韓國經營科學會誌
第33권 第2號
2008年 6月

비대칭 외판원문제에서 최적해에 포함될 가능성이 높은 호들을 이용한 비용완화법

권상호* · 사공선화 · 강맹규**†

Cost Relaxation Using an Arc Set Likely to Construct an Optimal Solution for the Asymmetric Traveling Salesman Problem

Sangho Kwon* · Seonhwa Sagong · Maingkyu Kang**

■ Abstract ■

The traveling salesman problem is to find tours through all cities at minimum cost ; simply visiting the cities only once that a salesman wants to visit. As such, the traveling salesman problem is a NP-complete problem : an heuristic algorithm is preferred to an exact algorithm. In this paper, we suggest an effective cost relaxation using a candidate arc set which is obtained from a regression function for the traveling salesman problem. The proposed method sufficiently consider the characteristics of cost of arcs compared to existing methods that randomly choose the arcs for relaxation. For test beds, we used 31 instances over 100 cities existing from TSPLIB and randomly generated 100 instances from well-known instance generators. For almost every instances, the proposed method has found efficiently better solutions than the existing method.

Keyword : TSP, Cost Relaxation, Perturbation, Candidate Arc Set

논문접수일 : 2007년 11월 20일　논문게재확정일 : 2008년 04월 24일
논문수정일(1차 : 2008년 01월 28일, 2차 : 2008년 03월 20일)
* 삼성전자
** 한양대학교 정보경영공학과
† 교신저자

1. 서 론

외판원문제(TSP : traveling salesman problem)는 고전적인 최적화 문제로서 고객이 있는 n개의 모든 지점을 외판원이 오직 한 번씩만 방문할 때 그 비용을 최소화하는 문제이다. 즉, 고객이 있는 교점집합, $V=\{1, 2, \cdots, n\}$, 호집합, $E=\{(i, j): i \neq j, \forall i, j \in V\}$, 호 (i, j)의 비용이 c_{ij}인 네트워크 $G(V, E)$에서 시작교점을 출발하여 n개의 모든 교점을 반드시 한 번만 방문하고 시작교점으로 돌아오는 해밀턴순환로(Hamiltonian cycle) 중에서 최소 비용의 해밀턴 순환로를 찾는 문제이다[1]. 외판원문제가 모든 교점 i와 j에 대해 $c_{ij}= c_{ji}$이면 대칭 외판원문제(symmetric TSP), 그렇지 않으면 비대칭 외판원 문제(asymmetric TSP)라고 한다. 외판원문제는 제약조건을 완화하거나 변형함으로써 다양한 형태의 문제로 바꿀 수 있고, 그 응용범위가 넓어 수리계획법의 주된 관심대상이다. 그러나 외판원문제는 NP-hard 문제로서 최적해를 구하는 다항식(polynomial) 해법이 발견되지 않았다. 따라서 최적해에 가까우면서도 빠른 시간 내에 해를 구하는 발견적 해법(heuristics)에 대한 많은 연구가 이루어져 왔다.

외판원문제의 발견적 해법은 크게 경로구성(tour construction)과 경로개선(tour improvement)으로 구분할 수 있다. 경로구성은 순환로를 형성해 가는 법칙에 따라 하나의 순환로를 구성하는 방법이다. 경로구성의 발견적 해법으로는 최근거리인접(nearest neighbor), 삽입(insertion), Boruvka, Christofides, 연결(patching) 등이 있다. 경로구성 해법은 일반적으로 계산량(complexity)이 적어 빠른 시간 내에 해를 구할 수 있지만, 경로개선 해법에 비해 좋은 해를 구하지 못한다. 경로개선 해법은 초기 순환로를 구성한 상태에서 개선법칙(improvement rule)에 따라 순환로를 개선해 가다가 종료조건(stopping rule)을 만나면 끝내는 방법이다. 경로개선의 대표적인 해법에는 k-opt[13], Lin-Kernighan [14], Helsgaun[11], Zhang[17], Kwon et al.[12] 등이 있다.

경로개선 해법의 해를 국지해(local optimum)라고 하고, 해법이 해의 탐색영역에서 일부분만을 탐색하기 때문에 국지탐색(local search) 해법이라고 한다. 국지해를 탈출해 더 나은 해를 계속 탐색할 수 있게 하는 해법을 개발하는 것이 최근의 연구경향이다. Perturbation은 그 중 한 방법으로 전 단계에서 구한 국지해를 변형하여 다음 단계의 초기해로 사용하여 탐색을 계속하게 한다. 본 연구에서 제안하는 비용완화법(cost relaxation)은 문제를 변형하는 Perturbation 방법이다.

권 외[3]는 문제를 변형하는 방법으로 임의로 선정한 교점에 연결된 모든 호의 비용을 완화하는 기법을 사용하였다. 그러나 이 방법은 호들의 비용특성을 고려하지 않는 단점이 있다. 본 연구에서는 최적해가 될 가능성이 높은 호들로 구성된 호들의 집합[4]을 이용하여 비용을 완화하는 방법을 제안한다. 이 방법은 임의로 호를 사용하는 대신 최적 순환로에 포함될 가능성이 높은 호를 선택하여 비용을 완화한다. 이는 국지해에 포함되지 않은 좋은 호들이 해에 포함되도록 유도함으로써 더 좋은 해를 발견하기 위해서다.

TSPLIB[16]의 잘 알려진 31개의 문제와 문제생성기[13]를 통해 발생시킨 100개의 문제를 대상으로 비용완화법을 이용한 기존의 해법인 권 외[3]의 해법과 제안하는 해법을 비교 실험하여 제안하는 방법이 더 우수함을 검증한다.

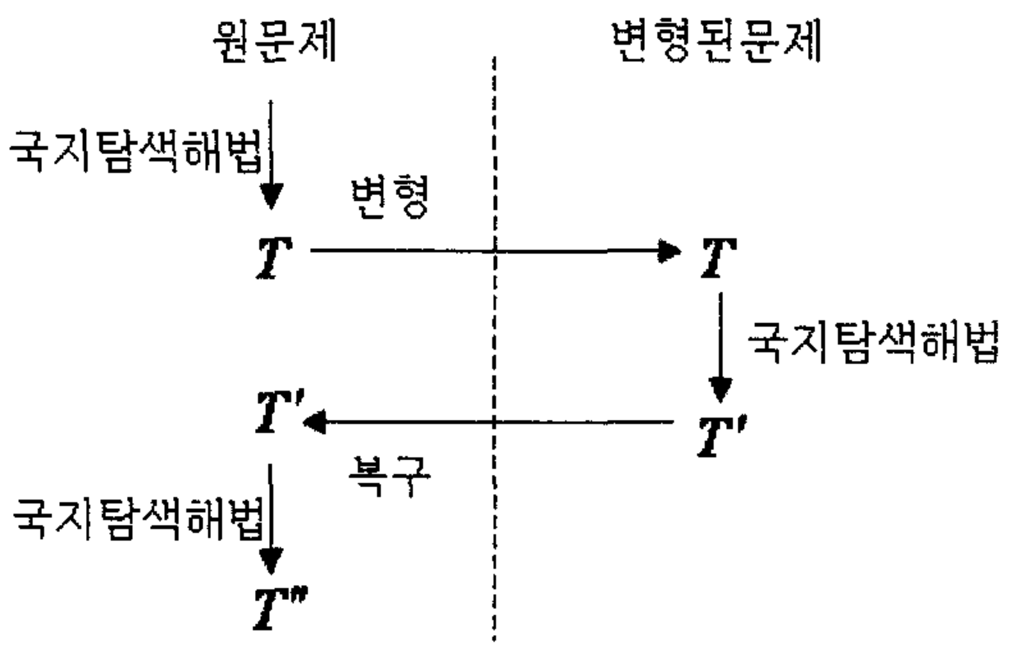
2. Perturbation 방법

Perturbation은 Martin et al.[15]이 제안한 개념으로 이전 반복으로부터 얻은 국지해를 다음 반복의 초기해로 변환하는 방법이다(이 방법을 intermediate[10] 혹은 kick[15]이라고도 부른다). 국지탐색 해법은 순환비용이 적은 초기해를 사용하면 더 좋은 해를 발견할 가능성이 많다. 그러나 이전 반복의 국지해는 순환비용이 적은 해지만 더 이상

해가 개선되지 않기 때문에 다음 반복의 초기해로 사용할 수 없다. Perturbation은 이러한 국지탐색 해법의 한계를 보완하기 위해 이전 반복의 국지해를 다음 반복의 초기해로 이용하는 방법을 제시함으로써 국지탐색 해법을 반복 적용하여 더 좋은 해를 탐색할 수 있게 한다.

Perturbation을 통해 생성된 초기해는 임의로 정한 초기해보다 효과적이다. Perturbation을 통해 생성된 초기해가 일반적으로 순환비용이 적기 때문이다. 즉, Perturbation으로 생성된 초기해가 이전 국지해에서 멀리 떨어지지 않으면서도 더 좋은 해가 되어 국지탐색 해법의 반복에서 더 효과적이고 더 좋은 해를 발견할 수 있게 한다.

권 외[3]는 문제를 변형하여 국지해를 탈출하는 해법을 제안하였다. [그림 1]은 이 해법의 기본 개념을 보이고 있다. 원 문제에 국지탐색 해법을 적용하여 국지해 T를 구한 후, 원 문제를 변형하여 수정된 문제를 구한다. 그리고 T를 수정된 문제의 초기해로 이용하여 국지탐색 해법을 적용하여 수정된 문제에서 국지해 T'를 구한다. 그리고 이를 다시 원문제의 초기해로 이용하여 국지탐색 해법을 적용하면 국지해 T를 탈출하여 새로운 국지해 T''가 된다. 이러한 방법으로 국지탐색 해법을 계속 반복하여 더 좋은 해를 구할 수 있다.



[그림 1] Perturbation의 기본 개념

권 외[3]는 문제를 변형하기 위해 비용완화법을 이용하였다. 비용완화법은 Perturbation의 일종으로 국지해를 탈출하기 위해 문제를 변형한다. 비용완화법은 외판원문제에서 원문제의 비용 행렬(cost matrix)을 변형된 비용행렬로 만들기 위해 원문제의 비용행렬에서 일부의 교점을 임의로 선택한 후 선택한 교점들로 들어오고 나가는 모든 호들의 비용을 0으로 수정하는 방법이다. 권 외[3]는 국지탐색해법으로 Lin-Kernighan[14]을 이용하였으며, 다른 개념의 국지해 탈출방법인 Chained Lin-Kernighan[7] 보다 우수함을 보였다. 권 외[3]가 제안한 비용완화법은 효과적으로 국지해를 탈출하여 전역탐색(global search)을 수행하도록 한다. 그러나 이 방법은 임의로 일부의 교점에 연결된 호를 선정하기 때문에 호의 비용특성을 고려하지 않는 단점이 있다. 따라서 본 연구에서는 호의 비용특성을 고려한 효과적인 비용완화법과 이를 이용한 해법을 제안한다.

3. 제안하는 비용완화법

본 연구에서 제안하는 새로운 비용완화법은 호의 정보를 이용하여 최적해에 포함될 가능성이 높은 호들의 비용을 낮추어, 이 호들이 최종해에 포함될 수 있는 기회를 주는 것이다. 이는 기존의 방법, 즉 호의 정보를 고려하지 않고 임의로 일부의 교점을 선택하여 이에 연결된 모든 호들의 비용을 낮추는 방법의 문제점을 보완하여 더 효과적으로 국지해를 탈출하기 위한 방법이다.

외판원문제는 매우 큰 문제에서 최적해를 구하기가 거의 불가능하다. 그리고 효율적인 발견적 해법이라 하더라도 n개의 모든 교점이 완전히 연결된 네트워크에서는 고려해야 할 호의 개수는 n^2이므로, 문제가 커지면 빠른 시간에 해를 구하기 어렵다. 이러한 이유로 효율적인 계산량으로 최적해에 근사한 해를 구하기 위해서는 모든 호를 고려하지 않고 최적 순환로에 포함될 가능성이 높은 일부 호들 즉, 호의 후보집합(candidate arc set)만을 고려할 필요가 있다[4]. 호의 후보집합을 E_{can}이라고 하자.

E_{can}의 호들만을 고려하여 최적 순환로를 구하기 위해서는 E_{can}에 최적 순환로를 구성하는 호가 모두 포함되어야 한다. 김 외[4]는 비대칭 외판원문제들의 최적 순환로를 분석하여 E_{can}을 결정하기 위해 회귀함수 식 (1)을 제시하였다.

$$N = 5.5 + 1.1\sqrt{n} \tag{1}$$

식 (1)에서 N은 각 교점으로 들어오고 나가는 호들의 비용순위를 말한다. 예를 들어, n이 100이면 N은 17이다. 즉 교점 수가 100개인 문제에서 각 교점으로 들어오는 호와 나가는 호의 수는 각각 99개인데 한 교점으로 들어오고 나가는 호들 각각에 대해 비용순위가 오름차순으로 17번째 내에 해당하는 호들이 E_{can}에 포함된다. 식 (1)을 이용하여 구한 E_{can}을 사용하면 효율적으로 해를 구할 수 있다[4]. 제안하는 해법은 식 (1)로부터 구한 E_{can}의 호들만을 고려하여 비용 완화법을 적용한다.

제안하는 해법을 간단히 설명하면, 우선 식 (1)을 통해 E_{can}을 구한다. 그리고 원문제에 국지탐색 해법을 적용하여 국지해 T를 구한다. 원문제를 변형한 후, 변형된 문제에서 T를 초기해로 하고, 국지탐색 해법을 수행하여 국지해 T'를 구한다. 원문제를 변형하는 방법은 E_{can}의 전체 호들 중 $\alpha\%$의 호들만을 랜덤하게 선정하여 그 호들의 비용을 0으로 수정한다. (α의 크기는 실험을 통해 정한다. 제4장 참조). 이번에는 변형된 문제를 원문제로 복구한 후, T'를 초기해로 하고, 국지탐색 해법을 적용하여 국지해, T''를 구한다. 결국 처음의 국지해 T를 벗어나 새로운 국지해 T''를 구하게 된다.

원문제의 비용행렬을 C, 변형된 문제의 비용행렬을 C'라 하자. 원문제를 변형된 문제로 만들기 위해 E_{can}의 모든 호의 비용을 0으로 만들지 않고 $\alpha\%$에 해당하는 호들만을 랜덤하게 선정하여 그 호들의 비용만을 0으로 만드는 이유는 매번 원문제의 변형을 다르게 하기 위해서다. E_{can}의 호들은 변하지 않기 때문에 만약 원문제를 변형할 때 E_{can}의 모든 호의 비용을 0으로 만들면, 변형된 문제가 매번 같게 되어 변형의 효과를 얻을 수 없다. 제안하는 해법에서는 국지탐색 해법으로 Kwon et al.[12]의 해법을 이용한다. Kwon et al.[12]의 해법은 수리적 최적해법인 Out-of-Kilter를 이용한 최근의 발견적 해법으로서, 비대칭 외판원문제에 대해 매우 우수하다.

메타휴리스틱 기법은 종료조건을 만족할 때까지 반복 수행하는데, 종료조건으로 수행시간, 해의 개선없이 반복되는 횟수, 반복횟수, 해의 임계값 등을 사용한다[2, 8]. 제안하는 해법에서는 해의 개선없이 반복되는 횟수와 수행시간을 종료조건으로 사용한다. 해법 수행 중에 구한 가장 좋은 해를 S로 정의하면, 알고리듬의 절차는 [그림 2]와 같다.

Step 1. Find an local solution, T by applying the Kwon's method to C
$S \leftarrow T$
Step 2. Find an arc candidate set, E_{can}
Step 3. Do the following until stopping condition is met
Step 3-1. Select randomly $\alpha\%$ arcs from E_{can}
Step 3-2. Reduce the cost of the selected arcs to 0 $(C \rightarrow C')$
Step 3-3. Find a local solution, T' by applying the Kwon's method to C'
Step 3-4. Find a local solution T'' by applying the Kwon's method to C
Step 3-5 if $T'' < S$ then, $S \leftarrow T''$
Step 4. End

[그림 2] 제안하는 해법의 절차

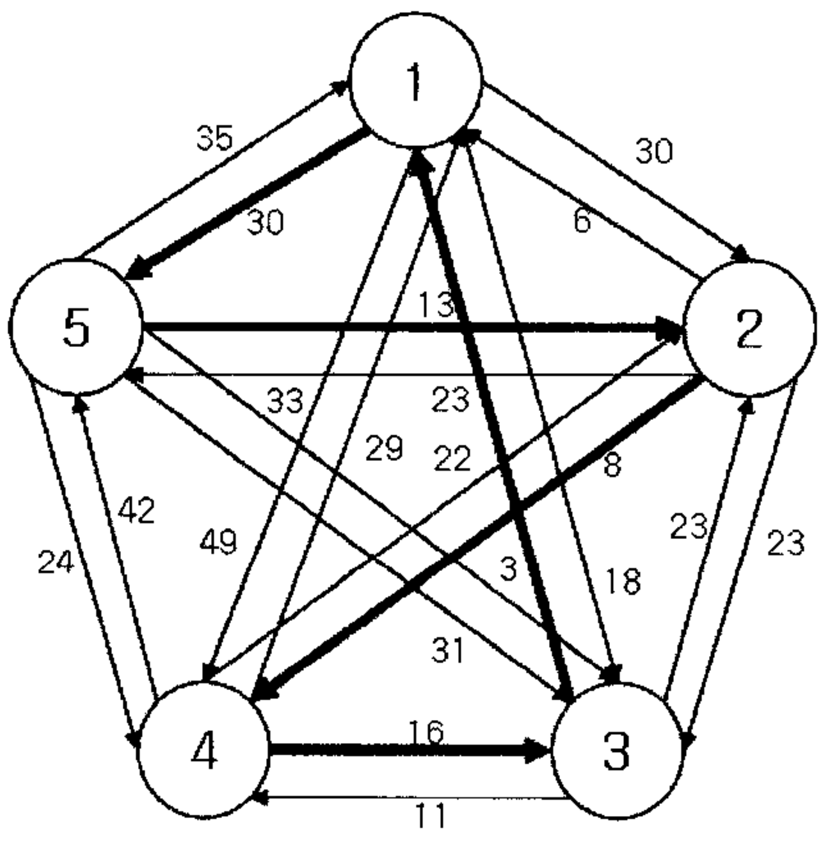
제안하는 해법은 최적해에 포함될 가능성이 높은 좋은 호들의 비용을 0으로 완화하여 좋은 호들이 순환로에 포함될 수 있는 기회를 주게 된

다. 그리고 단순히 적은 비용의 호를 이용하지 않는 이유는 최적해에 포함될 가능성이 높은 호는 반드시 비용이 적지만은 않기 때문이다. 사실 최적해는 대부분 비용이 적은 호들로만 이루어지지 않고 몇 개의 호는 비용이 큰 경우도 발생한다. 제안하는 해법은 최적해에 포함될 가능성이 높은 E_{can}의 호들을 고려하여 국지탐색 해법을 반복 수행하기 때문에 더욱 효과적으로 향상된 해를 얻을 수 있다.

4. 수치예제

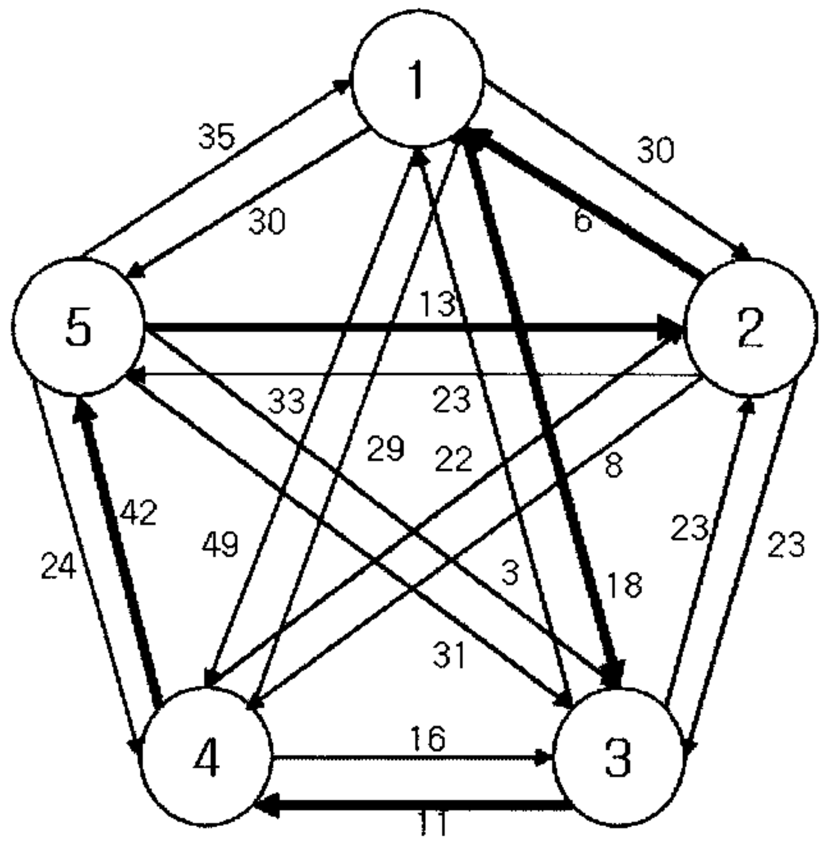
본 장에서는 교점수 $n=5$인 예제를 통해 제안하는 해법을 설명한다. 예제는 국지탐색 해법으로 3-opt를 사용하고, E_{can}을 결정하기 위한 N을 $N=2$로, 비용을 완화할 호의 개수를 결정하기 위한 α를 $\alpha=80$으로 한다. 그리고 1회 반복한다.

[그림 3]은 $n=5$인 예제의 네트워크이다. 호 옆의 수치는 호의 비용이다(굵은 화살표는 참고로 최적순환로를 나타내며, 총 비용은 70이다).



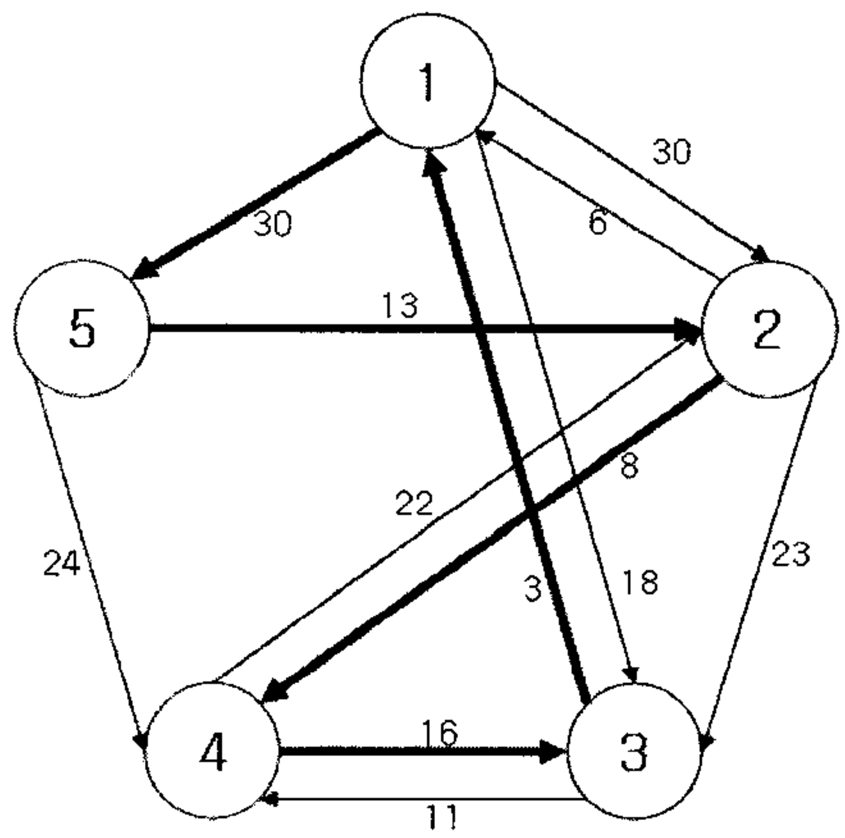
[그림 3] n = 5인 예제

단계 1 : 먼저 국지탐색 해법을 이용하여 국지해를 구한다. [그림 4]에서 굵은 화살표는 3-opt을 이용하여 구한 해이며, 비용은 90이다.



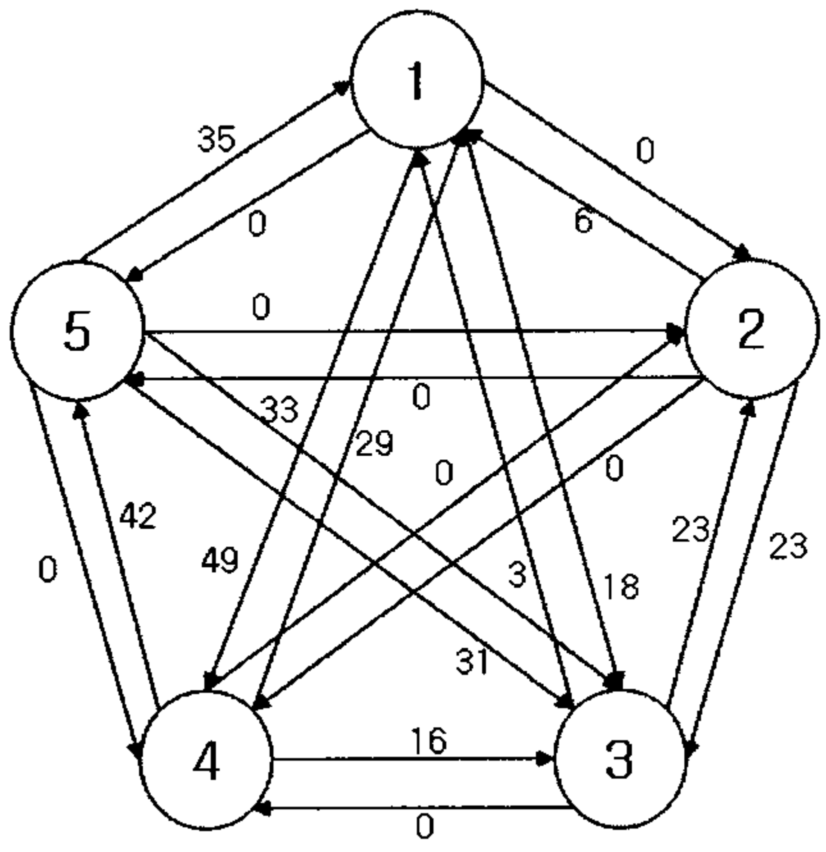
[그림 4] 초기 국지해

단계 2 : E_{can}을 결정한다. $N=2$이므로 각 교점으로 들어오고 나가는 호중 비용순위로 두 번째 이내인 호들이 E_{can}에 포함된다. [그림 5]의 모든 호는 E_{can}에 포함된다. 굵은 화살표는 최적순환로인데, E_{can}이 최적순환로에 포함되는 모든 호를 포함하고 있음을 알 수 있다.



[그림 5] 집합 E_{can}

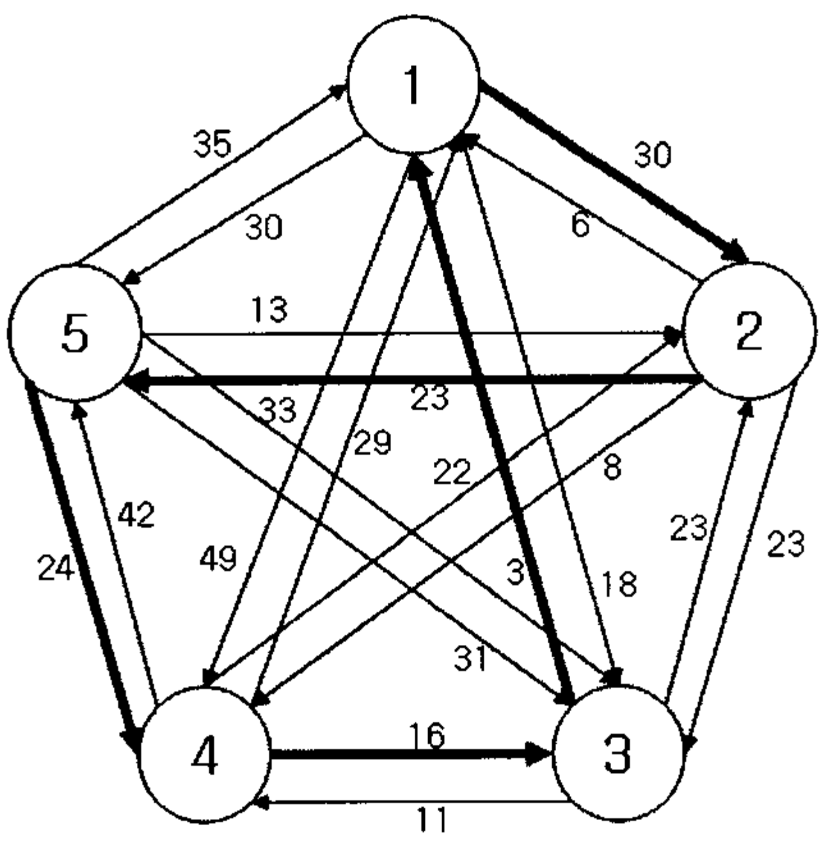
단계 3 : E_{can}에서 α%에 해당하는 호를 랜덤하게 선정하여 비용을 0으로 수정한다. [그림 6]은 비용을 완화한 결과이다.



[그림 6] 비용이 완화된 문제

단계 4 : 변형된 문제에서 국지해법을 이용하여 국지해를 구한다. 이 단계에서 국지해를 탈출한다. [그림 7]의 굵은 화살표는 변형된 문제에서 구한 국지해를 나타내며, 비용은 96이다.

단계 5 : 단계 4에서 구한 해를 초기해로 하여 원 문제에서 다시 국지해를 구한다. 그 결과 [그림 3]에서 굵은 화살표로 보인 최적순환로가 구해진다. 이는 초기 국지해에 포함되지 않았지만 비용이 적은 좋은 호의 비용을 완화하여 해에 포함시킬 기회를 주어 국지해를 탈출한 결과이다.



[그림 7] 변형된 문제에서 구한 국지해

5. 실험결과

본 장에서는 제안하는 비용완화법을 국지탐색 해법인 Kwon et al.[12], 비용완화법을 이용한 기존의 방법인 권 외[3]의 해법과 비교하기 위해 다양한 외판원문제에 적용한다. 제안하는 비용완화법의 효과를 정확히 분석하기 위해 두 해법에서 사용하는 국지탐색 해법으로 비대칭 외판원문제의 우수한 해법 중 하나인 Kwon et al.[12]의 해법을 공통적으로 사용하였다.

실험에 사용한 문제는 문제의 특성에 따라 네 가지의 문제군으로 분류한다. 문제군 1은 TSPLIB [16]에 있는 비대칭 외판원문제 중 Kwon et al. [12]의 해법이 최적해를 구하지 못한 문제이다(국지탐색 해법으로 Kwon et al.[12]의 해법을 사용하므로 제안하는 해법도 당연히 최적해를 구하기 때문에 제외시켰다).

문제군 2와 문제군 3은 기존의 문제생성기[12]를 통해 비용범위를 두 가지로 구분하고 교점수를 100에서부터 500까지 100개씩 증가시켜 가며 각각 10문제씩 생성한 총 100문제를 포함한다. 문제군 2는 0~1000의 비용범위를 갖는 50개의 랜덤한 문제이고, 문제군 3은 0~10000의 비용범위를 갖는 50개의 랜덤한 문제이다. 문제군 4는 TSPLIB[16]에 있는 21개의 대칭 외판원문제이다.

실험수행을 위해 Visual C++ 6.0을 이용하였으며, Pentium Ⅳ 2.8G CPU, 메모리 512MB를 장착한 PC를 사용하였다.

제안 해법에서 원문제를 변형할 때 E_{can}에 포함된 모든 호들에 대해 비용을 0으로 수정하지 않고, 랜덤하게 선택한 α%의 호만을 0으로 수정한다. 그리고 권 외[3]의 해법에서는 제안 해법에서 비용이 0으로 되는 호의 개수만큼 호를 랜덤하게 선택하여 비용을 0으로 수정한다. 비용이 수정되는 호의 개수를 같게 하는 이유는 비용을 완화하는 호의 특징이 해에 끼치는 영향을 정확히 분석하기 위해서다. α의 값은 사전실험을 통해 가장 효과적인 80으로 정하였다.

구한 해의 정확도를 비교하기 위하여 최적해에서 얼마만큼 떨어져 있는지를 나타내는 척도로 식 (2)의 Excess를 사용하여 두 해법을 비교하였다.

$$\text{Excess}=\{(\text{발견한해}-\text{최적해})/\text{최적해}\}\times 100(\%) \quad (2)$$

제안하는 해법은 연속적으로 반복되는 동안 해의 개선이 없으면 종료한다. 이 반복횟수는 사전 실험을 통해 가장 효율적인 10으로 정하였다. 그리고 수행시간을 3600초로 제한하여 주어진 시간이 지나면 해법을 종료한다. 해법의 평가기준으로는 해의 정확도인 Excess를 기준으로 하였다.

<표 1>은 문제군 1(TSPLIB[16]의 비대칭 외판원문제)에 대한 실험결과이다(문제번호에 있는 숫자는 문제의 크기인 노드개수 n을 의미한다). 이들은 이미 최적해가 알려져 있는 문제이므로 식 (2)를 이용하여 Excess를 나타냈다. 실험결과 권 외[3]의 해법은 0.324%인 반면 제안하는 해법의 평균 Excess는 0.300%로 나타나, 제안하는 해법이 기존 해법에 비해 좋은 해를 구하고 있음을 알 수 있다. 문제군 1에서는 제안해법의 해가 권 외[3]의 해보다 크게 개선이 이루어지지 않았는데, 이는 국지탐색 해법으로 이용한 Kwon et al.[12]의 초기 국지해가 최적해에 매우 근접하여 해의 개선도가 그리 크지 않기 때문이다. 문제군 1에서 dc 유형의 문제는 수행시간이 길다. 다른 해법들에서도 dc 유형의 문제의 수행시간이 상대적으로 오래 걸리는 것을 확인할 수 있다[6, 9]. 특히 <표 1>에서 dc849, dc895 문제는 오래 걸리므로 종료조건의 제한시간까지만 수행하였다. 메타휴리스틱 기법은 반복수행을 거듭하면 해가 향상되므로 제안하는 해법을 오래 수행할 경우 더 좋은 해를 얻을 수 있다.

<표 2>와 <표 3>은 각각 문제군 2와 3(문제생성기[13])에서 생성)에 대한 실험결과로서 교점수별로 10개의 문제의 평균 Excess를 나타낸 것이다. 문제군 2와 3은 기존의 문제생성기에서 발생시

〈표 1〉 문제군 1에서의 실험결과

문제	Excess over optimum(%)			수행시간(초)		
	Kwon et al.[12]	권 외[3]	제안해법	Kwon et al.[12]	권 외[3]	제안해법
dc112	0.036	0.009	0.009	1.18	12.40	10.68
dc126	0.050	0.028	0.004	5.85	57.00	45.31
dc134	0.035	0.017	0.000	2.00	9.57	9.92
dc176	0.058	0.023	0.023	2.64	46.04	27.76
dc188	0.088	0.009	0.000	22.59	234.81	268.12
dc563	0.080	0.065	0.042	24.46	749.01	459.98
dc849	0.016	0.002	0.002	24.73	3600.00	373.62
dc895	0.116	0.116	0.088	286.15	3600.00	3600.00
big702	0.000	0.000	0.000	3.34	297.61	90.79
atex600	3.371	2.968	2.841	118.61	1517.53	1402.89
Avg	0.380	0.324	0.300	43.36	1012.40	628.91

〈표 2〉 문제군 2의 실험결과

n	Excess over AP bound(%)			수행시간(초)		
	Kwon et al.[12]	권 외[3]	제안해법	Kwon et al.[12]	권 외[3]	제안해법
100	3.335	2.363	2.008	0.05	1.36	0.79
200	1.135	0.611	0.453	0.19	8.68	5.12
300	1.318	0.715	0.747	0.62	26.46	16.95
400	0.896	0.615	0.564	1.20	64.27	38.00
500	0.837	0.459	0.410	2.01	123.69	66.93
Avg	1.504	0.953	0.852	0.81	44.89	25.56

킨 문제로 최적해가 알려져 있지 않다. 따라서 실험에서는 해의 정확도를 비교하기 위하여, 비대칭 외판원문제의 완화문제인 배정문제의 최적해를 하한으로 하여 두 해법의 Excess를 비교하였다. (배정문제의 최적해는 비대칭 외판원문제의 좋은 하한이 된다[12]). <표 2>와 <표 3>에서 Excess over AP bound는 구한해가 배정문제의 최적해에서 떨어진 정도를 나타낸다. 실험 결과 문제군 2에서 권 외[3]의 해법의 Excess는 0.953%, 제안하는 해법의 Excess는 0.852%, 문제군 3에서 권 외[3]의 해법의 Excess는 0.738%, 제안하는 해법의 Excess는 0.671%로 제안해법이 더 좋은 해를 구하는 것을 알 수 있다.

<표 4>는 문제군 4(TSPLIB[16]의 대칭 외판원문제)에 대한 실험결과이다. 실험결과 모든 문제에서 제안하는 해법이 같거나 더 좋은 해를 구했고, 특히 5개의 문제에서 최적해를 도출해 냈다.

〈표 3〉 문제군 3의 실험결과

n	Excess over AP bound(%)			수행시간(초)		
	Kwon et al.[12]	권 외[3]	제안해법	Kwon et al.[12]	권 외[3]	제안해법
100	2.972	0.984	0.966	0.05	1.72	1.01
200	1.568	1.030	0.962	0.38	13.57	8.89
300	1.322	0.828	0.661	1.14	44.34	30.76
400	0.731	0.414	0.349	2.13	111.14	66.32
500	0.584	0.436	0.416	3.30	213.65	119.81
Avg	1.435	0.738	0.671	1.40	76.88	45.36

〈표 4〉 문제군 4의 실험결과

문제	Excess over optimum(%)			수행시간(초)		
	Kwon et al.[12]	권 외[3]	제안해법	Kwon et al.[12]	권 외[3]	제안해법
ch130	1.243	0.981	0.851	0.36	6.48	4.71
ch150	2.129	0.474	0.428	0.40	7.50	4.65
d198	1.248	0.564	0.437	14.76	169.46	186.12
d493	3.582	1.845	1.654	28.70	302.01	322.57
d657	2.541	2.289	2.163	51.78	800.20	563.03
eil101	0.635	0.158	0.000	0.06	1.37	0.812
gil262	2.018	1.640	0.798	1.87	32.6	24.1
lin105	0.299	0.299	0.000	0.26	4.59	3.82
lin318	3.200	2.472	1.708	7.26	113.01	110.67
pr107	0.729	0.198	0.189	1.25	8.50	9.28
pr124	1.057	0.548	0.000	0.90	6.95	6.17
pr136	1.094	0.802	0.579	0.57	7.21	5.20
pr144	0.075	0.075	0.000	1.26	15.79	15.31
pr152	1.844	0.723	0.556	2.51	30.01	28.62
pr226	0.800	0.452	0.452	5.90	65.65	57.09
pr264	2.039	1.009	0.444	36.48	280.2	324.01
pr299	3.158	1.384	0.865	3.56	67.54	47.04
pr439	5.586	2.519	1.011	25.09	643.85	751.14
u159	1.269	0.000	0.000	0.48	9.17	6.00
u574	2.219	2.219	2.113	39.29	576.95	476.93
u724	2.548	2.548	2.111	38.43	944.32	641.59
Avg	1.872	1.105	0.779	12.44	194.93	170.90

6. 결 론

본 연구에서는 비대칭 외판원문제에서 효과적으로 해를 발견하기 위해 새로운 비용완화법을 제안하였다. 호의 정보를 이용하여 국지해에 포함되지 못한 좋은 호들의 비용을 낮추어 해에 포함될 수 있는 기회를 주어 국지해에 빠지면 이를 빠르게 개선하여 더 좋은 해를 구한다. 이는 기존의 해법에서 임의로 호를 선택하는 방법에 비해 호의 특성을 충분히 고려하여 좋은 호들이 최적해에 포함될 수 있도록 유도하기 때문이다.

본 연구에서는 비대칭 외판원문제에 대한 세 가지의 문제군과 대칭 외판원문제군으로 분류하여 실험하였다. 실험결과 제안하는 비용완화법은 거의 모든 문제에서 기존의 비용완화법인 권 외[3]보다 더 좋은 해를 더 빠르게 발견하였다. 향후 더 다양한 문제군에 대한 실험을 통해 제안하는 해법이 특정 문제에 끼치는 영향에 대한 연구가 더 필요하다고 판단된다.

참 고 문 헌

[1] 강맹규, 「네트워크와 알고리듬」, 박영사, 1991.

[2] 김여근, 윤복식, 이상복, 「메타 휴리스틱」, 영지문화사, 1999.

[3] 권상호, 김성민, 강맹규, "외판원문제의 국지해를 탈출하기 위한 비용완화법", 「대한산업공학회지」, 제30권, 제2호(2004), pp.84-92.

[4] 김헌태, 권상호, 지영근, 강맹규, "비대칭 외판원문제에서 호의 후보집합 결정", 「경영과학회지」, 제28권, 제2호(2003), pp.129-138.

[5] Reinelt, G., *The Traveling Salesman : Computational Solutions for TSP Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 1991.

[6] Gutin, G. and A. Punnen, *The Traveilng Saleman Problem and Its Variations*, Springer, 2002.

[7] Applegate, D., W. Cook, and A. Rohe, "Chained Lin-Kernighan for Large Traveling Salesman Problems," Technical Report No. 99887, Forschungsinstitut fur Diskrete Mathematik, University of Bonn, Germany, 1999.

[8] Blum, C. and A. Roli, "Metaheuristics in Combinatorial Optimization : Overview and Conceptual Comparison," *ACM Computing Surveys*, Vol.35, No.3(2003), pp.268-308.

[9] Cirasella, J., D. Johnson, L. McGeoch, and W. Zhang, "The Asymmetric Traveling Salesman Problem : Algorithms, Instance Generators, and Tests," *Lecture Notes in Computer Science*, Vol.2153(2001), pp.32-59, Springer, Berlin.

[10] Codenotti, B., G. Manzini, L. Margara, and G. Resta, "Perturbation : An Efficient Technique for the Solution of Very Large Instances of the Euclidean TSP," *INFORMS Journal on Computing*, Vol.8(1996), pp.125-133.

[11] Helsgaun, K., "An Effective Implementation of the Lin-Kernighan Traveling Salesman Heuristic," *European Journal of Operational Research*, Vol.126(2000), pp.106-130.

[12] Kwon, S.H., Y.G.G., and M.K. Kang, "Application of the Out-of-Kilter Algorithm to the Asymmetric Traveling Salesman Problem," *Journal of the Operational Research Society*, Vol.54, No.10(2003), pp. 1085-1092.

[13] Lin, S., "Computer Solution of Traveling Salesman Problem," *Bell System Tech. Journal*, Vol.44(1965), pp.2245-2269.

[14] Lin, S. and B.W. Kernighan, "An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem," *Operations Research*, Vol.21(1973), pp.498-516.

[15] Martin, O., S.W. Otto, and E.W. Felten, "Large-step Markov Chains for the TSP Incorporating Local Search Heuristics," *Operations Research Letters*, Vol.11(1992), pp.219-224.

[16] Reinelt, G., "TSPLIB : A Traveling Salesman Problem Library," *ORSA Journal on Computing*, Vol.3(1991), pp.376-384.

[17] Zhang, W., "Depth-First Branch and Bound Versus Local Search : A Case Study," *17th national Conf. on Artificial Intelligence(AAAI-2000)*, pp.930-935, Austin, TX, 2000.