

# Muskingum 홍수 추적방법의 매개변수 최적화에 관한 연구 A Study on the Optimization of Parameters for Muskingum Routing Method

조현경\*

Hyeon-Kyeong Cho\*

## <Abstract>

This study presents techniques for the estimation of parameters in flood routing method of natural channel. The Muskingum routing method is the most widely used method of hydrologic stream channel routing. In this paper, Genetic Algorithm and Fletcher-Powell method is applied to determine parameters(K and x) of the Muskingum routing method. The results of the approach shows that Genetic Algorithm method can be one of methods to determine parameters of the Muskingum routing method. Based on the analysis for estimated parameters and the comparison with the results from observed data, the applicability of Genetic Algorithm is verified.

**Keywords :** Muskingum routing method, Genetic Algorithm, Fletcher-Powell

## 1. 서론

자연하천에서의 홍수추적 문제는 수자원 연구자들에게는 매우 흥미로운 주제이다. 인간은 하천에 부존하는 수자원에서부터 많은 도움을 받고 있으나 홍수로 인하여 많은 인명과 재산상의 피해를 입기도 한다. 이러한 홍수로 인한 피해를 최소화하기 위한 대책을 수립하기 위하여 홍수의 전파양상에 대한 예측 등이 필요한데 이를 위해 홍수추적방법이 이용된다. 특히, 자연하천에 있어서의 홍수현상은 변동성이 매우 강한 비선형성을 내포하고 있으므로 이를 모의한 홍수추적방법의 수치적 해를 구하는 것은 복잡한 작업이라고 할 수 있다.

홍수추적(Flood Routing)은 그 대상에 따라 저수지추적, 하도추적, 유역추적으로 구분된다.

특히 하도추적은 자연하천의 하도가 홍수과에 미치는 저류효과를 측정하는 수단으로써 홍수가 하류로 진행함에 따라 그 크기가 어떻게 변화하는가를 계산함으로써 하천개수계획 수립을 위한 기본 수문량을 제공한다. 홍수추적방법은 하천에 있어서 흐름을 표현하는 방정식에 따라 다양한 방법들이 제시되고 있으며, 그 적용에 관한 성과들이 국내외에 걸쳐 많이 발표되었다. 국내의 연구로는 심상준(1982)<sup>1)</sup>이 홍수추적방법에 관해 연구한 바가 있으며, 조원철 등(1995)<sup>2)</sup>이 Muskingum 방법의 개선을 위해 노력한 바가 있다.

또한 김진수(1996)<sup>3)</sup>가 선형 Muskingum-Cunge 법에서의 수치적 인자의 변화가 유출특성에 미치는 영향에 관해 연구한 바 있으며, 김대근 등(2003)<sup>4)</sup>이 Muskingum-Cunge 홍수추적방법의

\* 교신저자, 정회원, 영남이공대학 토목과 교수, 工博  
E-mail : chohk@ync.ac.kr

\* Corresponding Author, Prof., Dept. of Civil Engineering, Yeungnam College of Science & Technology, Ph.D.

오차해석에 대해 연구한 바 있다. 국외의 연구로는 Ponce(1986)<sup>5)</sup>이 Diffusion Wave 모형의 적용에 대해 연구한 바 있으며, Muthian 등(2001)<sup>6)</sup>이 Muskingum 방법의 매개변수 추정에 대해 연구한 바가 있다. 하지만 이러한 방법들을 각 대상하천에 적용함에 있어서 사용자들은 모형의 매개변수들에 대해서 특정 값이나 일정 범위 값 내에서 사용하거나 과거 경험을 통하여 매개변수 값들을 사용하고 있는 것이 국내의 실정이다. 이를 극복하고 매개변수의 합리적인 보정을 위하여 많이 사용되고 있는 방법은 시행착오법, 자동보정법 및 혼합보정법 등으로 크게 나눌 수 있다. 특히 이 중에서 많이 사용되는 시행착오법은 일반적으로 주어진 범위에서 벗어나기 힘들고 추정의 효율성도 떨어진다. 따라서 본 연구에서는 홍수추적방법으로 Muskingum 방법을 제안하고, 이 모형의 매개변수들을 최근 여러 분야에서 적용되고 있는 인공지능 최적화기법의 하나인 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm)을 이용하여 추정함으로써 자연하도에서의 홍수예측을 모의함에 있어서 결과에 대한 신뢰성을 높이고자 하는데 그 목적을 두었다.

## 2. Muskingum 홍수추적방법의 이론

본 연구에서 제시된 Muskingum 홍수추적방법은 MaCathy(1938)<sup>7)</sup>에 의해 미국 Ohio주의 Muskingum강유역의 홍수조절계획 수립을 위해 개발되었다.

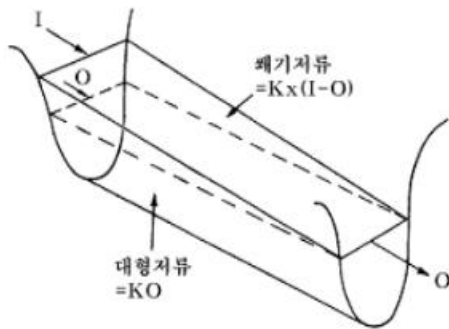


Fig. 1. Storage for Natural Channel.

Muskingum 홍수추적방법은 다음과 같은 저류방정식에 기초를 두고 있다.

$$I - O = \frac{dS}{dt} \quad (1)$$

여기서,  $I$ 는 하도의 임의구간의 유입량(Inflow),  $O$ 는 하도의 임의구간의 유출량(Outflow),  $S$ 는 하도구간의 저류량(Storage)이다.

식(1)을 미분항으로 풀어 쓰면 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{I(t) + I(t+\Delta t)}{2} - \frac{Q(t) + Q(t+\Delta t)}{2} \\ = \frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $I(t)$ 는 임의시간  $\Delta t$ 의 시점에서의 유입량,  $Q(t)$ 는 유출량,  $S(t)$ 저류량이다. 또한  $I(t+\Delta t)$ ,  $Q(t+\Delta t)$ ,  $S(t+\Delta t)$ 는 각각  $\Delta t$ 의 종점에 있어서 값들을 나타내며,  $\Delta t$ 는 추적기간(Routing Period)라 한다.

총저류량은 식(3)과 같이 표시할 수 있다.

$$S(t) = K[xI(t) + (1-x)Q(t)] \quad (3)$$

여기서,  $K$ 는 구간내 저류량의 유출량에 대한 비를 나타내는 저류상수(Storage Constant)이고,  $x$ 는 하천구간의 총저류량에 기여하는 유입량과 유출량의 상대적 중요성을 표시하는 상수이다.

식(3)을 식(2)에 대입하여 정리하면 식(4)와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} Q_B(t+\Delta t) &= C_0 I_A(t+\Delta t) + \\ & C_1 I_A(t) + C_2 Q_B(t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$C_0 = \frac{-(Kx - 0.5\Delta t)}{\beta}$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{\beta}$$

$$C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{\beta}$$

$$\beta = K - Kx - 0.5\Delta t$$

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1$$

여기서,  $\Delta t$ 는 임의기간 또는 추적기간,  $A$ 는 하도추적 경계조건의 상류단,  $B$ 는 하도추적 경계조건의 하류단이다.

식(4)는 추적구간 상류단의 유입수문곡선으로부터 하류단의 유출수문곡선을 축차적으로 계산하는데 이용된다.

### 3. 매개변수 추정 이론

#### 3.1 유전자 알고리즘 방법

유전자 알고리즘은 다윈의 자연선택의 과정에 기초한 탐색법으로써 1975년 미시간 대학의 Holland(1975)에 의해 최초로 개발되었다. 이후 Goldberg(1989)에 의해 체계적인 방법으로 구체화되기 시작하여 최적화문제에 적용되기 시작한 알고리즘이다. 유전자 알고리즘은 복잡한 최적화 문제를 해결하기 위해서 집단을 사용하고 여기에 모의진화를 일으켜 이를 점진적으로 개선해 나가게 된다. 이 때 집단은 다수의 염색체로 형성되고 염색체는 문제공간 상의 한 점을 대표하게 되며, 집단을 유지함으로써 여러 방향으로 탐색을 추구하게 된다.

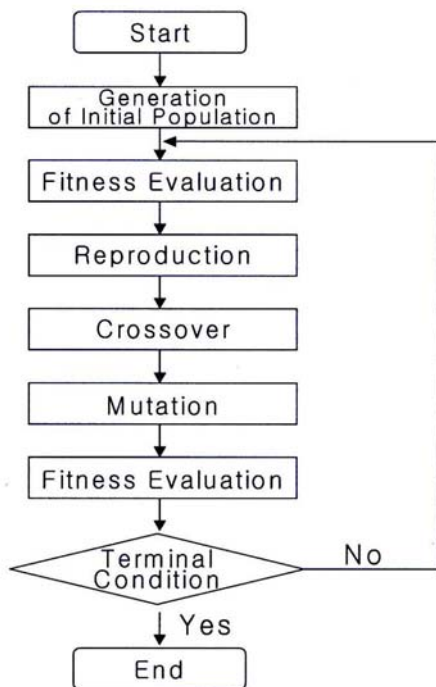


Fig. 2. Flowchart of Genetic Algorithm Method.

유전자 알고리즘은 다음과 같이 3가지 기능을 가지고 여러 가지 문제에서 전역적인 해를 구한다.

#### 1) 복제(Reproduction)

유전자 알고리즘은 개체집단의 설정으로 시작되며 개체집단을 이루는 각 개체들은 일정범위 내에서 무작위적으로 결정된 유전자로 구성되어 진다. 각각의 유전자들은 그에 상응하는 적합도를 가지며 적합도가 높을수록 다음 세대에서 살아남을 가능성이 높아지고, 적합도가 낮으면 다음 세대에서 살아남을 가능성이 적어진다. 이와 같이 다음 세대에서 살아남을 확률을 계산하여 개체들을 정리하는 과정을 복제라 한다.

#### 2) 교배(Crossover)

복제 연산자에 따라 적합도가 높은 인자들이 다음 세대에서 살아남을 수는 있지만 살아남은 인자들 만으로는 우수한 개체를 만들어 낼 수는 없는데, 다음 세대에서 적합도가 높은 인자들 만으로 구성된 개체를 만들어 주는 연산자가 교배이다.

즉, 교배과정을 통하여 처음 세대에서 구성된 개체들은 전혀 다른 개체로 변하게 되며, 이에 따라 탐색공간이 확장되고 처음 세대에서 구성된 개체보다 적합도가 높은 개체가 발생될 확률의 여지가 생기게 된다.

#### 3) 돌연변이(Mutation)

돌연변이는 유전자를 일정한 확률로 변화시키는 조작이다. 기존의 다른 탐색방법들은 탐색공간에서 최적값을 찾기도 전에 지역극소(Local Minimum)에 빠질 위험성이 있지만, 유전자 알고리즘은 해가 될 가능성이 있는 개체집단을 유지하면서 그들 모두가 동시에 최적값을 찾아나가기 때문에 지역 극소에 빠질 위험을 어느 정도 방지할 수 있다. 자연계에서와 마찬가지로 돌연변이는 유전자 알고리즘에서 아주 드물게 일어나는 부가적인 역할을 하며, 복제 및 교배와 함께 사용될 때 전역적 탐색기능을 더욱 향상시킬 수 있다.

#### 3.2 Fletcher-Powell법<sup>8)</sup>

Fletcher-Powell법의 목적함수 최적화 과정은 다음과 같다.

- (1) 시작점을 선택한다.
- (2) 탐색방향을 다음과 같은 식으로 계산한다.

$$M_i^{(k)} = \left\{ \frac{-\sum_{j=1}^N H_{i,j} \left( \frac{\partial F}{\partial x_j} \right)}{\left[ \sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^N H_{i,j} \left( \frac{\partial F}{\partial x_j} \right) \right)^2 \right]^{1/2}} \right\} \quad (5)$$

여기서, k는 반복지수(시작점에서는 0),  $M_i$ 는 방향벡터성분,  $\frac{\partial F}{\partial X_j}$ 는 구배벡터성분,  $H_{ij}$ 는 정규대칭행렬( $N \times N$ )이다. 따라서 초기 탐색방향은 급격히 하강하는 경로를 갖는다.

(3) 1차원 탐색이 전단계에서 선택된 방향으로 최소점이 다음과 같은 관계를 이용하여 위치할 때까지 수행된다.

$$X_{i(\neq w)} = X_{i(old)} + SM_i \quad i=1,2,\dots,N \quad (6)$$

여기서, S는 탐색방향에서의 단계크기이다.

(4) 그 다음에 수렴 여부가 판단된다. 이때 수렴이 되었으면 절차가 종료되고, 수렴이 되지 않았으면 새로운 탐색방향이  $H^{(k+1)}$ 를 제외하고 단계마다 선택된다.  $H^{(k+1)}$ 은 다음과 같이 계산된다.

$$H^{(k+1)} = H^{(k)} + A^{(k)} - B^{(k)} \quad (7)$$

여기서,

$$A^{(k)} = \frac{\Delta X^{(k)} (\Delta X^{(k)})^t}{(\Delta X^{(k)})^t (\Delta G^{(k)})}$$

$$B^{(k)} = \frac{H^{(k)} \Delta G^{(k)} (\Delta G^{(k)})^t (H^{(k)})}{(\Delta G^{(k)})^t H^{(k)} \Delta G^{(k)}}$$

$$\Delta X^{(k)} = X^{(k+1)} - X^{(k)},$$

$$\Delta G^{(k)} = \frac{\partial F^{(k+1)}}{\partial X} - \frac{\partial F^{(k)}}{\partial X}$$

새로운 1차원 탐색이 새로운 방향에서 수행된다. 이 과정은 수렴이 될 때까지 반복된다. 다음 Fig. 3은 Fletcher-Powell법의 알고리즘이다.

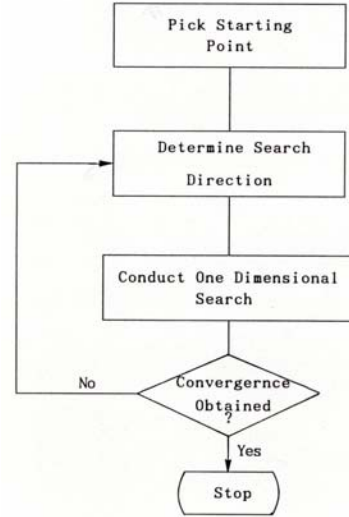


Fig. 3. Flowchart of Fletcher-Powell Method.

#### 4. 적용 및 분석

##### 4.1 분석유역 및 분석자료

본 연구의 대상유역은 우리나라의 대표시험유역 중 하나인 위천유역이다. 위천유역은 경북 군위군을 중심으로 의성군, 구미시, 칠곡군, 대구광역시, 영청군 및 청송군으로 둘러싸여 있다. 또한 위천유역의 수문학적 지형특성을 살펴보면 유역의 표고가 90~1,100m 사이에 분포하고 있으며, 유역출구표고는 92m, 유역면적 470.5km<sup>2</sup>, 유역형상계수는 1.097이다. 유역내에는 자기 강우관측소 11개소와 자기 수위관측소 6개소가 있으며, 1982년부터 2006년 현재까지 수문관측이 실시되어 수문자료가 비교적 풍부한 유역이다.

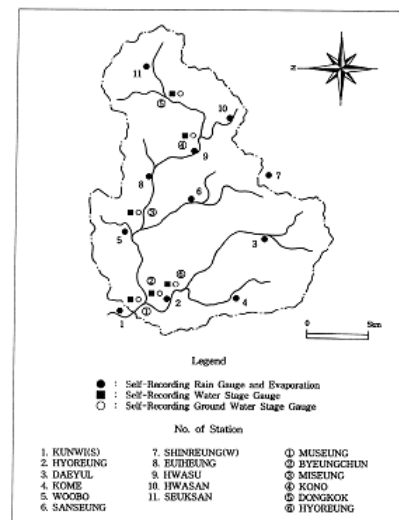


Fig. 4. Study River Basin(Wi-Stream).

위천유역의 하천수계 구성은 Fig. 4와 같으며, 적용대상구간은 유입지점으로 병천과 유출지점으로 위천유역의 출구점인 무성지점을 선정하였다. 그리고 분석에 사용된 수문자료는 시간홍수량 자료이고, 국제수문개발계획(IHP) 보고서<sup>9)</sup>를 이용하여 분석에 필요한 자료를 수집하였다.

#### 4.2 매개변수의 최적화

##### 1) 목적함수의 정의

최적화는 주어진 목적함수의 값이 최소가 되는 매개변수의 근사점을 구하는 것이다. 본 연구에서는 대상지점에서 실측치와 모형을 수행하여 얻은 계산치 간의 차이의 제곱의 합을 최소화하는 것을 목적함수로 하였다. 따라서 목적함수는 다음과 같은 식으로 표시할 수 있다.

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_i^* - Y_i)^2 \quad (8)$$

여기서, S는 목적함수,  $Y_i^*$ 는 실측치,  $Y_i$ 는 계산치이다.

##### 2) 최적 매개변수의 산정

하천유역의 홍수추적과정을 해석하기 위한 방법은 본 연구에서 제시한 Muskingum 방법이며, 주요 매개변수의 추정과정은 다음과 같다.

본 연구에서 Muskingum 방법의 주요 매개변수인 K, x의 최적화를 위하여 대상유역 내에서 발생한 1982년부터 2006년 현재까지의 홍수자료를 Muskingum 방법에 적용함으로써 유역내에서 발생하는 홍수추적 해석에 필요한 최적모형의 매개변수 값을 결정하였다. 홍수추적 과정의 해석을 위한 모형매개변수의 최적화 과정은 과거에 관측된 홍수수문곡선 자료로부터 매개변수 추정을 위한 초기치를 결정하고, 이로부터 유전자 알고리즘 방법과 Fletcher-Powell법에 의하여 실측수문곡선에 가장 접근시킬 수 있는 모형 매개변수를 결정하였다.

Fig. 5~6은 2000년 7월 22일 홍수에 대해 유전자 알고리즘 방법 및 Fletcher-Powell법에 의한 최적 매개변수 탐색과정을 나타낸 것이다. 이 때 유전자 알고리즘 방법에서 사용된

유전연산자는 다음 Table 1과 같이 정하여 모의를 수행하였다.

Table 1. Operator of Genetic Algorithm Method

Crossover Probability	Mutation Probability	Population Size
0.65	0.01	60

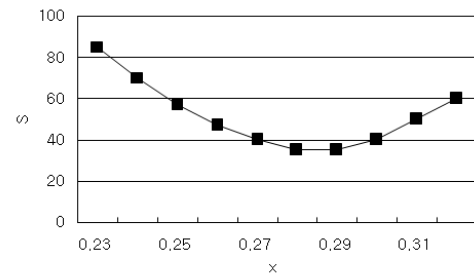
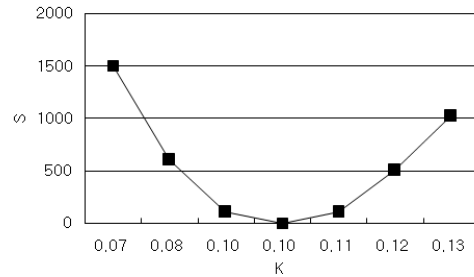


Fig. 5. Process of Search for Parameters (Genetic Algorithm Method).

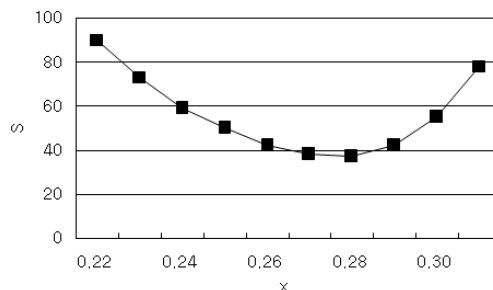
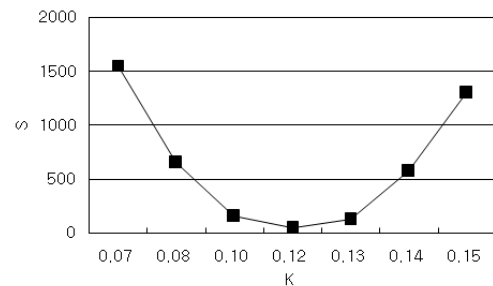


Fig. 6. Process of Search for Parameters (Fletcher-Powell Method).

본 연구에서는 Muskingum 방법의 주요 매개변수인  $K$ 와  $x$ 의 결정을 위하여 과거에 유역 내에서 발생한 수문관측자료를 수집하였으며, 수집된 자료를 이용하여 Muskingum 방법에 따른 홍수추적을 실시하여 계산치를 산정하고 그 결과를 관측 수문곡선과 비교하면서 유전자 알고리즘 방법 및 Fletcher-Powell법으로 최적치를 추정하였다. 유역에서 선택된 12개 시간 유출량 자료로부터 각 방법에 의해서 최적화된 매개변수를 대상 수위표지점에 대해 정리한 결과는 Table 2와 같이 나타났다.

Table 2. Optimization Value of Parameter  $K$  and  $x$  (Genetic Algorithm Method)

No.	Flood	$Q_{max}$ (m <sup>3</sup> /sec)	$dQ$ (m <sup>3</sup> /sec)	$K$	$x$
1	1990. 7.18	487. 0	15.3	0.125	0.2514
2	1991. 8.22	579.5	-18.2	0.119	0.2339
3	1992. 8.24	503.3	17.6	0.132	0.2523
4	1993. 9.16	793.7	28.3	0.124	0.2624
5	1995. 8.29	711.8	-25.2	0.136	0.2428
6	1996. 7. 4	727.9	26.9	0.106	0.2336
7	1997. 6.24	648.7	20.2	0.127	0.2671
8	2000. 7.22	711.2	-32.5	0.102	0.2848
9	2003. 7. 8	1743.4	-59.7	0.134	0.2324
10	2005. 8. 1	1048.8	42.3	0.125	0.2529

4.3 모형의 적용결과

모형의 검증을 위해 대상유역에서 발생한 홍수사상들을 본 연구에서 제시한 Muskingum 방법에 적용시켰다. 여기서는 대표로 유역의 출구점인 무성지점을 대상으로 다수의 홍수자료를 이용하여 모형을 수행하여 계산 침두유량과 관측 침두유량, 계산 침두유량 발생시간과 관측 침두유량 발생시간과의 관계를 도시한 결과 Fig. 7~8과 같이 나타났다.

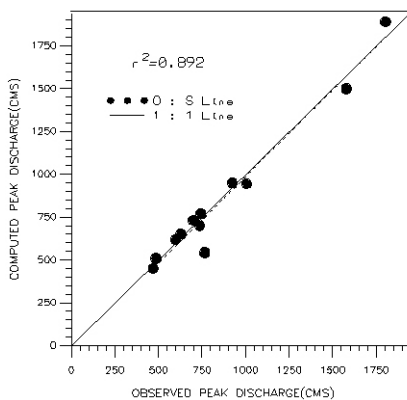


Fig. 7. Comparisons of Computed and Observed Peak Discharge.

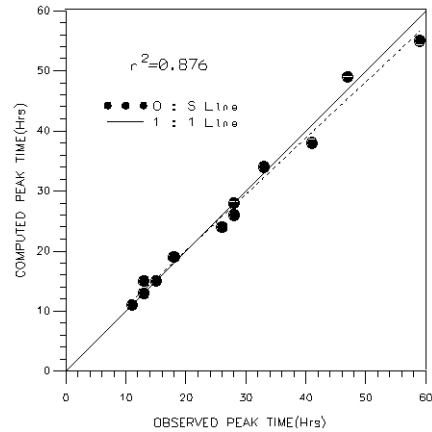


Fig. 8. Comparisons of Computed and Observed Peak Time.

본 연구에서는 Muskingum 방법에 대한 홍수추적 해석을 위해서 전절에서 유전자 알고리즘 방법 및 Fletcher-Powell법으로 유도한 매개변수 추정치를 이용하여 위천유역의 무성수위 표지점에 대하여 1998년 8월 15일 및 2004년 8월 22일 호우에 적용하였으며, 그 결과 다음 Fig. 9~10과 같은 수문곡선이 산정되었다.

유전자 알고리즘 방법 및 Fletcher-Powell법에 의해 추정된 매개변수를 적용하여 산정된 홍수수문곡선을 비교해 볼 때 대체로 실측수문곡선에 접근하여 그 형상을 잘 나타내고 있다. 특히 유전자 알고리즘 방법으로 추정한 매개변수로 계산한 수문곡선이 Fletcher-Powell법의 경우 보다 첨두치나 첨두발생시간을 비교해 볼 때 비교적 관측 수문곡선과 잘 일치함을 알 수 있었다.

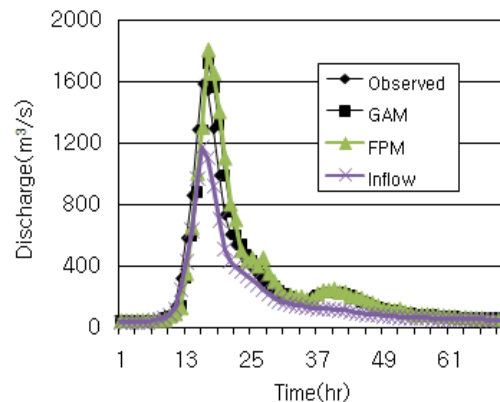


Fig. 9. Comparison of Calculated with Observed Hydrograph(1998. 8. 15).

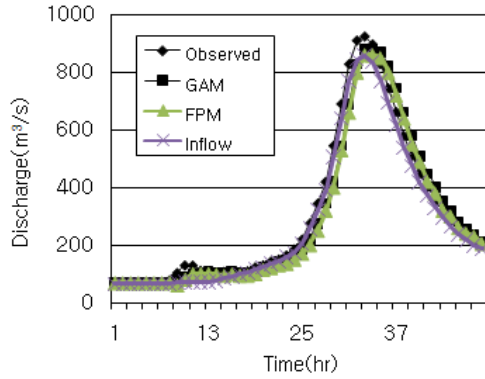


Fig. 10. Comparison of Calculated with Observed Hydrograph(2004. 8. 22).

#### 4.4 모형의 적합성 검증

본 연구에서 Muskingum 방법에 대한 적합성 검증은 결정된 각 매개변수 추정방법별로 산정된 홍수수문곡선과 관측된 실측수문곡선의 비교 검토함으로써 수행되었다. 검증기준은 모형의 효율도(Model Efficient, ME), 절대오차의 평균(Mean Square Error, MSE), 상대오차의 평균을 나타내는 Bias 및 최적오차의 백분율(Volume Error, VER) 등을 계산하여 수문곡선의 형상을 검토하였으며, 첨두유량 발생시간차(Peak Time Error, TER)를 계산하여 계산 수문곡선의 첨두치 특성을 검토하였다(Table 3).

Table 3. Results of the Statistical Test for Actual Storm

Method	Date	ME	MSE (CMS)	Bias (CMS)	TER (hr)
GAM	1998.8.15	0.894	26.2	4.3	1.0
	2004.8.22	0.912	19.7	3.4	1.0
FPM	1998.8.15	0.867	35.4	7.1	2.0
	2004.8.22	0.883	25.6	5.4	1.0

이와 같이 Fig. 9~10 및 Table 3의 결과를 비교해 볼 때 유전자 알고리즘 방법 및 Fletcher-Powell법의 매개변수 추정방법 중에서 유전자 알고리즘 방법에 의한 계산 수문곡선이 실측 수문곡선과 비교해 볼 때 비교적 비슷한 것으로 나타났다.

#### 5. 결론

본 연구에서는 하천유역의 홍수추적 해석을 수행하기 위해 필요한 매개변수들을 추정하는 알고리즘을 확립하였다. 이로부터 추정한 매개변수들을 제안된 Muskingum 방법에 적용하여 홍수 수문곡선을 산정하고 실측 수문곡선과 비교 분석하였으며, 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 본 연구에서 홍수추적방법으로 Muskingum 방법을 제안하고 대상구간으로 위천유역의 병천과 무성 구간을 선정하였다.

2) Muskingum 방법에 대한 매개변수를 추정하기 위해서 유전자 알고리즘 방법 및 Fletcher-Powell법에 의한 매개변수 추정방법을 제시하였다.

3) 산정된 매개변수인  $K$ 와  $x$ 를 가지고 Muskingum 방법에 적용한 결과를 검증한 결과 유전자 알고리즘에 의한 매개변수 추정방법이 Fletcher-Powell법에 의한 방법보다 계산치와 실측치를 비교해 볼 때 비교적 더 적합한 것으로 나타났다.

따라서 본 연구에서 제시한 매개변수 추정방법을 이용하여 Muskingum 방법에 적용한 결과 적용모형은 홍수추적 해석과정의 불확실성을 감소시킴으로서 홍수추적 해석에서 양호한 결과를 얻을 수 있었다.

#### 참고 문헌

- 1) 심상준, “홍수추적 방법에 관한 연구”, 공학석사 학위논문, 성균관대학교, (1982)
- 2) 조원철, 배덕효, “수문학적 홍수추적 방법으로서의 Muskingum 방법의 개선”, 국제수문개발계획 연구보고서, 건설교통부, (1995)
- 3) 김진수, 한국수자원학회 논문집 **29**, 5, 139, (1996)
- 4) 김대근, 서일원, 한국수자원학회 논문집 **36**, 5, 751, (2003)
- 5) Ponce, V.M., *J. of Hydraulic Division, ASCE*, **112**, 8, 716, (1986)
- 6) Muthian, P., O’Connel, P.E., and Raju, K.G.R., *J. of Hydrologic Eng., ASCE*, **6**, 3, 196, (2001)

- 7) McCarthy, G.T., "The unit hydrograph and flood routing", Proc., Conf. of North Atlantic Div., U.S. Army Corps of Engrs., U.S. Engrg. Ofc., Providence, R.I., (1938)
- 8) Kuester, J. L. and J.H. Mize, "Optimization Techniques with FORTRAN," McGraw-Hill Book Company, (1973)
- 9) 국제수문개발계획(IHP) 보고서, 건설교통부.

---

(2007년 10월 4일 접수, 2008년 2월 22일 채택)