

분수 개념에 관한 초등학생의 비형식적 지식

홍 은 숙¹⁾ · 강 완²⁾

분수의 개념에 대해 아직 배우지 않은 학생들이 가지고 있는 비형식적 지식을 조사하고 분석하여, 이러한 비형식적 지식이 분수 개념 지도에 어떻게 활용될 수 있는지를 살펴보기 위해 등분할, 동치분수, 단위 분수의 크기 비교에 대한 면담 문항을 제시하여 분석한 결과, 첫째, 분수를 배우지 않은 학생들은 분수와 관련된 활동을 할 때 비형식적 지식을 가지고 문제를 해결하며, 그 형태는 매우 다양하다는 것과 둘째, 분수의 기초 개념에 대한 학생들의 비형식적 지식 중에는 올바른 지도를 통하지 않을 경우 오개념을 유도할 수 있는 것도 존재한다는 것, 그리고 셋째, 분수의 개념에 대한 확고한 이해를 위해 학생들의 다양한 비형식적 지식을 분수 개념 지도에 활용해야 한다는 것을 알 수 있었다.

[주제어] 분수의 개념, 비형식적 지식, 등분할, 동치분수, 단위 분수의 크기 비교

I. 서 론

분수는 우리의 실생활과 밀접하게 관련이 되어 있으며, 학생들은 실제적 상황 속의 수많은 경험을 통하여 분수에 대한 비형식적 지식을 가지고 있다. 그러나 아이들은 학교에서 분수를 배울 때 분수의 개념을 바르게 이해하지 못하고 개념을 외우려고만 하며, 따라서 분수는 초등학교 학생들이 가장 어려워하는 내용 중 하나가 되었다. 학생들은 여러 가지 의미를 지니고 있는 분수의 개념을 제대로 이해하지 못하고 있다. 또한 분수에 대해 일상생활에서 경험한 실제적인 수학적 지식을 분수의 형식적 지식의 학습에 연결시키지 못하고 있다. 따라서 학생들은 분모가 늘어나면 양이 줄어든다는 것도 이해하기 어려워지고 분수의 크기에 대한 감각도 없이 결국 분수의 의미를 외우게 되는 것이다. 신준식(1996)도 분수 학습의 어려움으로 분수는 여러 가지 의미를 가지고 있고 이것을 모두 이해하고 그것들 사이의 상호 관계도 파악할 수 있어야 분수 개념이 형성된 것이기 때문에 학생들은 분수의 개념을 어렵게 생각한다고 말하고 있다. 신준식(1996)은 학생들이 일상생활에서 자주 경험하는 개념을 활용하지 않고 학생들이 경험하여 비형식적으로 획득하고 있는 분수에 대한 기초적인 지식을 활용하지 않는다는 점 또한 언급하고 있다. 학생들은 자신의 실제적 경험을 통해 수학적 지식을 구성하며, 학생들이 구성한 지식은 학교에서 가르치는 형식적 수학을 학습하기 위한 개념적인 토대로서, 이를 기반으로 형식적 수학을 학습하는데 있어서도 나름대로 재구성해 나간다(이진영, 1998). Barody(1987)는 종종 학습에서 아동들이 보이는 어려움은 아동의 비형식적 수학과 형식적 수업간의 괴리에 원

1) [제1저자] 서울 시흥초등학교

2) 서울교육대학교 수학교육과

인이 있다고 보았다. 따라서 학생들이 분수의 개념을 잘 이해할 수 있도록 하기 위해서는 학생들이 실제적 경험을 통해 구성된 비형식적 지식을 형식적 지식의 학습에 활용하여, 스스로 지식을 재구성할 수 있도록 도와주어야 한다. 이에 본 연구는 학교에서 분수의 개념을 효과적으로 가르칠 수 있도록 돕기 위해 분수의 개념에 대해 아직 배우지 않은 학생들이 가지고 있는 비형식적 지식을 조사하고 분석하여, 이러한 비형식적 지식이 분수 개념 지도에 어떻게 활용될 수 있는지를 살펴보고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 비형식적 지식

학생은 교사가 의도한 대로, 가르친 대로 받아들이는 것이 아니라, 자신의 경험에 의해 구성된 지식을 바탕으로 자신만의 의미로 재구성한다. 학생들은 형식적 지식을 배우기 전에도 이미 경험을 통해 비형식적 지식을 구성하고 있는 것이다. Mack(1993)에 의하면 비형식적 지식은 비형식적 수학, 직관적 지식, 상황적 지식, 이전지식 등의 이름으로 다양하게 연구되어 왔다. 어떠한 이름으로 연구가 되었든 간에 이러한 유형의 지식은 학생들이 형식적 지식을 습득하기 이전의 실생활 지식이며, 학생들은 수학적 문제를 해결할 때 이러한 비형식적 지식을 활용한다. Baroody(1987)는 학교에서 공식적으로 가르치는 문자화된 기호와 상징체계로서의 형식적 수학과 구별하여 아동이 일상생활의 수학적 문제사태를 경험하고 이를 비형식적으로 해결해 나가는 과정에서 얻은 직관적인 수학적 지식을 비형식적 수학이라고 하였다.

이러한 것을 통하여 비형식적 지식의 특징을 살펴보면, 첫째 어린이들의 비형식적 전략은 기호 조작에 의존하기 보다는 구체적 상황이나 문맥을 통해 시각적으로 이루어진다(Hiebert & Behr, 1988). 둘째, 비형식적 지식은 구체적이고 직관적이며, 특수하고 일상의 언어를 사용한다(백선수, 2004). 셋째, 학생들의 비형식적 지식은 종종 구체물이나 기억에 의존하며 수가 점점 커지면서 한계를 지닌다(이진영, 1998).

2. 수학 교과서에 제시된 분수 개념 이해를 위한 주요 학습 내용

분수를 부분-전체의 개념으로 이해하기 위해서는 연속량을 같은 크기를 갖는 조각으로 분할하는 능력이 필요하다. 따라서 교과서에서는 등분할이 분수의 학습에서 가장 먼저 제시되고 있으며, 부분-전체의 개념은 분수의 이름 도입에 적절하기 때문에 분수의 개념을 도입할 때 이용하고 있다. 동치 분수에 대한 이해는 분수 개념의 이해를 바탕으로 해야 한다. 두 개의 분수가 같은 크기의 분수라는 것을 알려면, 분수에 있는 수를 자연수의 개념으로 이해해서는 안되며 분모와 분자의 의미를 바르게 이해하고 있어야 한다. 권성룡(1997)은 학생들이 잘못된 전략을 사용하지 않도록 하기 위해서는 동치 분수의 개념과 생성 방법을 스스로 찾도록 해야 한다고 말하고 있다. 또한 분수에 대해 효과적으로 사고하기 위한 안정된 조작적 기초가 없으면 분수의 동치 문제를 해결하려는 학생들의 시도는 성공하지 못한다(Hunting, 1983). 분수의 크기 비교는 분수들의 계열과 분수의 양감을 기르는 데 매우 중요하다. 권성룡(1997)은 양적 개념의 발달 즉, 분수의 크기에 대한 인식은 동치 분수의 개념을 내면화하고, 유리수의 크기를 비교하며, 분수의 연산을 의미 있

게 이해하는 능력의 기초가 된다고 하여, 분수의 크기를 비교한다는 것이 분수의 개념 이해에 중요하다는 것을 말하고 있다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구대상

본 연구의 면담 대상자는 서울시 금천구에 소재한 S초등학교 1, 2학년 학생 중 학년별로 5명씩 선정하여 총 10명이다. 면담 대상자는 첫째, 학생이 연구 참여에 흥미를 보이고 연구에 참여할 의사를 밝혔으며 둘째, 학원이나 가정에서 선행학습을 받지 않았고 셋째, 연구에 참여해도 좋다는 부모의 동의가 이루어진 학생이다.

2. 연구방법

가. 면담 문항의 개발

본 연구를 위해 먼저 수학 교과서와 기존의 연구 문헌(신준식, 실제적 접근 방법에 의한 분수 교수-학습에 대한 연구; 윤미혜, 5·6세 유아의 분수 이해에 관한 연구)을 토대로 하여 면담 문항을 개발하고, 면담지의 적절성을 확인하기 위하여 예비 검사를 실시하여 면담 문항을 수정하였다.

나. 면담 문항의 구성

예비검사를 통해 1, 2학년 학생들이 분수에 대한 비형식적 지식을 최대한 표현할 수 있는 방법으로, 제시 방식을 그림 표현형, 스토리 텔링형, 도형 활동형의 세 가지로 하여 문항을 분류하였다. 또한 면담 문항은 아직 분수에 대한 경험이 없는 아이들의 비형식적 지식을 알아보기 위한 가장 기초적인 개념이라 판단되는 등분할 개념, 동치분수의 개념, 단위 분수의 크기 비교로 분류하여 제시하였다. 본 연구에서 사용한 면담 문항은 다음의 방법으로 제시되었다.

첫 번째 문제는 띠, 원, 사각형, 삼각형을 2등분, 4등분, 3등분하는 문제이다. 나누는 활동이 끝난 후에는 왜 그렇게 나누었는지를 설명해 달라고 요청하였다.

두 번째 문제는 $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{2}{8}$ 가 같은 크기인지를 파악하는 문제이다. 학생이 반응한 후에는 왜 그렇게 생각하는지를 설명해 달라고 요청하였으며, 반응이 부족하다고 판단될 때는 보충 질문을 하여 학생의 의도를 파악하였다.

세 번째 문제는 단위 분수의 크기 비교에 관한 문제이다. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{1}{4}$ 중에서 어떤 것이 더 큰지를 물어보았으며, 왜 그렇게 생각하는지에 관한 질문도 하였다.

다. 면담 진행 방법

면담을 실시할 때는 문항에 대해 먼저 질문을 하고 학생이 활동하는 모습을 관찰한다. 학생의 활동이 끝나면 어떻게 해결했는지, 왜 그렇게 해결했는지를 물어보고, 그 대답에 따라 다음의 보충 질문이 필요하다고 판단되면 보충 질문을 한다.

IV. 분석 및 논의

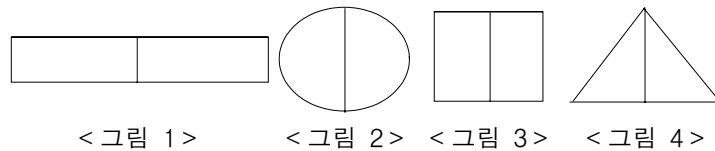
1. 등분할 개념에서 나타나는 비형식적 지식

가. 등분할에 초점을 두는 경우

1) 2등분

가) 가운데에 선긋기

학생들에게 띠, 동그라미, 네모, 세모 모양을 두 명에게 똑같이 나누어 주라고 했을 때, 학생들은 <그림 1>, <그림 2>, <그림 3>, <그림 4>와 같은 방법으로 그 모양의 가운데라 고 생각하는 부분에 선을 그어서 똑같이 나누어 주었다.



학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 반을 나눠야 하기 때문, ② 크기가 똑 같기 때문, ③ 두 명이 똑같이 나눠 먹어야 하기 때문, ④ 두 명이 하나씩 먹을 수 있으니까와 같은 반응을 보였으며, “두 조각이 똑같다는 걸 어떻게 알 수 있을까?” 라는 질문에 대해서는 ① 겹쳐서 비교해 보면 알 수 있다는 반응을 보였다.

나) 대각선 이용하기

학생들에게 네모 모양을 두 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시했을 때, 학생들은 <그림 5>와 같이 네모 모양에 대각선 하나를 그어서 두 조각으로 나누었다.



학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 둘이 똑같이 먹을 수 있기 때문, ② 선을 그을 부분이 정해져 있어서 자르기 쉽기 때문, ③ 정확하게 맞게 자르면 되기 때문, ④ 네모를 세모로 접으면 똑같기 때문, ⑤ 두 명이 하나씩 먹을 수 있기 때문과 같은 반응을 보였다.

다) 반으로 접어서 자르기

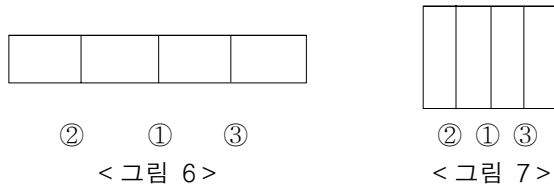
학생들에게 띠, 동그라미, 네모, 세모 모양을 두 명에게 똑같이 나누어 주라고 했을 때 학생들은 색종이를 반으로 접어서 자국난 부분을 잘라 똑같이 나누어 주었다.

학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 접어서 자국난 곳을 자르면 되기 때문, ② 반을 접으면 크기가 똑같기 때문이라는 반응을 보였으며, “두 조각이 똑같다는 걸 어떻게 알 수 있을까?” 라는 질문에 대해서는 ① 두 조각을 겹쳐보면 같다, ② 길이를 비교하면 똑같다, ③ 옆으로 접으면 똑같은 모양이 된다는 것과 같은 반응을 보였다.

2) 4등분

가) 반으로 나누고 각각을 또 반으로 나누어 선긋기

띠 모양과 네모 모양을 네 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제에서 학생들은 <그림 6>, <그림 7>과 같은 방법으로 반으로 먼저 나눈 후에 각 조각을 다시 반으로 나누어 똑같이 네 조각으로 나누었다.



학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 반으로 나누고 가운데 선까지 또 반으로 나누면 똑같기 때문, ② 가운데를 나누고 또 가운데를 나누면 다 똑같기 때문, ③ 네 조각을 겹쳐보면 같기 때문, ④ 크기가 똑같아 지기 때문, ⑤ 네 명이 하나씩 먹을 수 있기 때문과 같은 반응을 보였다.

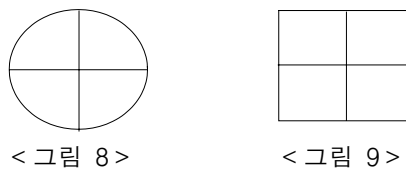
나) 두 조각으로 나눈 것을 이용하여 앞에서부터 선 세 개 긋기

띠와 네모 모양을 네 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시하였을 때, 학생들은 두 조각으로 나눈 것을 살펴보고 앞에서부터 선 세 개를 그어 똑같이 네 조각으로 나누었다.

학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 네 명에게 똑같이 나눠줘야 하기 때문, ② 두 조각으로 나눈 선에 맞게 가운데 부분을 정해야 하기 때문, ③ 반을 나누고 각 조각을 반으로 나누면 네 조각이 되기 때문과 같은 반응을 보였다.

다) 십자 모양으로 선긋기 또는 접기

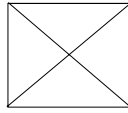
학생들에게 동그라미와 네모 모양을 네 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시했을 때, 학생들은 <그림 8>, <그림 9>와 같은 방법으로 십자 모양으로 선을 그리거나 접어서 모양을 네 조각으로 나누었다.



학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 두 조각 각각을 반으로 나누면 네 조각이 되기 때문, ② 반을 접고 또 반을 접으면 똑같아지기 때문, ③ 다른 곳에 선을 그으면 한 명이 적게 먹기 때문, ④ 네 명이 똑같이 하나씩 먹기 때문, ⑤ 네 명이 먹을 수 있기 때문과 같은 반응을 보였으며, “네 조각이 똑같다는 걸 어떻게 알 수 있을까?” 라는 질문에 대해서는 ① 겹쳐서 비교하면 같다는 반응을 보였다.

라) 대각선 긋기

네모 모양을 네 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시하였을 때, 학생들은 <그림 10>과 같은 방법으로 대각선 두 개를 그려서 네모 모양을 네 조각으로 나누었다.

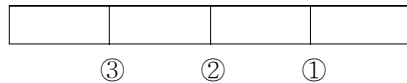


<그림 10>

학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 네 명이 똑같이 하나씩 먹기 때문, ② 정확하게 긋고 정확하게 자를 수 있기 때문, ③ 네 사람이 먹을 수 있기 때문과 같은 반응을 보였다.

마) 끝에서부터 연속 세 번 접기

띠 모양을 네 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시했을 때, 학생 C는 <그림 11>과 같은 방법으로 끝에서부터 연속으로 세 번을 접어서 네 조각으로 나누었다.



<그림 11>

이러한 방법은 몇 번의 시행착오를 겪어야 하기 때문에 효율적인 방법이라고는 할 수 없으나 학생 C가 조각의 수와 크기를 동시에 고려한 방법이라고 할 수 있다.

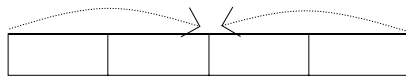
바) 연속 두 번 접기

학생들에게 띠 모양을 네 명에게 똑같이 나누어 주라고 했을 때, 학생들은 종이를 먼저 반으로 접은 후 그것을 또 반으로 접어서 자국난 부분을 잘랐다.

학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 두 번 접으면 네 조각이 되기 때문, ② 길이를 재보면 같기 때문, ③ 두 번 접으면 똑같은 모양이 되기 때문과 같은 반응을 보였다.

사) 반 접었다 편 후, 양쪽 끝 마주 접기

학생들에게 띠 모양을 네 명에게 똑같이 나누어 주라고 했을 때, 학생들은 <그림 12>와 같은 방법으로 띠 모양의 색종이를 반으로 접었다가 편 후, 양쪽 옆을 가운데 선에 맞추어서 또 반으로 접었다.



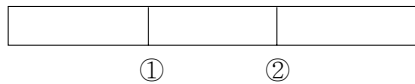
<그림 12>

학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 반 접은 것을 또 반을 접으면 되기 때문, ② 네 명이 하나씩 똑같이 먹기 때문, ③ 네 명이 먹을 수 있기 때문과 같은 반응을 보였다.

3) 3등분

가) 앞에서부터 선 두 개 긋기

띠 모양을 세 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시하였을 때, 학생들은 <그림 13>과 같은 방법으로 앞에서부터 선을 두 개 그어서 띠 모양을 세 조각으로 나누었다.

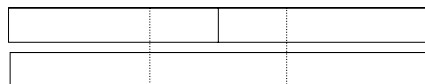


<그림 13>

학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 세 명이 나눠 먹을 수 있기 때문, ② 선 두 개를 그려야 하기 때문과 같은 반응을 보였다. 이러한 반응들만 보면 학생들이 등분을 할 때는 조각의 개수만 맞으면 되는 것이라 생각한다고 말할 수도 있지만, 그 선을 다른 곳에 긋고 이렇게 나누어도 되냐는 질문을 하였을 때(TCP1010) 학생 C가 “애(앞에 있는 조각)는 조금인데 애네들(뒤에 있는 두 조각)은 많잖아요.”(SCP1011)와 같이 한 조각의 크기가 더 크면 안된다는 반응을 보여주고 있기 때문에 학생들은 3등분시 조각의 수도 고려해야 하지만 조각의 크기도 고려해야 한다는 것을 알고 있다고 판단할 수 있다.

나) 두 조각으로 나눈 것 이용하기

학생들에게 띠 모양을 세 명에게 똑같이 나누어 주라고 했을 때, 학생들은 <그림 14>와 같은 방법으로 두 조각으로 나눈 것을 살펴보고 크기를 어렵한 후 선을 그리거나 접어서 잘랐다.

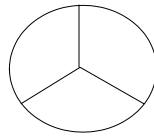


<그림 14>

학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 반보다 조금 더 옆을 접으면 세 조각이 되기 때문, ② 조각의 크기를 비교해 보면 똑같기 때문, ③ 다른 곳에 선을 그으면 한 곳만 많이 먹게 되므로 접어서 잘라야 하기 때문, ④ 접기가 힘들고 세 명이 똑같이 먹어야 하기 때문과 같은 반응을 보였다.

다) 원의 중심 잡기

학생들에게 동그라미 모양을 세 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시했을 때, 학생들은 <그림 15>와 같은 방법으로 원을 세 조각으로 나누어 주었다.

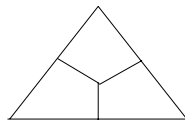


<그림 15>

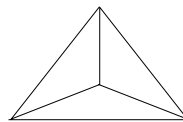
학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 반으로 자르면 두 조각이 되고 밑부분을 시옷 자로 벌리면 한 조각이 더 나오기 때문, ② 잘라서 대보면 똑같기 때문, ③ 세로선 두 개를 그으면 크기가 달라지기 때문, ④ 모양과 크기가 같게 해야 하기 때문, ⑤ 세 명이 하나씩 나눠먹을 수 있기 때문과 같은 반응을 보였다.

라) 정삼각형의 중심 잡기

학생들에게 세모 모양을 세 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시했을 때, 학생들은 <그림 16>, <그림 17>과 같은 방법으로 세모를 세 조각으로 나누어 주었다.



<그림 16>

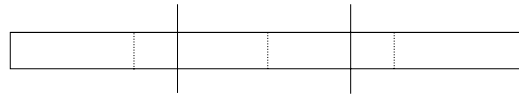


<그림 17>

학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 반을 자르면 두 조각이 되므로 시옷 자로 벌려서 한 조각을 더 만들어야 하기 때문, ② 잘라서 대보면 똑같기 때문, ③ 똑같은 모양이 나오기 때문, ④ 십자 모양으로 선을 그리면 네 조각이 되므로 선 세 개를 그려야 하기 때문, ⑤ 세 명이 하나씩 나눠 먹을 수 있기 때문과 같은 반응을 보였다.

마) 네 조각으로 나눈 선 이용하기

띠 모양을 세 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제에 대해 학생 A와 F는 <그림 18>과 같은 방법으로 네 조각으로 나눈 선을 보고 세 조각으로 나누는 선을 그리거나 잘랐다.



<그림 18>

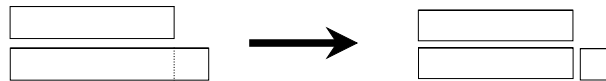
학생들이 어떻게 이러한 전략을 택하게 되었는지 그 이유를 알아보기 위하여 “왜 이렇게 나누었어?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 똑같이 나누려면 네 조각으로 나누는 중간쯤에 선을 그려야 하기 때문, ② 반으로 접은 선을 따라 자르면 양이 틀려지기 때문과 같은 반응을 보였다.

나. 등분할을 못한 경우

1) 둘로 나누기

가) 남은 부분 잘라내기

학생들에게 띠 모양을 두 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시했을 때, 학생들은 눈으로 어려워 자른 후 겹쳐보는 전략을 사용하였으며, 겹쳐보았을 때 크기가 같지 않으면 <그림 19>와 같이 남은 부분을 잘라냈다.

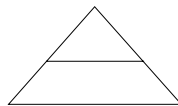


<그림 19>

학생 B는 “왜 선생님은 이거 먹어야 돼?” (TBR1005)라는 질문에 “선생님이랑 나랑 똑같이 나눠 먹을 수 있으니까요.” (SBR1005)라는 반응을 하였으며, 학생 J는 “그럼 남은 부분은 어떻게 할거야?” (TJR1005)라는 질문에 “이건 없어야 돼요.” (SJR1006)라는 반응을 보였다. 이것은 학생들이 전체의 양을 생각하지 않고 두 명이 똑같은 양을 갖는 것만을 고려한 것으로 해석할 수 있다.

나) 세모 모양에 가로선 긋기

학생 E에게 세모 모양을 두 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시했을 때, 학생 E는 <그림 20>과 같이 가로선을 그어서 세모 모양을 두 조각으로 나누었다.



<그림 20>

학생 E의 반응 “두 명이니까 이 빵들을 두 개씩 나눴어요.” (SEQ1005)를 살펴보면, 학생 E가 세모 모양을 두 명에게 똑같이 나누어줄 때, 조각의 수만을 고려하고 있다는 것을 알 수 있다.

2) 넷으로 나누기

가) 앞에서부터 선 세 개 긋기

학생들에게 띠 모양을 네 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시하였을 때, 학생들이 <그림 21>과 같은 방법으로 앞에서부터 선을 세 개를 그려서 네 조각으로 나누는 것을 볼 수 있었다.



<그림 21>

왜 이렇게 나누었냐는 질문에 대한 학생 B의 반응 “네 명이요, 하나씩이요, 하나씩이요, 같이 나눠 먹을 수 있으니까요.” (SBR1008)를 보면, 학생 B가 네 명에게 나누어 주어야 한다는 것만을 인식하여 네 조각으로 나누는 것에만 초점을 둔 것으로 해석된다.

나) 뒤에서부터 세 번 자르기

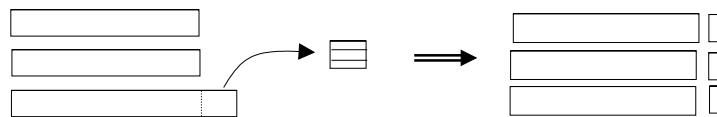
학생 E에게 띠 모양을 네 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시하였을 때, 학생 E는 대충 어려워 뒤에서부터 세 번을 잘라서 네 조각으로 나누었다.

왜 그렇게 나누었냐는 질문에 대한 학생 E의 반응 “사람이 네 명 있으니까요. 빵을 네 조각으로 자르잖아요. 그래서 네 조각으로 잘랐어요.” (SER1007)를 보면, 학생 E가 조각의 수는 빠르게 인식하지만 조각의 크기에 대해서는 인식하지 못하고 있다는 것을 알 수 있다.

3) 셋으로 나누기

가) 앞에서부터 선 두 개 그어서 자른 후, 남은 부분 잘라내기

띠 모양을 세 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시하였을 때, 학생 B와 학생 C는 앞에서부터 선을 두 개 그어서 띠 모양을 세 조각으로 나누는 후 각 조각들을 겹쳐보고 남은 부분을 잘라냈다. 그리고 <그림 22>와 같이 잘라낸 부분을 3등분하여 각 조각에 나누어 주었다.

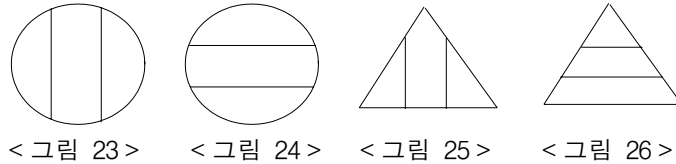


<그림 22>

잘라내는 것 없이 똑같이 나누어 줄 수 있는 방법에 대해 질문하자, 학생 B는 남은 조각을 3등분하여 하나씩 나누어 주면 된다는 반응(SBR1012, SBR1014)을 보였다. 학생 C 또한 남은 조각을 세 조각으로 잘라서 각각의 조각들에 하나씩 나누어 놓는 반응(SCR1015)을 보였다. 이것은 학생 B와 학생 C가 3등분을 시도할 때, 조각의 수는 무시하고 조각의 크기만을 중요시한 결과라 할 수 있다.

나) 모양과 크기가 다르게 평행선 긋기

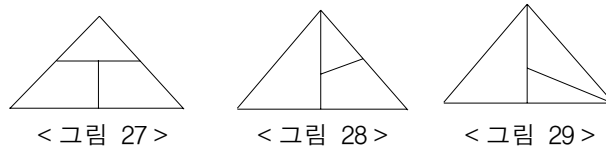
동그라미와 세모 모양을 세 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시하였을 때, 학생들은 <그림 23>, <그림 24>, <그림 25>, <그림 26>과 같은 방법으로 평행선을 그어 동그라미와 세모 모양을 세 조각으로 나누었다.



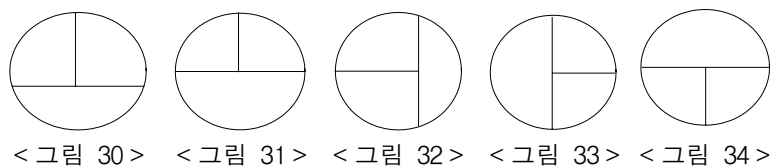
위의 전략을 보인 학생들에게 “똑같이 나누어 준거야?” 또는 “왜 두 개가 똑같다고 생각해?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 모양은 달라도 양은 똑같다고 대답하였다.

다) 모양과 크기가 다르게 여러 방향으로 선긋기

학생들에게 세모 모양을 세 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시했을 때, 학생들은 <그림 27>, <그림 28>, <그림 29>와 같은 방법으로 모양과 크기가 다르게 여러 방향으로 선을 그어서 세모 모양을 세 조각으로 나누었다.



또한, 학생들에게 동그라미 모양을 세 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시했을 때, 학생들은 <그림 30>, <그림 31>, <그림 32>, <그림 33>, <그림 34>와 같은 방법으로 모양과 크기가 다르게 여러 방향으로 선을 그어서 세 조각으로 나누었다.

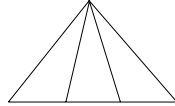


위의 전략을 보인 학생들에게 “똑같이 나누어 준거야?” 또는 “왜 세 개가 똑같다고 생각해?” 라는 질문을 하였을 때, 학생들은 ① 한 쪽이 적어지지 않게 해야 하기 때문, ② 길쭉하고 뚱뚱하니까 똑같이 먹을 수 있기 때문, ③ 변의 길이가 맞기 때문, ④ 모양은 달라도 양은 같기 때문, ⑤ 모두 뽕족하기 때문, ⑥ 세 명이 나눠 먹어야 하기 때문과 같은 반응을 보였다.

라) 합동이 아닌 도형으로 등분할하기

학생 D에게 세모 모양을 세 명에게 똑같이 나누어 주라는 문제를 제시했을 때, <그림

35>와 같은 방법으로 세 조각으로 나누는 것을 볼 수 있었다.



<그림 35>

학생 D의 반응을 살펴보면, 각 조각의 크기는 같지만 모양이 다른 것으로, 학생 D가 모양이 다른 등분할을 시도한 것으로 볼 수 있다. 그러나 1학년 학생은 등적변형의 개념이 아직 형성되지 않았기 때문에, 그것의 크기가 같다는 것을 알고 그렇게 나누었다고는 볼 수 없다.

2. 동치 분수의 개념에서 나타나는 비형식적 지식

가. 양에 대한 보존 개념이 있는 경우

1) 전체적인 크기로 파악하기

학생들에게 네 조각으로 나누는 것 중 한 조각과 여덟 조각으로 나누는 것 중 두 조각의 크기를 비교해보라는 문제를 제시하였을 때, 학생들은 크기가 똑같다는 반응을 보였다. 학생들은 두 경우의 크기가 같다는 것을 <그림 36>과 같은 방법으로 1/4 조각 한 개를 반으로 나누는 것이기 때문이라는 반응을 통하여 보여 주었다.



<그림 36>

왜 똑같다고 생각하냐는 질문에 대한 학생들의 반응을 살펴보면, 학생들이 1/4 조각을 한 개로 인식하고 한 개를 반을 나누면 두 개가 되고, 반으로 나누는 것을 다시 합하면 한 개가 되며, 똑같은 양을 나누거나 다시 합하여도 양은 변하지 않는다는 것을 알고 있다고 볼 수 있다.

2) 직접 비교 방법 활용하기

네 조각으로 나누는 것 중 한 조각과 여덟 조각으로 나누는 것 중 두 조각의 크기를 비교해보라는 문제를 제시하였을 때, 크기가 똑같다는 반응을 보인 학생들은 조각들의 크기를 직접 비교해 보고 크기가 똑같다는 것을 발견하였다.

왜 똑같다고 생각하냐는 질문에 대한 학생들의 반응을 살펴보면, 도형 활동형과 같이 도형 조작이 가능한 경우에는 학생들이 겹쳐보기 전략을 활용하여 크기를 정확하게 확인해 보려 한다는 것을 알 수 있다.

3) 간접 비교 방법 활용하기

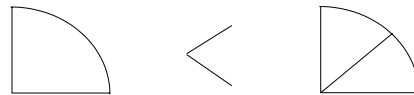
학생 F에게 “자, 너는 여덟 개로 나누는 것 중에서 두 조각, 선생님은 네 조각으로 나누

것 중에서 한 조각. 누가 더 많이 먹었을까?” (TFP2007)라는 문제를 제시하였을 때, 학생 F는 “똑같은데요.” (SFP2012)라는 반응을 보였으며, “똑같아요? 왜요?” (TFP2013)라는 질문에는 “자로 재보니까요, (자를 1/4 조각의 등근 부분에 대고 돌리면서) 1, 2, 3, 4. 4cm이고, (자를 1/8 조각 두 개의 등근 부분에 대고 돌리면서) 둘 다 4cm인데요.” (SFP2013)라며 1/4 조각 한 개와 1/8 조각 두 개의 등근 부분에 자를 대고 돌리면서 길이가 똑같기 때문에 같다는 반응을 보였다.

나. 양에 대한 보존 개념이 없는 경우

1) 조각의 수로 파악하기

학생들에게 동그라미 모양을 네 개로 나눈 것 중 한 조각과 여덟 개로 나눈 것 중 두 조각이 있는데 어떤 것이 양이 더 많은가라는 질문을 제시하였을 때, 학생들은 <그림 37>과 같이 여덟 조각으로 나눈 것 중 두 개가 더 양이 많다는 반응을 보였다.

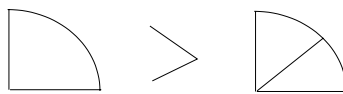


<그림 37>

학생들에게 왜 선생님이 더 많이 먹었다고 생각하는지 그 이유를 묻자, 학생들은 한 개보다 두 개가 더 많기 때문이라는 반응을 보였다. 왜 똑같다고 생각하냐는 질문에 대한 학생들의 반응을 살펴보면, 학생들은 전체 조각의 수에는 상관없이 부분 조각의 수로만 크기를 파악하고 있다는 것을 알 수 있다.

2) 1/4 조각이 더 크다고 파악하기

학생들에게 동그라미 모양을 네 개로 나눈 것 중 한 조각과 여덟 개로 나눈 것 중 두 조각이 있는데 어떤 것이 양이 더 많은가라는 질문을 제시하였을 때, <그림 38>과 같이 1/4 조각이 더 크다는 반응을 보이는 학생들도 있었다.



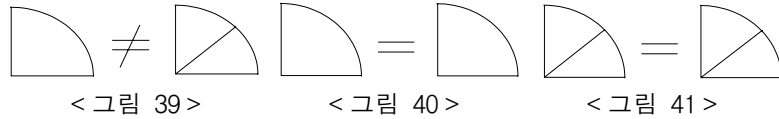
<그림 38>

왜 똑같다고 생각하냐는 질문에 대한 학생들의 반응을 살펴보면, 학생들이 두 조각으로 나누면 조각의 양이 작아진다고 생각한다는 것을 알 수 있다. 학생들은 순간적으로 보이는 크기로만 파악하여 1/4 조각이 더 크다고 반응하기도 하며, 이는 한 조각을 나누면 조각의 크기가 작아진다고 생각하는 것으로 양에 대한 보존 개념의 부재에서 나온 반응이라고 볼 수 있다.

3) 조각을 반으로 나눈 선의 방해를 받는 경우

양에 대한 보존 개념이 없는 학생들 중에는 <그림 39>와 같은 경우에는 크기가 다르지

만, <그림 40>, <그림 41>과 같이 가운데 선을 지우거나 1/4 조각에 선을 그려 넣었을 때에는 크기가 같아진다는 반응을 보이는 학생들도 있었다.



이러한 학생들의 반응을 살펴보면, 학생들은 1/8 조각 위의 선 때문에 1/4 조각 한 개와 1/8 조각 두 개의 크기 비교에 방해를 받고 있다는 것을 알 수 있다.

3. 단위 분수의 크기 비교에서 나타나는 비형식적 지식

가. 단위 분수의 크기에 대한 적절한 이해

1) 전체 조각 수의 크기로 파악하기

학생들에게 동그라미 모양을 두 조각으로 나눈 것 중 한 조각과 네 조각으로 나눈 것 중 한 조각이 있는데, 어떤 것이 더 클까라는 질문을 제시하였을 때, 학생들은 두 조각으로 나눈 것 중 한 조각이라고 하였으며, 그렇게 생각하는 이유를 물었을 때 학생들은 두 조각으로 나눈 것이 네 조각으로 나눈 것보다 더 크기 때문이라고 하였다.

2) 많이 자른 것을 적은 것으로 파악하기

네 조각으로 나눈 것 중 한 조각보다 두 조각으로 나눈 것 중 한 조각이 더 크다고 반응한 학생들에게 왜 그렇게 생각하냐는 질문을 하였을 때, 학생들은 많이 자르면 크기가 더 작아지고 조금 자르면 크기가 크다는 반응을 보였다.

3) 1/2 조각을 1/4 조각 두 개로 파악하기

1/4 조각보다 1/2 조각이 더 크다는 반응을 보인 학생들에게 왜 1/2 조각이 더 크다고 생각하는지에 대한 질문을 제시하였을 때, 학생들은 1/2 조각 위에 1/4 조각을 올려놓고 두 개가 들어가기 때문에 1/2 조각이 더 크다는 반응을 보였다.

4) 1/4 조각을 1/2 조각의 반으로 파악하기

1/4 조각보다 1/2 조각이 더 크다고 대답한 학생들에게 왜 그렇게 생각하냐는 질문을 제시하였을 때, 학생들은 1/2 조각을 손가락으로 반을 자르면서 반을 자르면 1/4 조각과 같아지기 때문이라는 반응을 보여 주었다.

5) 생김새로 크기 파악하기

1/4 조각보다 1/2 조각이 더 크다고 대답한 학생 E와 학생 H에게 왜 그렇게 생각하냐는 질문을 제시하였을 때, 학생 E와 학생 H는 1/2 조각과 1/4 조각의 생김새를 표현하며 그 이유를 설명하였다.

예를 들어, 학생 H는 “똥똥하고 길이가 길어요. 이거(1/4 조각)는 길이가 길지 않고 똥똥하기만 해요.” (SHP3007), 학생 E는 “여기(1/4 조각)는 이렇게 세모인데 여기(1/2 조각)는 동그랗게 돼 있으니까.” (SEQ3009)와 같이 반응하였다.

나. 단위 분수의 크기에 대한 부적절한 이해

1) 전체 조각 수의 크기로 파악하기

학생들에게 동그라미 모양을 두 조각으로 나눈 것 중 한 조각과 네 조각으로 나눈 것 중 한 조각이 있는데, 어떤 것이 더 클까라는 질문을 제시하였을 때, 몇 명의 학생들은 네 조각으로 나눈 것 중 한 조각이 더 크다는 반응을 보였다. 그렇게 생각하는 이유를 묻자, 학생들은 두 개보다 네 개가 더 많기 때문이라고 반응하였다.

2) 부분량이 되는 조각 수의 크기로 파악하기

학생들에게 동그라미 모양을 두 조각으로 나눈 것 중 한 조각과 네 조각으로 나눈 것 중 한 조각이 있는데, 어떤 것이 더 클까라는 질문을 제시하였을 때, 학생 C는 똑같다는 반응을 하였다. 왜 그렇게 생각하냐는 질문을 제시하였을 때, 학생 C는 1/2 조각도 한 개고 1/4 조각도 한 개이기 때문이라고 반응하였다.

4. 등분할 개념에 대한 논의

1, 2학년 학생들의 등분할 개념에 대한 비형식적 지식을 분석한 것을 토대로 하여 논의해 보면 다음과 같다.

첫째, 학생들은 2등분을 반이라고 생각하며, 2등분을 할 때 두 조각의 모양과 크기가 같아야 한다는 것을 파악하고 있다. 학생들이 2등분에서 사용한 전략을 살펴보면, 학생들이 이 두 조각의 모양과 크기가 똑같아야 두 명에게 똑같이 나누어줄 수 있다는 것과 반으로 접거나 반으로 나누는 선을 그으면 모양과 크기가 똑같아진다는 것을 정확하게 인식하고 있다는 것을 알 수 있다.

둘째, 4등분을 할 때 학생들이 사용한 다양한 전략들을 살펴보면 두 조각으로 먼저 나누고 각각의 조각을 또 반으로 나누면 4등분이 된다는 것을 학생들이 이해하고 있다는 것을 알 수 있다. 학생들은 4등분을 할 때, ① 반으로 나누고 각각을 또 반으로 나누어 선긋기, ② 두 조각으로 나눈 것을 이용하여 앞에서부터 선 세 개 긋기, ③ 십자 모양으로 선 긋기 또는 접기, ④ 대각선 긋기, ⑤ 끝에서부터 연속 세 번 접기, ⑥ 연속 두 번 접기, ⑦ 반 접었다 편 후 양쪽 끝 마주접기와 같은 전략을 사용하여 문제를 해결하였다.

셋째, 3등분에서 학생들은 띠, 동그라미, 세모 각각의 모양에 따라 다른 전략들을 보이고 있으며, 2등분과 4등분을 활용하여 3등분 문제를 해결하려는 특징을 보였다. 학생들은 3등분을 할 때 ① 앞에서부터 선 두 개 긋기, ② 두 조각으로 나눈 것 이용하기, ③ 원의 중심잡기, ④ 정삼각형의 중심 잡기, ⑤ 네 조각으로 나눈 선 이용하기 전략을 사용하였다.

3등분에 성공한 학생들은 두 조각으로 나눈 것이나 네 조각으로 나눈 것을 이용하여 세 조각으로 나누는 것을 볼 수 있었다. 띠 모양을 나눌 때에는 물론이고, 원의 중심 잡기 전략을 찾아낼 때에도 두 조각으로 나눈 것을 살펴보고 찾아내었으며, 삼각형의 중심 잡기 전략을 이용할 때에도 두 조각으로 나눈 것을 이용하였다.

넷째, 등분할에 성공하지 못한 학생들 또한 자신의 비형식적 지식을 사용하여 등분할 문제를 해결하려는 노력을 보였으나, 등분할을 할 수 있는 조건 모두를 고려하지 않은 전략을 사용하였다. 학생들은 조각의 수는 정확하게 나누지만, 크기와 모양에 있어서는 어려움을 겪는 경우가 있었다. 크기는 달라도 모양은 똑같이 만들려고 하는 학생들이 있고, 모

양은 달라도 크기가 같으면 된다고 생각하는 학생들이 있었다. 따라서 등분할을 할 때에는 조각의 수도 고려해야 하지만 각 조각의 크기와 모양까지 동시에 고려해야 한다는 것을 학생들이 충분히 인식할 수 있도록 지도해야 한다.

5. 동치 분수의 개념에 대한 논의

1, 2학년 학생들의 동치 분수의 개념에 대한 비형식적 지식을 분석한 것을 토대로 하여 논의해 보면 다음과 같다.

첫째, 동치 분수를 파악할 수 있는 학생들은 똑같은 양을 나누어 놓거나 붙여 놓아도 양은 변하지 않는다는 양에 대한 보존 개념이 형성되어 있는 것으로 보인다. $1/4$ 조각 한 개와 $1/8$ 조각 두 개를 보고 같은 양이라고 판단하는 것은 학생들이 똑같은 양을 나누거나 다시 합하여도 양은 변하지 않는다는 것을 알고 있다는 것을 나타낸다.

둘째, 양에 대한 보존 개념이 없는 학생들은 부분 조각의 수에만 초점을 두거나 가운데에 그려진 선 하나 때문에 크기 비교에 방해받을 수 있다. 학생들이 부분 조각의 수로 크기를 파악하게 된 이유는 문제를 언어로만 제시하여 학생들이 수에만 집중하게 하였기 때문이며, $1/4$ 조각이 더 크다는 반응을 보이게 된 이유는 두 개의 크기를 비교할 때 $1/8$ 조각 두 개를 나타낸 그림의 가운데 선이 크기를 시각적으로 비교하는 것을 방해했거나 한 조각을 나누면 조각이 작아진다는 오해 때문이다.

6. 단위 분수의 크기 비교에 대한 논의

1, 2학년 학생들의 단위 분수의 크기 비교에 대한 비형식적 지식을 분석한 것을 토대로 하여 논의해 보면 다음과 같다.

첫째, 학생들은 단위 분수의 크기에 대한 양감을 가지고 그 관계를 파악하여 단위 분수의 크기를 비교한다. ① 전체 조각의 수가 적으면 한 조각이 더 큰 것으로 파악하거나 ② 적게 자른 것이 한 조각의 크기가 크다고 한 학생들은 나누면 나눌수록 한 조각의 양이 적어진다는 것을 알고 있는 즉, 단위 분수의 크기에 대한 양감을 가지고 있는 학생들이다.

둘째, 학생들은 조각의 크기를 비교하여 단위 분수의 크기를 파악한다. 학생들이 사용한 위의 전략들 중에서 ③ $1/2$ 조각을 $1/4$ 조각 두 개로 파악하기, ④ $1/4$ 조각을 $1/2$ 조각의 반으로 파악하기, ⑤ 생김새로 크기 파악하기와 같은 전략을 사용한 학생들은 단위 분수의 관계를 파악하거나 단위 분수의 크기에 대한 양감을 갖고 있다기 보다는 그 조각 자체의 크기만을 비교하여 나타낸 반응이다.

셋째, 단위 분수의 크기에 대한 부적절한 이해를 보이는 학생들은 전체 조각의 수가 많은 것을 더 큰 것으로 파악하거나 부분량이 되는 조각의 수에만 초점을 두어 크기를 파악하였다. 이는 학생들이 부분량을 이해할 때 말의 의미를 이해하기 전에 들려오는 수의 크기로 먼저 파악하기 때문에 나타나는 현상이었다. 따라서 단위 분수의 크기 비교를 할 때에는 수의 크기 자체로만 판단하지 말고 측정이라는 조작 활동을 통해서 크기 비교를 한 후 수의 의미를 이해할 수 있도록 하여 단위 분수의 크기에 대한 이해력이 증가할 수 있도록 지도해야 한다.

V. 결론 및 제언

1. 결론

앞에서의 분석과 논의를 바탕으로 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 분수를 배우지 않은 학생들은 분수와 관련된 활동을 할 때 비형식적 지식을 가지고 문제를 해결하며, 그 형태는 매우 다양하다. 학생들은 2등분에서는 ① 가운데에 선긋기, ② 대각선 이용하기, ③ 반으로 접어서 자르기 전략을, 4등분에서는 ① 반으로 나누고 각각을 또 반으로 나누어 선긋기, ② 두 조각으로 나눈 것을 이용하여 앞에서부터 선 세 개 긋기, ③ 십자 모양으로 선긋기 또는 접기, ④ 대각선 긋기, ⑤ 연속 두 번 접기, ⑥ 반 접었다 편 후 양쪽 끝 마주접기 전략을, 3등분에서는 ① 앞에서부터 선 두 개 긋기, ② 두 조각으로 나눈 것 이용하기, ③ 원의 중심잡기, ④ 정삼각형의 중심잡기, ⑤ 네 조각으로 나눈 선 이용하기 전략을 사용하였다. 동치 분수의 개념에 대해서는 ① 그림을 보고 전체적인 크기를 통하여 동치 분수를 파악하기, ② 직접 비교 방법 활용하기, ③ 간접 비교 방법 활용하기의 전략을 사용하였다. 또한 단위 분수의 크기 비교에 대한 문제에서는 ① 전체 조각의 수로 한 조각의 양 파악하기, ② 적게 자른 것이 크기가 크다고 파악하기, ③ 1/2 조각을 1/4 조각 두 개로 파악하기, ④ 1/4 조각을 1/2 조각의 반으로 파악하기, ⑤ 생김새로 크기 파악하기의 전략을 사용하였다.

둘째, 분수의 기초 개념에 대한 학생들의 비형식적 지식 중에는 올바른 지도를 통하지 않을 경우 오개념을 유도할 수 있는 것도 존재한다. 학생들은 등분할 활동에서 옳지 않은 전략을 활용하여 문제를 해결하기도 하였으며, 특히 2등분에서는 ① 남는 부분 잘라내기, ② 세모 모양에 가로선 긋기 전략을, 4등분에서는 ① 앞에서부터 선 세 개 긋기, ② 뒤에서부터 세 번 자르기 전략을 사용하였으며, 3등분에서는 ① 앞에서부터 선 두 개 그어서 자른 후 남는 부분 잘라내기, ② 모양과 크기가 다르게 평행선 긋기, ③ 모양과 크기가 다르게 여러 방향으로 선긋기, ④ 합동이 아닌 도형으로 등분할하기 전략을 사용하였다. 또한 동치 분수에 대해서는 양에 대한 보존 개념이 없는 학생들은 ① 조각의 수로 파악하기, ② 순간적으로 보이는 크기로만 파악하여 가운데가 나누어지지 않은 1/4 조각이 더 크다고 파악하기, ③ 조각을 반으로 나눈 선의 방해를 받는 경우가 있었으며, 단위 분수의 크기 비교에 대해서는 ① 전체 조각 수의 크기로 파악하기, ② 부분량이 되는 조각 수의 크기로 파악하기의 전략을 사용하였다.

셋째, 분수의 개념에 대한 확고한 이해를 위해 학생들의 다양한 비형식적 지식을 분수 개념 지도에 활용해야 한다. 학생들의 등분할에 대한 비형식적 지식을 토대로 2등분은 반을 이용하여 지도하고 4등분은 반으로 나누고 각각을 또 반으로 나누면 4등분이 된다는 것을 이해할 수 있도록 지도하며, 3등분은 2등분, 4등분과 연계하여 지도하는 것이 효율적이라는 것을 알 수 있었다. 또한 등분할을 지도할 때에는 조각의 수도 고려해야 하지만 각 조각의 크기와 모양까지 동시에 고려해야 한다는 것을 학생들이 충분히 인식할 수 있도록 해야 한다는 것을 알 수 있었다. 학생들의 동치 분수에 대한 비형식적 지식을 토대로 동치 분수를 지도할 때는 학생들이 부분 조각의 수로만 크기를 파악하지 않도록 하고 언어나 그림뿐만 아니라 도형으로도 제시하여 도형 조작을 통해 두 분수의 양이 같다는 것을 이해할 수 있도록 해야 한다는 것을 알 수 있었다. 또한 단위 분수의 크기 비교에 대한 비형식적 지식을 토대로 조작 활동을 통하여 크기 비교를 직접 해볼 수 있도록 하여

학생들이 단위 분수의 크기에 대한 양감을 기르고 분수를 구성하는 수의 의미, 조각과 분수의 관계 등을 명확하게 이해할 수 있도록 지도해야 한다는 것을 알 수 있었다.

2. 제언

이상의 논의를 토대로 하여 앞으로 학생들의 비형식적 지식을 학습에 더욱 효과적으로 활용할 수 있도록 하기 위해 다음과 같은 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 학생들의 비형식적 지식을 발견해낼 수 있는 체계적인 방안에 대한 연구가 필요하다.

둘째, 분수의 개념뿐만 아니라 수학과와 다양한 영역에 대해서 학생들의 비형식적 지식에 대한 연구가 필요하다.

셋째, 분수의 개념에 대한 학생들의 비형식적 지식을 형식화할 수 있는 적절한 방안에 대한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- 권성룡 (1997). **측정 활동을 통한 분수 학습 프로그램의 효과에 관한 연구**. 한국교원대학교 석사학위논문.
- 박영신 (2002). 분수의 기초적 개념에 대한 유아들의 이해. **유아교육연구** 22(3), 5-22.
- 박현미 (2006). **자연수의 나눗셈에 관한 초등학교 학생의 비형식적 지식**. 서울교육대학교 석사학위논문.
- 백선수 (2004). **비형식적 지식을 활용한 분수 곱셈과 나눗셈에서의 형식화 지도 방안 개발**. 한국교원대학교 박사학위논문.
- 백선수, 김원경 (2005). 분수의 곱셈에서 비형식적 지식의 형식화 사례 연구. **대한수학교육학회지 학교수학** 7(2), 139-168.
- 신준식 (1996). **실제적 접근 방법에 의한 분수 교수-학습에 대한 연구**. 한국교원대학교 박사학위논문.
- 윤미혜 (1987). **5·6세 유아의 분수 이해에 관한 연구**. 이화여자대학교 석사학위논문.
- 이진영 (1998). **초등학교 아동의 나눗셈 전략 분석**. 이화여자대학교 석사학위논문.
- Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking*. New york : Columbia University.
- Hiebert, J., & Behr, M. J. (1988). Introduction: Capturing the major themes. In J. Hierbert & M. J. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 1-18). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hunting, R. P. (1983). Alan : A Case study of knowledge of units and performance with fractions. *Journal for Research in Mathematics Educations*, 14(3), 182-197.
- Mack, N. K. (1993). Learning rational numbers with understanding: The case of informal knowledge. In T. P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Rational Numbers: An integration of research* (pp. 85-105). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

<Abstract>

The Informal Knowledge of Elementary School Students
about the Concepts of Fraction

Hong, Eun Suk³⁾; & Kang, Wan⁴⁾

The purpose of this study was to research and analyze students' informal knowledge before they learned formal knowledge about fraction concepts and to see how to apply this informal knowledge to teach fraction concepts.

According to this purpose, research questions were follows.

1) What is the students' informal knowledge about dividing into equal parts, the equivalent fraction, and comparing size of fractions among important and primary concepts of fraction?

2) What are the contents to can lead bad concepts among students' informal knowledge?

3) How will students' informal knowledge be used when teachers give lessons in fraction concepts?

To perform this study, I asked interview questions that constructed a form of drawing expression, a form of story telling, and a form of activity with figure. The interview questions included questions related to dividing into equal parts, the equivalent fraction, and comparing size of fractions.

The conclusions are as follows:

First, when students before they learned formal knowledge about fraction concepts solve the problem, they use the informal knowledge. And a form of informal knowledge is vary various.

Second, among students' informal knowledge related to important and primary concepts of fraction, there are contents to lead bad concepts.

Third, it is necessary to use students' various informal knowledge to instruct fraction concepts so that students can understand clearly about fraction concepts.

Keywords : informal knowledge, fraction concepts, dividing into equal parts, equivalent fraction, comparing size of fractions

논문접수: 2007. 12. 21

논문심사: 2008. 2. 11

게재확정: 2008. 4. 28

3) iiiop80@yahoo.co.kr

4) wkang@snue.ac.kr