

고정된 바깥반경에 기준한 pin 핀의 최적화

Optimization of a Pin Fin Based on Fixed Outer Radius

강 형 석^{*} 최 수 근^{**}
Kang, Hyung-Suk Choi, Soo-Kun

Abstract

A cylindrical pin fin with variable fin base thickness is optimized based on fixed outer radius by using the one dimensional analytic method. Heat loss from the pin fin with fixed outer radius is presented as a function of the fin length. The ratio of fin length for optimum heat loss to that for the maximum heat loss is listed. The maximum heat loss and effectiveness and the fin length for the optimum heat loss are presented as a function of fin base thickness and outer radius. One of the results presents the maximum effectiveness decreases rapidly first and then decreases slowly as the fin outer radius increases.

키워드 : 핀 바깥반경, 핀 바닥두께, 대류특성계수, 열손실, 핀 유용성
Keywords : *fin outer radius, fin base thickness, convection characteristic number, heat loss, fin effectiveness*

기호설명

h : 열전달계수, [W/m²°C]

k : 열전도율, [W/m°C]

l_b : 핀 바닥두께, [m]

L_b : 무차원 핀 바닥두께, l_b/l_c

l_c : 특성 길이, [m]

l_f : 핀 끝 길이, [m]

L_c : 무차원 핀 끝 길이, l_f/l_c

M : 대류특성계수, $(hl_c)/k$

NX : 일반화된 핀 길이 좌표, $(X-L_b)/(L_c-L_b)$

q : 핀으로부터의 열손실, [W]

Q : 핀으로부터의 무차원 열손실, $q/(kl_c\phi_i)$

q_w : 단순 외벽으로부터의 열손실, [W]

Q_w : 단순 외벽으로부터의 무차원 열손실,

$q_w/(kl_c\phi_i)$

r : 핀 반경 방향 좌표 [m]

R : 무차원 핀 반경 방향 좌표, r/l_c

r_o : 핀 바깥반경 [m]

R_o : 무차원 핀 바깥반경, r_o/l_c

T : 온도, [°C]

T_i : 내벽 온도, [°C]

T_∞ : 핀 주위 온도, [°C]

* 강원대학교 기계공학과 교수, 공학박사, 교신저자

** 한국폴리텍 VI대학 (포항캠퍼스) 컴퓨터응용 기계과 교수, 공학석사

x : 핀 길이 방향 좌표 [m]

X : 무차원 핀 길이 방향 좌표, x/L_c

그리스 문자

ϵ : 핀 유용성

θ : 무차원 온도, $(T - T_\infty)/(T_i - T_\infty)$

ϕ_i : 변형된 내벽 온도, $T_i - T_\infty$ [°C]

하첨자

b : 핀 바닥

c : 특성

e : 핀 끝

i : 내벽

o : 바깥

w : 단순 외벽

∞ : 핀 주위

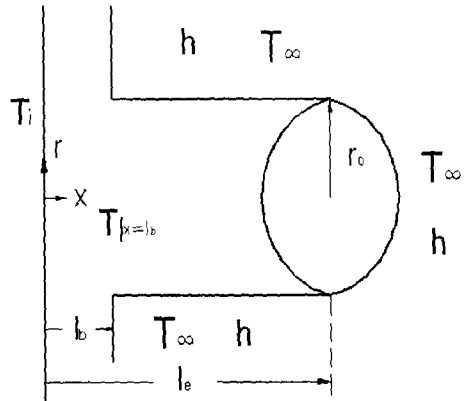


Fig. 1 Schematic diagram of a pin fin

1. 서론

주위의 임상생활 또는 산업체 등에서 열전달을 증가시키기 위한 가장 보편적인 수단의 하나인 핀에 대한 많은 연구가 이루어져 왔다. 이와 같이 열전달을 향상시키는 핀에 관한 많은 연구에서 가장 보편적인 핀의 형상들로는 원기, 삼각, 사다리꼴 핀 그리고 환형 또는 원형 핀이 있다. 예를 들면 Kang과 Look은[1] 고정된 핀 바닥높이를 가진 열적, 기하학적 비대칭 사다리꼴 핀의 최적화에 대한 결과를 발표하였다. Abrate와 Newnham은 [2] 유한요소법을 사용하여 벽에 붙어있는 삼각 핀의 정열에서 일어나는 열전도를 해석하였다. Yu와 Chen은[3] 변화하는 열전도율과 대류 열전달 계수를 고려하면서 사각 형상 원형 핀들의 최적화를 논의하였다. 또한 Kang은[4] 내부 유체의 대류특성계수와 핀 바닥두께의 변화를 고려하면서 일정한 체적에 기준하여 사각 핀의 최적화를 수행하였다.

보편적인 핀의 또 다른 형상의 핀인 pin 핀이며 이에 관한 연구도 많이 발표되었다. Yeh는[5] 온도에 따라 변하는 열전달 계수를 고려하면서 사각 핀과 원통형의 핀의 최적 차원을 해석적으로 분석하였다. Razelos와 Georgiou는[6] 열전달의 증가를 고려하면서 pin 핀을 포함한 대류 확장 표면의 열적 성능을 발표하였다. 또한 Su와 Hwang은[7] 세 경우의 핀 끝 대류 상태에 대하여 pin 핀으로부터의 1차원과 2차원의 열전달의 상대오차를 해석한 반면 Almgobel과 Bejan은[8] 실린더에 붙어있는 pin 핀들에 대한 최적화 방법을 발표하였다. 최근에는 Kang과 Kim이[9] 직경이 변하는 pin 핀의 열손실과 핀 효율을 핀 길이, 직경, 대류특성계수 비 그리고 주위 대류특성계수의 함수로 해석하

였다.

이상의 pin 핀에 관한 논문들에서 핀 바닥두께의 변화는 고려되지 않고 핀 바닥 온도는 일정한 상수로 주어졌다. 본 논문에서는 pin 핀 바닥두께와 바깥반경이 변화하며 이들의 변화에 따라 바닥 온도도 변화하게 된다. 이러한 조건아래에서 pin 핀의 바깥반경이 고정되었을 때 최대 열손실과 유용성 그리고 최대 열손실의 95%와 99%의 열손실이 일어날 때의 핀 길이가 핀 바닥두께와 바깥반경의 함수로 주어진다. 본 연구에서는 다소 임의적으로 최대 열손실의 95%부터 99%까지의 열손실이 일어날 때의 핀 길이를 최적의 핀 길이로 정의하였다.

2. 1차원 해석적 방법

2.1 온도

Figure 1에서 보이는 pin 핀에 대한 1차원 지배방정식이 무차원 형태로 식 (1)로 주어진다.

$$\frac{d^2\theta}{dX^2} - \frac{2M}{R_o}\theta = 0 \quad (1)$$

무차원 지배방정식 (1)을 풀기 위한 두 개의 무차원 경계조건이 식 (2)와 (3)으로 주어진다.

$$-\frac{d\theta}{dX} \Big|_{X=L_b} = \{1 - \theta\}_{X=L_b} / L_b \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dX} \Big|_{X=L_c} + M\theta \Big|_{X=L_c} = 0 \quad (3)$$

여기서 경계 조건식 (2)는 내벽으로부터 핀 바닥까지 진도에 의한 열전달은 핀 바닥을 통하여 핀으

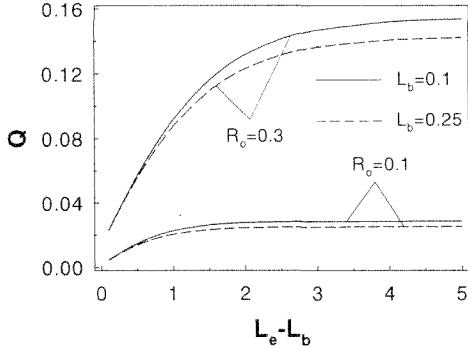


Fig. 2 Heat loss versus the fin length (M=0.05)

로 전도에 의하여 들어가는 열전달과 같다는 의미이며 식 (3)은 핀 끝으로 전도에 의해 들어가는 열전달은 핀 끝에서 대류에 의하여 주위로 나가는 열전달이 같음을 나타낸다. 지배 방정식 (1)을 끝 후 경계 조건식 (2)와 (3)을 적용하면 pin 핀 내의 온도분포 식 (4)를 얻게 된다.

$$\theta(X) = \frac{C_3 \cosh(mX) - C_4 \sinh(mX)}{C_1 C_3 + C_2 C_4} \quad (4)$$

여기서,

$$C_1 = \cosh(mL_b) - mL_b \sinh(mL_b) \quad (5)$$

$$C_2 = mL_b \cosh(mL_b) - \sinh(mL_b) \quad (6)$$

$$C_3 = m \cosh(mL_c) + M \sinh(mL_c) \quad (7)$$

$$C_4 = m \sinh(mL_c) + M \cosh(mL_c) \quad (8)$$

$$m = \sqrt{\frac{2M}{R_o}} \quad (9)$$

2.2 열손실

원통형 pin 핀으로부터의 열손실은 식 (10)으로부터 계산할 수 있으며, 이 식을 풀어 정리한 무차원 형태의 열손실은 식 (11)로 씌어 진다.

$$q = -k\pi r_o^2 \frac{dT}{dX} \Big|_{r=l_b} \quad (10)$$

$$Q = \frac{q}{k\phi_i l_c} = \frac{\pi R_o^2 m C_5}{C_1 C_3 + C_2 C_4} \quad (11)$$

여기서,

$$C_5 = C_4 \cosh(mL_b) - C_3 \sinh(mL_b) \quad (12)$$

2.3 핀 유용성

단순 외벽으로부터 pin 핀의 바닥면적과 같은 면적

Table 1 The ratio of fin length ($L_b=0.1$)

		$\frac{L_e \text{ for } P \cdot Q_{\max}}{L_e \text{ for } Q_{\max}} (\%)$		
M	R_o	P=0.99	P=0.98	P=0.95
0.01	0.05	51.29	44.87	35.81
	0.3	44.18	38.31	30.46
0.1	0.05	48.87	42.58	34.22
	0.3	38.65	33.40	26.39

으로부터 대류에 의해 주위로 전달되는 열손실은 식 (13)으로부터 계산될 수 있다.

$$q_w = -k\pi r_o^2 \frac{dT_w}{dX} \Big|_{r=l_b} \quad (13)$$

단순 외벽으로부터의 무차원 열손실은 식 (14)로 표현된다.

$$Q_w = \frac{q_w}{k\phi_i l_c} = \frac{\pi R_o^2 M}{1 + ML_b} \quad (14)$$

핀의 유용성은 정의에 의하여 식 (15)으로 씌어 진다.

$$\eta = \frac{Q}{Q_w} \quad (15)$$

3. 결과 및 고찰

Fig. 2는 각각 두 경우의 핀 바깥반경과 바닥두께에 대하여 핀 길이가 0.1부터 5까지 변할 때 그에 따른 열손실의 변화를 나타낸다. 핀 길이가 길어짐에 따라 열손실은 처음에 급격히 증가하다가 그 이후 서서히 증가하여 최대값에 이르게 됨을 보여준다. 따라서 최적의 핀 길이는 열손실의 증가가 현저히 미미해 지는 핀 길이로 잡아주는 것이 바람직하다는 것을 알 수 있다. 또한 핀 바깥반경이 작을수록 짧은 핀 길이에서 최대열손실에 도달하며 길이가 길어질수록 바깥반경의 변화에 따른 열손실의 차이가 커짐을 보여준다.

Table 1은 대류특성계수와 바깥반경의 변화에 따른 최대 열손실이 일어날 때의 핀 길이에 대한 최대 열손실의 99%, 98% 그리고 95%가 일어날 때의 핀 길이의 비의 변화를 나열한다. 대류특성계수가 커질수록 또는 바깥반경이 커질수록 핀 길이 비는 작아지는 것을 보여준다. 이 표로부터 최대 열손실의 나머지 1%를 증가시키기 위해서 핀 길이는 약 2배에서 2.5배로 늘려야 하는 반면 최대

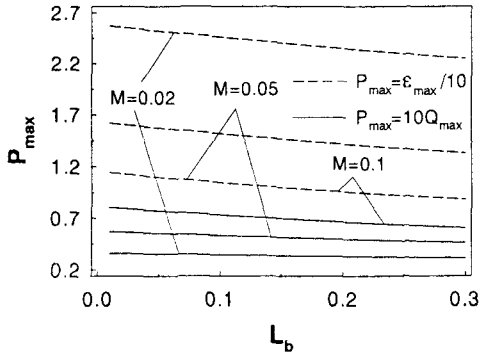


Fig. 3 Maximum performance versus fin base thickness ($R_o=0.15$)

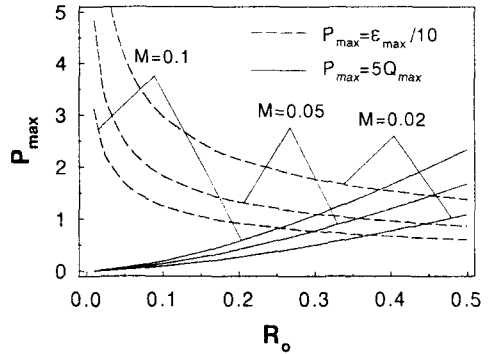


Fig. 5 Maximum performance versus fin outer radius ($L_b=0.1$)

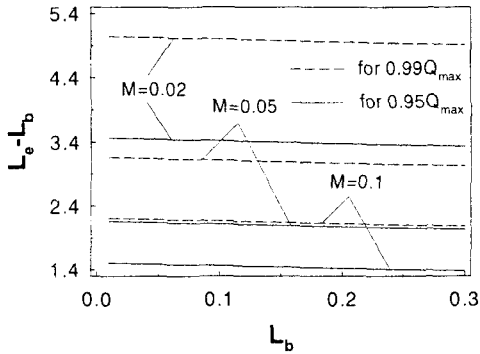


Fig. 4 Optimum fin length versus fin base thickness ($R_o=0.15$)

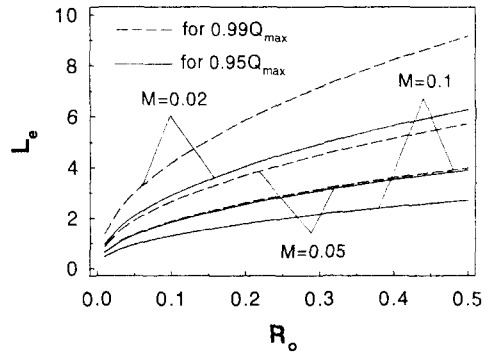


Fig. 6 Optimum fin length versus fin outer radius ($L_b=0.1$)

열손실의 95%로부터 99%로 열손실을 4% 증가시키기 위해 핀 길이 비는 약 12%에서 15.5% 정도가 증가하는 것을 알 수 있다. 따라서 주어진 조건이나 경우에 따라 달라질 수 있으나 본 연구에서는 다소 임의적으로 최대 열손실의 95%부터 99%내에서 발생하는 열손실을 최적의 열손실로, 그리고 최적의 열손실이 일어날 때의 핀 길이를 최적의 핀 길이로 정의한다.

세 경우의 대류특성계수에 대하여 핀 바닥두께의 변화에 따른 최대열손실과 최대 핀 유용성의 변화가 Fig. 3에서 보여진다. 최대열손실과 유용성을 하나의 그래프에 같이 나타내기 위하여 최대 유용성의 값을 10으로 나누어준 반면 최대열손실에는 10을 곱하여주었다. 최대열손실은 바닥두께가 커짐에 따라 선형적으로 감소하는데 대류특성계수가 커질수록 감소율이 커짐을 주지할 수 있다. 최대 유용성도 바닥두께의 증가에 따라 선형적으로 감소하는데 대류특성계수의 변화에 따라 기울기의 변화가 없음을 보여준다.

Fig. 4는 세 경우의 대류특성계수에 대하여 바

닥두께의 변화에 따른 최대열손실의 99%와 95%가 일어날 때의 핀 길이의 변화를 보여준다. 바닥두께가 커짐에 따라 최대열손실의 99%와 95%가 일어날 때의 핀 길이는 선형적으로 감소하는데 그 변화량은 크지 않음을 알 수 있다. 또한 대류특성계수의 변화에 따른 핀 길이의 감소율 변화는 거의 없음을 나타낸다.

세 경우의 대류특성계수에 대하여 핀 바깥반경의 변화에 따른 최대열손실과 핀 유용성의 변화가 Fig. 5에서 보여진다. 최대열손실은 바깥반경이 커짐에 따라 증가하며 그 증가율은 점점 증가하게 되는데 이는 pin 핀의 면적이 반경의 자승에 비례하는 것도 하나의 요소가 되는 것으로 생각된다. 최대 유용성은 바깥반경이 커짐에 따라 처음에는 급속히 감소하다가 그 이후 서서히 감소함을 보여준다. 이는 물리적으로 바깥반경이 커짐에 따라 핀으로부터의 최대열손실의 증가율 보다 핀이 없는 벽면으로부터의 열손실의 증가율이 더 크다는 것을 의미한다.

Fig. 6은 세 경우의 대류특성계수에 대하여 핀

바깥반경의 변화에 따른 최대열손실의 99%와 95%가 일어날 때의 핀 길이의 변화를 보여준다. 바깥반경이 커짐에 따라 최대열손실의 99%와 95%가 일어날 때의 핀 길이는 증가하나 점점 그 증가율은 감소함을 보여준다. 바깥반경과 대류특성계수가 주어졌을 때 상황과 조건에 따라 최대열손실의 95%와 99% 사이의 적절한 핀 길이를 최적의 핀 길이로 선택할 수 있다. 예를 들면 대류특성계수가 0.02고 바깥반경이 0.2라면 최대열손실의 99%가 일어나는 5.87과 95%가 일어나는 4.05사이의 값을 최적의 핀 길이로 선택할 수 있다.

4. 결론

바닥두께가 변하는 핀에 대하여 1차원 해석적 방법을 사용하여 고정된 바깥반경에 기준한 최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. 본 연구에서 주어진 변수들의 범위에서 최대열손실의 마지막 1%를 얻기 위하여 핀 길이를 약 2배에서 2.5배 정도 늘려야 한다.
2. 최대 열손실, 최대 유용성 그리고 최대 열손실의 95%부터 99%가 일어날 때의 핀 길이의 범위를 핀 바닥두께와 바깥반경의 함수로 제시하였다.
3. 핀 바닥두께가 두꺼워짐에 따라 최대열손실과 최대유용성은 감소하는 반면 바깥반경이 커짐에 따라 최대열손실은 증가하나 최대유용성은 작아진다.
4. 최적열손실이 일어나기 위한 최적 핀 길이는 바깥반경이 커짐에 따라 길어지는 반면 바닥두께가 두꺼워짐에 따라 짧아진다.

참 고 문 헌

- [1] Kang, H. S. and Look, D. C. Jr., "Optimization of Thermally and Geometrically Asymmetric Trapezoidal Fins," *J. of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 18, No. 1, pp. 52-57, 2004.
- [2] Abrate S. and Newnham P., "Finite Element Analysis of Triangular Fins Attached to a Thick Wall," *Computer & Structures*, Vol. 57, No. 6, pp. 45-57, 1995.
- [3] Yu, L. T. and Chen, C. K., "Optimization of Circular Fins with Variable Thermal Parameters", *Journal of The Franklin Institute*, Vol. 336(B), pp. 77-95, 1999.
- [4] Kang, H. S., "Optimum Performance and Design of a Rectangular Fin", *Int J. of Automotive Technology*, Vol. 8, No. 6, pp.

705-711, 2007.

- [5] Yeh, R. H., "An Analytical Study of the Optimum Dimensions of Rectangular Fins and Cylindrical Pin Fins", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 15, pp. 3607-3615, 1997.
- [6] Razelos, P. and Georgiou, E., "Two-Dimensional Effects and Design Criteria for Convective Extended Surfaces", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 38-48, 1992.
- [7] Su, R. J. and Hwang, J. J., "Analysis of Transient Heat Transfer in a Cylindrical Pin Fin," *J. Thermophysics*, Vol. 12, No. 2, pp. 281-283, 1998.
- [8] Almogbel, M. and Bejan, A., "Cylindrical Trees of Pin Fins", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 4285-4297, 2000.
- [9] Kang, H. S. and Kim, J. U., "Analysis of a Cylindrical Pin Fin with Variable Diameter", *J. of Industrial Technology*, Vol. 27(B), pp. 71-75, 2007.