ )가 2일 때, 물속에 잠긴 구의  $\mu$ 에 따른 자유 진동 root loci이다. 여기서  $n=2$ 는 구의 첫 번째 연성모드이다. ■은 식 (10)의 determinant가 0일 때의 해로 고체 구조물의 pole이며, ◆는  $\kappa'_n(s)=0$ 일 때의 해로 외부 음장의 pole에 해당한다. 이 경우,  $\mu$ 가 커질수록 외부 음장과 구 사이의 결합 효과가 커지며, 결합 상태의 pole은 Fig. 7처럼 움직인다. 여기서,  $h/a$ 의 변함에 따라 구조물의 pole도 변하지만, 저 차의 모드의 경우는 그 변동이 매우 작으므로 이를 무시할 수 있다<sup>(6)</sup>. 따라서, Fig. 7의  $\mu$ 변동에 따른 root loci는  $h/a$ 에 따른 root loci라고 볼 수 있다. 여기서, 구조물의 pole에서 출발한 결합 pole중 허수값이 작은 pole은 radial 방향의 운동에 해당하는 pole로 자유 진동 응답에 가장 큰 영향을 끼치는 결합 pole이다. 이때, 이 pole은  $h/a$ 가 감소할 때 음의 실수방향으로 움직이다가 빠르게 허수 축으로 접근해 가는 것을 볼 수 있다. 이때, 응답에 가장 큰 영향을 끼치는 radial 방향의 pole의 감쇠비는  $h/a$ 가 0.05, 0.01, 0.002로 줄어들면서 0.0808, 0.0136, 0.0014로 감소하며, 이는 Fig. 3에서  $h/a$ 가 줄어들

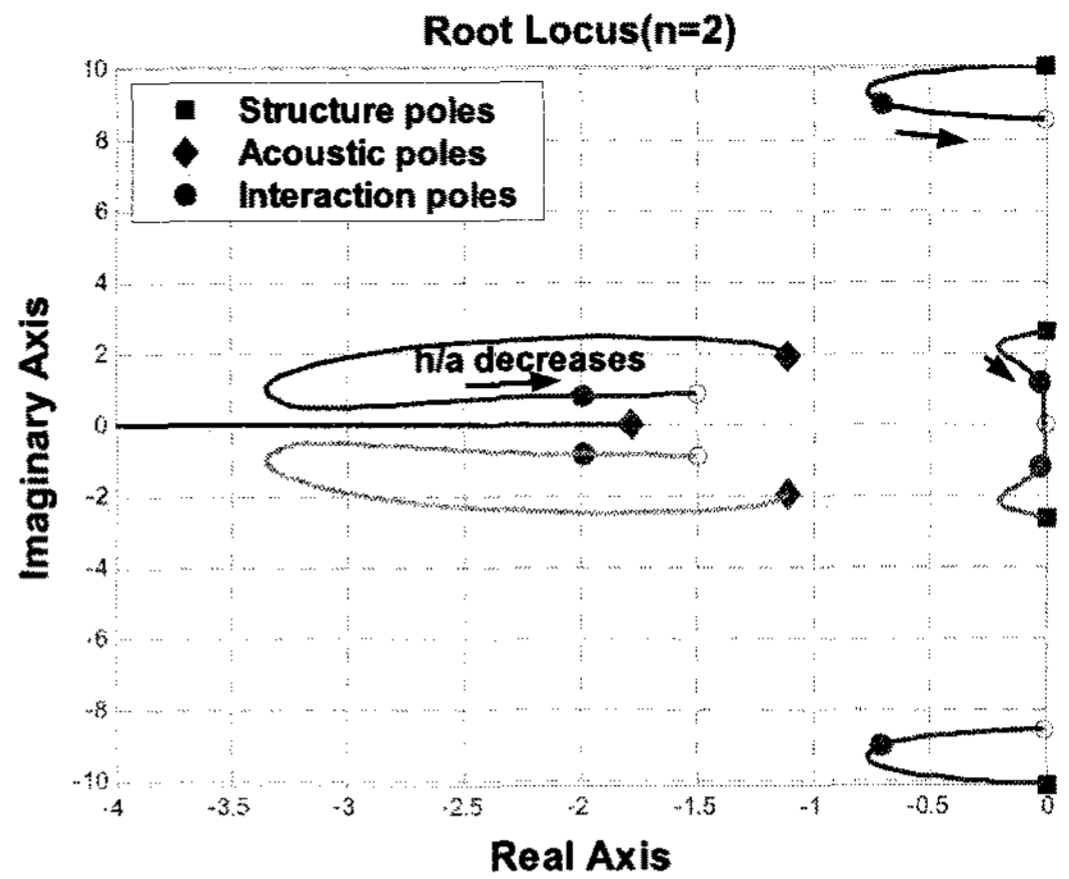


Fig. 7 Root loci of a spherical shell in water by  $\mu$  ( $n=2, h/a=0.01$ )

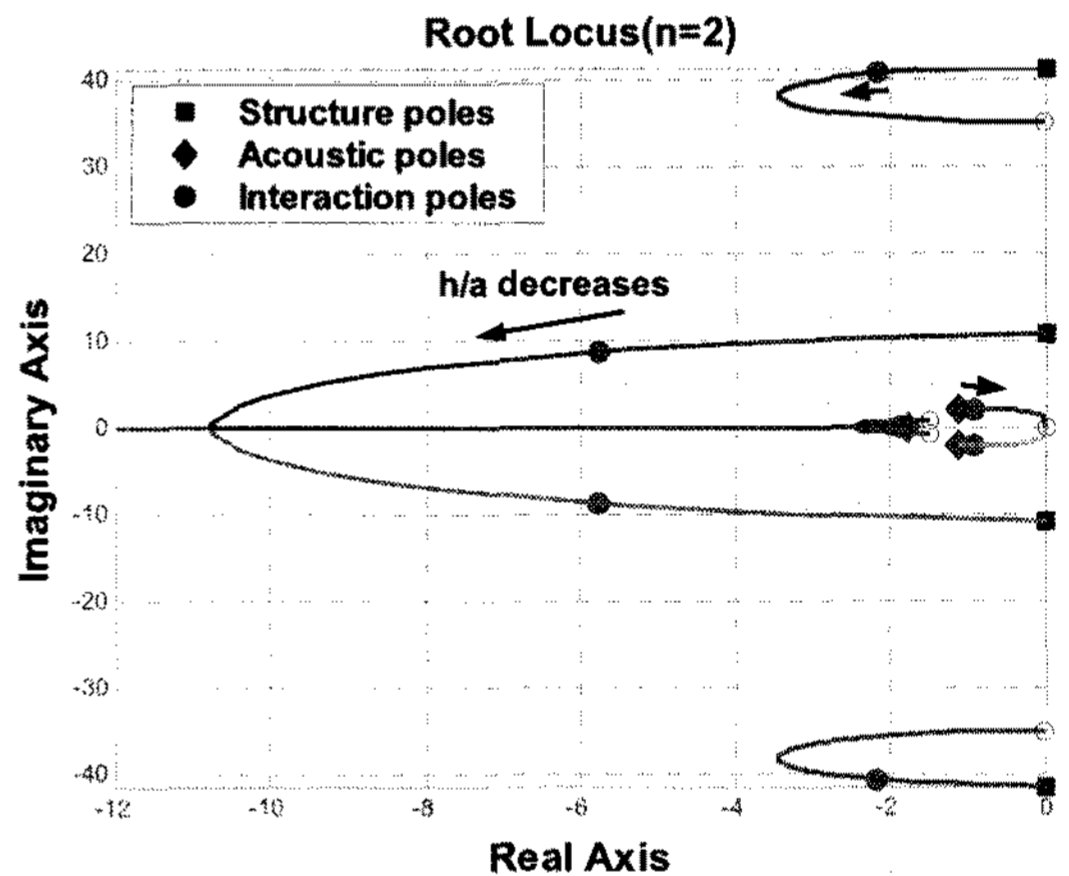


Fig. 8 Root loci of a spherical shell in air by  $\mu$  ( $n=2, h/a=0.00001$ )

수록 과도 응답의 진폭이 줄어드는 효과를 설명해 준다. 그리고, 구조물의 pole과 외부 음장의 pole에서 시작한 각각 결합 pole들, 특히 radial 방향 운동에 해당하는 구조물의 pole은 외부 음장의 pole들과 상대적으로 가까이 위치하고 있어 서로 밀어내어 효과가 발생하는데, 그 결과, 결합 pole들이 서로 교차하지 않으면서, 자신의 궤적에서 근처 zero로 움직인다.

반면, Legendre polynomial order( $n$ )가 2일 때, 공기 중에서의 결합 pole중, radial 방향 운동에 해당하는 결합 pole은  $h/a$ 가 작아질수록 Fig. 8처럼 허수 축에서 멀어지는데, 이때 이 결합 pole의 감쇠비는  $h/a$ 가 0.001, 0.0001, 0.00001로 줄어들수록

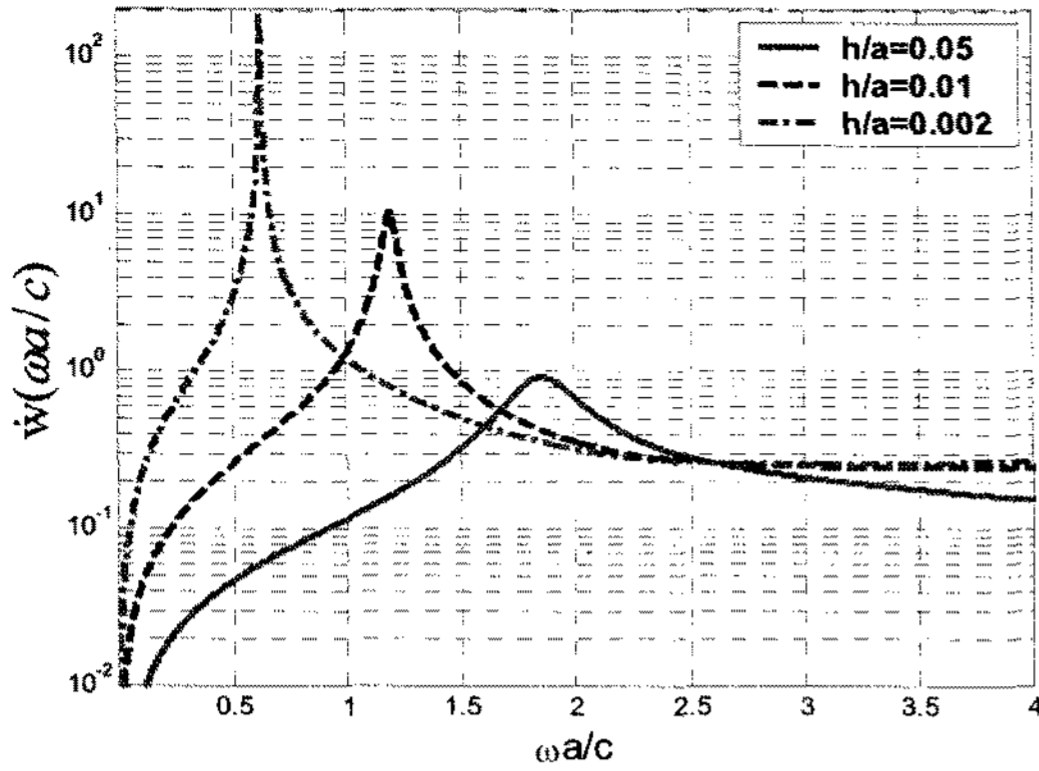


Fig. 9 Radial velocity frequency response of a spherical shell at  $\theta=0^\circ$  in water( $n=2$ )

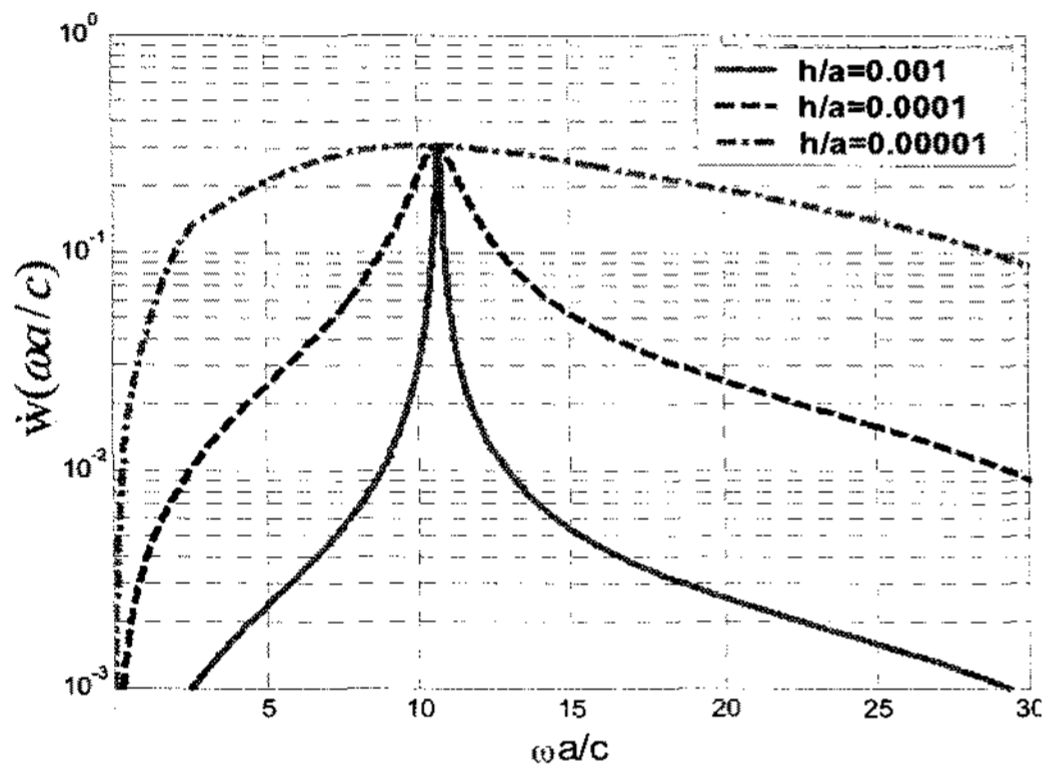


Fig. 10 Radial velocity frequency response of a spherical shell at  $\theta=0^\circ$  in air( $n=2$ )

0.00069, 0.0069, 0.03795로 커진다. 비록, 외부 음장의 pole에서 출발한 pole이 radial 방향 운동에 해당하는 결합 pole보다 허수 축에 더 가깝지만, 이 pole에 해당하는 계수가 매우 작기 때문에 응답에는 크게 영향을 끼치지 못한다. 이런 결합 pole의 움직임은 Fig. 5의 과도 응답처럼  $h/a$ 가 커질수록 감쇠 효과가 커지는 효과를 설명해 준다. 특히, 이 경우는 구조물의 pole과 외부 음장의 pole에서 시작한 각각의 결합 pole들이 서로 이전과 다른 궤적으로 움직이면서, 구조물의 pole과 음장의 pole에서 각각 출발한 pole의 특성이 서로 바뀌게 되는데, 이는 Felippa<sup>(10)</sup>가 언급된 root loci와도 비슷한 결과를 보인다.

이런 현상을 부가 질량 효과를 통해 살펴보면, 먼저 이 효과는 식 (12)처럼 외부 음장과 결합하는 구조물의 정상 상태에서의 근사 모델인 virtual mass

approximation으로 설명된다. 이때, 외부 음장에 둘러싸인 구조물의 정상 상태의 움직임은

$$(M_s + M_a)\ddot{x} + K_s x = f \tag{12}$$

와 같이 간략히 표시될 수 있다. 여기서  $M_a$ 는 외부 음장에 의한 부가 질량이며, 이 부가질량은 구조물의 기하학적 형상에 영향을 받고, 또한, 외부 음장의 밀도에 비례한다. 이때의 구조물의 고유진동수는  $\sqrt{K_s/M_s} \sqrt{1/(1+M_a/M_s)}$ 로 부가질량에 의해 감소한다. 그 결과, 물속의 경우, Fig. 7처럼 구조물의 radial 방향에 해당하는 결합 pole의 허수값이 셀 두께가 얇아질수록  $M_a/M_s$ 가 커져, 부가 질량에 의한 고유진동수 감소가 크다.

반면, 공기 중의 구는 주변 유체의 밀도가 낮아 부가 질량의 효과가 작고, 이로 인해 구의 고유진동수 변동 또한 작다. 그 결과, 외부 음장에 의해 구 표면의 radial 방향에 반대 방향으로 작용하는 감쇠 효과가 상대적으로 부가 질량 효과보다 커지며, 그로 인해, 공기 중에선 감쇠 변화가 고유진동수 변화보다 크게 나타난다.

Figs. 9~10은 Legendre polynomial order( $n$ )가 2일 때의 모달 식으로부터 구한 radial 방향 속도의 주파수 응답으로 radial 방향의 운동에 해당하는 고유진동수 부분을 확대해서 그린 그림이다. 이들 그림은 앞에 언급한 것처럼 물속의 경우,  $h/a$ 가 작아질수록 감쇠비와 고유진동수가 작아지고, 반대로 공기 중의 경우는 감쇠비는 커지고, 고유진동수의 거의 변하지 않는 것을 볼 수 있다.

#### 4. 결 론

이 연구에선 외부 음장과 연동하는 구조물의 동특성 변화를 해석해가 존재하는 구를 통해 살펴보았다. 기존의 연구들은 주로 잠수함과 같이 밀도가 높은 유체로 둘러싸인 구조물에 대해 진행되어 왔으나, 이 연구는 공기와 같이 밀도가 매우 낮은 유체에서도 그 특징을 살펴보았다. 각각의 경우의 과도 응답과 자유 진동 특성을 살펴 본 결과, 물속과 공기 중의 구조물은 고유진동수뿐만 아니라, 특히 감쇠 효과에서 서로 다른 특성을 보였다. 이는 외부 음장의 밀도가 높은 경우는 부가 질량에 의한 효과

가 커 고유진동수의 변화가 큰 반면, 반대로 외부 음장의 밀도가 낮은 경우는 부가 질량보다 외부 음장에 의한 감쇠 효과가 더 크게 작동하기 때문이다. 이를 구의 특성 방정식의 외부 음장의 pole과 구조물의 pole의 위치에 따른 외부 음장과 결합한 구의 결합 pole의 움직임으로 살펴보았으며, 이를 통해, 이런 외부 음장 변화에 따른 서로 다른 감쇠 효과 특성을 알 수 있었다.

## 후 기

이 논문은 BK21과 2008년도 정부(과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 국가지정연구실사업으로 수행된 연구임(M10500000112-06J0000-11210).

## 참 고 문 헌

- (1) Carrier, G. F., 1951, "The Interaction of an Acoustic Wave and an Elastic Cylindrical Shell", Contract N7onr-35810, Technical Report No.4 Brown University, Providence R.I.
- (2) Huang, H., 1969, "Transient Interaction of Plane Acoustic Wave with a Spherical Elastic Shell", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 45, pp. 661~670.
- (3) Huang, H., 1970, "An Exact Analysis of the Transient Interaction of Acoustic Plane Waves with a Cylindrical Elastic Shell", ASME J. Appl. Mech. Vol. 37, pp. 1091~1099.
- (4) Mindlin, R. D. and Bleich, H. H., 1954, "Response of an Elastic Cylindrical Shell to a Transverse, Step Shock Wave", ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 20, pp. 189~195.
- (5) George Ghertock, 1972, "Transient Flexural Vibrations of Ship-like Structures Exposed to Underwater Explosions", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 48, pp. 170~180.
- (6) Junger, M. C. and Feit, D., 1986, Sound, Structure, and Their Interaction.(2nd), MIT Press.
- (7) David, R. and Raymond, P. D., 1997, "A Submerged Shock Response Problem Suitable for Use as a Benchmark", Hunt Vallet, MD, 68th Shock and Vibration Symposium.
- (8) Shin, Y. S. and Santiago, L. D., 1998, "Surface Ship Shock Modeling and Simulation : Two-dimensional Analysis", Shock and Vibration Vol. 5, pp. 129~137.
- (9) Kim, K. S., Choi, S. H. and Jo, H. D., 2007, "Case Study on Hydroelastic Vibration of Plate for Various Bounded Fluid Field", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 1, pp. 3~9.
- (10) Felippa, C. A. and Geers, T. L., 1980, "Axisymmetric Free Vibration of a Submerged Spherical Shell", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 67, pp. 1427~1431.