UTM 투영에 의한 고차 좌표변환 Higher Order Coordinates Conversion for UTM Projection

서승남*

Seung-Nam Seo*

요 지: 경도 14° 범위보다 넓은 구역에 대한 UTM 좌표변환을 위하여 12차 Taylor 전개에 의한 새로운 변환 식을 유도하였고 이는 Thomas(1952)의 식을 확장한 것임을 보였다. WGS84와 UTM 좌표의 상호변환에 대한 계 산 결과를 나타내었고 차수에 따른 수렴의 정도도 분석하였다. 본 변환식은 우리나라 주변의 조석 또는 지진해 일과 같은 장주기 파랑의 전파를 위한 수치모형의 직교좌표 격자구성에 사용될 수 있다.

핵심용어 : WGS84, UTM, 측지좌표계 변환, 수렴판정, 격자수심

Abstract : In order to apply UTM coordinates conversion in zones larger than 14° wide, a new conversion formula, based on the 12th expansion of Taylor series, is derived which is shown to be an extension of Thomas' formula(1952). Some examples of coordinate conversion between WGS84 and UTM are presented and convergences of computational results are also tested according to the order of formula. The present conversion formula can be used to make rectangular coordinate grid systems for numerical models to compute long wave propagation such as tide or tsunami around Korea.

Keywords : WGS84, UTM, coordinate transformation, convergence test, gridded bathymetric data

1.서 론

우리나라의 지형도와 해도는 횡메카토르 투영법에 따 라 제작되며 지리학적 경위도와 평면직각 좌표간의 상호 변환은 TM 또는 UTM 투영에 따른 계산식을 이용한다 (국토지리정보원, 2008; 국립해양조사원, 2008). TM 투영 에 의한 변환은 UTM 변환과 동일하나 TM 좌표계는 보 다 작은 구역을 대상으로 하기 때문에 축척계수와 원점 의 기준이 다르다. 지형도의 경우 1:100만 이하의 축척을 갖는 도엽은 TM 투영에 의한 평면 직각좌표계로 표현되 고 수치해도인 경우에는 외견상 WGS84의 경위도로 표 현되나 수심과 등수심선 등의 실제 정보는 UTM 좌표로 표현된다.

UTM 투영은 설정된 정확도를 만족하기 위하여 경도 6° 마다 구획을 나누어 지도를 제작하나 동경 122°-19'-54" 에서 133°-59'-50" 범위의 지역을 포함하는 "대한민국 전 도"와 같은 소축척 해도의 경우에는 설정된 기준구획의 경 도범위보다 크다. 이와 같은 소축척 해도의 경우에서는 UTM 투영에 내재된 특성상 투영 기준경도로부터 멀어질 수록 거리의 오차가 커진다. 이러한 점에 의해 기존의 UTM 좌표 변환식은 뒤에 기술한 바와 같이 8차까지만 유 도되었고 실제 계산에는 이 가운데 일부를 무시한 변환 식(DMA, 1989)이 사용된다.

황해 전체에 대한 조석, 동해 전체에 대한 지진해일 또 는 폭풍해일 수치계산에는 경도 14° 정도의 구역에 대한 수심자료가 필요하게 된다. 위의 수치계산에 구면좌표계 (spherical coordinates)를 사용한 예로는 최·홍(2005)은 황해와 동중국해의 조석 계산과 조(1996)는 대양을 횡단 하는 지진해일 계산 등을 들 수 있다. 반면에 윤 등(2002) 은 동해의 지진해일 전파를 모의하기 위해 직교좌표계에 의한 지배방정식을 사용하였으나 격자망은 구면좌표계를 변환하여 구성하였다. 한편 서(1999)는 황해와 동중국해 의 조석계산에 구면좌표계와 UTM 좌표계를 각각 사용하 였으며 두 좌표계로부터 구한 결과는 거의 동일함을 밝

*한국해양연구원 연안개발연구본부 책임연구원(Coastal Engineering Research Department, KORDI, Ansan PO. Box 29, Seoul 425-600, Korea. snseo@kordi.re.kr)

혔고 또한 수치실험 결과는 해저마찰계수에 민감함을 지 적하였다. 그리고 연안에서의 해일고를 산출하기 위한 폭 풍해일 수치모형은 nesting 격자망을 사용함으로써 격자 간의 연계성을 유지하기 위해 직교좌표계가 주로 사용된 다(Lee et al., 2008; 허 등 2008).

지진해일 계산에 관한 선행 연구로부터 파랑 분산의 중 요성이 지적되었다(조, 1996; 윤 등, 2002; 윤·임, 2005). 이를 위하여 윤 등(2007)은 지진해일 전파 수치모의에서 발생하는 수치적 분산은 제거하고 물리적 분산을 정도 높 게 고려할 수 있는 능동적인 분산보정기법을 제안하였다. 즉 지진해일의 전파모의에서는 파랑의 분산을 정확하게 재 현하기 위한 노력이 계속되고 있다.

파랑의 분산은 진행거리와 방향에 따라 변할 수 있으 며 특히 해저마찰 손실은 거리의 함수로 수심의 정확성 도 필요하지만 격자체계에 의해 결정되는 거리와 방향 역 시 매우 중요하다. 위의 수치계산에 구면좌표계를 이용하 는 경우 공개된 지구타원체 좌표인 WGS84 격자수심을 바로 사용할 수 있어 편리하나 지구를 구체로 간주함으 로써 오차가 발생한다. 그러므로 구면좌표 보다는 UTM 직각좌표를 사용하는 것이 거리와 방향의 오차를 줄이는 대안이 될 수 있다.

지구타원체 좌표를 UTM 또는 TM 직각좌표로 변환하 는 식은 적용성이 입증되어 국내외의 관련 기관에서도 이를 사용하고 있다. 장 등(2003)은 지구타원체의 경위도 좌표 를 TM이나 UTM 좌표로 변환하기 위하여 DMA(1989) 의 변환식을 이용하였다. 본 연구에서와 같이 변환 구역 이 넓은 경우에는 앞에 기술한 바와 같이 변환식 특성에 의해 거리에 따라 오차는 증가하나 방향은 정확하다. 그 러나 UTM 변환식의 거리 오차에도 불구하고 이는 구면 좌표 변환에 의한 오차보다 작을 것으로 판단된다. 그래 서 본 경우와 같이 비교적 넓은 구역에 대한 UTM 좌표 변환의 정확성을 검토하기 위해 기존의 8차 변환을 12차 까지 확장을 시도하였다.

UTM 변환에 대한 기존 문헌을 정리하면 유(1995)는 일부를 무시한 8차식까지, 백 등(1993)은 일부를 무시한 5차식까지 제시하였고 범위 6°구역의 변환에는 DMA(1989) 의 식이 주로 사용된다. 이들은 일부 항만을 포함하였을 뿐 아니라 새로운 확장 변환식을 유도할 수 없을 정도로 수식의 주요 과정이 생략되었다. 한편 Thomas(1952)는 전체 유도과정을 완벽히 기술하였고 발표된 8차까지의 결 과식은 당시의 정황을 고려할 때 필산에 의한 것으로 판 단되며 이를 위해 상당한 노력과 시간을 투여한 점은 높 게 평가된다. 본 연구에서는 Matlab의 "symbolic math" tool을 이용하여 계산하고 이를 검산하였다.

제 2절에서는 12차까지 UTM 변환식의 유도과정과 결 과식을 제시하고 차수에 따라 계산된 결과의 수렴을 분 석하였다. 제 3절에서는 본 변환식을 이용하여 서(2008) 가 제시한 WGS84 좌표의 한국 주변해역 격자수심을 UTM 좌표로 변환한 수심도를 제시하였다.

2. 고차 좌표변환

선정된 지구타원체를 원통에 투영하여 평면 좌표계로 좌표 변환하는 횡메카토르 투영은 Gauss-Krüger 방법으 로 등각 2중 투영법이다. 본 논문에서는 평면 직교좌표(x, y), 경위도 좌표(λ , Ø로 표기하여 변환식을 나타낸다. 복 소 평면상의 곡선을 또 다른 복소 평면에서 등각 변환에 의해 구한 변환 식은 Taylor 전개를 이용하며 기존의 방 법(Thomas, 1952)은 8차까지 존재하나 본 논문에서는 이 를 12차까지 확장하였다. 본 절에서는 필요시 본 결과를 확장할 수 있도록 유도과정과 변환식을 자세히 나타내었 고 또한 12차까지의 계산결과도 제시하였다.

2.1 타원체의 특성

타원체의 특성을 기술하기 전에 우선 타원체의 단면인 타원의 특성을 기술하기로 한다. 타원의 장, 단축의 반경 을 각각 *a*, *b*라 하면 Fig. 1의 타원은 식 (1)로 표현된다.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$
 (1)

타원의 이심율(eccentricity)은 $e^2 = (a^2 - b^2)/a^2$ 로 정 의되며 타원 상의 점 P(x, y)에 접하는 원의 반경은 식



Fig. 1. Definition sketch of Ellipsis.

(2)로 나타낼 수 있다.

$$R = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$
(2)

Fig. 1에서 점 P에서의 법선이 y축과 만나는 점을 I, 선 분 PI의 길이를 N, 이 선분과 x축의 각을 측지위도 Ø라 각각 표기한다. 식 (1)을 미분하여 이를 식 (2)에 대입하 면 곡률반경은 위도에 대한 식 (3)이 된다.

$$R = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2\sin^2\phi)^3}}$$
(3)

타원을 회전시켜 생성된 입체인 타원체에서 y축을 포 함하는 평면으로 자른 단면으로부터 만들어지는 선이 자 오선이다. 그리고 선분 PI를 포함하는 평면 가운데 자오 면과 직교하는 평면에 의해 만들어지는 타원체 상의 곡 선이 묘유선이며 이 묘유선의 반경은 식 (4)로 나타낼 수 있다. 이는 Fig. 1에서 $x = N\cos\phi$ 이므로 식 (1)에 $y = [(1-e^2)\tan\phi]x$ 를 대입하여 정리하면 얻을 수 있다.

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \phi)}} \tag{4}$$

식 (3)과 (4)에서 자오선과 묘유선의 반경은 #의 함수이 며 위도를 결정하는 선분 *PI*의 길이는 위도에 따라 변함 을 알 수 있다.

자오선 호의 미소 길이 *dS*는 자오선 곡률반경 *R*에 *d*¢ 를 곱한 값과 같아 식 (5)가 성립한다.

$$dS = Rd\phi \tag{5}$$

자오선 호의 길이는 자오선의 곡률 반경을 위도에 대해

 Table 1. Coefficients for 9 terms in Eq. (6)

적분한 값과 같으며 피적분 함수를 Taylor 전개한 후 배 각공식을 이용하여 적분하면 식 (6)을 얻을 수 있다.

$$S(\phi) = \int_{0}^{\phi} Rd\phi = \int_{0}^{\phi} \frac{a(1-e^{2})}{(1-e^{2}\sin^{2}\phi)^{3/2}} d\phi$$
$$= a(1-e^{2}) \left[\phi \sum_{m=0}^{n} c_{0,m}e^{2m} + \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k}\sin(2k\phi)\sum_{m=k}^{n} c_{k,m}e^{2m}}{2k} \right]$$
(6)

Table 1에 식 (6)에 존재하는 적분 계수 $c_{k,m}$ 를 9항까지 정리하였다.

지구의 형상은 매우 불규칙하여 간단한 함수로 나타내 기 어려우나 수식 유도의 편의상 지구를 가상적인 타원 체로 가정한다. 그러므로 지구 형상의 특성인 부피, 질량 등을 대표하는 관점에 따라 다양한 지구 타원체가 제안 되었다. 이 가운데 국내 지형도와 해도에서는 WGS84와 Bessel 타원체가 사용되며 이들의 상수를 Table 2에 나타 내었다. 여기서 편평율 f은 (*a-b*)/a로 정의된다.

식 (6)의 항의 개수에 따른 WGS84 타원체 자오선 호 의 길이를 계산하여 그 결과를 Table 3에 나타내었다. 표 에는 적도에서부터 위도 20⁰에서 70⁰까지의 자오선 호의 길이를 나타내었고 6개 이상의 항으로부터 계산한 값은 설정된 구간에서 1/10 mm까지 동일한 것으로 나타났다. 타원체의 주요 변수인 *R*과 *N*은 위도의 함수로 이들의

미분은 뒤에 기술될 좌표변환에 필요하기 때문에 여기에 관련 미분을 정리하였다. 이심율의 제곱 e^2 은 타원체의 정

Table 2. Reference ellipsoid constants

	WGS84	Bessel
장반경(a)	6,378,137.000 m	6,377,397.155 m
편평율(<i>f</i>)	1/298.25722356	1/299.15281280

k m	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	3/4	45/64	175/256	11025/16384	43659/65536	693693/1048576	2760615/4194304	703956825/1073741824
1		3/4	15/16	525/512	2205/2048	72765/65536	297297/262144	19324305/16777216	78217425/67108864
2			15/64	105/256	2205/4096	10395/16384	1486485/2097152	6441435/8388608	109504395/134217728
3				35/512	315/2048	31185/131072	165165/524288	6441435/16777216	29864835/67108864
4					315/16384	3465/65536	99099/1048576	585585/4194304	49774725/268435456
5						693/131072	9009/524288	585585/16777216	3828825/67108864
6							3003/2097152	45045/8388608	1640925/134217728
7								6435/16777216	109395/67108864
8									109395/1073741824

Table 3. Computations of Meridian length in meters from Equator for different number of terms in Eq. (6) based on WGS84 ellipsoid

n	N 20°	N 30°	N 40°	N 50°	N 60°	N 70°
3	2212366.2538	3320113.3928	4429528.9974	5540846.9150	6654072.4700	7768979.9733
4	2212366.2542	3320113.3979	4429529.0303	5540847.0412	6654072.8179	7768980.7237
5	2212366.2542	3320113.3979	4429529.0304	5540847.0417	6654072.8195	7768980.7277
6	2212366.2542	3320113.3979	4429529.0304	5540847.0417	6654072.8195	7768980.7278
9	2212366.2542	3320113.3979	4429529.0304	5540847.0417	6654072.8195	7768980.7278

의에 따라 다르나 대략 0.0067 정도로 작아 위의 변수는 타원의 장반경과 거의 같은 값을 가진다. 그래서 이로부 터 파생된 무차원 변수 $\sigma = N/R$ 는 위도의 함수이나 대략 1의 크기를 갖는다.

$$\frac{dN}{d\phi} = \frac{ae^2 \sin\phi \cos\phi}{\left(1 - e^2 \sin^2\phi\right)^{3/2}} = N\left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) \tan\phi$$

$$\frac{dR}{d\phi} = \frac{3a(1 - e^2)\sin\phi\cos\phi}{\left(1 - e^2 \sin^2\phi\right)^{5/2}} = 3\frac{N}{\sigma}\left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) \tan\phi$$

$$\frac{d(N\cos\phi)}{d\phi} = -R\sin\phi = -\frac{N}{\sigma}\sin\phi$$

$$\frac{d(N/R)}{d\phi} = 2\left(1 - \frac{N}{R}\right) \tan\phi \equiv 2(1 - \sigma) \tan\phi \qquad (7)$$

2.2 경위도(λ, ψ)에서 UTM 좌표(x, y)로 변환

경위도 좌표를 직교좌표인 UTM 좌표로 변환하기 위 해 복소평면 *z* = *x*+*iy* 상의 임의 곡선을 또 다른 평면 *w* = *λ*+*it*에 함수 *g*로 등각 사상(conformal mapping)한 곡선에 근거하여 변환식을 유도한다.

$$x + iy = g(\lambda + i\tau) \tag{8}$$

중심자오선 상의 한 점에서는 λ=0이고 이를 사상한 값 역시 x=0가 된다. 그리고 이 선에 위치하지 않는 한 점 P와 이에 대응되는 점은 식 (8)에서 λ를 변수로 취급하 여 g(w)를 w=it에서 Taylor 전개하면 식 (9)를 얻는다.

$$x + iy = g(i\tau) + \frac{\lambda}{1!dw} + \frac{\lambda^2}{2!} \frac{d^2g}{dw^2} + \frac{\lambda^3}{3!} \frac{d^3g}{dw^3} + \dots$$
(9)

한편 중심자오선에서는 *dw* = *idτ*, *iy* = g(*it*) = *iS*이 되고 또한 *w*평면에 사상된 곡선의 길이도 *S* = g(*t*)이므로 식 (9)의 미분항을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dg}{dw} = \frac{d}{d\tau} [g(i\tau)] \frac{d\tau}{dw} = \frac{d}{d\tau} [ig(\tau)] \frac{1}{i} \equiv g^{(1)}$$
$$\frac{d^2g}{dw^2} = \frac{d}{d\tau} [g^{(1)}] \frac{d\tau}{dw} = g^{(2)} \frac{1}{i} = -ig^{(2)}, \dots$$
(10)

식 (10)을 식 (9)에 대입하면 복소수 상등관계로부터 식 (11)을 얻게 된다.

$$x = \lambda g^{(1)} - \frac{\lambda^3}{3!} g^{(3)} + \frac{\lambda^5}{5!} g^{(5)} - \frac{\lambda^7}{7!} g^{(7)} + \frac{\lambda^9}{9!} g^{(9)} - \frac{\lambda^{11}}{11!} g^{(11)} + \dots$$
$$y = g(\tau) - \frac{\lambda^2}{2!} g^{(2)} + \frac{\lambda^4}{4!} g^{(4)} - \frac{\lambda^6}{6!} g^{(6)} + \frac{\lambda^8}{8!} g^{(8)} - \frac{\lambda^{10}}{10!} g^{(10)} + \dots$$
(11)

식 (11)의 미분 항들을 계산하기 위해 등각 사상의 조 건인 식 (12)를 이용한다(Thomas, 1952).

$$d\tau = \frac{R}{N\cos\phi}d\phi \tag{12}$$

식 (12), (5)와 (7)을 이용하면 식 (11)의 우변 미분들은 다음 식 (13)이 된다.

$$g'(\tau) = \frac{dg}{d\tau} \equiv g^{(1)} = \frac{dSd\phi}{d\phi d\tau} = N\cos\phi$$
$$g^{(2)} = \frac{d(N\cos\phi)}{d\tau} = \frac{d(N\cos\phi)}{d\phi} \frac{d\phi}{d\tau} = -\frac{N}{2}\sin2\phi, \dots (13)$$

식 (13)에서 예상할 수 있듯이 미분 차수가 증가하면 생 성되는 항의 수가 급격히 늘어나게 된다. 현재까지 유도 된 미분 차수는 Thomas(1952)에 의한 8차로 항의 총 개 수는 91이다. DMA(1989) 식은 7차와 8차 항의 일부만 을 사용하여 항의 수를 줄인 것이다. 그러나 본 논문에서 는 12차까지 확장하여 항의 개수는 302개에 이르며 미분 을 구하는 그 자체는 단순하나 파생되는 항들이 너무 많 아 매우 복잡함으로 주의가 필요하다. 따라서 계산결과를 확인하여 이를 식 (14)로 표현하고 관련된 미분 상수를 Table 4에 나타냈고 8차까지는 기존의 결과와 일치한다.

$$g^{(n)} = \begin{cases} \frac{N}{2^{n-1}} \sum_{k=1}^{(n+1)/2} \sum_{m=0}^{n-2} c_{k,m} \sigma^m \cos(2k-1)\phi, \ n = odd \\ \frac{N}{2^{n-1}} \sum_{k=1}^{n/2} \sum_{m=0}^{n-2} c_{k,m} \sigma^m \sin(2k)\phi, \qquad n = even \end{cases}$$
(14)

단 상한 "*n*-2"는 2보다 작은 경우에는 0이다. 수치계산의 오차를 줄이고 수식을 간편하게 하기 위하여 식 (14)에서 는 기존 식(DMA, 1989)과 달리 무차원 상수 *o*를 채택· 사용하였다. UTM 좌표 변환을 위해 유도된 식 (11)에서 경도 λ는 중심자오선 λ₀을 기준한 각 거리(경거)로 실제 계산에서 는 이를 분명히 나타낼 필요가 있다. 좌표변환의 입력 자 료로는 측지 경도와 위도가 주어지며 이로부터 횡좌표 *x*

Table 4a. Coefficients of differential terms in Eq. (14)

미분		σ^0	σ^1	σ^2	σ^3	σ^4	σ^5	σ^{6}
$g^{(1)}$	Ncosø	1						
$g^{(2)}$	$N\cos 2\phi$	-1						
(3)	Ncosø	1	-3					
g	$N\cos 3\phi$	-1	-1					
(4)	$N sin 2\phi$	-2	2	8				
g	N sin4 ϕ	1	1	4				
	Ncosø	2	-4	26	-8			
$g^{(5)}$	$N\cos 3\phi$	-3	2	-3	44			
	$N\cos 5\phi$	1	2	-7	28			
	$N sin 2\phi$	-5	6	91	-364	136		
$g^{(6)}$	N sin4 ϕ	4	0	-4	112	-352		
	$N sin 6 \phi$	-1	-2	-33	196	-280		
	Ncosø	5	-9	279	-1911	2044	-680	
a ⁽⁷⁾	$N\cos 3\phi$	-9	9	-267	2831	-6076	2280	
8	$N\cos 5\phi$	5	3	-97	293	1708	-3592	
	$N\cos7\phi$	-1	-3	85	-1277	4116	-3640	
	$N sin 2\phi$	-14	18	1638	-24826	73968	-67296	20480
c ⁽⁸⁾	N sin4 ϕ	14	-6	-558	14486	-77136	117024	-41728
8	$N sin 6 \phi$	-6	-6	-546	8286	-17232	-20064	43008
	$Nsin8\phi$	1	3	279	-7235	44136	-90384	58240
	Ncosø	14	-24	4932	-125768	592254	-975504	696352
	$N\cos 3\phi$	-28	32	-6552	204192	-1245996	2556000	-2009664
$g^{(9)}$	$N\cos 5\phi$	20	0	-24	-36544	557988	-2065056	2513600
	$N\cos7\phi$	-7	-12	2454	-81124	499017	-812760	-43024
	$N\cos 9\phi$	1	4	-810	39244	-403007	1475496	-2177168
	$N sin 2\phi$	-42	56	34436	-1669528	14030742	-41505552	54857216
	$N sin 4\phi$	48	-32	-19712	1243040	-14261424	55165440	-88688128
$g^{(10)}$	$N sin 6 \phi$	-27	-12	-7362	213276	940485	-17966520	55408128
	$Nsin8\phi$	8	16	9856	-621520	7130680	-26774528	36479744
	$N sin 10 \phi$	-1	-4	-2470	205940	-3370465	19727576	-50507776
	Ncosø	42	-70	103364	-8382076	103223778	-443703678	893968240
	$N\cos 3\phi$	-90	110	-162372	14715308	-210974898	1039099878	-2311387056
a ⁽¹¹⁾	$N\cos 5\phi$	75	-25	36830	-5308890	117813999	-816003789	2356109096
g	$N\cos7\phi$	-35	-35	51682	-4190958	43812841	-59915087	-450935496
	$N\cos 9\phi$	9	25	-36870	4228426	-80558075	515367741	-1392302120
	N cos11 ϕ	-1	-5	7366	-1061810	26682355	-234846089	930409480
	$N sin 2\phi$	-132	180	797128	-115900376	2279113804	-15014921820	45930544304
	$N sin 4\phi$	165	-135	-597946	101021562	-2419244743	19041309981	-67075671364
a ⁽¹²⁾	$Nsin6\phi$	-110	-10	-44196	-6091028	579478922	-8218566306	42181713384
8	$Nsin8\phi$	44	60	265736	-42392520	903974204	-5629809076	11313674256
	$N sin 10 \phi$	-10	-30	-132908	26834692	-803510114	7934124250	-34356754760
	$N \sin 12\phi$	1	5	22158	-5412174	203765445	-2593897191	14931426060

서승남

Table 4b. (Continued) Coefficients of differential terms in Eq. (14)

		σ^7	σ^8	σ^9	$\sigma^{\scriptscriptstyle 10}$
	Ncosø	-184320			
	$N\cos 3\phi$	558336			
$g^{(9)}$	$N\cos 5\phi$	-840960			
	$N\cos7\phi$	556416			
	$N\cos 9\phi$	1106560			
	$N sin 2\phi$	-34088064	8163840		
	N sin4 ϕ	61407744	-15661056		
$g^{(10)}$	$N sin 6 \phi$	-58555584	18475776		
	$Nsin8\phi$	-10731776	-6702080		
	$N sin 10 \phi$	57928640	-24344320		
	Ncosø	-936859776	497426304	-106129920	
	$N\cos 3\phi$	2575406208	-1421364096	311056896	
a ⁽¹¹⁾	$N\cos 5\phi$	-3166885824	1965873216	-463842048	
g	$N\cos7\phi$	1454208448	-1436565056	434905856	
	$N\cos 9\phi$	1636208320	-663786816	-32426240	
	Ncos11ø	-1813735616	1697523520	-608608000	
	$N sin 2\phi$	-74878173120	67651954944	-32107365888	6265135104
	N sin4 ϕ	121145869776	-117350145600	58416567936	-11787242496
_(12)	$N sin 6 \phi$	-99575713056	116765769600	-66088699136	14553583616
g	$Nsin8\phi$	2966236352	-34131009280	35566355968	-10697150464
	$N sin 10 \phi$	72695313568	-75043709312	32516067584	-2808565760
	$N sin 12\phi$	-44047571568	68992507584	-54481947520	17041024000

과 종좌표 y를 계산한다. UTM 변환의 특성상 약간의 오 차를 포함하게 되며 이를 평균적인 관점에서 보정하기 위 한 방안으로 축척계수 m_o를 사용한다. 아래의 식 (15)는 이들을 고려하여 입력 자료로부터 UTM 좌표를 계산하는 식으로 x_o, y_o는 좌표의 평행 이동량(통상 500,000 m와 0 m)를 각각 포함한다. 그리고 $\Delta\lambda$ 는 입력 경도에서 중심 자오선의 경도를 뺀 값이며 S는 적도에서부터 입력 위도 까지 계산한 자오선 호의 길이이다.

$$\frac{x - x_o}{m_o} = \Delta \lambda g^{(1)} - \frac{(\Delta \lambda)^3}{3!} g^{(3)} + \frac{(\Delta \lambda)^5}{5!} g^{(5)} - \frac{(\Delta \lambda)^7}{7!} g^{(7)} + \dots$$

$$\frac{y - y_o}{m_o} = S - \frac{(\Delta \lambda)^2}{2!} g^{(2)} + \frac{(\Delta \lambda)^4}{4!} g^{(4)} - \frac{(\Delta \lambda)^6}{6!} g^{(6)} + \dots \quad (15)$$

식 (15)와 Table 4의 계수를 이용하여 N20°~N70°까지 10° 간격에 대해 항의 개수를 달리하여 UTM 좌표로 변 환한 결과를 Table 5에 나타내었다. 계산은 중심자오선에서 3°, 10°, 12° 그리고 14° 떨어진 경도를 각각 사용하였으 며 축척 계수는 0.9996을 사용하였다. 계산에는 Matlab 배정도수(double precision, 유효수자 16개)를 사용하여 수치오차를 최소화하였다.

Table 5에서 알 수 있듯이 중심자오선에서 멀어질수록

고차의 항이 필요하다. UTM 도엽은 일반적으로 3°씩 경 도 범위 6°의 구간으로 나누어 만들어지기 때문에 6차의 미분항으로도 충분한 것을 알 수 있다. 그러나 좌우 14° 구간에서는 최소 10개의 미분항을 사용하여야 cm의 정밀 도를 얻을 수 있다. 또한 국토지리정보원(2006)의 좌표변 환프로그램을 이용하여 계산결과를 상호 비교하였고 통상 의 적용 구역에서는 동일한 것으로 나타났다. 국토지리정 보원의 변환식에 관한 참고문헌이 없으나 이는 최대 8차 까지 전개한 식을 이용한 것으로 추정된다.

2.3 UTM에서 경위도 좌표로 변환

평면 직교좌표인 UTM에서 경위도 좌표로 변환하는 과 정도 제 2.2절에 기술한 것과 유사하다. 즉 복소 z평면 상 의 곡선을 함수 f(z)를 사용하여 또 다른 복소 w평면으 로 사상하는 관계식으로부터 유도한다.

$$\lambda + i\tau = f(x + iy) \tag{16}$$

중심자오선 상의 한 점에서는 $\lambda = 0, x = 0$ 이므로 $i\tau = f(iy)$ 가 된다. 중심자오선에서 벗어난 점 P의 직교좌표를 (x_1, y_1) 로 표기하면 Fig. 2와 같이 위도 $\phi_1 \in y_1$ 과 대응되며 이 는 주어진 값이다. UTM 투영에 의한 고차 좌표변환

Table 5. Computations of UTM transformation in meters for different number of terms in Eq. (15) based on WGS84 ellipsoid

	=14 [°]	N 20°	N 30°	N 40°	N 50°	N 60°	N 70°
	5	1975803.7186	1857016.0140	1697039.2953	1501521.4818	1276947.1896	1030308.5018
	7	1975803.7283	1857014.0477	1697037.3341	1501520.6950	1276947.3023	1030308.7284
x	9	1975803.7006	1857014.0008	1697037.3164	1501520.7021	1276947.3094	1030308.7291
	11	1975803.6997	1857014.0001	1697037.3166	1501520.7024	1276947.3094	1030308.7291
	6	2274024.1735	3402738.4660	4522798.4959	5633225.8924	6734234.6863	7827131.3017
	8	2274024.6285	3402738.6178	4522798.3824	5633225.7533	6734234.6441	7827131.3106
У	10	2274024.6354	3402738.6162	4522798.3786	5633225.7523	6734234.6446	7827131.3108
	12	2274024.6354	3402738.6161	4522798.3785	5633225.7523	6734234.6446	7827131.3108
$\Delta \lambda$	$=12^{\circ}$	N 20°	N 30°	N 40°	N 50°	N 60°	N 70°
	5	1762382.8572	1661625.4119	1525592.9524	1358876.2396	1166860.5451	955482.7510
	7	1762382.8605	1661624.7435	1525592.2858	1358875.9721	1166860.5834	955482.8280
х	9	1762382.8536	1661624.7318	1525592.2814	1358875.9739	1166860.5852	955482.8282
	11	1762382.8534	1661624.7317	1525592.2814	1358875.9740	1166860.5852	955482.8282
	6	2257164.5395	3380175.8661	4497349.8668	5607994.6413	6712222.5574	7810897.7283
	8	2257164.6721	3380175.9103	4497349.8337	5607994.6008	6712222.5452	7810897.7309
y	10	2257164.6735	3380175.9100	4497349.8329	5607994.6006	6712222.5453	7810897.7309
	12	2257164.6735	3380175.9100	4497349.8329	5607994.6006	6712222.5453	7810897.7309
$\Delta\lambda$	$=10^{\circ}$	N 20°	N 30°	N 40°	N 50°	N 60°	N 70°
	5	1550165.3073	1466939.8811	1354343.0291	1216025.3913	1056351.2485	880225.3000
r	7	1550165.3082	1466939.6945	1354342.8431	1216025.3167	1056351.2592	880225.3215
~							
	9	1550165.3069	1466939.6923	1354342.8422	1216025.3170	1056351.2596	880225.3216
	9 11	1550165.3069 1550165.3068	1466939.6923 1466939.6922	1354342.8422 1354342.8422	1216025.3170 1216025.3170	1056351.2596 1056351.2596	880225.3216 880225.3215
	9 11 6	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7421	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3533	880225.3216 880225.3215 7797150.9893
V	9 11 6 8	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510 2243050.5818	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7421 3361248.7524	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573 4475948.5496	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540 5586720.8446	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3533 6693618.3505	880225.3216 880225.3215 7797150.9893 7797150.9899
у	9 11 6 8 10	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510 2243050.5818 2243050.5820	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7421 3361248.7524 3361248.7523	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573 4475948.5496 4475948.5494	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540 5586720.8446 5586720.8446	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3533 6693618.3505 6693618.3505	880225.3216 880225.3215 7797150.9893 7797150.9899 7797150.9899
y	9 11 6 8 10 12	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510 2243050.5818 2243050.5820 2243050.5820	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7421 3361248.7524 3361248.7523 3361248.7523	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573 4475948.5496 4475948.5494 4475948.5494	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540 5586720.8446 5586720.8446 5586720.8446	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3533 6693618.3505 6693618.3505 6693618.3505	880225.3216 880225.3215 7797150.9893 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899
у Д	9 11 6 8 10 12 R=3°	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510 2243050.5818 2243050.5820 2243050.5820 N 20°	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7421 3361248.7524 3361248.7523 3361248.7523 N 30°	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573 4475948.5496 4475948.5494 4475948.5494 N 40°	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540 5586720.8446 5586720.8446 5586720.8446 N 50°	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3533 6693618.3505 6693618.3505 6693618.3505 N 60°	880225.3216 880225.3215 7797150.9893 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899 N 70°
y 	9 11 6 8 10 12 3° 5	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510 2243050.5818 2243050.5820 2243050.5820 N 20° 813926.3204	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7421 3361248.7524 3361248.7523 3361248.7523 N 30° 789409.6533	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573 4475948.5496 4475948.5494 4475948.5494 4475948.5494 N 40° 756099.6480	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540 5586720.8446 5586720.8446 5586720.8446 N 50° 714984.2368	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3533 6693618.3505 6693618.3505 6693618.3505 6693618.3505 N 60° 667294.8211	880225.3216 880225.3215 7797150.9893 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899 N 70° 614473.7147
y Δλ	$ 9 11 6 8 10 12 R=3^{\circ} 5 7 $	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510 2243050.5818 2243050.5820 2243050.5820 N 20° 813926.3204 813926.3204	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7421 3361248.7524 3361248.7523 3361248.7523 N 30° 789409.6533 789409.6532	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573 4475948.5496 4475948.5494 4475948.5494 4475948.5494 N 40° 756099.6480 756099.6480	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540 5586720.8446 5586720.8446 5586720.8446 5586720.8446 N 50° 714984.2368 714984.2367	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3533 6693618.3505 6693618.3505 6693618.3505 6693618.3505 N 60° 667294.8211 667294.8211	880225.3216 880225.3215 7797150.9893 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899 N 70° 614473.7147 614473.7147
у 	$ \begin{array}{r} 9 \\ 11 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \\ 12 \\ \hline 5 \\ 7 \\ 9 \end{array} $	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510 2243050.5818 2243050.5820 2243050.5820 N 20° 813926.3204 813926.3204 813926.3204	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7421 3361248.7524 3361248.7523 3361248.7523 3361248.7523 N 30° 789409.6533 789409.6532 789409.6532	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573 4475948.5496 4475948.5494 4475948.5494 4475948.5494 N 40° 756099.6480 756099.6480 756099.6480	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540 5586720.8446 5586720.8446 5586720.8446 N 50° 714984.2368 714984.2367 714984.2367	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3533 6693618.3505 6693618.3505 6693618.3505 6693618.3505 N 60° 667294.8211 667294.8211 667294.8211	880225.3216 880225.3215 7797150.9893 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899 N 70° 614473.7147 614473.7147 614473.7147
у х	$ \begin{array}{r} 9 \\ 11 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \\ 12 \\ \hline 2=3^{\circ} \\ \hline 5 \\ 7 \\ 9 \\ 11 \\ \end{array} $	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510 2243050.5818 2243050.5820 2243050.5820 N 20° 813926.3204 813926.3204 813926.3204 813926.3204	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7421 3361248.7524 3361248.7523 3361248.7523 N 30° 789409.6533 789409.6532 789409.6532 789409.6532	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573 4475948.5496 4475948.5494 4475948.5494 4475948.5494 N 40° 756099.6480 756099.6480 756099.6480 756099.6480	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540 5586720.8446 5586720.8446 5586720.8446 N 50° 714984.2368 714984.2367 714984.2367 714984.2367	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3533 6693618.3505 6693618.3505 6693618.3505 N 60° 667294.8211 667294.8211 667294.8211	880225.3216 880225.3215 7797150.9893 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899 N 70° 614473.7147 614473.7147 614473.7147 614473.7147
у 	$9 \\ 11 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \\ 12 \\ R=3^{\circ} \\ 5 \\ 7 \\ 9 \\ 11 \\ 6 \\ $	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510 2243050.5818 2243050.5820 2243050.5820 N 20° 813926.3204 813926.3204 813926.3204 813926.3204 813926.3204	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7421 3361248.7524 3361248.7523 3361248.7523 N 30° 789409.6533 789409.6532 789409.6532 789409.6532 3322575.9044	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573 4475948.5496 4475948.5494 4475948.5494 N 40° 756099.6480 756099.6480 756099.6480 756099.6480 4432069.0569	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540 5586720.8446 5586720.8446 5586720.8446 N 50° 714984.2368 714984.2367 714984.2367 714984.2367 5542944.0186	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3503 6693618.3505 6693618.3505 6693618.3505 N 60° 667294.8211 667294.8211 667294.8211 667294.8211 6655205.4836	880225.3216 880225.3215 7797150.9893 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899 N 70° 614473.7147 614473.7147 614473.7147 614473.7147 7768690.1088
у 	$9 \\ 11 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \\ 12 \\ = 3^{\circ} \\ 5 \\ 7 \\ 9 \\ 11 \\ 6 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 9 \\ 11 \\ 6 \\ 8 \\ 8 \\ 9 \\ 11 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10$	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510 2243050.5818 2243050.5820 2243050.5820 N 20° 813926.3204 813926.3204 813926.3204 813926.3204 2214294.0263 2214294.0263	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7524 3361248.7524 3361248.7523 3361248.7523 N 30° 789409.6533 789409.6532 789409.6532 789409.6532 3322575.9044 3322575.9044	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573 4475948.5496 4475948.5494 4475948.5494 N 40° 756099.6480 756099.6480 756099.6480 756099.6480 4432069.0569 4432069.0569	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540 5586720.8446 5586720.8446 5586720.8446 N 50° 714984.2368 714984.2367 714984.2367 714984.2367 5542944.0186	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3503 6693618.3505 6693618.3505 6693618.3505 N 60° 667294.8211 667294.8211 667294.8211 667294.8211 6655205.4836	880225.3216 880225.3215 7797150.9893 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899 N 70° 614473.7147 614473.7147 614473.7147 614473.7147 7768690.1088 7768690.1088
у 	$9 \\ 11 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \\ 12 \\ 8 = 3^{\circ} \\ 5 \\ 7 \\ 9 \\ 11 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10$	1550165.3069 1550165.3068 2243050.5510 2243050.5818 2243050.5820 2243050.5820 N 20° 813926.3204 813926.3204 813926.3204 813926.3204 813926.3204 2214294.0263 2214294.0263 2214294.0263	1466939.6923 1466939.6922 3361248.7421 3361248.7524 3361248.7523 3361248.7523 N 30° 789409.6533 789409.6532 789409.6532 789409.6532 3322575.9044 3322575.9044	1354342.8422 1354342.8422 4475948.5573 4475948.5496 4475948.5494 4475948.5494 4475948.5494 N 40° 756099.6480 756099.6480 756099.6480 756099.6480 4432069.0569 4432069.0569	1216025.3170 1216025.3170 5586720.8540 5586720.8446 5586720.8446 5586720.8446 5586720.8446 N 50° 714984.2368 714984.2367 714984.2367 714984.2367 5542944.0186 5542944.0186	1056351.2596 1056351.2596 6693618.3503 6693618.3505 6693618.3505 N 60° 667294.8211 667294.8211 667294.8211 667294.8211 6655205.4836 6655205.4836	880225.3216 880225.3215 7797150.9893 7797150.9899 7797150.9899 7797150.9899 N 70° 614473.7147 614473.7147 614473.7147 614473.7147 7768690.1088 7768690.1088 7768690.1088

 ϕ_1 은 기존 문헌(Thomson, 1952; DMA, 1989)에서 "footprint" 위도라 불리며 본 논문에서는 이를 계산하기 위해 Newton-Raphson 방법을 이용한다. 그러면 이는 함수 $f(\phi) = y_1$ - $\int_0^{\theta} Rd\xi = 0$ 을 만족하는 ϕ 를 구하는 문제와 같아 다음 식 으로 표현된다.

$$\phi^{n} = \phi^{n-1} + \frac{y_1 - S(\phi^{n-1})}{R(\phi^{n-1})}, n = 1, 2, \dots$$
(17)

여기서 위 첨자 n은 반복 회수를 의미하며 S(Øⁿ⁻¹)과 그 미분인 R(Øⁿ⁻¹)은 식 (6)와 식(3)로부터 각각 구할 수 있 식 (16)에서 x를 변수로 취급하여 f(z)를 z = iy에서 Taylor 전개하면 식 (18)이 된다.

$$\lambda + i\tau = f(iy) + \frac{x}{1!dz} \frac{df}{dz} + \frac{x^2}{2!dz^2} \frac{d^2f}{dz^2} + \frac{x^3}{3!dz^3} \frac{d^3f}{dz^3} + \dots$$
(18)

그리고 dz = idy, y = S 그리고 i τ = f(iy) 이므로 다음 관

서승남



계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{df}{dz} = \frac{d}{dS} [f(iy)] \frac{dS}{dz} = \frac{d}{dS} [i\tau] \frac{1}{i} \equiv \tau^{(1)}$$
$$\frac{d^2 f}{dz^2} = \frac{d}{dS} [\tau^{(1)}] \frac{dS}{dz} = \tau^{(2)} \frac{1}{i} = -i\tau^{(2)}, \dots$$
(19)

식 (12), (5)와 (7)을 이용하면 식 (19)의 우변 항들은 다 음 식 (20)이 된다.

$$\frac{d\tau}{dS} = \tau^{(1)} = \frac{1}{N\cos\phi}$$
$$\tau^{(2)} = \frac{d}{d\phi} \left(\frac{1}{N\cos\phi}\right) \frac{d\phi}{dS} = \frac{\tan\phi}{N^2\cos\phi}, \dots$$
(20)

이제 _{Y1}에 대응되는 φ1에서 구한 등거리 위도(isometric latitude) τ(φ1)를 τ1이라 표기하고 식 (19), (20)를 식 (18)에 대입한 후 복소수 상등관계를 이용하여 정리하면 식 (21) 을 얻게 된다.

$$\lambda = x \tau_1^{(1)} - \frac{x^3}{3!} \tau_1^{(3)} + \frac{x^5}{5!} \tau_1^{(5)} - \frac{x^7}{7!} \tau_1^{(7)} + \frac{x^9}{9!} \tau_1^{(9)} - \dots$$
$$\lambda = \tau_1 - \frac{x^2}{2!} \tau_1^{(2)} + \frac{x^4}{4!} \tau_1^{(4)} - \frac{x^6}{6!} \tau_1^{(6)} + \frac{x^8}{8!} \tau_1^{(8)} - \dots$$
(21)

식 (21)를 변형하여 위경도의 증분으로 나타내고자 식 (20)을 대입하여 정리하면 식 (22)를 얻을 수 있다.

$$\Delta \lambda = \frac{1}{\cos \phi_1} \left[\frac{(x/N)}{1!} \tau_1^{*(1)} - \frac{(x/N)^3}{3!} \tau_1^{*(3)} + \frac{(x/N)^5}{5!} \tau_1^{*(5)} - \cdots \right]$$

$$\tau - \tau_1 \equiv \Delta \tau = \frac{1}{\cos \phi_1} \left[-\frac{(x/N)^2}{2!} \tau_1^{*(2)} + \frac{(x/N)^4}{4!} \tau_1^{*(4)} - \cdots \right]$$
(22)

식 (22) 우변의 미분항들은 미분차수가 증가함에 따라 항

의 개수가 급격히 증가함을 식 (20)에서 유추할 수 있다. 이 를 풀어쓰는 대신 식 (23)과 같이 간단히 나타낼 수도 있다.

$$\tau_{1}^{*(1)} = \sum_{k=1}^{[n/2]} T_{n} \tan^{2(k-1)} \phi_{1} \sum_{m=0}^{n-2} c_{k,m} \sigma^{m}$$
(23a)
$$T_{n} = \begin{cases} 1 & , n = odd \\ \tan \phi_{1}, n = even \end{cases}$$
(23b)

Table 6에 식 (23a)의 미분 계수 $c_{k,m}$ 을 정리하였고 [n/2]는 반올림한 정수이며 상한 "n-2"는 2보다 작은 경우에는 0이다. 제시된 8차까지의 상수는 Thomas(1952)의 결과와 동일하며 *T*는 tan¢,을 의미한다.

식 (12)에서 알 수 있듯이 복소평면 좌표인 등거리 위 도(isometric latitude) r는 측지위도(geodetic latitude) Ø 와 다르다. 앞에서 구한 r를 Ø로 변환하기 위해 식 (24) 와 같이 Taylor 전개하여 계산한다.

$$\Delta \phi = \Delta \tau \frac{d\phi}{d\tau} + \frac{(\Delta \tau)^2}{2!} \frac{d^2 \phi}{d\tau^2} + \frac{(\Delta \tau)^3}{3!} \frac{d^3 \phi}{d\tau^3} + \frac{(\Delta \tau)^4}{4!} \frac{d^4 \phi}{d\tau^4} + \dots$$
(24)

식 (24)의 우변의 *r*에 대한 미분은 식 (7)과 (12)를 이용 하여 정리하면 식 (25)와 같다.

$$\frac{d\phi}{d\tau} = \sigma \cos\phi$$

$$\frac{d^2\phi}{d\tau^2} = \sigma \tan\phi \cos^2\phi(2-3\sigma)$$

$$\frac{d^3\phi}{d\tau^3} = \sigma \cos^3\phi[(15\sigma^2 - 18\sigma + 4)\tan^2\phi - 3\sigma^2 + 2\sigma]$$

$$\frac{d^4\phi}{d\tau^4} = -\sigma \tan\phi \cos^4\phi \begin{bmatrix} (105\sigma^3 - 180\sigma^2 + 84\sigma - 8)\tan^2\phi \\ -57\sigma^3 + 68\sigma^2 - 16\sigma \end{bmatrix}$$

$$\frac{d^5\phi}{d\tau^5} =$$

$$\sigma \cos^5\phi \begin{bmatrix} (945\sigma^4 - 2100\sigma^3 + 1500\sigma^2 - 360\sigma + 16)\tan^4\phi \\ + (-942\sigma^4 + 1608\sigma^3 - 772\sigma^2 + 88\sigma)\tan^2\phi \\ + 57\sigma^4 + 68\sigma^3 + 16\sigma^2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d^6\phi}{d\tau^6} = -\sigma \tan\phi \cos^6\phi \times$$

$$\begin{bmatrix} (10395\sigma^{5}-28350\sigma^{4}+27300\sigma^{3}-10800\sigma^{2}+1488\sigma-32)\tan^{4}\phi \\ +(-16026\sigma^{5}+35508\sigma^{4}-25812\sigma^{3}+6688\sigma^{2}-416\sigma)\tan^{2}\phi \\ +2739\sigma^{5}-4670\sigma^{4}+2264\sigma^{3}-272\sigma^{2} \end{bmatrix}$$
(25)

식 (22)와 식 (25)를 식 (24)에 대입하여 (*x/N*)¹²까지만 정리하면 식 (26)을 얻고 여기서 *X*는 *x/N*을 의미한다.



		$\sigma^{_0}$	σ^1	σ^2	σ^3	σ^4	σ^5
$ au^{*(1)}$	T^0	1					
$\tau^{*(2)}$	T^0	1					
_*(3)	T^0	2	0				
$\tau^{(0)}$	T^2	0	1				
*(1)	T^0	0	9	-4			
$\tau^{(4)}$	T^2	6	0	0			
	T^0	0	0	9	-4		
$\tau^{*(5)}$	T^2	0	72	-68	24		
	T^4	24	0	0	0		
	T^0	0	0	225	-252	88	
$ au^{*(6)}$	T^2	0	600	-900	672	-192	
	T^4	120	0	0	0	0	
	T^0	0	0	0	225	-252	88
*(7)	T^2	0	0	4050	-7524	5768	-1632
$\tau^{*(\prime)}$	T^4	0	5400	-11400	13464	-8064	1920
	T^6	720	0	0	0	0	0
	T^0	0	0	0	11025	-21528	16560
$ au^{*(8)}$	T^2	0	0	66150	-175812	215616	-129216
	T^4	0	52920	-147000	243432	-228672	113280
	T^6	5040	0	0	0	0	0
	T^0	0	0	0	0	11025	-21528
	T^2	0	0	0	352800	-1004184	1246320
$ au^{*(9)}$	T^4	0	0	1058400	-3725568	6425136	-6056640
	T^6	0	564480	-1975680	4290048	-5606208	4325760
	T^8	40320	0	0	0	0	0
	T^0	0	0	0	0	893025	-2593800
	T^2	0	0	0	9525600	-36207000	63439200
$\tau^{*(10)}$	T^4	0	0	17146080	-76204800	172223280	-225815040
	T^6	0	6531840	-27941760	76204800	-129625920	138251520
	T^8	362880	0	0	0	0	0
	T^0	0	0	0	0	0	893025
	T^2	0	0	0	0	44651250	-174785400
	T^4	0	0	0	238140000	-1147057200	2636798400
$\tau^{*(11)}$	T^6	0	0	285768000	-1552037760	4395500640	-7490361600
	T^8	0	81648000	-417312000	1386927360	-2942904960	4061289600
	T^{10}	3628800	0	0	0	0	0
	T ⁰	0	0	0	0	0	108056025
	T^2	0	0	0	0	1800933750	-8973142200
	T^4	0	0	0	5762988000	-33963993360	97804571040
$\tau^{*(12)}$	T^{6}	0	0	4939704000	-32009281920	110130308640	-233586840960
	7 78	0	1097712000	-6586272000	26081637120	-67010613120	114716131200
	T^{10}	39916800	0	0500272000 N	0	0,010013120	n
	1	57710000	0	0	0	0	0
$\Delta \phi =$					$u = \sigma T \left(\sum_{n=1}^{n} \tan^{n} \right)$	$2^k \phi \sum_{k=0}^{2n} c_k \sigma^{m}$	(26h

 Table 6a. Coefficients of differential terms in Eq. (22)

 $u_{n} = \sigma T \left(\sum_{k=0}^{n} \tan^{2k} \phi_{1} \sum_{m=0}^{2n} c_{k,m} \sigma^{m} \right)$ (26b)

$$\frac{u_0 X^2}{2} + \frac{u_1 X^4}{24} + \frac{u_2 X^6}{720} + \frac{u_3 X^8}{40320} + \frac{u_4 X^{10}}{3628800} + \frac{u_5 X^{12}}{479001600}$$
(26a)

식 (26b)의 계수 $c_{k,m}$ 를 Table 7에 정리하였고 T는 $an \phi_1$ 을 의미한다. 표에서 u_3 이하의 차수는 기존 결과에 해당

서승남

 Table 6b. (Continued) Coefficients of differential terms in Eq. (22)

		$\sigma^{_6}$	σ^7	σ^8	σ^9	σ^{10}
	T^0	-4672				
~ *(8)	T^2	30528				
1 (-)	T^4	-23040				
	T^6	0				
	T^0	16560	-4672			
	T^2	-746048	175680			
$ au^{*(9)}$	T^4	2985984	-603648			
	T^6	-1820160	322560			
	T^8	0	0			
	T^0	3227904	-1930752	454144		
	T^2	-59834688	29413440	-5928192		
$ au^{*(10)}$	T^4	173453184	-72580608	12801024		
	T^6	-90132480	32901120	-5160960		
	T^8	0	0	0		
	T^0	-2593800	3227904	-1930752	454144	
	T^2	308019888	-290400192	142524608	-28684032	
-*(11)	T^4	-3460465536	2650212864	-1105304832	194425344	
τ ()	T^6	7945141248	-5148112896	1869585408	-292147200	
	T^8	-3641932800	2051481600	-660602880	92897280	
	T^{10}	0	0	0	0	
	T^0	-427088700	753800976	-710400384	348418944	-70084096
	T^2	20777788224	-27262264704	20837820096	-8673646848	1523486208
-*(12)	T^4	-166721651328	176214548736	-113736165120	41172553728	-6419091456
τ (12)	T^6	320093627904	-284960544768	159556690944	-51148800000	7170416640
	T^8	-132499929600	102274099200	-50659983360	14584872960	-1857945600
	T^{10}	0	0	0	0	0

하며 제시된 값은 Thomas(1952)의 결과와 동일하다. 앞에서 유도한 식을 정리하여 주어진 직교좌표(x, y)를 등각 투영하여 (x/N)¹²까지 경위도 좌표(λ, φ)로 변환하는 식들은 다음 식 (27)이 된다.

$$\begin{split} \lambda &= \lambda_o + \frac{1}{\cos\phi_1} \begin{bmatrix} \frac{X}{1!} \tau_1^{*(1)} - \frac{X^3}{3!} \tau_1^{*(3)} + \frac{X^5}{5!} \tau_1^{*(5)} \\ -\frac{X^7}{7!} \tau_1^{*(7)} + \frac{X^9}{9!} \tau_1^{*(9)} - \frac{X^{11}}{11!} \tau_1^{*(11)} \end{bmatrix} \\ \phi &= \phi_o + \frac{u_0 X^2}{2} + \frac{u_1 X^4}{24} + \frac{u_2 X^6}{720} + \frac{u_3 X^8}{40320} \\ + \frac{u_4 X^{10}}{3628800} + \frac{u_5 X^{12}}{479001600} \end{split}$$
(27)

여기서 ϕ_1 은 식 (17)에서 구한 ϕ^n 이며 식 (15)에 기술된 좌표의 평행 이동량 x_o 과 축척계수 m_o 을 포함하는 경우에는 $X = (x - x_o)/(m_o N)$ 로 다시 정의되어야 한다. $\tau_1^{*(n)}$ 은 식 (23), u_n은 식 (26)으로부터 각각 계산하며 식들과 연 관된 위도는 ∮을 사용한다.

식 (27)을 이용하여 주어진 UTM 좌표를 WGS84 경 위도 좌표로 계산한 결과를 Table 8에 나타내었다. 입 력 경위도 좌표는 Table 5에 제시한 12차로 계산한 값 을 사용하였으며 Table 8에서 전개 차수의 증가에 따른 정확도의 증가와 계산값의 수렴을 알 수 있다. 참고로 표에서 도(°) 단위로 표시된 1E-8을 초 단위로 변환하 면 소수점 아래 5자리에 해당되며 중심자오선에서 좌우 14°내의 구역에 대해 12개 항을 이용한 경위도 변환은 초 단위로 표시된 값의 소수점 아래 4까지의 정밀도를 보인다.

3. 한반도 주변의 UTM 격자수심

본 절에서는 식 (15)를 이용하여 UTM 좌표계로 표시 한 서해와 동해의 수심도를 나타내었다. 좌표변환을 위한

		$\sigma^{_0}$	σ^1	σ^2	σ^3	σ^4	σ^5
u ₀	T^0	-1					
	T^0	0	9	-4			
u_1	T^2	12	-9	0			
	T^0	0	0	-225	252	-88	
u_2	T^2		-900	1470	-852	192	
	T^4	-360	540	-225	0	0	
	T^0	0	0	0	11025	-21528	16560
	T^2	0	0	88200	-229719	252912	-138288
u_3	T^4	0	105840	-310800	411159	-308472	129408
	T^6	20160	-45360	37800	-11025	0	0
	T^0	0	0	0	0	-893025	2593800
	T^2	0	0	0	-11907000	43591500	-71565480
u_4	T^4	0	0	-28576800	121315320	-241767270	282582360
	T^6	0	-16329600	71064000	-153596520	209971980	-189893880
	T^8	-1814400	5443200	-6804000	3969000	-893025	0
	T^0	0	0	0	0	0	108056025
	T^2	0	0	0	0	2161120500	-10359040725
	T^4	0	0	0	8644482000	-47917481040	126393259410
u_5	T^6	0	0	9879408000	-59631208560	178233822360	-333321665490
	T^8	0	3293136000	-19359648000	59840771760	-123390170640	179255860245
	T^{10}	239500800	-898128000	1496880000	-1309770000	589396500	-108056025

 Table 7a. Coefficients in Eq. (26)

Table 7b. (Continued) Coefficients in Eq. (26)

		$\sigma^{_6}$	σ^7	σ^8	σ^9	σ^{10}
	T^0	-4672				
	T^2	30528				
u_3	T^4	-23040				
	T^6	0				
	T^0	-3227904	1930752	-454144		
	T^2	64014528	-30265920	5928192		
u_4	T^4	-198321984	77185728	-12801024		
	T^6	109313280	-36011520	5160960		
	T^8	0	0	0		
	T^0	-427088700	753800976	-710400384	348418944	-70084096
	T^2	22904436528	-28977013872	21564550848	-8802052224	1523486208
	T^4	-199686913416	198772883568	-122318986752	42574507776	-6419091456
u_5	T^6	413345578608	-339770573712	178023476160	-53871353856	7170416640
	T^8	-183068830620	128087153280	-58368867840	15606743040	-1857945600
	T^{10}	0	0	0	0	0

입력자료는 한국 주변해역에 대한 30초 간격의 격자수심 을 WGS84 좌표계로 작성한 서(2008)의 자료로 인터넷 에 공개된 자료(KorBathy30s, 2008)이다. 이 자료는 서해 의 경우 동경 117°에서 131°, 북위 30°에서 44°의 범위 내의 수심 또는 표고를 경위도 각각 1° 간격으로 저장된 자료만으로 구성되었다. 서해의 UTM 변환에 필요한 중 심자오선은 동경 124°로 정하였다. 반면 동해의 경우에는 동경 127°에서 143°, 북위 30°에서 44°의 범위로 중심자 오선은 동경 135°를 선정하였다.

경위도 좌표를 UTM 좌표로 변환하면 고위도로 갈수

2	レムェ	٦.
\sim	51	Ŧ

Table 8. Computations of geodetic long	gitude and latitude transformatic	on in degrees for different 1	number of terms in Eq.	(27) based on
WGS84 ellipsoid				

$\lambda + 14^{\circ}$		N 20°	N 30°	N 40°	N 50°	N 60°	N 70°
Δλ	5	7.693E-05	1.246E-04	1.886E-04	2.634E-04	3.397E-04	4.061E-04
	7	-2.131E-06	-4.074E-06	-6.994E-06	-1.076E-05	-1.494E-05	-1.881E-05
	9	6.323E-08	1.408E-07	2.730E-07	4.629E-07	6.916E-07	9.168E-07
	11	-1.709E-09	-4.989E-09	-1.113E-08	-2.062E-08	-3.311E-08	-4.624E-08
Δφ	6	-8.51E-06	-1.12E-05	-1.28E-05	-1.32E-05	-1.23E-05	-9.55E-06
	8	2.24E-07	3.22E-07	4.12E-07	4.76E-07	4.80E-07	3.96E-07
	10	-6.13E-09	-9.88E-09	-1.44E-08	-1.85E-08	-2.03E-08	-1.77E-08
	12	1.54E-10	3.35E-10	5.42E-10	7.59E-10	8.96E-10	8.26E-10
$\lambda_{o} + 12^{\circ}$		N 20°	N 30°	N 40°	N 50°	N 60°	N 70°
Δλ	5	2.56E-05	4.13E-05	6.25E-05	8.72E-05	1.E-04	1.E-04
	7	-5.17E-07	-9.84E-07	-1.69E-06	-2.59E-06	-3.60E-06	-4.53E-06
	9	1.12E-08	2.48E-08	4.79E-08	8.11E-08	1.21E-07	1.61E-07
	11	-2.18E-10	-6.38E-10	-1.42E-09	-2.63E-09	-4.22E-09	-5.89E-09
Δφ	6	-2.42E-06	-3.19E-06	-3.64E-06	-3.77E-06	-3.48E-06	-2.72E-06
	8	4.66E-08	6.68E-08	8.54E-08	9.85E-08	9.92E-08	8.20E-08
	10	-9.28E-10	-1.49E-09	-2.17E-09	-2.79E-09	-3.04E-09	-2.66E-09
	12	1.70E-11	3.69E-11	5.94E-11	8.30E-11	9.79E-11	9.03E-11
$\lambda_o + 10^{\circ}$		N 20°	N 30°	N 40°	N 50°	N 60°	N 70°
Δλ	5	7.02E-06	1.13E-05	1.71E-05	2.38E-05	3.07E-05	3.68E-05
	7	-9.76E-08	-1.85E-07	-3.17E-07	-4.87E-07	-6.77E-07	-8.52E-07
	9	1.45E-09	3.22E-09	6.21E-09	1.05E-08	1.57E-08	2.08E-08
	11	-1.95E-11	-5.71E-11	-1.27E-10	-2.34E-10	-3.76E-10	-5.25E-10
$\Delta \phi$	6	-5.53E-07	-7.27E-07	-8.30E-07	-8.58E-07	-7.94E-07	-6.19E-07
	8	7.33E-09	1.05E-08	1.34E-08	1.54E-08	1.56E-08	1.29E-08
	10	-1.01E-10	-1.62E-10	-2.34E-10	-3.01E-10	-3.29E-10	-2.87E-10
	12	1.26E-12	2.77E-12	4.44E-12	6.16E-12	7.28E-12	6.72E-12
$\lambda_o + 3^\circ$		N 20°	N 30°	N 40°	N 50°	N 60°	N 70°
Δλ	5	1.48E-09	2.37E-09	3.57E-09	4.98E-09	6.42E-09	7.69E-09
	7	-1.85E-12	-3.44E-12	-5.88E-12	-9.01E-12	-1.25E-11	-1.58E-11
	9	0	0	0	2.84E-14	2.84E-14	2.84E-14
	11	0	0	0	0	0	0
∆ø	6	-3.49E-11	-4.58E-11	-5.22E-11	-5.40E-11	-4.99E-11	-3.89E-11
	8	4.26E-14	8.17E-14	7.82E-14	7.82E-14	8.53E-14	8.53E-14
	10	0	2.49E-14	0	-1.42E-14	-7.11E-15	1.42E-14
	12	0	2.49E-14	0	-1.42E-14	-7.11E-15	1.42E-14

록 동일 경도차에 의한 거리는 줄어들게 되고 중심자오 선에서의 호의 길이가 가장 작게 된다. 한편 서(2008)의 자료는 수심에 초점이 맞춰졌기 때문에 육상 표고자료만 으로 구성된 경우에는 자료가 존재하지 않는다. 이러한 경 우에는 DTED(2004)의 경위도 표고자료를 입력 자료에 추가하여 500m 등간격으로 내삽하였다. Table 9에 서 (2008)의 주요 지점에서 식 (15)로 변환한 UTM 좌표를 정리하였고 좌표의 평행 이동량 x_o , y_o 는 모두 0, 축척계 수 m 는 0.9996을 사용하였다.

Fig. 3에는 서(2008)의 WGS84 좌표계로 표시된 격자 수심도와 이를 입력자료로 사용하여 500 m 등간격으로 내 삽한 UTM 좌표계로 표시된 수심도를 Fig. 4에 각각 나 타내었다. Fig. 4에서 위도선은 곡선임을 알 수 있으며 이 자료는 황해의 조석모형과 동해의 지진해일 수치모형 등 에 사용할 수 있다.

Table 9. UTM coordinate conversion for representative points in Seo(2008)										
서케 WCC04	UTM (m)		러케 WC694	UTM (m)						
^ ºf ₩G384	x	У	시에 WG584	x	У					
E117°N44°	-561266.92	4895750.60	E131°N30°	675979.27	3339497.10					
E131°N44°	561266.92	4895750.60	E117°N30°	-675979.27	3339497.10					
E124°N44°	0.00	4871872.84	E124°N30°	0.00	3318785.35					
도체 WCC04	UTM (m)		도케 WC694	UTM (m)						
5 of WU304	x	У	তণ WU384	x	У					
E127°N44°	-641463.33	4903085.27	E127°N30°	-772843.22	3345873.95					
E143°N44°	641463.33	4903085.27	E143°N30°	772843.22	3345873.95					
E135°N44°	0.00	4871872.84	E135°N30°	0.00	3318785.35					



Fig. 3. Bathymetric data(KorBathy30s, 2008) plot in WGS84 coordinate.

4.결 론

기존의 UTM 변환식은 8차까지 Taylor 전개에 의한 것 으로 mm단위의 변환 정밀도를 확보하기 위해 통상 중심 자오선 좌우 3°씩 경도 6° 범위의 구역 내에 적용한다. 한 편 우리나라 주변 해역에 대한 조석, 폭풍해일 또는 지진 해일 등의 수치모형에는 경도 14°구역의 수심자료가 최



Fig. 4. Bathymetric data plot in UTM coordinate.

소한 필요하다. 이와 같이 비교적 큰 구역에는 구면좌표 계를 사용하기도 하나 평면직교 좌표인 UTM는 구면좌표 에 비해 거리와 방향이 정확하여 새로운 고차의 변환식 을 유도하였다. 본 논문에서는 12차까지의 UTM 변환식 을 제시하고 차수에 따른 수렴의 정도를 나타내었으며 경 도 28°구역에 대해 12차 변환식으로 계산한 결과에 의 하면 mm단위의 정밀도를 보인다. 기존의 8차 변환식에 비해 본 12차에 의한 정밀도는 크게 향상되지 않으나 계 산에서 보인 차수에 따른 정밀도와 수렴도 분석은 의미 가 있다.

본 논문에서 보인 바와 같이 전개 차수의 증가에 따라 생성되는 항들은 대략 차수의 제곱만큼 추가됨으로 변환 식은 매우 복잡하게 된다. 이것은 고차 변환식 유도에 장 애요인이 되고 또 다른 요인으로는 UTM 변환특성 상 적 용구역이 넓어짐에 따른 거리의 부정확성을 들 수 있다. 그 러나 이러한 점을 감안하더라도 우리나라 주변 해역에 대 한 조석, 지진해일 등의 수치모형에 UTM 좌표계를 사용 하는 것이 보다 정밀한 결과를 낳을 것이라 판단된다. 이 를 위해 인터넷에 공개된 KorBathy30s(2008)의 WGS84 격자수심을 UTM 격자수심으로의 변환을 시도하였다.

감사의 글

본 연구는 한국해양연구원의 기본연구사업인 "연안 국 지 해일 정밀예보 지원체제 현업화 기술"과 "해일침수범 람지역 예측 기술 및 재해도(Hazard Map) 작성기술 개 발: 부산, 마산, 여수" 연구에서 수행된 결과의 일부이며 연구비 지원에 감사를 드립니다.

참고문헌

국립해양조사원 (2008). 해도제작업무지침. <u>http://www.nori.go.kr/</u> 국토지리정보원 (2006). 좌표변환프로그램. <u>http://www.ngii.go.kr/</u> 국토지리정보원 (2008). 지도제작. <u>http://www.ngii.go.kr/</u> 백은기, 육찬상, 김원익, 김감래, 강석진, 이영진 (1993). 측 량학, 청문각.

서승원 (1999). 3차원 유한요소모형을 이용한 황해 및 동중 국해의 조석수동역학 해석. 대한토목학회논문집, 19(II-3), 375-387.

- 서승남 (2008). 한국 주변해역 30초 격자수심 KorBathy30s. 한국해안해양공학회지, 20(1), 110-120.
- 유복모 (1995). 개정판 측량학원론(I). 박영사.
- 윤성범, 임채호, 김경희, 이동영 (2002). 1993년 북해도 남 서외해 지진해일 전파 수치모의. 대한토목학회논문집, 22(4B), 573-582.
- 윤성범, 임채호 (2005). 지진해일 전파 수치모의를 위한 2 차원 유한요소모형의 능동적 분산보정기법. 한국해안해 양공학회지, 17(1), 1-8.
- 윤성범, 임채호, 배재석 (2007). 완변수심상 지진해일 전과 모의를 위한 분산보정 유한차분모형. 대한토목학회논문 집, 27(1B), 91-99.
- 장용구, 문두열, 정범석 (2003). GPS 정밀 좌표변환 알고리 금을 이용한 선박항법시스템에 관한 연구. 대한토목학회 논문집, 23(4D), 549-557.
- 조용식 (1996). 대양을 횡단하는 지진해일 모의. 대한토목 학회논문집, 16(II-3), 303-310.
- 최병호, 홍성진 (2005). 둥지형 동적결합 조석 모형을 이용 한 황해 및 동중국해의 조석모형. 한국해안·해양공학회 지, 17(4), 243-253.
- 허동수, 이현우, 이우동, 배기성 (2008). 슈퍼태풍 내습 시 부산경남 연안역의 폭풍해일고. 한국해안·해양공학회지, 20(1), 128-136.
- DMA (1989). The Universal Grids: Universal Transverse Mercador(UTM) and Universal Polar Stereographic(UPS). TM 8358.2, Defense Mapping Agency.
- DTED (2004). Level 1 Data. <u>http://edc.usgs.gov/products/ele-vation/srtmdted.html</u>
- Lee, J.-C., Kwon, J.-I., Park, K.-S., Jun, K.-C. (2008). Calculation of Storm Surges, Typhoon Maemi, J. Korean Soc. of Coastal and Ocean Eng., 20(1), 93-100.
- KorBathy30s (2008). Gridded bathymetric data. <u>http://codi.</u> kordi.re.kr/
- Thomas, P. D., (1952). Conformal projections in geodesy and cartography. SP No. 251, U. S. Department of Commerce.

Received April 1, 2008 Accepted May 19, 2008