

자기장의 균일성을 고려한 자기공명장치의 최적설계

이 정 훈* · 유 정 훈†

(2008년 4월 22일 접수, 2008년 6월 3일 수정, 2008년 6월 11일 심사완료)

Optimal Design of an MRI Device Considering the Homogeneity of the Magnetic Field

Junghoon Lee and Jeonghoon Yoo

Key Words : Magnetic Resonance Imaging(자기공명), Magnetic Field(자기장), Design of Experiment (실험계획법), Response Surface Method(반응표면법), Finite Element Analysis(유한요소 해석)

Abstract

This paper is to suggest a concept design of the permanent magnet type magnetic resonance imaging (MRI) device based on the parameter optimization method. Pulse currents in the gradient coils will introduce the effect of eddy currents in the ferromagnetic material, which will worsen the quality of imaging. In order to equalize the magnetic flux in the MRI device for good imaging, the eddy current effect in the ferromagnetic material must be taken into account. This study attempts to use the design of experiment (DOE) and the response surface method (RSM) for equalizing the magnetic flux of the permanent magnet type MRI device using that the magnetic flux can be calculated directly using a commercial finite element analysis package. As a result, optimal shapes of the pole and the yoke of the PM type MRI device can be obtained. The commercial package, ANSYS, is used for analyzing the magnetic field problem and obtaining the resultant magnetic flux.

1. 서 론

MRI(Magnetic Resonance Imaging, 자기공명장치)는 현대 의학에서 진단과 분석을 위한 중요한 도구로 사용되고 있다. MRI는 사람의 신체 내부의 미세한 조직을 관찰할 수 있을 정도로 높은 해상도를 제공한다. 대부분의 MRI에는 초전도체(superconductive magnet)가 사용되고, 상당히 높은 균일성과 안정성과 신뢰성이 요구되는 초전도체에는 주로 NbTi(Niobium-Titanium)을 사용하고 있다. 초전도체를 사용한 MRI는 헬륨(He) 또는 질소(N)를 액체상태로 유지시켜야 하기 때문에 절대온도 4.2 K(섭씨 영하 268.8도)의 극저온 상태의 유지가 요구된다. 초전도체를 사용한 MRI는 고해상도의 영상을 얻을 수 있지만, 유지에 있어 많은 비용에

요구되는 단점이 있다. 따라서, 최근에는 진단도구로서 영구자석을 사용한 MRI가 널리 사용되고 있다.

MRI를 통해 양질의 영상을 얻기 위해서는 자기장의 높은 균일성이 요구된다. 영구자석을 사용한 MRI의 주자기장은 일반적으로 높은 균일성을 위해 영구자석에 의해 구성되고, 경사자계 코일(gradient coil)에 의해 구성되는 경사 자기장은 주 자기장의 균일성과 선형성을 보상하는 역할을 한다. 주자기장과 경사 자기장의 조합에 의해 자기공명을 통한 영상화의 기본 조건을 제공하게 된다.⁽¹⁾ 시변 자속(time varying magnetic flux)이 강자성체 코어에 흐를 때 Faraday 법칙의 결과에 따라 유도 기전력이 발생하게 되고, 이 유도 기전력은 자속에 수직한 도전(conductive) 코어 내에 와전류(eddy current)를 발생시킨다.⁽²⁾ 경사자계 코일에 흐르는 전류는 강자성체인 요크(yoke)와 폴(pole) 부분에 와전류를 발생시키게 된다. MRI 내에서 발생된 와전류는 경사자계 자기장의 선형성과, MRI를 통해 얻게 되는 영상의 질을 떨어뜨린다. 또한, 환자의 근육을 경직시키고 신경에 자극을 줄 수도

* 연세대학교 기계공학과 대학원

† 책임저자, 회원, 연세대학교 기계공학부

E-mail : yoojh@yonsei.ac.kr

TEL : (02) 2123-2859 FAX : (02) 362-2736

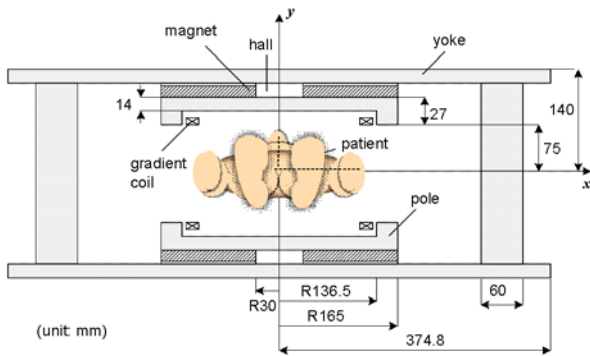


Fig. 1 Schematic shape of the permanent magnet type MRI device

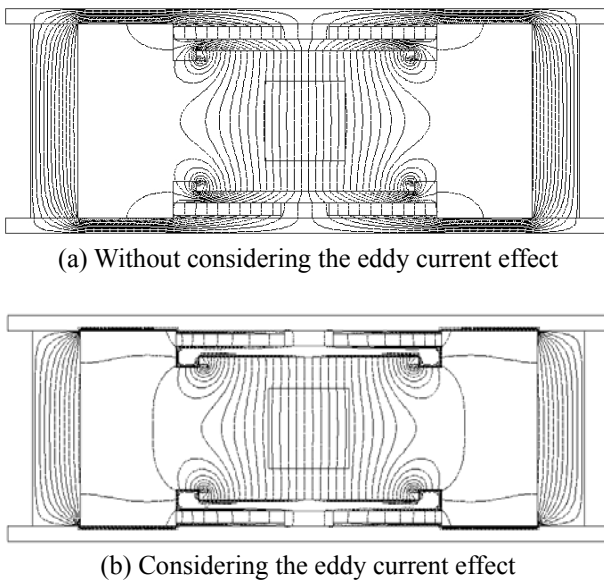


Fig. 2 Flux contour of the permanent magnet type MRI

있다. 따라서 MRI를 통해 양질의 영상을 얻기 위해서는 MRI 설계 시 자기장의 균일성을 떨어뜨리는 와전류의 영향이 반드시 고려되어야만 한다.

본 연구는 실험계획법(Design of Experiments, DOE)과 반응표면법(Response Surface Method, RSM)을 이용한 영구자석 기반의 MRI의 상세 설계를 목적으로 한다. MRI를 통해 얻을 수 있는 영상의 질을 높이기 위하여, 와전류의 영향을 고려한 자기장의 균일화를 목적으로 하여 폴과 요크의 최적형상을 도출하고자 한다. 기존의 전자기장에서의 최적설계의 적용이 전자기 에너지(electromagnetic energy)의 최대화 또는 전자기력(electromagnetic force)의 최대화에 국한되었던 것과는 달리, 본 연구에서는 와전류의 영향을 고려한 자기장의 균일화를 설계의 목적함수로 설정하였다.

2. 자기장 해석

영구자석을 사용한 MRI의 단면형상은 Fig. 1과 같다.⁽³⁾ 폴은 상대 자기투자율 2000을 갖는 자철급속으로 제작되며, 요크 또한 같은 재질로 이루어져 있다. 경사자계 코일은 폴의 안쪽 면에 15번 감겨져 있으며 5 A의 전류가 인가된다. 영구자석은 네오디뮴계(Nd-Fe-B) 자석으로 1.21 T 크기의 자속 밀도(magnetic flux density)를 갖는다.

전자기장에서의 미분방정식은 다음의 식 (1)과 같이 정의된다.

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}_s \quad (1)$$

$$\mathbf{A} = A_r + jA_i = A_0 e^{j\omega t} \quad (2)$$

위의 식 (1)에서 \mathbf{J}_s 는 경사자계 코일에 흐르는 입력전류를, μ 는 자기투자율(magnetic permeability)을, \mathbf{A} 는 자기 포텐셜(magnetic vector potential)을 각각 나타낸다. 시변 자계에서 자기 포텐셜은 식 (2)와 같이 정의 된다. A_r 와 A_i 는 각각 실수항과 허수항을 나타내며, 자기 포텐셜 \mathbf{A} 는 $\mathbf{A} = A_0 e^{j\omega t}$ 로 표현할 수 있다. 와전류를 고려한 전자기장의 미분방정식은 자기 포텐셜의 시간에 대한 미분항을 고려하여 다음의 식과 같이 정의 된다.

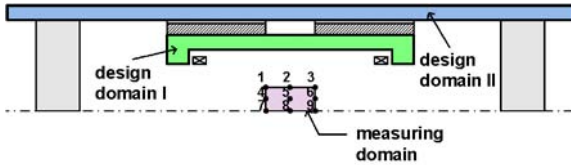
$$\nabla \times \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_s \quad (3)$$

식 (3)에서 σ 는 전도율(conductivity)이다. 전도율은 재료 물성치로 주어지지만 $\partial \mathbf{A} / \partial t$ 항이 남아있으므로 시간에 대한 비선형적 고려가 필요하다. 자기 포텐셜 $\mathbf{A} = A_0 e^{j\omega t}$ 에서 일정한 진동수의 교류 전류를 가정하여 ω 를 고정시키고 와전류를 고려한 전자기장을 상용 유한요소해석(Finite element analysis) 패키지인 ANSYS 10.0을 사용하여 선형적으로 해석하였다.

Fig. 2(a)와 (b)는 각각 와전류를 고려하지 않았을 때와 고려했을 때의 MRI의 자기력선의 분포를 보여주고 있다. Fig. 2(b)는 50Hz의 교류 전류가 인가되어 와전류가 발생했을 때, 자성체인 폴과 요크를 흐르는 자기력선이 표면 주위에 묻히는 표면 효과(skin effect)가 발생하는 것을 보여주고 있다. 이는 MRI 주자기장의 y축 방향으로의 선형적인 흐름을 방해하고 주자기장을 비롯한 환자가 위치

Table 1 The analysis result of the initial model (unit: T)

Initial Model	$(\sigma_y)_0$	$(\sum B_{xi})_0$	f_0
	2.563E-05	1.77E-04	2.03E-04

**Fig. 3** Definition of design domain

하게 되는 Fig. 3의 측정영역(Measuring domain)에서의 자기장의 균일성을 떨어뜨리게 된다. 본 연구는 자기장의 균일화를 목적으로, 특히 y축 방향으로의 자기장의 균일화를 위한 폴과 요크 부분의 형상 최적설계를 진행하였다.

3. 초기모델과 설계목적

3.1 해석모델

영구자석을 사용한 MRI는 x축 대칭 모델이므로, 최적화와 해석과정에서는 절반만 모델링(modeling)하여 사용하였고, 그에 따른 개략적인 모양과 설계 영역을 Fig. 3에 나타내었다. 최적화 과정을 위하여 폴과 요크 부분을 각각 설계영역 I 과 II 로 정의하였다. 최적화 과정에서 자속밀도를 측정할 영역은 환자 몸의 중심부에서 균일화가 이루어질 수 있도록 Fig. 3에 나타난 바와 같이 MRI 측정시에 환자가 위치하게 되는 MRI 모델의 중심부(square area, full model: $100 \times 100 \text{ mm}^2$, half model: $100 \times 50 \text{ mm}^2$)에 설정하였고, 사각형의 측정영역에서의 9개 지점을 해석 시 자속밀도를 측정할 측정점으로 선정하였다.

3.2 목적함수

설계 목표인 y축 방향으로의 자기장의 균일화를 위한 목적함수는 다음의 식 (4)와 같이 정의된다.

$$\text{minimize } f_0 = |\sigma_y| + \sum_{i=1}^9 |B_{xi}| \quad (4)$$

위의 식 (4)에서 σ_y 는 9개의 측정점에서 y축 방향 자속밀도의 표준편차(standard deviation)를 나타내고, B_{xi}

는 i -번째 측정점에서의 x축 방향의 자속밀도 값을 나타낸다. 식 (4)의 첫 번째 항인 $|\sigma_y|$ 가 작아질수록 측정영역의 y축 방향 자속밀도 값들의 편차가 줄어들게 되므로 자기장의 균일성이 향상된다고 볼 수 있다. 식 (4)의 두 번째 항인 $|B_{xi}|$ 가 작아질수록 측정영역에서 x축 방향으로의 자기밀도가 감소하므로 y축 방향으로 자기장의 선형성이 보장된다.

자기장의 해석과 자속밀도 값의 계산은 상용 유한요소해석 패키지인 ANSYS 10.0을 사용하였다. Table 1은 영구자석을 사용한 MRI 초기 모델의 해석 결과이다.

4. 치수최적화

초기 MRI 모델을 이용하여 실험계획법과 반응표면법을 통한 치수최적화를 진행하였다. 실험계획법은 설계 목적을 최대(또는 최소)로 만드는 각 설계 변수들의 값을 찾아내는 방법으로, 설계 변수를 선정해서 각각의 레벨(level)을 정한다. 각 설계 변수들 사이의 교호작용(correlation)을 배제하고, 적은 수의 실험 횟수로도 전체 실험 결과와 같은 성과를 올릴 수 있도록 하기 위해 직교 배열표(orthogonal array)를 이용하여 실험을 구성한다. 이에 따라 실험을 수행하면 각 변수의 최적의 레벨을 찾아낼 수 있으며, 각 설계 변수가 목적 함수에 영향을 끼치는 정도, 즉 민감도(sensitivity)를 알 수 있다. 실험계획법을 설계에 적절하게 사용하면, 모델 설계 및 최적화 과정에 유용한 데이터를 효율적으로 도출해 낼 수 있다.⁽⁴⁾

실험계획법을 통해 도출된 민감도가 높은 변수들은 목적함수에 현저한 영향을 끼칠 수 있는 변수들이며 이를 반응표면법의 설계 변수로 적용하여 보다 향상된 설계를 구현할 수 있다.⁽⁵⁾ 반응표면법은 설계 변수와 반응 사이의 함수관계를 찾아내는 통계학적 방법으로, 특정 설계 변수들을 기반으로 시스템을 관찰할 수 있으며, 응답은 실제 실험이나 컴퓨터 모사(simulation)로부터 얻어질 수 있다.⁽⁶⁾ 즉, 반응표면법은 실험계획법으로 찾아낸 각 변수들의 대략적인 값을 기준치로 하여, 특히 민감한 2, 3개의 변수를 선정해 그 변수들과 설계 목적 사이의 근사 함수(approximate function)를 이끌어 낸다. 이 함수를 이용하여 변수들의 최적값을 찾아낼 수 있다.

Fig. 4는 치수최적화를 위해 선택된 설계변수들을 표시하고 있다. 변수 F1은 요크의 두께, 변수 F2는 폴의 밑바닥 두께, 변수 F3은 폴의 높이,

Table 2 Design factors and levels of the each factor (unit: mm)

Level	F1	F2	F3	F4
1	14	11	22	20
2	19	14	27	28
3	24	17	32	35

Table 3 Orthogonal array of DOE for four design factors

Exp#	F1	F2	F3	F4	$ \sigma_y $	$\sum B_x $	f_N
1	1	1	1	1	2.077E-05	1.284E-04	1.5352
2	1	2	2	2	2.798E-05	1.731E-04	2.0685
3	1	3	3	3	3.136E-05	2.047E-04	2.3790
4	2	1	2	3	2.747E-05	2.248E-04	2.3408
5	2	2	3	1	1.344E-05	9.467E-05	1.0589
6	2	3	1	2	2.597E-05	1.524E-04	1.8733
7	3	1	3	2	1.929E-05	1.522E-04	1.6115
8	3	2	1	3	2.752E-05	2.155E-04	2.2901
9	3	3	2	1	1.347E-05	8.823E-05	1.0236

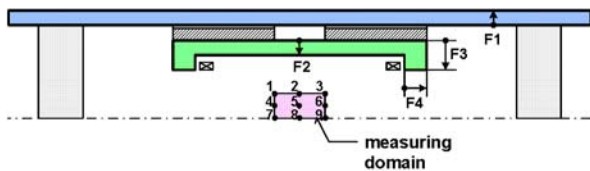


Fig. 4 Selected design factors

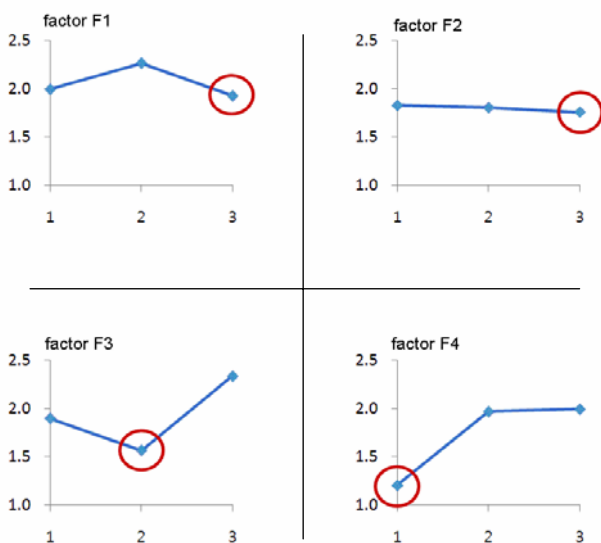


Fig. 5 Sensitivity analysis results for f_N by DOE

Table 4 Optimal value of the design factors by DOE

Optimal	F1	F2	F3	F4
Level	1	3	2	1
Value (mm)	14	17	27	20

Table 5 The analysis results of the optimal model by DOE

Optimal Model	$(\sigma_y)_0$	$(\sum B_x)_0$	f_0	f_N
	1.347E-05	8.822E-04	1.017E-04	1.0235

마지막으로 폴의 양 옆 벽의 두께를 변수 F4로 정하여, 총 4개의 설계 변수가 실험계획법에 사용되었다. 폴과 경사자계 코일 사이의 공기 간격(air-gap)은 매 실험마다 일정하게 유지하였다.

4.1 실험계획법 결과

선택된 설계 변수들과 각 변수의 레벨을 Table 2에 나타내었다. Table 3은 실험계획법의 3레벨-4변수 직교 배열표이다. 선택된 4개의 변수들은 각각 3개의 레벨을 갖고, 직교 배열표에 따라 총 9번의 실험을 수행하여, 자기장을 해석하고 민감도를 도출하였다. 식 (4)의 각 항의 영향을 동일화하기 위해 정규화(normalizing)된 목적 함수의 값 f_N 을 다음의 식 (5)와 같이 정의하였다.

$$f_N = (|\sigma_y|) / (|\sigma_y|_0) + \left(\sum_{i=1}^9 |B_{xi}| \right) / \left(\sum_{i=1}^9 |B_{xi}|_0 \right) \quad (5)$$

Fig. 5에서 확인할 수 있듯이, 실험계획법 수행 결과 변수 F3과 변수 F4를 민감한 변수로 선정할 수 있다. f_N 값은 변수 F1의 레벨 1과 3에서 거의 동일한 값을 갖는 것을 볼 수 있다. 각 변수들 레벨이 (F1,F2,F3,F4)=(1 3 2 1)의 조합인 경우에 (3 3 2 1)의 조합일 때보다 더 작은 f_N 값을 얻을 수 있기 때문에, 변수들의 최적 레벨을 (F1,F2,F3,F4)=(1 3 2 1)로 결정하였다.

실험계획법 결과 각 설계 변수들의 최적 레벨과 그에 따른 실제 최적 값은 Table 4와 같다. Table 5는 실험계획법에 의한 최적 모델의 해석 결과이다. f_N 의 값은 초기 모델의 값 1.5352와 비교했을 때 50% 정도 감소한 것을 확인할 수 있다.

Table 6 Experiment array and results by central composite design

F1	F3	F4	$ \sigma_y $	$\sum B_x $	f_N
-1	-1	-1	1.177E-05	7.507E-05	0.8830
1	-1	-1	1.512E-05	8.303E-05	1.0586
1	1	-1	1.171E-05	7.547E-05	0.8829
1	-1	1	2.074E-05	1.137E-04	1.4509
-1	1	-1	1.171E-05	7.544E-05	0.8827
-1	1	1	1.451E-05	9.956E-05	1.1282
-1	-1	1	1.456E-05	9.900E-05	1.1268
1	1	1	2.137E-05	1.160E-04	1.4888
-1.6818	0	0	1.347E-05	8.817E-05	1.0232
1.6818	0	0	1.347E-05	8.819E-05	1.0233
0	-1.6818	0	1.266E-05	8.353E-05	0.9655
0	1.6818	0	1.314E-05	8.565E-05	0.9961
0	0	-1.6818	1.122E-05	7.100E-05	0.8386
0	0	1.6818	1.539E-05	1.073E-04	1.2063
0	0	0	1.347E-05	8.822E-05	1.0235

Table 7 Optimal values by RSM

Optimal Values		
x_1	x_2	x_3
-1.906	0.0077	-1.9172

4.2 반응표면법 결과

실험계획법을 통한 민감도 해석 결과에 따라, 민감하지 않은 변수인 변수 F2를 제외한 나머지 3개의 변수들로 가용(feasible) 설계 영역에서의 전역해(global optimum)를 찾기 위해 또 다른 최적화 방법인 반응표면법을 수행하였다. 반응표면(response surface)을 구성하기 위한 실험 설계에는 많은 방법들이 있으며, 본 연구에서는 적은 횟수의 실험으로 설계 변수들과 반응 표면 사이의 관계를 도출해 낼 수 있는 중심합성계획법(Central Composite Design, CCD)을 사용하였다.⁽⁷⁾ 중심합성계획법은 2차 반응표면에 적합한 방법으로 널리 사용되고 있다.

Table 6은 3변수 중심합성계획법에 의한 실험의 구성과 결과를 보여 준다. 변수 F2는 반응표면법 수행 과정에서 제외 시키고, 실험계획법 결과에 의한 최적값으로 고정하였다. 변수 F1, 변수 F3과 변수 F4의 반응표면법에서의 기본값인 (0 0 0)레

Table 8 Comparison of design factors between initial and optimal design (unit: mm)

	F1	F2	F3	F4
Initial value	19	14	27	28
Optimal value	11.33	17	27.02	16.17

Table 9 Analysis result of the optimal model by RSM

Optimal Model	$(\sigma_y)_0$	$(\sum B_x)_0$	f_0	f_N
	1.087E-05	6.725E-05	7.803E-05	0.8003

벨로는 실험계획법 결과인 (F1,F3,F4)=(1 2 1) 레벨로 설정하고 정규화된 결과인 f_N 값을 도출하였다. 3차 반응표면의 근사식은 상용통계 프로그램인 SAS 9.1을 사용하여 도출하였고, 이는 다음의 식(3)과 같다.

$$f_N = 0.03865x_4^3 + 0.14729x_1^2x_4 + 0.10756x_3^2x_1 + 0.02649x_1x_3x_4 - 0.01736x_1x_3 + 0.02691x_3x_4 + 0.06361x_1x_4 + 1.06523 \quad (3)$$

여기서, x_1, x_3, x_4 는 각각 변수 F1, F3, F4의 정규화된 값을 나타낸다. 위의 반응표면 함수에서, 결정계수 R^2 는 0.9164로 얻어졌고, 이는 강도의 총 변동 중에서 반응 표면 식에 의하여 91.6%의 변동이 설명되고 있음을 알 수 있다. 반응표면식에 포함되는 독립변수의 수가 증가하면 할수록 결정계수의 값은 상승되게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 자유도를 고려해 조정된 결정계수인 조정결정계수 R_A^2 은 0.8328로 얻어졌다. 반응표면법에 의한 각 변수의 최적값은 Table 7에 표시된 바와 같다.

4.3 최적모델과 결과의 비교

변수들에 반응표면법에 의한 최적 레벨을 적용하면 Table 8과 같다. Table 9는 반응표면법 결과로 얻은 최적 모델의 해석 결과이며, Fig. 6은 최종적으로 얻은 영구자석을 사용한 MRI의 최적형상을 나타낸다. 반응표면법 결과로 얻은 f_N 값은 실험계획법 결과보다 21.8% 감소된 것을 볼 수 있고, 초기 모델과 비교했을 때 크게 향상된 것을 확인할 수 있다.

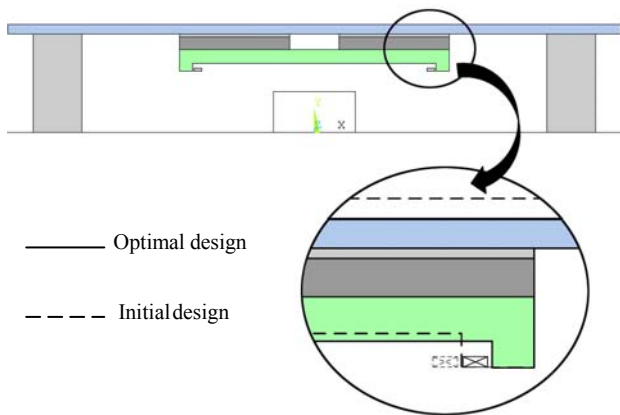


Fig. 6 Optimal shape of the permanent magnet type MRI device

5. 결론

본 연구에서는 영구자석을 사용한 MRI의 최적 형상을 도출하였다. 와전류의 영향을 고려하여 영구자석을 사용한 MRI의 자기장의 균일화를 위하여 실험계획법과 반응표면법을 통한 치수최적화 결과로 얻은 MRI의 최적 형상을 제안하였다. 반응표면법 수행 결과 얻은 최적 모델은 초기 모델과 비교했을 때 측정 영역에서의 자기 흐름의 이탈이 감소 되었고, 자기장의 균일도가 두 배 가까이 향상되었다.

후 기

이 논문은 2007년도 정부재원(교육인적자원부

학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었습니다. (KRF-2007-313-D00027)

참고문헌

- (1) Wang, X., Xie, D. and Bai, B., 2007, "Analysis of Magnetic Field of MRI Device Taking Account of Anisotropy and Hysteresis," *Proceedings of International Conference on Electrical Machines and Systems*, pp. 1410~1413.
- (2) Cheng, D., K., 1993, *Fundamentals of Engineering Electromagnetics*, Prentice-Hall Inc., Upper Saddle River, New Jersey .
- (3) Takahashi, N., Suenaga, R., Miyata, K. and Ohashi, K., 2003, "Analysis of the Magnetic Property of a Permanent-Magnet-Type MRI Behavior of Residual Magnetization," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 39, No. 3, pp.1337~1340.
- (4) Fowlkes, W., Y. and Creveling, C., M., 1995, *Engineering methods for robust product design using Taguchi methods in technology and product development*, Addison-Wesley Publishing, Reading, Massachusetts.
- (5) Lee, C.-Y., Yoo, J. and S. Min, 2006, "Design of Swing-arm type Actuator using the Compliant Mechanism - Multi-objective Optimal Design Considering the Stiffness Effect," *Trans. KSME*, Vol. 30, No. 2, pp.128~134.
- (6) Lee, J., H., Park, S., J., Jeon, S., J., 2006, "Optimum design criteria for a synchronous reluctance motor with concentrated winding using response surface methodology", *Journal of Applied Physics* 99, 08R325.
- (7) Myers R. H. and Montgomery D. C., 1995, *Response Surface Methodology*, John Wiley & Sons. Inc., New York.