

투과성 해안구조물 내-외부 파동장의 수리특성에 관한 수치모의

차종호* · 윤한삼** · 류청로*** · 강윤구****

* (주)유신코퍼레이션 항만부

**부경대학교 해양산업개발연구소

***부경대학교 해양공학과

****주)삼성물산 건설부문

Numerical Simulation of Internal-External Wave Field Interaction in Permeable Coastal Structures

JONG-HO CHA*, HAN-SAM YOON**, CHEONG-RO RYU*** AND YOON-KOO KANG****

*Dept. of Harbor, Yoosin Engineering Corporation, Seoul, Korea

**Research Center for Ocean Industrial Development, Pukyong National University, Busan, Korea

***Dept. of Ocean Engineering, Pukyong National University, Busan, Korea

****Engineering Construction Group, Samsung Corporation, Seoul, Korea

KEY WORDS: Permeable coastal structure 투과성 해안구조물 Drag coefficient 항력계수 Porosity 공극률 Internal-external wave field 내-외부 파동장, CADMAS-SURF 수치파동수로

ABSTRACT: This study investigated interactions between the internal-external wave field of a permeable coastal structure consisting of rubble. The study examined the application criteria of an existing numerical model (CADMAS-SURF V.4.0) and proposed a modified method to provide reasonable results. In particular, the study focused on and emphasized the water surface profiles in front of a structure, wave run-up/run-down on a slope, and internal water level fluctuations due to the drag coefficient and porosity of a rubble mound structure. In conclusion, the result show that when the vertical fluctuations of the internal water levels in permeable coastal structures exhibited high-quality representation. Some responses can be seen for wave run-up/run-down characteristics on its slopes.

1. 서 론

일반적으로 연안역에서 가장 많이 사용되는 해안구조물인 호안, 경사식 방파제 등은 대부분 사석으로 만들어진 투과성 구조물로서 해역 이용·개발 및 보존이라는 측면에서 그 중요성이 매우 크다. 지금까지 이러한 투과성 해안구조물의 내파설계에 관한 연구는 주로 구조물과 외부파동장의 상호작용에 중점을 둔 것이 대부분이었다. 그러나 구조물의 투수성에 따른 내부파동장의 수리특성은 구조물 전면부의 반사율, 사면상의 Wave run-up/run-down 등에 많은 영향을 미치므로 이에 대한 해석방법의 정립이 요구된다.

투과성 구조물의 내부파동장에 대한 연구로서 Bruun and Johannesson(1974)은 사석구조물의 내부수위변동(Internal water level fluctuation)이 방파제의 천단고를 결정하는 중요한 인자인 Wave run-up/run-down에 의한 구조물 내부의 압력경도력 차이에 의해 발생하며, 방파제의 안정성에 영향을 미친다고 보고하였다. Ryu(1984)는 내부수위변동 및 구조물 내부에서 발생하는 평균수위상승은 투수층내 침투류 특성에 의해 발생하며, 이는 사석의 직경, 공극률, 형상, 표면조도 및 압력경사에 대한 파라미터인 사석의 투수계수에 직접적인 영향을 받는다고 지

교신저자 차종호: 서울특별시 강남구 역삼동 830-24

02-508-0651 shoutkarma@hanmail.net

적하였다. 또한 사석방파제의 침투류 특성이 구조물 전면의 반사파 등 수리특성에 영향을 미치며, 특히 보조피복층의 Wave run-up/run-down과 Core부의 내부수위 특성과는 밀접한 관계가 있다고 제안하였다. 전재우 등(2002)은 파고 및 주기, 파련길이(Wave run-length)가 커질수록 사석구조물의 내부수위상승이 증가하며, 이러한 내부수위상승은 Wave run-up의 상승을 유발한다는 것을 수리실험 결과를 통해 확인한 바 있다.

한편, 최근 수치계산 기법의 발달로 사석구조물의 내부의 수리특성에 대해서도 직접수치해석기법을 이용하는 단계에 있으며, 대표적으로 수치파동수로 CADMAS-SURF(Coastal Development

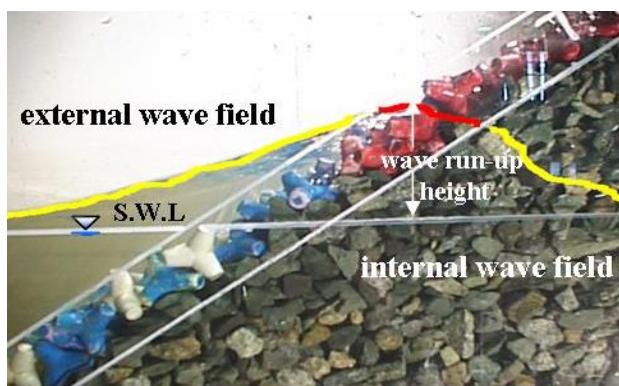


Fig. 1 Definition of internal-external wave field

Institute of Technology, 2001)가 있다. 그렇지만 아직까지도 수치적으로 입력해야하는 수치파라메터가 있으며, 특히 유체저항과 관련된 항력 및 관성력 계수의 설정에 있어서 매우 어려움이 많다.

Fig. 1과 같은 투과성 구조물 내부수리특성의 영향에 따른 외부파동장의 변동에 관한 체계적인 연구는 미흡한 것으로 판단된다. 또한 구조물의 유체저항에 관한 연구로는 지금까지 주로 하나님의 원주구조물, 구 등을 대상으로 한 연구가 실험적으로 수행되어져 왔다(Morison et al., 1950; Wang, 1968, Sarpkaya, 1976, Lighthill, 1986). 특히 항력계수(C_d)는 일반적으로 정상류에서의 C_d 값을 이용해도 좋으나 부재의 형상, 조도, 인접부재와의 간격, 레이놀즈수(R_e), K-C수(Keulegan and Carpenter, 1958) 등에 의해서 변화하므로 이를 고려해서 결정해야한다(Coastal Engineering Research Center, 1984).

수치파동수로 CADMAS-SURF에서도 항력 및 관성력 계수에 대해 기존 방식으로 결정된 값을 주로 이용하고 있는 설정이다. 그러나 불규칙한 모양과 크기를 갖는 사석구조물과 같이 군집체를 이루는 단면에 대해 단일구조물로부터 얻어진 유체저항 값을 직접적으로 적용하기에는 무리가 있을 수 있다. 또한 사석구조물에서 받는 유체저항은 단일구조물에 비해 더 큰 유체저항이 작용될 것으로 사료되며, 보다 정도 높은 해석을 위해서는 보다 적정한 유체저항 값을 도입할 필요가 있다고 판단된다.

본 논문은 차종호(2006)의 심화 연구에 대한 결과로서, 사석으로 구성된 투과성 해안구조물 전면부의 수면파형, 사면상의 Wave run-up/un-down, 투수층 내부의 수위변동에 중점을 두어 기존 수리실험으로부터 얻어진 결과와 다양한 입사파랑 조건에 따른 적절한 C_d 의 보정을 통해 얻어진 수치파동수로 CADMAS-SURF (V.4.0)(Coastal Development Institute of Technology, 2001)의 결과를 상호 비교·검토한다. 또한 내부파동장 변동에 큰 영향을 미치는 공극률(\bar{Y}_v)에 따른 사석구조물 내-외부 파동장의 상호작용에 관한 수리특성을 수치모의한다.

2. 재료 및 방법

2.1 수치파동수로의 개요

본 연구에서 적용한 수치파동수로 CADMAS-SURF(V.4.0)의 기초방정식에는 2차원 비압축성 점성유체를 대상으로 한 연속식과 Navier-Stokes방정식을 Porous body model(Sakakiyama and kajima, 1992)에 근거하여 확장한 운동방정식을 사용한다. 또한 다공질체로부터 받는 유체 저항력 R_x, R_z 는 C_d 를 유속의 제곱에 비례하는 형으로 다음과 같이 나타낸다.

$$R_{x,r} = \frac{1}{2} \frac{C_{D,r}}{r^3 x_r} (1 - \bar{Y}_{x,r}) u \sqrt{u^2 + w^2} \quad (1)$$

$$R_{z,r} = \frac{1}{2} \frac{C_{D,r}}{r^3 z_r} (1 - \bar{Y}_{z,r}) w \sqrt{u^2 + w^2} \quad (2)$$

여기서 $r^3 x, r^3 z$ 는 수평, 연직방향의 격자간격, x, z 는 수평, 연직좌표, u, w 는 수평, 연직성분의 유속, \bar{Y}_x, \bar{Y}_z 는 수평, 연직

방향의 면적 투과율이다. 기타 구체적인 사항은 일본 연안개발 기술연구센터 CADMAS-SURF(V.4.0)메뉴얼을 참고하기 바란다.

2.2 수치파동수로의 검증 및 적용성

수치해석 결과의 타당성을 검증하기 위해 2차원 조파수조(부경대학교 해양수리실험소)에서 사석으로 구성된 투과성 해안구조물 내-외부 파동장의 수리특성을 연구한 남인식 등(2002)의 수리실험 결과와 본 수치해석 결과를 상호 비교·검토한다.

Fig. 2는 수리실험과 수치해석에 적용된 구조물의 형상 및 구조물 전면부의 파고계(WCH), 사면상의 Wave run-up gauge, 투수층 내부의 내부수위계(ICH, Toe부에서 투수층 내부로 180 cm)를 나타내고 있다. 결과적으로 Sakakiyama and Suzuki(1998)가 혼성제의 사석체에 적용한 $C_d=1.0$ 의 경우, WCH에서 측정된 구조물 전면부의 수면파형에 대해 본 수치해석 결과와 기존 수리실험 결과는 비교적 양호한 일치성을 나타내었다. 그러나 ICH에서 측정된 내부수위변동은 본 수치실험의 결과가 수리실험 결과보다 과대평가되는 것으로 나타났다. 이에 대한 자세한 실험조건 및 결과에 대해서는 윤한삼 등(2005) 및 차종호(2006)를 참고하기 바란다.

3. 투과성 구조물과 파동장의 상호작용

본 장에서는 투과성 구조물의 C_d, \bar{Y}_v 의 변화가 투수층 내부의 수위변동에 미치는 영향을 중점적으로 논의하며, 구조물 전면부의 수면파형 및 사면상의 Wave run-up/run-down에 미치는 영향에 대해서도 수치해석을 통해 고찰한다.

3.1. 항력계수에 따른 수치모의 결과

3.1.1 투수층 내부의 수위변동

Fig. 3(a)~3(f)는 항력계수 C_d 의 변화에 따른 투수층 내부의 수위변동 시계열을 나타낸 것으로 구조물의 \bar{Y}_v 는 수리실험시와 동일한 0.44, 입사파고(H_i) 5.71cm, 입사파주기(T_i) 2.5sec인 경우이다.

유체저항 값은 Sakakiyama and Suzuki(1998)가 혼성제의 사석체에 적용한 값으로 $C_d=1.0$, 관성력계수(C_m)=1.2를 적용하

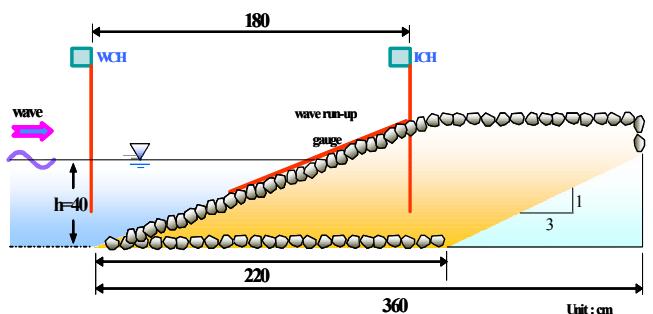


Fig. 2 Setting of permeable structure and measuring gauges for wave height, wave run-up and internal water level

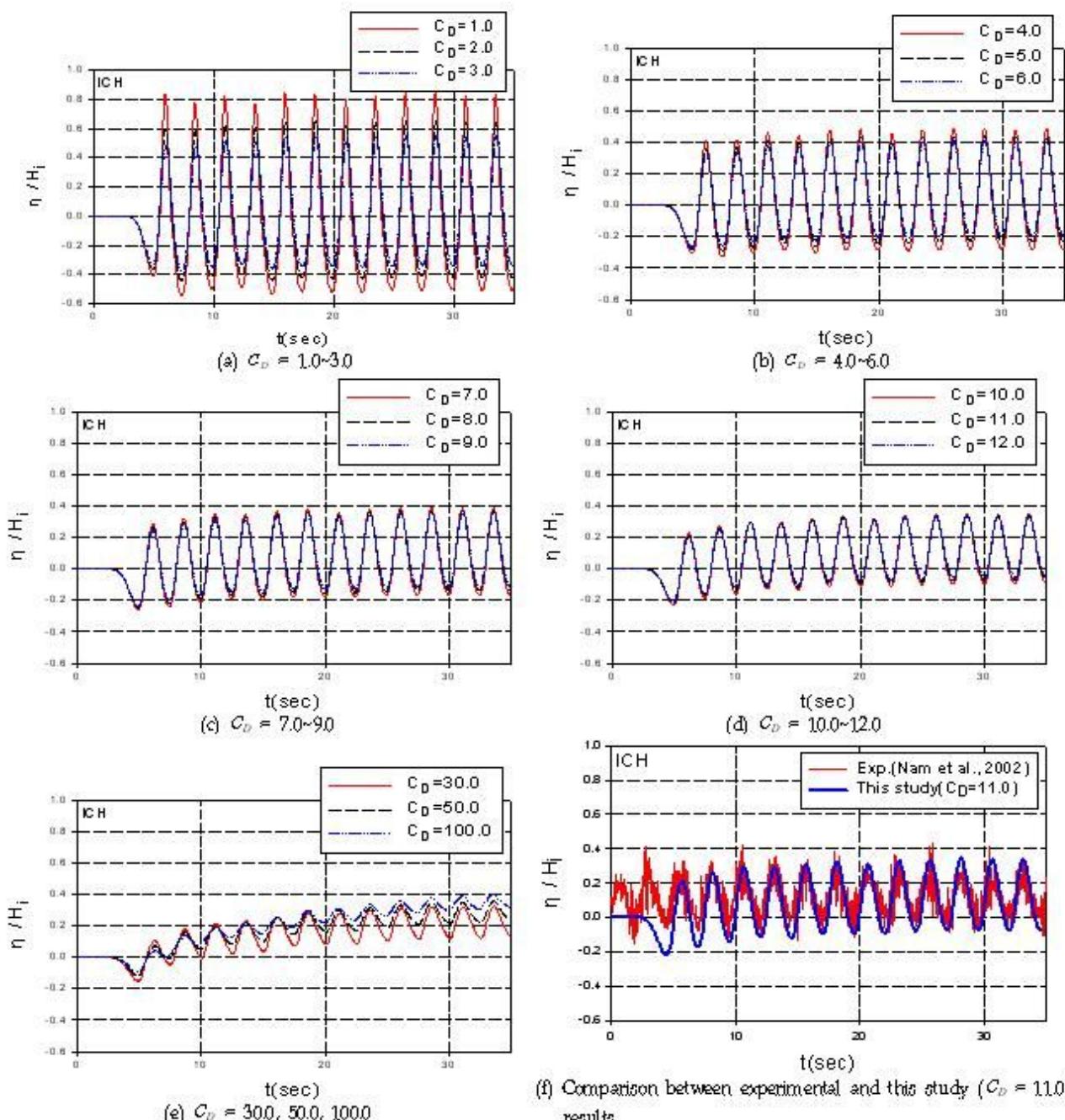


Fig. 3 Comparison of the time variation of internal water surface profiles due to the drag coefficient

였다. 결과적으로 적용된 유체저항 값은 수면파형에 큰 영향을 주지 않는 것으로 생각되며, 사석구조물과 유체저항 값과의 직접적인 상호작용에 대해서는 보다 정확한 평가가 필요하다. 더불어 투수층 내부의 수위변동과 밀접한 관계가 있다고 판단되는 C_D 와 투수층 내부의 수리특성을 직접 비교하는 것이 요구되어 진다.

Fig. 3(a)는 투수층의 C_D 를 1.0~3.0으로 적용한 것으로 무차원 내부수위의 파봉 값이 약 0.5~0.8까지 나타났으며, 내부수위상승 현상이 발생하지 않았다. Fig. 3(b), (c), (d)를 살펴보면 C_D 의 증

가에 따라 내부수위의 파형은 점차적으로 작아지면서 상승한다는 것을 확인할 수 있다. Fig. 3(e)는 투수층의 C_D 가 30.0, 50.0, 100.0으로 크게 할 경우로서 이러한 현상은 계속 나타나고 있다.

또한 ICH에서의 내부수위변동 시계열이 남인식 등(2002)의 실험치와 비교해 볼 때 C_D 는 약 11.0에 해당한다는 것을 Fig. 3(f)를 통해 알 수 있다. 이는 사석구조물 내부수위는 Wave run-up에 영향을 받아 항상 평균수위 보다 높게 나타나며, 배후의 뒷채움재가 존재하는 호안에서는 그 효과가 더 크게 나타난다는 Van der meer(1988)의 연구결과와 일치한다.

또한 입사파랑 조건을 $H_i=4.29, 4.48, 5.95, 6.72\text{cm}$, $T_i=1.0, 1.5, 2.0, 2.5\text{sec}$ 와 같이 다양하게 변화시킬 경우, ICH에서의 내부수위변동 시계열이 실험치와 가장 유사한 값을 나타내는 C_D 는 각각 4, 8, 9, 10이었다. 이러한 C_D 값이 실험치의 내부수위변동 시계열과 잘 일치한 이유는 대상구조물이 하나의 원주구조물, 구 등이 아닌 불규칙한 모양과 크기를 갖는 사석이며, 특히 군집체를 이루고 있어서 유체저항이 더 크게 작용되기 때문으로 판단된다.

3.1.2 구조물 외부파동장의 변동

Fig. 4는 입사파랑조건이 $H_i=5.71\text{cm}$, $T_i=2.5\text{sec}$ 일 때, C_D 를 1.0, 11.0로 적용했을 경우, WCH 지점에서의 무차원수면변동 (η/H_i)을 실험치와 비교한 것으로 조파 20초 후의 정상파형을 대상으로 하였다. C_D 가 11.0인 경우, 1.0일 때에 비해 다소 비선형성을 포함하여 실험치를 약간 과대평가하고 있는데 이러한 결과는 C_D 의 증가에 따른 투수층 내부로 전달되는 침투류 감소로 나타나는 반사파 등의 영향으로 판단된다. 그러나 전체적으로 1.0, 11.0에 대한 계산치는 실험치와 비교적 양호한 일치성을 나타낸다.

Fig. 5는 Fig. 4의 경우와 동일 조건에 대해 C_D 변화에 따른 Wave run-up/run-down의 변화를 나타낸 것이다. 본 수치해석 방법에서의 Wave run-up/run-down 데이터 취득방법은 사면상의 모든 격자점에서 VOF함수 F 의 연직적분치를 구하고, 사면상의 최대 파봉 값을 나타내는 지점과 최소 파곡 값을 나타내는 지점의 데이터를 각각 분리하여 두 지점의 데이터를 Wave run-up/run-down으로 조합하였다. Fig. 5를 보면 본 연구의 실험조건에서는 C_D 가 11.0일 때 실험치의 Wave run-up/run-down과 비교적 양호한 유사성을 나타내고 있다.

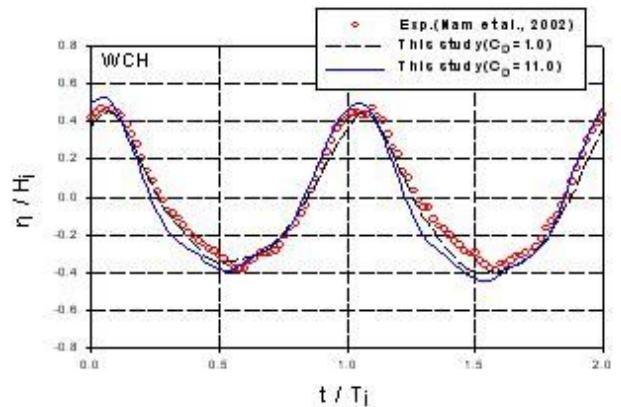


Fig. 4 Comparison of the temporal variation of water surface profiles due to the drag coefficient at WCH ($\eta = 5.71 \text{ cm}$, $\tau_g = 2.5 \text{ sec}$)

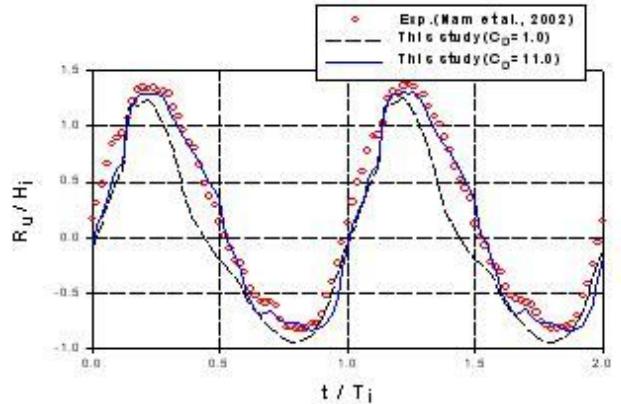
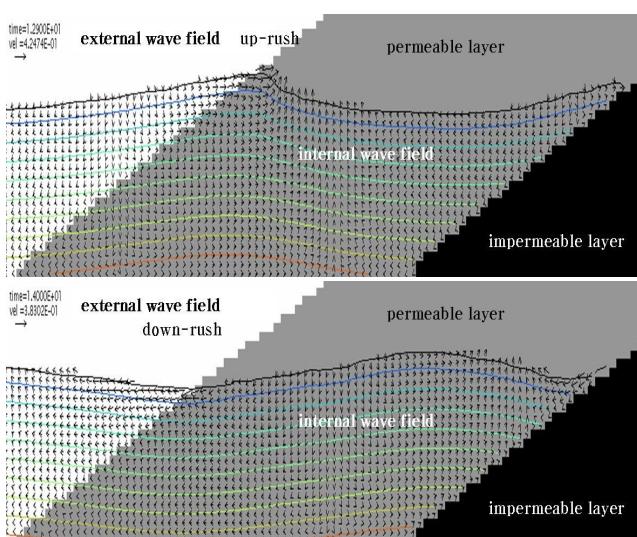
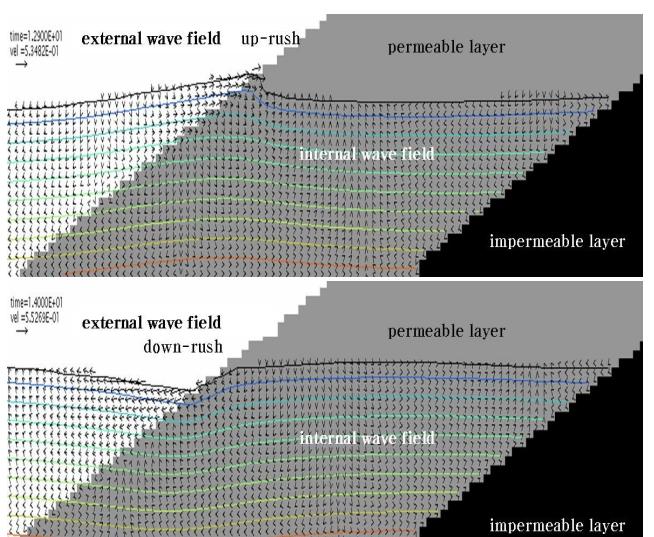


Fig. 5 Comparison of the temporal variation of wave run-up/run-down due to the drag coefficient ($\eta = 5.71 \text{ cm}$, $\tau_g = 2.5 \text{ sec}$)



(a) Case of $C_D = 1.0$



(b) Case of $C_D = 11.0$

Fig. 6 Snapshots of velocity at the $t = 12.9 \text{ sec}$ (top) and $t = 14.0 \text{ sec}$ (bottom) due to the drag coefficient for the case of $H_i = 5.71 \text{ cm}$, $T_i = 2.5 \text{ sec}$

3.1.3 유체입자의 속도장 및 투수층 내부의 수위특성

Fig. 6은 Fig. 4와 동일한 입사파랑 조건에서 구조물 내-외부의 유체입자 속도장 및 투수층 내부의 수위특성을 계산시간($t=12.9, 14.0\text{sec}$)에 따라 가시화하여 나타낸 것이다. Fig. 6(a)는 $C_D = 1.0$ 을 적용한 경우로, 앞서 검토한 바와 같이 내부수위가 파형과 유사한 형태를 나타내고 있으며, 투수층 배후의 불투과성 뒷채 움재 전면에 구조물 전면으로부터 입사된 파랑에너지에 의해서 Wave run-up/run-down이 발생하는 것을 관찰할 수 있다. 이는 구조물 내부투수층의 작은 저항력으로 인한 구조물 내부로의 침투류 증가가 직접적인 원인이라고 판단된다. 또한 C_D 를 11.0으로 적용한 경우인 Fig. 6(b)는 Fig. 6(a)와 비교하여 사석제체내부에서의 수위는 급격히 줄어들고 벡터의 크기로 살펴본 유체입자의 속도도 상대적으로 감소된 것을 확인할 수 있다.

3.1.4 구조물 내-외부 파동장의 관계

Fig. 7은 C_D 의 증가에 따라 투과성 구조물 내-외부 무차원최대수면(η_{max}/H_i)의 상호관계를 나타낸 것으로 구조물 전면부의 수면변동(η_{wch}/H_i), 사면상의 Wave run-up(R_u/H_i), 투수층 내부 수위상승(η_{ich}/H_i)의 최대값은 대체로 유사한 경향을 나타내고 있다. 투수층의 C_D 가 11.0인 경우 R_u/H_i 은 약 1.29로 η_{ich}/H_i 의 약 0.18에 비해 약 7.16배 크며, η_{wch}/H_i 의 약 0.74에 비해서는 약 1.74배 정도 큰 값을 나타내었다. 또한 η_{wch}/H_i 의 값 약 0.74는 η_{ich}/H_i 의 값 약 0.18에 비해 약 4.11배 큰 값을 나타내었다.

3.2 공극률에 따른 수치모의 결과

3.2.1 투수층 내부의 수위변동

공극률은 투수층 내부파동장 변동에 가장 큰 영향을 미치는 인자 중 하나이다. Fig. 8은 $H_i=5.95\text{cm}$, $T_i=2.0\text{sec}$ 의 입사파랑 조건일 경우, \tilde{Y}_v 의 변화에 따른 투수층 내부의 수위변동(η_{ich}/H_i) 특성을 고찰하기 위한 수치해석 결과이다. 이때 $C_D=11.0$ 을 적용하였다. \tilde{Y}_v 가 0.1~0.4인 경우는 사석제체 내부의 조밀성으로 인해 내부수위 파형은 매우 작게 나타났으며, 경과시간에 따라 파랑에너지의 축적으로 인한 내부수위상승 현상이 계속 진행되는 것을 관찰할 수 있다. \tilde{Y}_v 가 0.5~0.6인 경우는 파랑에너지의 축적으로 인한 내부수위상승 현상이 잘 나타나지 않았다.

3.2.2 구조물 내-외부 파동장의 관계

Fig. 9는 $H_i=5.71\text{cm}$, $T_i=2.5\text{sec}$ 인 경우, \tilde{Y}_v 에 따른 투과성 구조물 내-외부 무차원최대수면변동(η_{max}/H_i)의 상호관계를 나타낸 것으로 $C_D=11.0$ 을 적용하였으며, \tilde{Y}_v 의 증가에 따라서 η_{wch}/H_i , R_u/H_i , η_{ich}/H_i 의 최대값은 다소 반비례적으로 감소하고 있다.

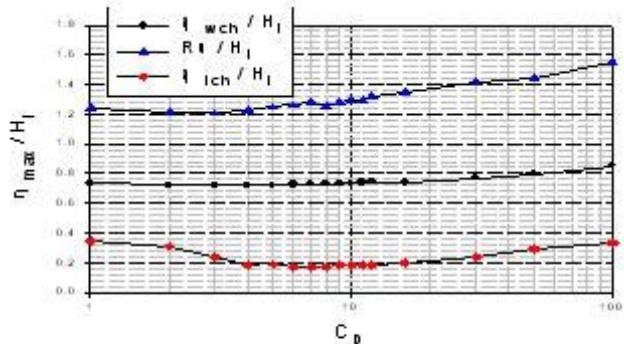


Fig. 7 Relationships of internal-external wave field due to the drag coefficient ($\gamma_g = 5.71 \text{ cm}$, $\gamma_f = 2.5 \text{ sec}$)

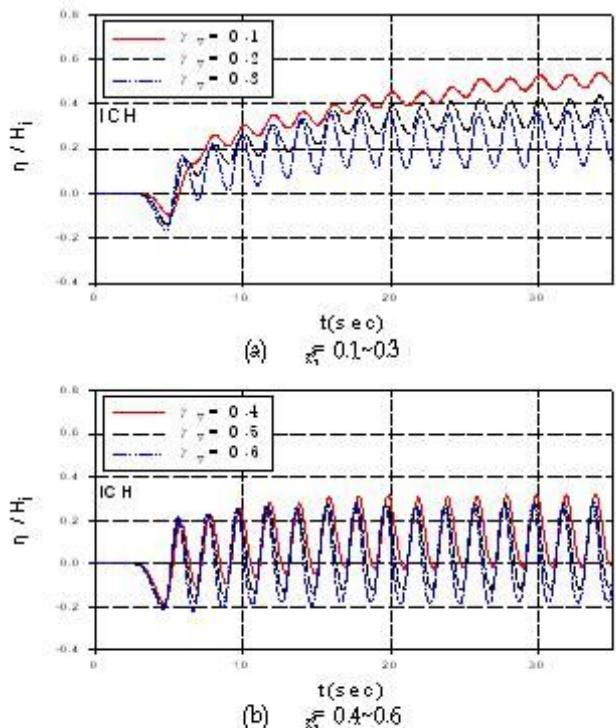


Fig. 8 Time variation of internal water surface profiles due to the porosity ($\gamma_g = 5.95 \text{ cm}$, $\gamma_f = 2.0 \text{ sec}$)

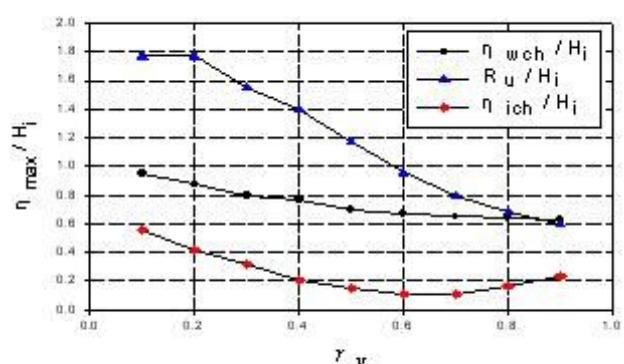


Fig. 9 Relationships of internal-external wave field due to the porosity

본 실험조건에서 \hat{Y}_v 가 0.1일 경우, R_u/H_i 값은 약 1.77로 η_{ich}/H_i 의 값 약 0.55에 비해 약 3.21배 정도 크고, η_{wch}/H_i 의 값 약 0.95에 비해서는 약 1.86배 정도 큰 값을 나타내었다. 또한 η_{wch}/H_i 의 값 약 0.95는 η_{ich}/H_i 의 값 약 0.55에 비해 약 1.72배 정도 큰 값을 나타내었다. \hat{Y}_v 가 0.4일 경우에는 R_u/H_i 의 값은 약 1.40으로 η_{ich}/H_i 의 값 약 0.21에 비해 약 6.66배 정도 크며, η_{wch}/H_i 의 값 약 0.77에 비해서는 약 1.81배 정도 큰 값을 나타내었다. 또한 η_{wch}/H_i 의 값 약 0.77은 η_{ich}/H_i 의 값 약 0.21에 비해 약 3.66배 큰 값을 나타내었다.

4. 요약 및 결론

본 연구에서는 사석으로 구성된 투과성 해안구조물 내-외부 파동장의 수리특성을 고찰하였다. 이를 위해 수치모형 CADMAS-SURF(V.4.0)를 이용하여 기 연구된 수리실험결과와의 비교를 통하여 사석구조물의 제체 사석의 계수에 대한 적정성에 대해 논하였다. 특히, 투과성 사석구조물의 내부파동장 변동에 큰 영향을 미치는 항력계수 C_d 와 공극률 \hat{Y}_v 에 따른 구조물 전면부의 수면파형, 사면상의 Wave run-up/run-down, 투수층 내부의 수위변동에 대해 논하였다. 본 연구의 주요 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 수치계산에서 Sakakiyama and Suzuki(1998)가 혼성체의 사석제체에 적용한 $C_d=1.0$ 을 적용한 경우, 본 수치실험의 내부 수위변동은 수리실험 결과보다 과대평가되었다.

(2) 투수층의 C_d 변화에 따른 내부수위의 특성으로부터 내부 수위변동 재현을 위한 최적의 C_d 값을 제안하였다. 이와 같은 조건하에서 구조물의 내부수위 뿐만 아니라 사면상의 Wave run-up/run-down 값도 보다 정도 높게 재현하였다.

(3) 수치계산에서 투과성 구조물에 대한 항력계수 C_d 를 증가시킬수록 투수층 내부수위는 계속적으로 상승하고, 이에 따라 사면상의 Wave run-up도 비례적으로 증가하는 경향을 나타내었다. 또한 공극률 \hat{Y}_v 가 커질수록 구조물의 내부수위상승 현상은 잘 나타나지 않았으며, 사면상의 Wave run-up은 감소하는 경향을 나타내었다.

참 고 문 헌

- 남인식, 윤한삼, 김종욱, 류청로 (2002). "투과성 해안구조물의 소상파 및 내부수위변동에 변동에 관한 수치모델링", 한국 해양공학회지, 제16권, 제5호, pp 34-40.
- 윤한삼, 차종호, 강윤구 (2005). "투과성 해안구조물의 Wave Run-up에 대한 CADMAS-SURF의 적용", 한국해양공학회지, 제19권, 제4호, pp 49-55.
- 전재우, 윤한삼, 류청로 (2002). "투과성 방파제의 내부수위 변동과 방파제의 수리특성", 한국해양공학회지, 제16권, 제3호, pp 46-53.

- 차종호 (2006). 투과성 해안구조물 내-외부 파동장의 상호작용에 관한 수치모의, 부경대학교 석사학위논문.
- Bruun, P. and Johanesson, P. (1974). A Critical Review of the Hydraulics of Rubble Mound Structures, Div. of Port & Ocean Eng., Univ. of Trondheim, Norway, Institute Rep., R3.
- Coastal Development Institute of Technology (2001). Investigation and Development of Numerical Wave Flume: CADMAS-SURF, pp 5-16 (in Japanese).
- Coastal Engineering Research Center (1984). Shore Protection Manual, Department of Army Corps of Engineers.
- Keulegan, G.H. and Carpenter, L.H. (1958). "Forces on Cylinders and Plates in an Oscillating Fluid", Journal of the National Bureau of Standards, Vol 60, No 5, pp 423-440.
- Lighthill, M.J. (1986). "Fundamentals Concerning Wave Loading on Offshore Structures", Journal of Fluid Mechanics, Vol 173, pp 667-681.
- Morison, J.R., O'Brien, M.P., Johnson, J.W. and Schaaf, S. A. (1950). "The Forces Exerted by Surface Waves on Piles", Petroleum Transactions, AIME, Vol 189, pp 149-157.
- Ryu, C.R. (1984). A Study on the Hydraulic Optimal Design of the Rubble Mound Breakwaters, Thesis of Doctor of Eng., Osaka Univ (in Japanese).
- Sakakiyama, T. and Kajima, R. (1992). "Numerical Simulation of Nonlinear Wave Interacting with Permeable Breakwaters", Proc. 22nd Int. Conference on Coastal Engineering, ASCE, Venice, pp 1517-1530.
- Sakakiyama, T. and Suzuki, K. (1998). "Estimation of Sediment Lift-Out through Mound of Discharge Caisson Using Numerical Wave Flume", Proc. of Coastal Engineering, JSCE, Vol 45, pp 566-570 (in Japanese).
- Sarpkaya, T. (1976). In-Line and Transverse Forces on Smooth and Sand-Roughened Circular Cylinders in Oscillating Flow at High Reynolds Numbers, Technical Report No. NPS-69SL76062, Naval Postgraduate School, Monterey, CA.
- Van der Meer, J.W. (1988). "Deterministic and Probabilistic Design of Breakwater Armor Layers", Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol 114, No 1, pp 537-557.
- Wang, C.Y. (1968). "On the High Frequency Oscillating Viscous Flows", Journal of Fluid Mechanics, Vol 32, pp 55-68.

2007년 12월 10일 원고 접수

2008년 6월 3일 최종 수정본 채택