

거리 의존적 역투사를 이용한 SPECT 영상 구경보정

이 남 용[†]

요 약

평행 빔 SPECT는 평행구멍 모양의 조준기와 검출기를 결합하여 프로젝션 데이터를 얻는다. 그러나, 평행 빔 SPECT의 프로젝션 데이터는 광자의 검출방향을 고정하는 조준기의 점선원 반응 함수의 부정확성 때문에 거리 의존적 흐트러짐의 영향을 받게 되어, 이를 해결하기 위한 효과적인 구경보정이 필요하다. 이 논문에서는 반복적 구경보정 방법의 시간적 제약과 주파수-거리 관계를 이용한 방법의 성능상의 제약을 극복하기 위한 방법으로 거리 의존적 역투사를 이용한 구경보정을 제안한다. 제안된 방법은 직접적 영상재구성에서 적용하는 거리 독립적 역투사를 거리 의존적 역투사로 대체하여 구경보정 효과와 함께 영상을 신속히 재구성 할 수 있다. 제안된 방법의 성능을 기존의 푸리에-거리 관계를 이용한 방법과 비교하기 위해 여러 모의실험을 수행하였다. 모의실험 결과를 통해 제안된 방법이 기존의 푸리에-거리 관계를 이용한 방법에 비해 공간분해능을 향상시키고 잡음에 강건함을 확인할 수 있었다.

Aperture Correction using Distance-Dependent Backprojection for SPECT Images

Nam-Yong Lee[†]

ABSTRACT

The parallel beam SPECT acquires projection data by using parallel hole collimators in conjunction with photon detectors. Those projection data of the parallel beam SPECT are, however, contaminated by the distance dependent blurring because of the inaccuracy of the point response function of the collimator that is used to define the range of directions where photons can be detected. Thus an efficient aperture correction is required. In this paper we propose a distance dependent backprojection method to overcome the time limitation of iterative aperture correction methods and the performance limitation of Fourier-Distance Relation based method. The proposed method achieves aperture correction and fast image reconstruction by replacing the distance independent backprojection of the direct image reconstruction with the distance dependent one. We conducted several simulations to compare the performance of the proposed method with that of the conventional Fourier-Distance Relation based method. The simulation result shows that the proposed method outperforms the Fourier-Distance Relation based method in spatial resolution and robustness against noise.

Key words: Image reconstruction(영상재구성), Fourier-Distance Relation(푸리에-거리 관계), FBP (역과후역투사)

1. 서 론

의료영상 분야에서 널리 사용되고 있는 영상재구

성은 주어진 대상의 투사된 영상(이를 프로젝션 데이터라고 한다)을 이용하여 주어진 대상을 영상의 형태로 복원하는 기술을 총칭한다. 예를 들어, 핵의

※ 교신저자(Corresponding Author) : 이남용, 주소 : 경상남도 김해시 어방동 607(621-749), 전화 : 055)320-3860, FAX : 055)320-3254, E-mail : nylee@inje.ac.kr
접수일 : 2008년 1월 11일, 완료일 : 2008년 3월 4일

[†] 정희원, 인제대학교 컴퓨터응용과학부 기초과학연구소 조교수
※ 본 연구는 2005년도 인제대학교 학술연구조성비의 보조에 의해 수행되었음

학 영상에서 널리 사용되고 있는 SPECT(Single Photon Emission Computerized Tomography: 단일 광자방출전산화단층촬영장치)는 인체 내부에 주사된 방사선 동위원소를 표지한 방사약품에 대한 분포영상을 그것으로부터 방출되는 감마선의 세기와 방향정보를 이용하여 재구성한다. 이때, 검출하고자 하는 감마선의 방향을 고정하는 조준기(Collimator)와 감마선의 세기를 관측하는 검출기를 결합하여 방사선 분포의 투사된 영상을 얻는다. 일반적으로 조준기의 구경(Aperture)을 크게 하면 크게 할수록 관측할 수 있는 감마선의 세기는 증가하지만 관측된 감마선에 대한 방향정보를 부정확하게 하는 흐트러짐(blurring)이 발생하는데, 이 흐트러짐은 광원과 조준기와의 거리에 의존하게 된다. 효과적인 SPECT 영상재구성을 위해서는 이러한 거리 의존적 흐트러짐을 제거하는 방법, 즉 구경보정(Aperture Correction)이 필요하다[1,2].

SPECT 영상의 구경보정을 위해 간단히 고려할 수 있는 방법의 하나는 조준기의 거리 의존적 반응을 정확히 고려한 투사기와 역투사기를 EM(Expectation Maximization)[3]과 같은 반복적 영상재구성에 사용하는 것이다. 이 방법은 가장 정확한 구경보정을 제공하는 반면에, 그 속도가 현저히 느리다는 단점이 있다[4,5].

한편, 직접적 구경보정으로 가장 많이 연구되었던 방법은 조준기의 거리 의존적 흐트러짐의 주파수-거리 관계(FDR: Frequency-Distance Relation)를 이용하는 것이다[6-8]. 이러한 방법들은 거리 의존적 흐트러짐의 영향을 각 주파수 대역별로 가장 큰 영향을 주는 거리에서의 흐트러짐만을 고려한다. 이러한 방법은 하나의 점광원에 대해서는 어느 정도의 보정 효과를 얻을 수 있으나, 복잡한 구조의 분포에 대해서는 무시되어 졌던 정보가 축적되어 보정의 효과를 약화시킨다. 또한, 구경보정의 과정이 잡음에 매우 취약한 역필터링(Inverse Filtering)을 따르는 단점이 있다.

이 논문에서는 앞에서 거론한 반복적 구경보정의 느린 처리속도와 FDR의 잡음에 취약한 문제를 동시에 해결할 수 있는 방법을 제안하고자 한다. 제안된 방법은 빠른 처리속도를 얻기 위해 영상재구성에서 가장 널리 사용하고 있는 FBP(Filtered Backprojection)를 기본 구조로 하고, 구경보정을 위해 거리 의

존적 역투사를 이용한다. 보다 구체적으로, 제안된 방법은 관측된 프로젝션 데이터에 주는 영향은 조준기로부터 동일한 거리에 위치한 광원에서 동일하고, 그것의 세기에 대한 예측으로, 그 지점에서 발생한 흐트러짐에 대한 보정결과를 이용한다. 이때 보정은 잡음에 강건한 Wiener 필터링을 프로젝션에 적용하여 수행한다. 제안된 방법의 우수성은 주파수-거리 관계를 이용한 방법과의 비교 모의실험을 통해 확인할 수 있었다.

이 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 SPECT 영상재구성과 구경보정에 관한 내용을 다루었다. 3장에서는 제안된 방법에 대한 설명을 다루고, 4장에서는 제안된 방법의 모의실험 결과와 그에 대한 고찰을 다루었다. 5장에서는 이 논문의 결론과 함께 추후 진행하고자 하는 연구방향에 대해 설명하였다.

2. SPECT 영상재구성과 구경보정

그림 1은 SPECT의 평행구멍 조준기와 검출기를 z 축과 평행한 상태에서 회전시켜 프로젝션 데이터를 얻는 과정을 표현하고 있다. 이 논문에서는 SPECT의 조준기와 검출기가 동일한 회전반경 R 을 가지고 z 축을 중심으로 회전하는 것으로 가정한다.

그림 2는 z 좌표가 고정된 단층면에서의 감마선을 이용한 프로젝션 데이터의 측정과정을 표현하고 있다. 여기서, 좌표 (s, t) 는 좌표 (x, y) 가 시계 반대방향으로 θ 만큼 회전한 것이다. 회전변환 \mathbb{R}_θ 에 대한 방사약품 분포영상 $f(x, y)$ 의 결과는

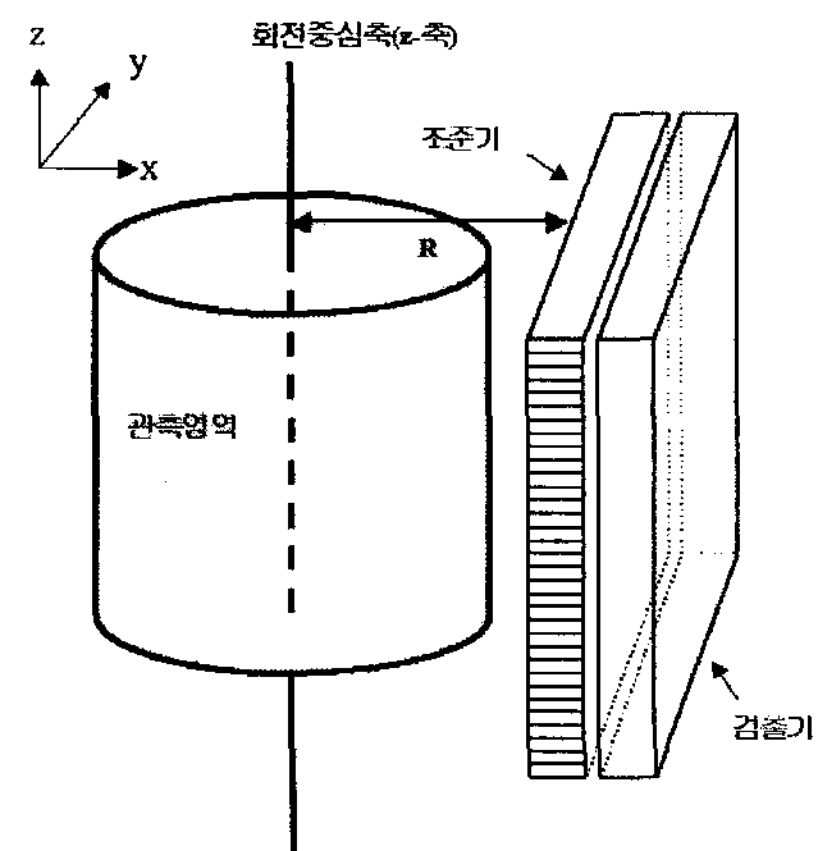


그림 1. SPECT를 이용한 측정

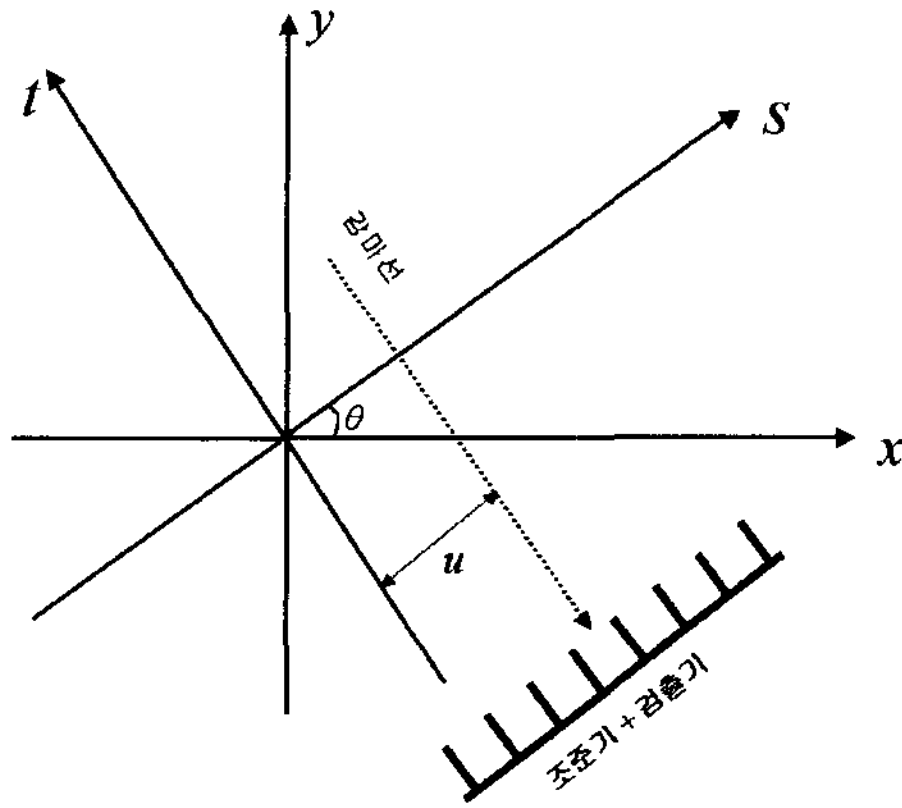


그림 2. 단층면에서 감마선을 이용한 프로젝션 측정

$$\begin{aligned} \mathbb{R}_\theta f(x,y) &= f(s,t), \\ s &= x \cos \theta + y \sin \theta \\ t &= -x \sin \theta + y \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

을 만족한다.

평행구멍 조준기의 허용각도 α 는 그림 3과 같이 그 구경 D 가 작고 길이 L 이 길수록 0° 에 가깝게 되고, 조준기에 관측되는 영역도 직선(그림 3에서 ℓ 로 표현된 것)에 근접하게 된다. 현실적으로 허용각도가 0° 인 조준기는 존재할 수 없으므로, 현실적인 프로젝션 데이터 $Z(\theta,u)$ 는 다음과 같이 조준기 평면과의 거리에 의존하는 흐트러짐의 영향을 받는다.

$$Z(\theta,u) = \int \mathbb{R}_\theta f(\cdot, y) * h(\cdot, y+R)(u) dy \quad (2)$$

여기서 h 는 조준기에 의한 흐트러짐을 표현하는 함수로 (x,y) 에 위치한 점광원의 반응결과를 $h(x,y+R)$ 로 표현하였다(여기서 $y+R$ 은 점광원과 조준기 평면사이의 거리임에 주목하자). 식 (2)에서 $*$ 는 합성곱(Convolution)을 의미하는 것으로 적분함수는

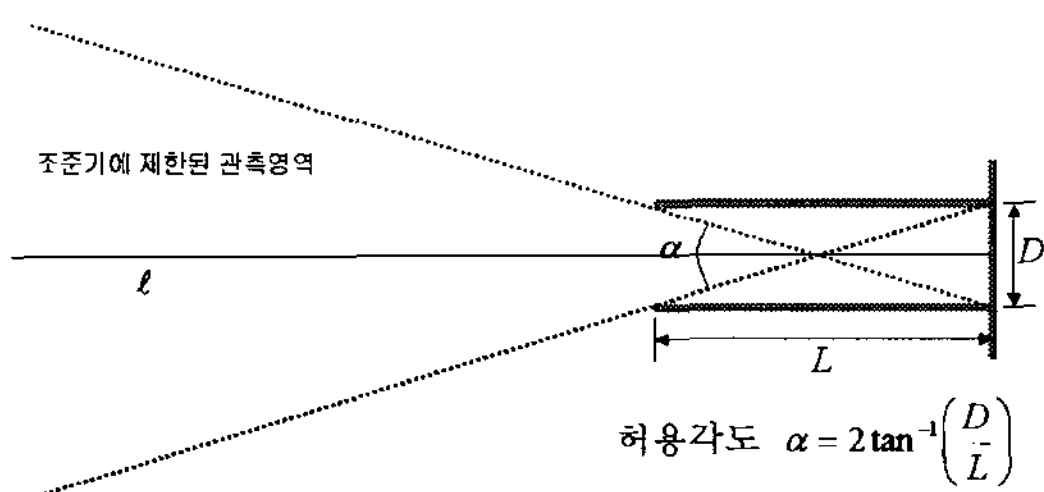


그림 3. 조준기의 허용각도

$$\begin{aligned} \mathbb{R}_\theta f(\cdot, y) * h(\cdot, y+R)(u) \\ = \int \mathbb{R}_\theta f(x,y) h(u-x,y+R) dx \end{aligned} \quad (3)$$

로 정의된다. 식 (3)에서 $\mathbb{R}_\theta f(\cdot, y)$ 와 $h(\cdot, y+R)$ 는 y 가 고정된 상태에서 나머지 변수 x 에 관한 함수인데, 합성곱을 표시할 때, 합성곱 결과함수의 변수만을 표시하는 관례에 따라 변수 x 를 \cdot 으로 대체하였다. 식 (3)의 의미는 주어진 영상을 $-\theta$ 만큼 회전 이동시킨 후에 합성곱을 수행한다는 것임을 유의하자.

한편, 허용각도가 거의 0° 에 가까워지면 조준기 뒤에 위치한 검출기에서 관측한 감마선의 세기는 방사약품의 분포영상 f 을 직선 ℓ (그림 3)에서의 적분으로 근사할 수 있다. 이를 $f(x,y)$ 의 이상적 프로젝션 데이터라 하고 $Y(\theta,u)$ 로 표시하자.

흐트러짐 함수 $h(x,y+R)$ 은 점광원에서 조준기까지의 거리 $y+R$ 에 의존하여 흐트러짐이 발생한다. 그 흐트러짐의 정도는 실제적 실험, 컴퓨터 시뮬레이션, 또는 가우스 함수에 의한 근사를 통해 쉽게 계산할 수 있다[4,5,9]. 이 논문에서는 흐트러짐 함수 h 를 구경의 모양, 크기 등을 고려한 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 계산하였다. 식 (2)에서와 같이 조준기에 의한 흐트러짐은 거리 의존적인데, 이것을 쉽게 풀어내는 방법, 즉, 관측된 프로젝션 데이터 $Z(\theta,u)$ 에서 이상적인 프로젝션 데이터 $Y(\theta,u)$ 를 해석적으로 직접 계산할 수 있는 방법은 h 가 아주 특수한 경우를 제외하고는 존재하지 않는 것으로 알려져 있다[7].

서론에서도 언급하였듯이 SPECT 영상의 구경보정을 위해 가장 간단히 고려할 수 있는 방법은 거리 의존적 반응을 고려한 투사기와 역투사기를 EM[3] 또는 OSEM[10]과 같은 반복적 영상재구성에 사용하는 것이다. 이를 설명하기 위해 관측된 프로젝션 데이터 $Z(\theta,u)$ 를 연속변수가 (θ,u) 가 아닌 관측각도와 검출기 셀에 의해 결정되는 이산변수 b (이를 프로젝션 퀴(bin)라 하자)를 이용하여 벡터 형으로 Z_b 라고 하고, 재구성하고자 하는 영상 $f(x,y)$ 를 화소를 의미하는 이산변수 v 를 이용하여 벡터 f_v 로 표현해 보자. 이러한 경우, 이 두 벡터간의 관계는 관측된 프로젝션 데이터와 재구성하고자 하는 영상과의 관계를 규정하는데, 그 관계는 어떠한 행렬 P 에 의해 결정되는 연립선형방정식

$$Z_b = \sum_v P_{b,v} f_v \quad (4)$$

으로 표현할 수 있다. 식 (4)에서 $P_{b,v}$ 는 프로젝션 캐 b 에서 관측된 감마선이 화소 v 에서 발생했을 조건부 확률을 의미하는 것으로 검출기와 조준기의 특성을 이용하여 수치적 계산 또는 실험적 방법에 의해 측정 가능하다. 행렬 P 를 투사기, 그리고 P 의 전치행렬 P^t 를 역투사기라 명명한다.

반복법 EM 알고리즘은 관측된 프로젝션 데이터가 Poisson 분포를 따른다는 통계적 가정 하에, 현재의 관측 결과의 가능성을 최대로 하는 f_v 가 무엇인가를 f_v^* 이라는 제한조건을 적용하여 유도한 방법으로, 다음과 같이 현재의 반복 결과영상 f_v^{old} 에서 다음 단계의 영상 f_v^{new} 을

$$f_v^{new} = f_v^{old} \frac{\sum_b P_{b,v} \frac{Z_b}{\mu_b}}{\sum_b P_{b,v}}, \quad \mu_b = \sum_v P_{b,v} f_v^{old} \quad (5)$$

와 같이 갱신한다. 즉, 현재의 반복 결과영상 f_v^{old} 의 투사결과 μ_b 와 실제로 관측된 프로젝션 데이터 Z_b 를 비교한 결과를 다시 역투사하여 새로운 반복 결과영상 f_v^{new} 를 얻는다.

실제 계산에서는 식 (5)의 행렬과 벡터의 곱(투사와 역투사 과정)은 거리 의존적 합성곱에 의해 표현 가능(식 (2) 참조)하므로 주파수 영역에서 곱의 형태로 계산하여 속도향상을 얻을 수 있다. 또한, OSEM[10]과 같은 가속화된 반복법을 이용하여 더 큰 속도향상을 얻을 수 있다. 그러나, 그러한 속도향상도 SPECT 영상재구성에서 가장 널리 사용되고 있는 FBP(3장에서 설명할 예정임)에 비해서 아주 미미하다. 즉, EM 또는 OSEM 반복법을 사용한 구경보정은 그 효과에 비해 속도가 현저히 느린 것이 가장 큰 단점이다. 그 속도의 차이는 재구성하고하는 영상의 크기와 해상도, 조준기와 검출기의 반응을 고려한 투사기와 역투사기의 정확도(정확하게 투사기와 역투사기를 표현하면 할수록 계산 속도는 느려진다)에 따라 다르지만, 이 논문의 실험(4장의 실험결과 참조)에서는 FBP는 0.11초안에 전체 영상재구성을 완료할 수 있는 반면에, EM 반복법의 투사와 역투사 과정 하나에만 9.34초가 소요되었다. 이러한 과정을 여러 차례 반복해야 효과적인 수렴을 얻을 수 있다는 점을 고려해 볼 때 EM 또는 OSEM 반복법과 FBP의 속도차이는 수백에서 수천 배 차이가 나게

된다. 또한, 반복법의 효과적인 수렴을 위해서는 일련의 정규화과정이 필요하다는 단점이 있다[11,12]. 이러한 이유로, 이 논문에서는 EM 또는 OSEM 반복법을 이용한 구경보정은 비교대상에서 제외하였다.

한편, 직접적 구경보정방법으로 가장 많이 연구되었던 방법은 조준기의 거리 의존적 흐트러짐의 주파수-거리 관계(FDR: Frequency-Distance Relation),

$$\hat{Z}(n,w) \approx \hat{h}\left(w, -\frac{n}{w} + R\right) \hat{Y}(n,w) \quad (6)$$

에 기초하고 있다[6-8]. 식 (6)에서, $\hat{Z}(n,w)$ 은 $Z(\theta,u)$ 의 변수 u 에 대한 푸리에 변환 $\hat{Z}(\theta,w) = \int Z(\theta,u) e^{2\pi i w u} du$ 의 변수 θ 에 대한 푸리에 계수 $\hat{Z}(n,w) = \int_0^{2\pi} \hat{Z}(\theta,w) e^{2\pi i n \theta} d\theta$ 이다. 동일한 방법으로 $\hat{Y}(n,w)$ 도 정의하고, $\hat{h}(w, y+R)$ 은 $h(u, y+R)$ 의 변수 u 에 대한 푸리에 변환으로 정의된다.

식 (6)의 주파수-거리 관계는 다음과 같은 근거에서 유도되었다[6,7]. 먼저, $(r \cos \phi, r \sin \phi)$ 에 위치한 점 광원의 이상적 프로젝션 데이터 $Y(\theta,u)$ 에 대한 푸리에 분석은

$$\hat{Y}(n,w) = \int_0^{2\pi} e^{-2\pi i (r w \sin(\phi - \theta) + n \theta)} d\theta \quad (7)$$

인 반면에, 조준기에 의한 거리 의존적 흐트러짐에 영향을 받는 프로젝션 데이터 $Z(\theta,u)$ 에 대한 푸리에 분석은

$$\hat{Z}(n,w) = \int_0^{2\pi} e^{-2\pi i (r w \sin(\phi - \theta) + n \theta)} \times \hat{h}(w, -r \cos(\phi - \theta) + R) d\theta \quad (8)$$

을 만족한다. 식 (7)과 (8)의 적분계산은 빠르게 진동하고 있는 함수 $e^{-2\pi i (r w \sin(\phi - \theta) + n \theta)}$ 때문에, 대부분의 θ 에서는 적분에 대한 영향이 미비하고, 의미 있는 영향은 진동이 상대적으로 적은, 즉, $\frac{\partial}{\partial \theta} e^{-2\pi i (r w \sin(\phi - \theta) + n \theta)} = 0$ 을 만족하는 θ 근방에서만 집중하고 있다. 그런데, 이에 해당하는 각도는 두 개가 존재하고 $r \cos(\phi - \theta_i) = \frac{n}{w}$ ($i=1,2$)을 만족한다. 이 결과를 고려하여 식 (7)과 (8)의 근사로 식 (6)의 결과를 얻을 수 있다.

이 근사결과는 점광원의 위치와 관계된 변수 r, ϕ 에 의존하지 않으므로 일반적인 방사선 분포에 대한 분석으로도 사용할 수 있다. 그러나, 이러한 논거는 거리 의존적 흐트러짐의 영향을 각 주파수 대역별로 가장 큰 영향을 주는 거리에서의 흐트러짐만을 고려

하고, 다른 거리에서의 흐트러짐은 무시하고 있다. 이 방법은 하나의 점광원에 대해서는 어느 정도의 보정효과를 얻을 수 있으나, 복잡한 구조의 분포에 대해서는 무시되어 졌던 정보가 축적되어 구경보정의 효과를 약화시킨다(그림 9 참조).

3. 거리 의존적 역투사에 의한 구경보정

이 장에서는 구경보정을 고려하지 않는 보통의 영상재구성 방법과 조준기에 의한 흐트러짐이 발생하는 과정을 살펴보고, 이 논문에서 제안하고자 하는 거리 의존적 역투사를 설명하고자 한다.

먼저, 평행구멍 조준기를 이용한 SPECT 영상재구성에 가장 널리 사용되고 있으며, 빠른 처리속도가 큰 장점인 FBP(Filtered Backprojection)에 대해 살펴보자. FBP는 이상적 프로젝션 데이터 $Y(\theta, u)$ 에 대한 다음의 푸리에 변환 해석에 기초하고 있다.

$$\hat{Y}(\theta, w) = \hat{f}(w \cos \theta, w \sin \theta) \quad (9)$$

여기서 \hat{f} 는 f 의 2차원 푸리에 변환이다. 이 관계를 이용하여

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} F(\theta, x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta \quad (10)$$

와 같이 원래의 영상 f 을 복원할 수 있는데, 식 (10)의 과정을 역투사(Backprojection)라고 한다. 여기서, F 는 프로젝션 데이터에 대한 Ramp 필터링 결과로

$$\hat{F}(\theta, w) = \hat{Y}(\theta, w)|w| \quad (\text{이상적인 경우}) \quad (11)$$

이다. FBP에서는 잡음에 의한 왜곡을 줄이기 위해 식 (11)에 대체로 고주파 정보를 무시하는 윈도우함수를 곱하는 필터링 절차를 갖는데, 이를 Ramp 필터링에 포함되어 있는 과정으로 여긴다면, FBP는 Ramp 필터링과 역투사 두 과정으로 요약할 수 있다.

그림 4는 이상적 상황에서의 역투사 과정을 관측 각도 $\theta=0$ 에 대해 도식적으로 표현한 것이다. 이 과정을 보면 조준기에 의한 흐트러짐이 발생하는 경우에, 즉, Ramp 필터링한 결과 $F(\theta, u)$ 가

$$\hat{F}(\theta, w) = \hat{Z}(\theta, w)|w| \quad (\text{현실적인 경우}) \quad (12)$$

을 만족하는 경우에, FBP를 이용하는 것은 흐트러짐을 보정할 기회를 전혀 갖지 못하고 있다는 점을

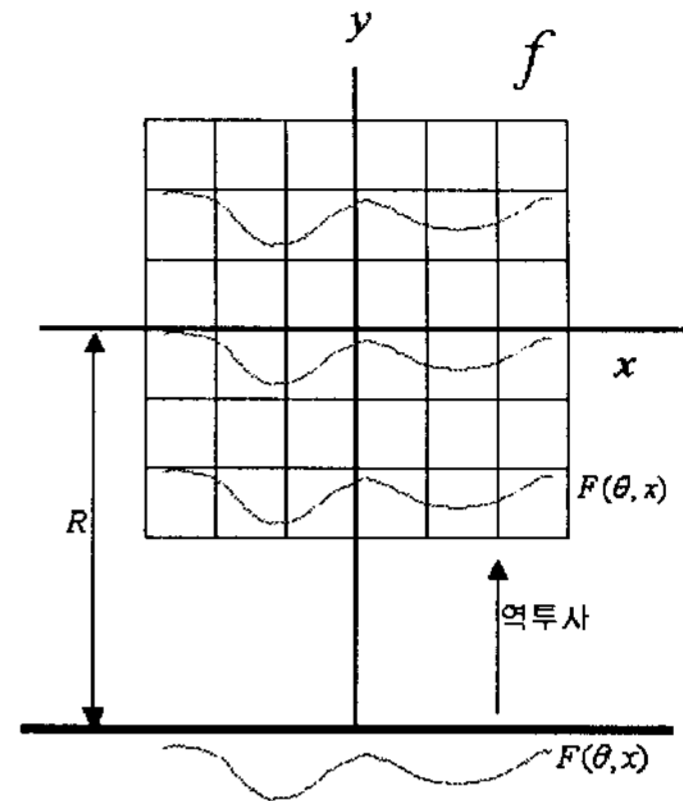


그림 4. 이상적 역투사: 조준기로부터의 거리 $y+R$ 에 상관없이 역투사는 동일하다.

알 수 있다. 이 논문에서 제안하고자 하는 방법은 다음과 같은 사실에 기초하고 있다. 만약, 조준기에 의한 흐트러짐이 거리에 상관없이 $p(x)$ 라는 점 흐트러짐 함수(Point Spread Function)에 의해 결정된다면, 이를 보정하기 위해 역투사 과정에서 $p(x)$ 의 역필터(Inverse Filter) $p^{-1}(x)$ (즉, $p * p^{-1} = \delta$)를 적용하면 된다. 이러한 사실에 착안하여 거리 의존적 흐트러짐을 보정하는 방법으로 이 논문에서는 다음과 같이 거리 의존적 역필터링을 적용한 역투사 방법을 제안한다.

$$\int_0^{2\pi} \mathbb{R}_\theta(F(\theta, \cdot) * h^{-1}(\cdot, y+R)(x)) d\theta \quad (13)$$

여기서, $h^{-1}(\cdot, y+R)$ 은 거리 의존적 흐트러짐 함수 $h(\cdot, y+R)$ 의 역필터이다.

그림 5는 거리 의존적 흐트러짐이 발생한 상황에서의 Ramp 필터링 결과 $F(\theta, u)$ 와 그것의 역투사 결과 $F(\theta, \cdot) * h^{-1}(\cdot, y+R)(x)$ 의 관계를 관측각도 $\theta=0$ 에 대해 도식적으로 표현한 것으로, 이를 그림 4의 FBP의 경우와 비교하면 제안된 방법과의 차이를 분명히 알 수 있다. FBP의 이상적 역투사는 조준기로부터의 거리에 상관없이 모든 위치의 광원이 동일한 영향이 주어졌다고 가정하는 반면에, 제안된 방법은 가까운 위치에서는 작은 흐트러짐의, 그리고, 먼 위치에서는 큰 흐트러짐의 영향을 받았다고 가정하였고, 그래서 흐트러짐의 정도를 고려한 역필터링을 제안하였다.

제안된 방법(식 (13))과 식 (6)에 기초한 FDR의

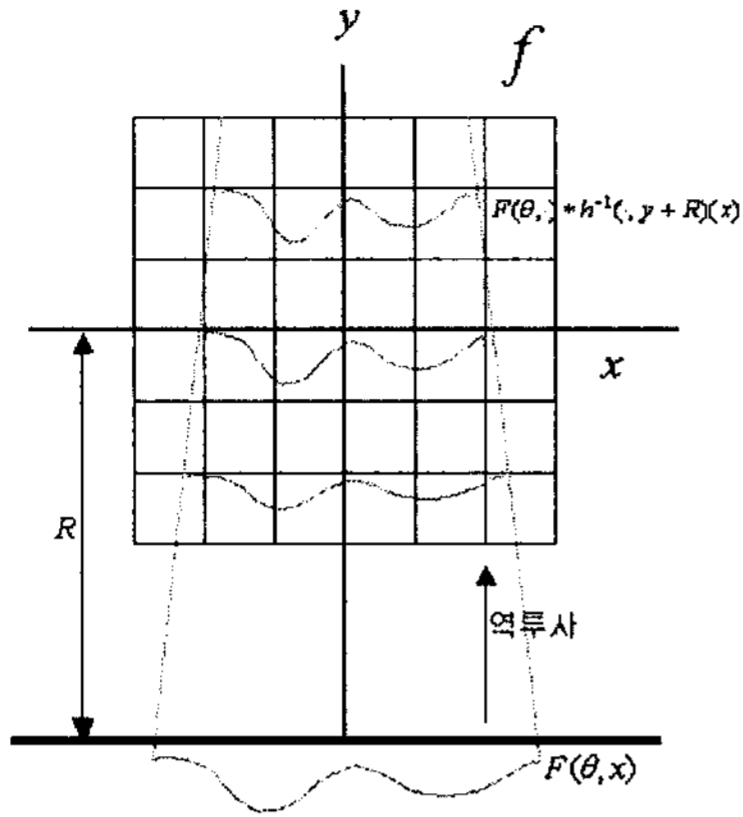


그림 5. 거리 의존적 역투사: 조준기로부터의 거리 $y + R$ 에 따라 다른 역투사가 적용된다.

차이는 거리 의존적 흐트러짐에 대한 보정이 공간영역 또는 주파수영역에서 시행했다는 차이 못지않게 그 보정방법의 차이도 분명하다. 식 (6)의 FDR은 반드시 주파수별로 역필터링을 수행해야 하는데, 이는 잡음에 매우 취약하다. 한편, 식 (13)의 역필터링 절차는 잡음에 강건한 Wiener 필터링으로 교체해도 무방하다. 또한, 모든 위치 $y + R$ 에 대해 Wiener 필터 $h^{-1}(\cdot, y + R)$ 를 계산하고 그것을 $F(\theta, \cdot) * h^{-1}(\cdot, y + R)(x)$ 의 계산에 적용하는 것은 상당히 번거로운 일이다. 이를 해결하기 위해 제안된 방법에서는 제일 가까운 위치 $y_0 + R$ 와 가장 먼 위치 $y_1 + R$ 에서의 Wiener 필터 $h^{-1}(\cdot, y_i + R)$, $i = 0, 1$ 와 합성곱을

$$\hat{f}_i(\theta, w) = \frac{\hat{h}(w, y_i + R)}{|\hat{h}(w, y_i + R)|^2 + \epsilon} \hat{F}(\theta, w) \quad (14)$$

와 같이 주파수 영역에서 계산하여 $f_i(\theta, x)$, $i = 0, 1$ ($\hat{f}_i(\theta, w)$ 의 푸리에 역변환 결과)를 구하고, 그 중간위치 $y + R$ 에서의 결과는

$$f_\theta(x, y) = \frac{y - y_1}{y_0 - y_1} f_0(\theta, x) + \frac{y_0 - y}{y_0 - y_1} f_1(\theta, x) \quad (15)$$

와 같이 선형보간법을 이용하여 계산한다. 여기서 $f_\theta(x, y) = F(\theta, \cdot) * h^{-1}(\cdot, y + R)(x)$ 이다.

제안된 방법이 거리 의존적 역투사에 기초한다는 의미로 약어로 DDB(Distance Dependent Backprojection)으로 표기하고자 한다. DDB의 절차를 그림 6의 유사코드를 이용하여 정리하였다.

```

DDB:
Set  $f = 0$ 
For each  $\theta$ 
     $\hat{F}(\theta, w) = \text{Ramp Filter}(Z(\theta, u))$  by (12)
    Compute  $\hat{f}_i(\theta, w)$ ,  $i = 0, 1$  by (14)
    Compute  $f_\theta(x, y)$  by (15)
 $f(x, y) = f(x, y) + \mathbb{R}_\theta f_\theta(x, y)$  by (1)
    
```

그림 6. DDB의 유사코드

4. 실험결과 및 고찰

제안된 구경보정 방법 DDB의 성능을 FBP, FDR와 비교하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 사용한 변수들은 다음과 같다.

시뮬레이션에 사용한 변수:

분포영상의 화소 크기: 3.6mm^3

분포영상의 크기: 435mm^2

회전반경(R): 400mm

검출기의 분해능: 3.6mm^2

허용각도: 8.56°

관측각도의 개수: 64

관측각도의 영역: $[0, 2\pi]$

시뮬레이션에 사용한 영상은 그림 7의 4개의 영상을 사용하였다. 그림 7-a를 'hot rod', 7-b를 'cold rod'

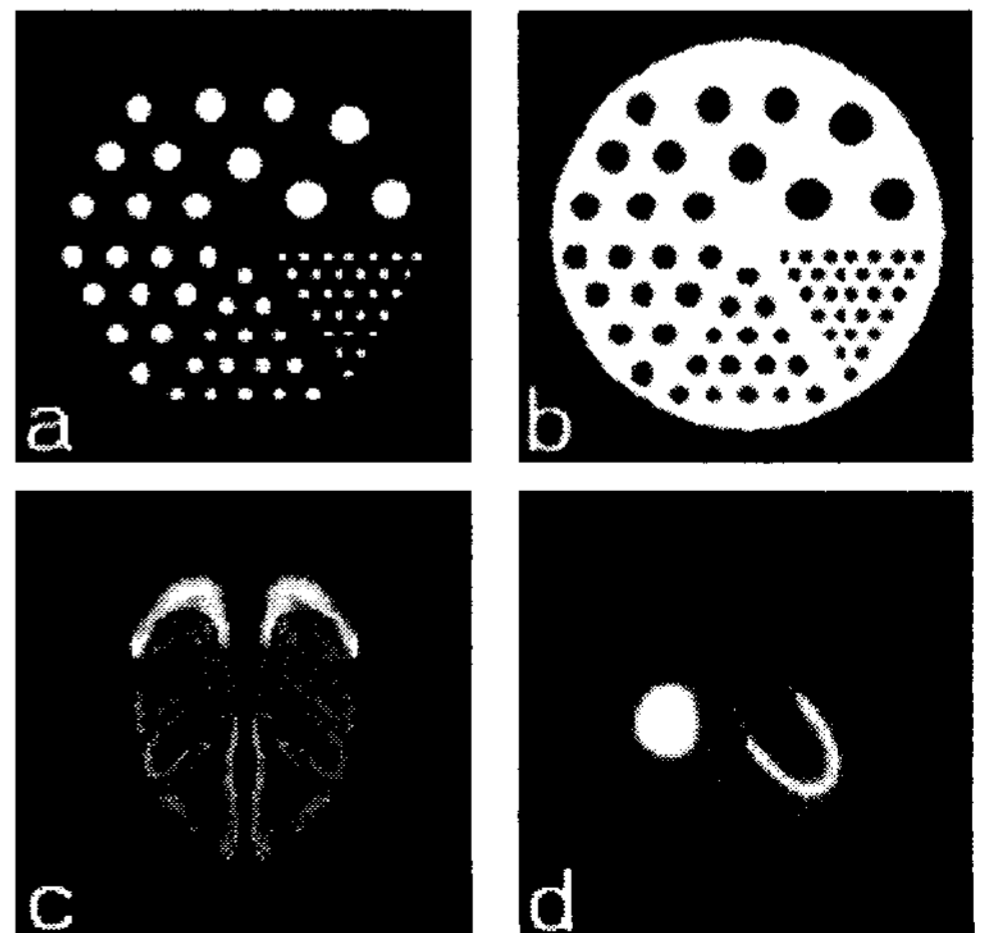


그림 7. 모의실험에 사용한 영상: a-'hot rod', b-'cold rod', c-'monkey brain', d-'MCAT'

rod', 7-c를 'monkey brain', 7-d를 'MCAT (Mathematical Cardiac Torso)' 영상이라 명명하자. 실제 상황과 유사한 프로젝션 데이터를 모사하기 위해 Monte Carlo 방법을 이용하였다[13]. 영상재구성의 결과에 대한 평가 기준으로 시각적 비교와 함께 RMSE(Root Mean Square Error)를 이용하였다. 여기서, RMSE는 다음과 같이 정의한다.

$$RMSE = \frac{\sum_v |f_v - \tilde{f}_v|^2}{\sum_v |f_v|^2}, \quad (16)$$

f_v : 원영상, \tilde{f}_v : 복원된 영상

그림 8, 그림 9, 그림 10은 각각 FBP, FDR, DDB에 의한 모의 실험결과이다. 이 3개의 모의실험에 Ramp Filtering 과정에 동일한 Hann 필터를 적용하여 상위 50% 주파수 대역의 정보를 제거하는 과정을 거쳤다. 그림 8의 FBP의 결과는 그 분해능이 상당히 낮고, RMS도 FDR, DDB에 비해 큼을 알 수 있다. 한편,

그림 9의 FDR의 모의실험 결과는 FBP에 비해 'cold rod'의 경우를 제외하고는 대체로 분해능이 뚜렷이 향상되었음을 보여주고 있다. 또한, RMSE도 역시 'cold rod'를 제외하고는 FBP에 비해 향상되었음을 알 수 있다. FDR 모의실험에서도 FBP의 경우와 동일한 Ramp 필터링과정을 적용하였기 때문에 FDR에 의한 분해능의 향상은 전적으로 식 (6)의 적용에 기인한 것임을 알 수 있다. 그러나, FDR은 물체

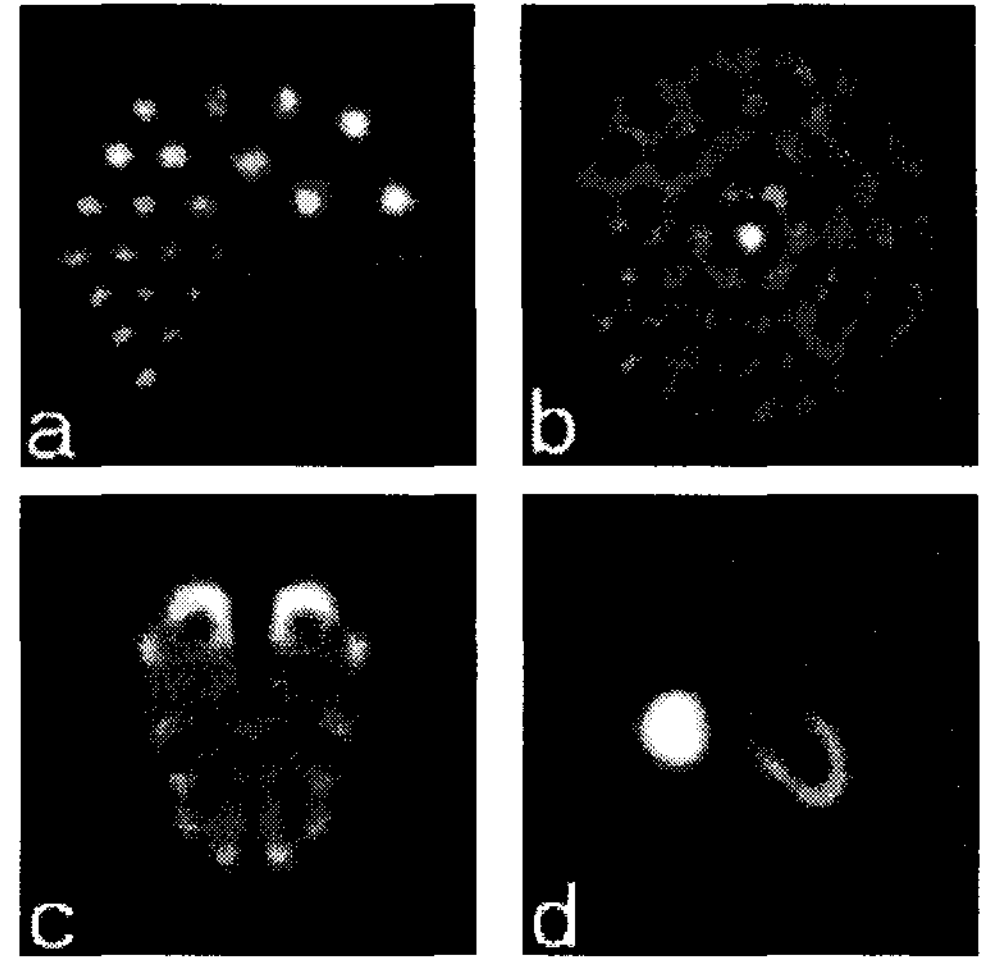


그림 9. FDR에 의한 결과(RMSE): a(0.29), b(0.19), c(0.12), d(0.08)

주변에 흐트러짐이 불규칙적으로 발생하는 현상을 발견할 수 있는데, 이는 FDR의 적용에 있어서, 역필터링이 잡음에 취약한 것을 고려하여 식 (6)를 그대로 적용하는 대신에

$$\hat{Y}(n,w) = \frac{\hat{Z}(n,w)}{\hat{h}\left(w, -\frac{n}{w} + R\right) + \epsilon} \quad (17)$$

와 같이 분모가 0에 아주 가까워지는 것을 방지하기 위해 어떤 양수 ϵ 을 사용한 식을 적용해야 하는데, 이 ϵ 이 너무 크게 선택되어 흐트러짐 보정효과가 약

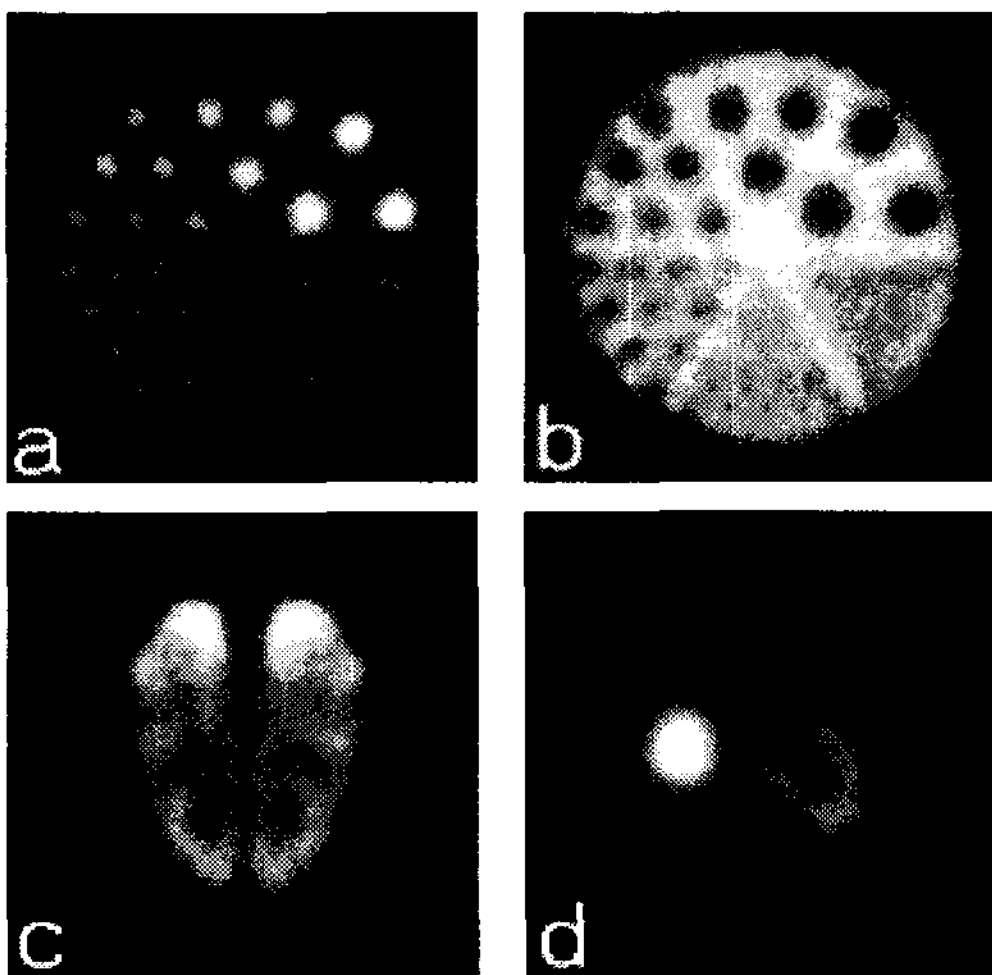


그림 8. FBP에 의한 결과(RMSE): a(0.31), b(0.12), c(0.15), d(0.13)

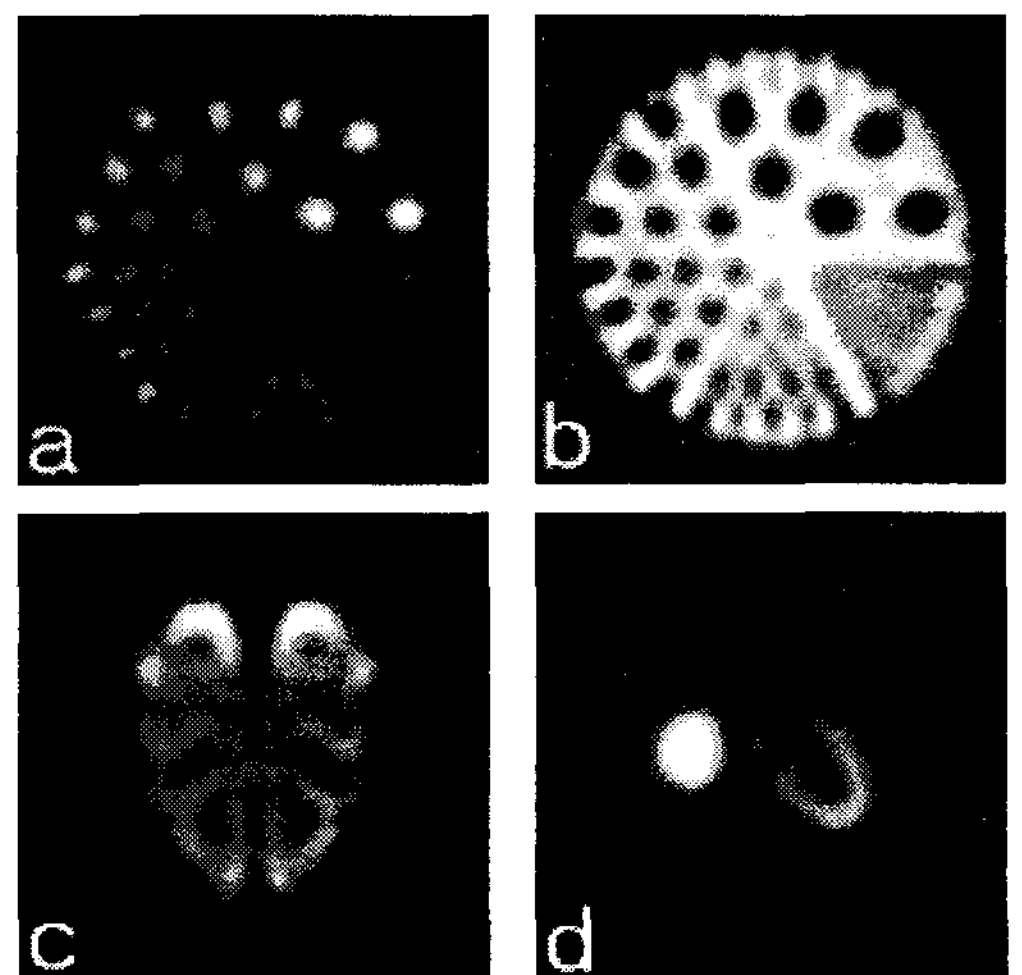


그림 10. DDB에 의한 결과(RMSE): a(0.25), b(0.09), c(0.10), d(0.07)

화되었기 때문이다. 그렇다고 ϵ 을 작게 하는 것은 잡음에 아주 취약하기 때문에 작은 ϵ 을 선택하는 것도 곤란하다. 더욱 더 식 (17)에서 ϵ 의 선택을 어렵게 하는 것은 ϵ 의 선택은 흐트러짐의 정도를 나타내는 $-\frac{n}{m} + R$ 과 잡음의 세기에 의존하다는 점이다. 이는 흐트러짐이 작은 경우($-\frac{n}{m} + R$ 이 작은 경우)에는 크기가 작은 ϵ 을, 흐트러짐이 큰 경우($-\frac{n}{m} + R$ 이 큰 경우)에는 크기가 큰 ϵ 을 선택해야 하고, 그것도 잡음의 세기를 고려해서 선택해야 함을 의미한다. 이 논문에서는 'hot rod' 영상(그림 7-a)에 대한 여러 시행실험 착오 실험을 통해 ϵ 을 선택한 후에, 그렇게 결정된 ϵ 을 다른 3개의 영상에 대해서 동일하게 적용하였다. 그림 9-b 'cold rod'에서의 실패는 잘못된 ϵ 의 선택에 기인한다. FDR에 문제점은 역필터링이 잡음에 취약하다는 점과 함께 사실상 재구성하고자 하는 영상에 따라 계수(예, 식 (14)에서의 ϵ)를 결정해야 한다는 것이다.

그림 10은 이 논문에서 제안된 방법 DDB가 DDB가 FBP와 FDR에 비해 가장 작은 RMSE를 제공하고 있음을 보여주고 있다. 그림 10의 결과를 보면 그림 9의 FDR의 경우와 같이 물체주변에 흐트러짐이 발생하였으나 그 정도는 현저히 줄어들었음을 확인할 수 있다. 또한, 그림 10-a의 'hot rod'에서 두 번째로 작은 물체에 대한 복원을 그림 9-a, 그림 8-a의 것과 비교해 보면 DDB가 FDR과 FBP에 비해 더 향상된 분해능을 제공함을 알 수 있다.

그림 11은 FBP(그림 11-b), FDR(그림 11-c), DDB(그림 11-d)에 의해 재구성된 영상의 시각적 비교를 위해 그림 7-a의 'hot rod'의 부분(그림 11-a)에 대한 결과를 확대한 것이다. 그림 11-b의 FBP의 결과는 전체적으로 흐트러짐이 심해서 구경보정 효과가 전혀 없음을 알 수 있다. 그림 11-c의 FDR의 결과는 큰 분포(그림 11-a의 왼쪽에 위치한 3개의 밝은 점)에 대한 결과는 비교적 우수하나 작은 분포(그림 11-a의 오른쪽에 위치한 5개의 밝은 점)에 대한 결과는 FBP에 비해서도 떨어지고 있다. 한편, 그림 11-d의 DDB의 결과는 두 종류의 분포 모두에서 비교적 우수한 결과를 제공함을 알 수 있다(그림 11-d에서는 작은 분포 5개중에서 3개가 비교적 정확히 복원되었음을 주목하자).

이 논문의 모든 시뮬레이션은 Pentium 4 3.2GHz 중앙연산처리장치와 4GB의 메모리를 갖춘 컴퓨터에

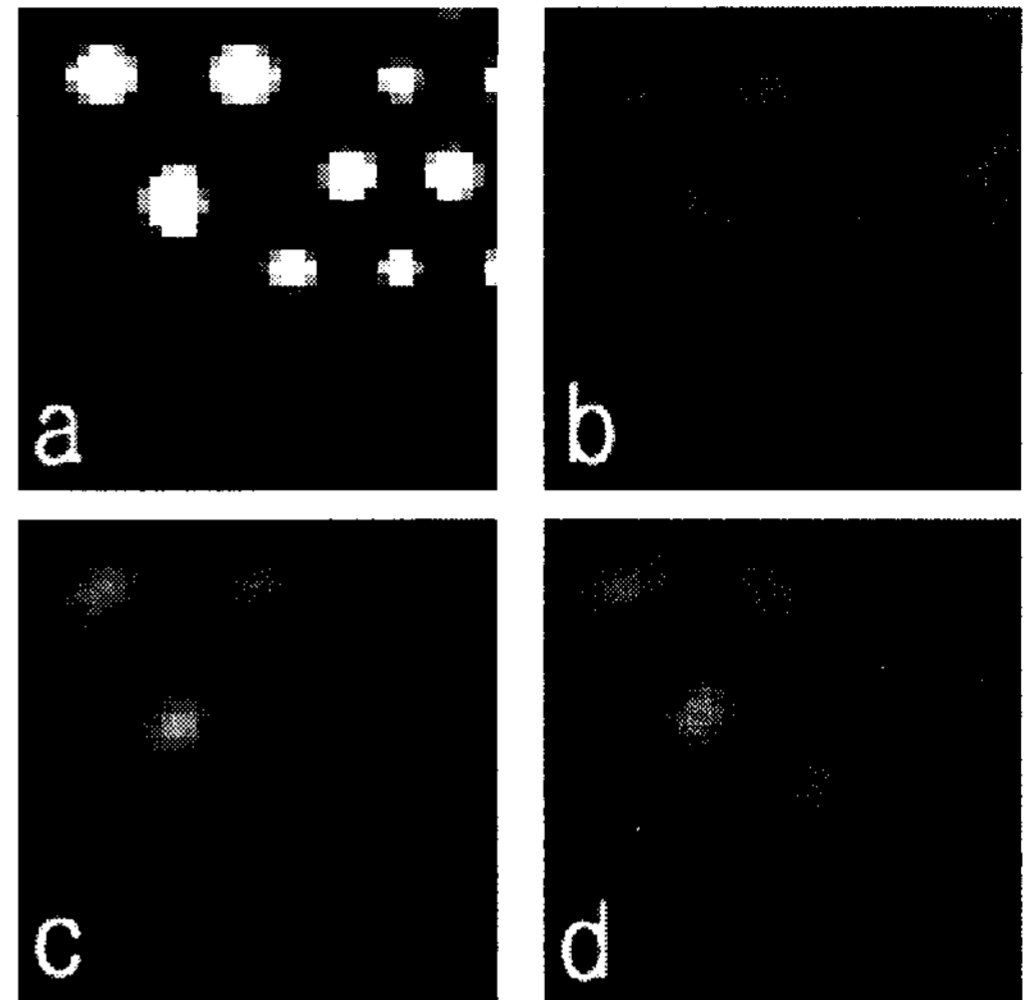


그림 11. 부분영상비교: a('hot rod' 팬텀의 부분영상), b(FBP에 의한 결과), c(FDR에 의한 결과), d(DDB에 의한 결과)

서 수행하였다. 이러한 환경에서 FBP는 0.11초, FDR은 0.76초, DDB는 1.36초를 소요하였다. 이러한 처리 속도의 비교, RMSE 결과, 그리고 시각적 비교를 토대로, 이 논문에서 제안한 방법 DDB가 주파수-거리 관계를 이용하는 기존의 구경보정방법 FDR에 비해 훨씬 우수한 결과를 제공함을 확인할 수 있다. 또한, 구경보정 효과가 가장 크다는 EM 또는 OSEM 반복법이 필요로 하는 계산에 비해서 훨씬 적은 계산을 통해 상당한 구경보정 효과를 얻었음을 알 수 있다.

5. 결 론

이 논문에서는 SPECT의 조준기의 구경에 의해 야기되는 거리 의존적 흐트러짐과 영상재구성 과정에서 발생하는 잡음의 영향을 억제하기 위한 방법으로 거리 의존적 역투사를 제안하였다. 제안된 방법은 기존의 주파수-거리 관계(FDR: Frequency-Distance Relation)을 이용한 방법에 비해 더 작은 RMSE와 시각적으로 우수한 공간분해능을 제공함을 모의실험을 통해 확인할 수 있었다.

이 논문에서는 감마선 방출의 감쇠와 관련된 오류에 대해서는 다루지 않았다. 이러한 오류는 재구성된 영상의 중앙 부분이 일반적으로 어둡게 하는 원인이 된다. 이 논문에서 제안한 거리 의존적 역투사를 감쇠보정에 효과적으로 응용하는 연구를 제안한다.

참 고 문 헌

- [1] G.L. Zeng, G.T. Gullberg, R.J. Jaszczak, and J. Li, "Fan-Beam Reconstruction Algorithm for a Spatially Varying Focal Length Collimator," *IEEE Trans. Medical Imaging*, Vol.12, No.3, pp. 575-582, 1993.
- [2] K. Ogawa, S.K. Paek, M. Nakajima, S. Yuta, A. Kubo, and S. Hashimoto, "Correction of collimator aperture using shift-variant deconvolution filter in gamma camera CT," *SPIE Proc. Med. Imag. II: Image Processing*, Vol.914, pp. 699-706, 1988.
- [3] L.A. Shepp and Y. Vardi, "Maximum likelihood reconstruction for emission tomography," *IEEE Trans. Medical Imaging*, Vol.1, No.2, pp. 113-122, 1982.
- [4] G.L. Zeng, G.T. Gullberg, B.M.W. Tsui, and J.A. Terry, "Three-dimensional iterative reconstruction algorithms with attenuation and geometric point response correction," *IEEE Trans. Nuclear Science*, Vol.38, No.2, pp. 693-702, 1991.
- [5] I. Laurette, G.L. Zeng, A. Welch, P.E. Christian, and G.T. Gullberg, "A three-dimensional ray-driven attenuation, scatter and geometric response correction technique for SPECT in inhomogeneous media," *Phys. Med. Biol.*, Vol.45, No.11, pp. 3459-3480, 2000.
- [6] S.J. Glick, B.C. Penney, M.A. King, and C.L. Byrne, "Noniterative Compensation for the Distance-Dependent Detector Response and Photon Attenuation in SPECT Imaging," *IEEE Trans. Medical Imaging*, Vol.13, No.2, pp. 363-374, 1994.
- [7] W. Xia, R.M. Lewitt, and P.R. Edholm, "Fourier correction for spatially variant collimator blurring in SPECT," *IEEE Trans. Medical Imaging*, Vol.14, No.1, pp. 100-115, 1995.
- [8] T. Li, J. Wen, and Z. Liang, "Analytic Compensation for Spatially Variant Detector Response in SPECT With Varying Focal-Length Fan-Beam Collimators," *IEEE Trans. Nuclear Science*, Vol.50, No.3, pp. 398-404, 2003.
- [9] J. Ye, Z. Liang, and D.P. Harrington, "Quantitative reconstruction for myocardial perfusion SPECT: an efficient approach by depth-dependent deconvolution and matrix rotation," *Phys. Med. Biol.*, Vol.39, No.8, pp. 1263-1279, 1994.
- [10] H.M. Hudson and R.S. Larkin, "Accelerated Image Reconstruction Using Ordered Subsets of Projection Data," *IEEE Trans. Medical Imaging*, Vol.13, No.4, pp. 601-609, 1994.
- [11] T.S. Pan and A.E. Yagel, "Numerical Study of Multigrid Implementations of Some Iterative Image Reconstruction Algorithms," *IEEE Trans. Medical Imaging*, Vol.10, No.4, pp. 572-588, 1991.
- [12] J.S. Um, "Bayesian Image Reconstruction Using Edge Detecting Process for PET," *Journal of Korea Multimedia Society*, Vol.8, No.12, pp. 1565-1571, 2005.
- [13] F. van der Have and F.J. Beekman, "Photon penetration and scatter in micro-pinhole imaging: a Monte Carlo investigation," *Phys. Med. Biol.*, Vol.49, No.8, pp. 1369-1386, 2004.



이 남 용

1990년 서울대학교 자연과학대학 수학과(학사)
 1997년 Purdue University 수학과(박사)
 2002년~현재 인제대학교 컴퓨터응용과학부 조교수

관심분야 : 의료영상처리, 응용수학, 정보보안