

# 반응표면법을 이용한 실린더 튜브 고탄성체 성형의 형상 정확도 예측

김경태<sup>1</sup>· 이근안<sup>2</sup>· 최석우<sup>2</sup>· 이형욱<sup>#</sup>· 이용신<sup>3</sup>

## Prediction of Shape Accuracy in Elastomer-Forming of a Cylindrical Tube by a Response Surface Method

K. T. Kim, G. A. Lee, S. Choi, H. W. Lee, Y-S. Lee

(Received March 10, 2008)

### Abstract

A recent trend in automotive parts has been an integration of sub-assemblies with unified shapes. Tube structures also have been integrated to one body structure by using a near net shape forming instead of adopting welding. A cylindrical elastomer-forming process can be utilized to form a steel tube compressed in a radial direction. This process has some advantages compared to a hydro-forming or a swaging process in the viewpoint of a lower investment and a higher productivity. In order to predict a feasible specification of products within a work capability of the elastomer-forming equipment developed previously, effects of geometrical parameters of a tube on its shape accuracy are examined. Two characteristic parameters to account for the shape accuracy are chosen. One is the curvature radius at the corner part and the other is the straight ratio of the formed region. Careful examination of two parameters has led that the shape accuracy can be easily predicted by the regression equation obtained from the response surface method.

**Key Words :** Elastomer-forming, Tube Forming, Design of Experiments(DOE), Response Surface Method, Formability

### 1. 서 론

최근 자동차 산업은 국내외 시장에서의 경쟁력을 확보하고, 다양한 소비자의 요구에 신속하게 대응하기 위해 개발비용의 절감과 함께 신차종 개발기간의 대폭적인 단축을 추진하고 있다. 또한 제품의 품질에 대한 관심이 증대됨에 따라 다양한 최적설계 기법을 통해 불확실한 제품의 변동을 설계단계에서 고려하여 제품의 품질을 향상시키기 위한 많은 연구가 수행되고 있다. 최근에는 유한요소법의 발달과 컴퓨터 성능의 획기적인 향

상을 바탕으로 최적설계를 유한요소법과 결합시켜서 초기 설계단계부터 다양하게 적극적으로 적용하고 있다.

본 논문에서는 Fig. 1 과 같이 기존의 스틸 랙 튜브, Al 다이캐스팅 랙하우징, 그리고 Al 주물 벨브하우징의 세 부품으로 조립되는 스티어링 어셈블리 부품을 일체화한 랙튜브를 성형하기 위하여 기 개발된 고탄성체 성형공정[1]에 대하여 최적설계를 수행함으로써 다양한 형상변경에 따른 설계변수의 영향과 최종 형상의 정확도를 평가하였다.

1. 한국생산기술연구원, 국민대학교 기계설계학과

2. 한국생산기술연구원, 디지털성형공정팀

3. 국민대학교 기계자동차공학부

# 교신저자: 충주대학교, 에너지시스템공학과

E-mail: hwlee@cjnu.ac.kr

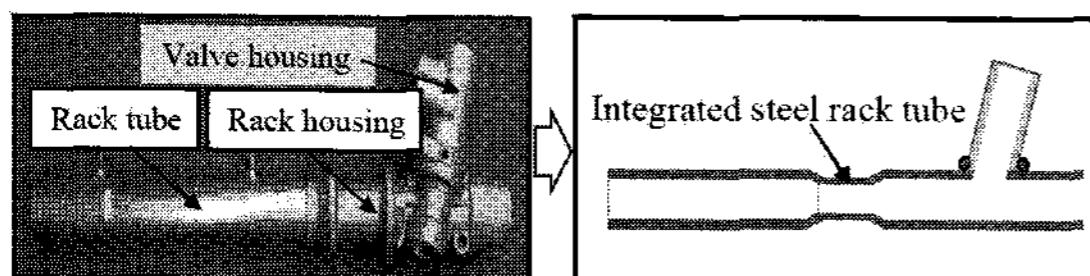


Fig. 1 Steering assembly part

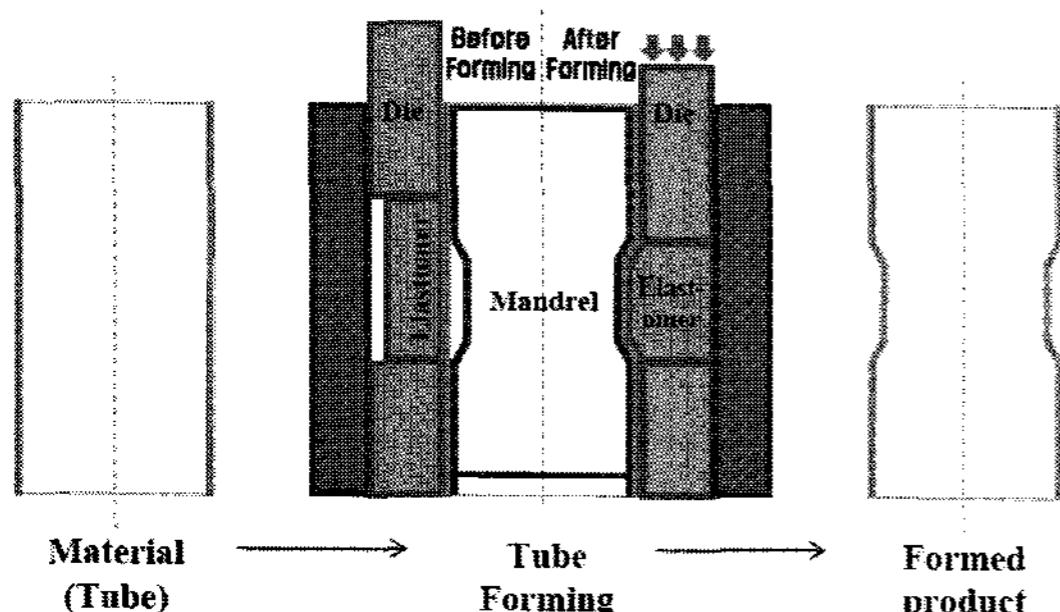


Fig. 2 Process of elastomer-forming

개발된 고탄성체를 이용한 휴브의 축관성형은 Fig. 2에 나타난 바와 같이 구성된다. 우선 금형과 맨드렐 사이에 고탄성체인 우레탄을 넣고 그 사이에 성형하고자 하는 휴브를 위치시킨다. 이 상태에서 편치를 이용하여 고탄성체를 가압시키면 우레탄에 정수압이 걸리게 되고 이를 이용하여 휴브의 축관성형이 이루어지게 된다. 개발된 프레스의 최대용량은 400 톤이며, 실험을 통해 목표 스펙에 충분이 도달하는 250 톤을 가용 최대 하중으로 선정하였고, 선정된 하중하에서 성형성을 판단하도록 하였다.

위에서 설명한 공정설계를 바탕으로 유한요소 해석을 수행하였고 최종형상의 정확도를 나타내는 특성치로써 휴브 축관부의 직선비율과 곡률부의 곡률반경을 도출하였다. 그리고 실험계획법 [2~3]의 일종인 요인배치법과 반응표면법을 이용하여 설계시 설계변수 고유의 영향과 변수들간의 영향을 동시에 분석하고 설계변경에 따른 성형가능 여부를 신속·정확하게 예측하는 방법을 도출하고자 하였다.

## 2. 기준 모델 선정

### 2.1 성형해석 모델

유한요소 해석을 통해 휴브의 고탄성체 성형공정을 설계하고자 상용 유한요소 프로그램인 ABAQUS/

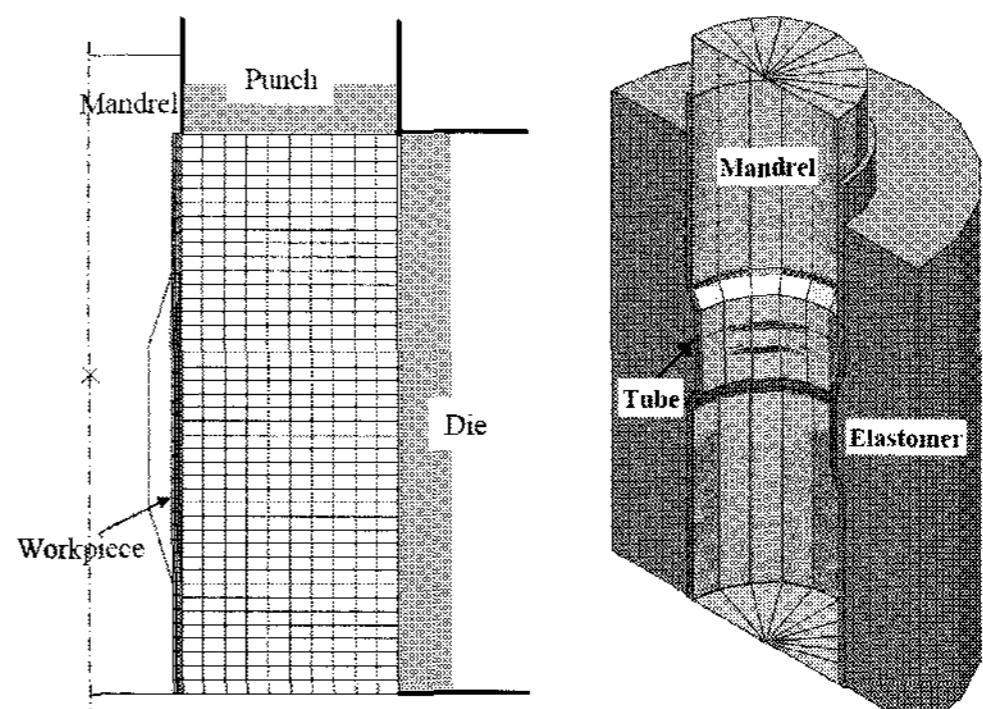


Fig. 3 Modeling for finite element analysis

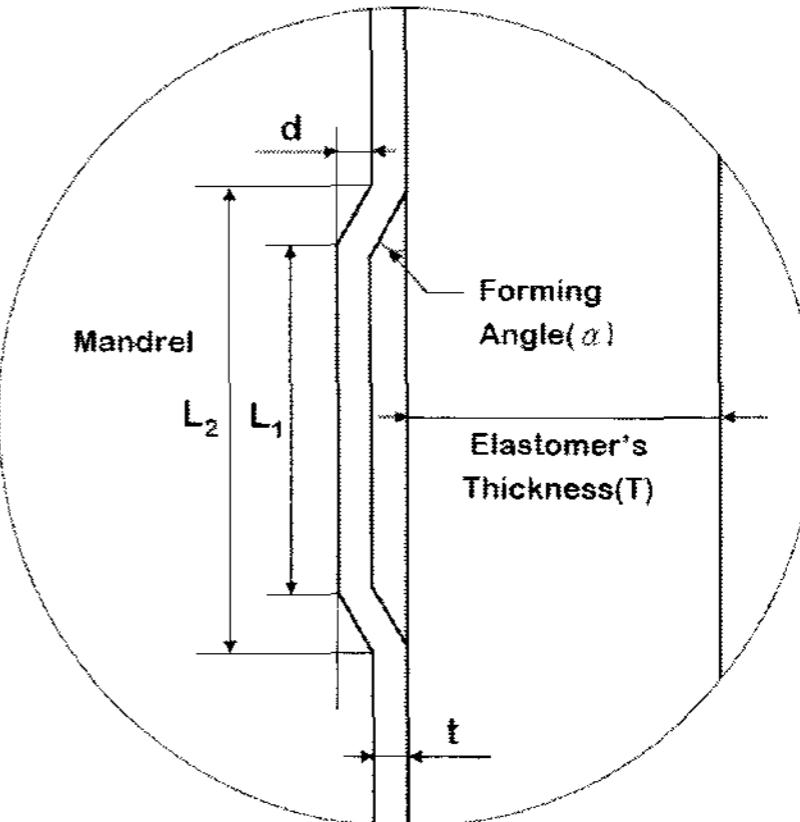


Fig. 4 Definition of geometrical shape parameters at tube forming

Standard[4]를 사용하여 Fig. 3과 같이 축대칭 유한요소 모델을 구성하였다. 휴브는 탄소성체, 고무는 변형 에너지 함수 Ogden 3<sup>rd</sup> 의 재료상수 값을 사용한 초탄성체[1, 5~7] 그리고 금형과 편치는 강체로서 물성을 정의하였다. 또한 다이-튜브 사이의 마찰계수는 0.1, 휴브-고무 사이의 마찰계수는 0.3으로 가정하여 유한요소 해석을 수행하였다.

### 2.2 형상 설계변수의 선정

실험과 해석결과를 바탕으로 Fig. 4와 같이 성형길이  $L_2$ , 성형 깊이  $d$ , 휴브의 두께  $t$ 의 3가지 형상변수를 선정하였다. 기본 모델의 변수 값은  $L_2=28.6\text{mm}$ ,  $d=2.5\text{mm}$ ,  $t=1.65\text{mm}$ 로 선정하였고[1], 본 연구에서는 실제 제품의 요구사항을 참조하여 상기 3가지 변수에 대해  $\pm 20\%$  수준의 범위를 설

정하였다. 그리고 설정한 수준 내의 설계사양에 대한 설계 변경에 대응할 수 있는 성형 해석 및 형상정확도 예측 평가를 수행하였다.

### 2.3 형상정확도 평가 기준 선정

튜브형상의 정확도를 평가하기 위한 기준으로 유한요소 해석 결과로부터 구한 코너부의 곡률반경( $\rho$ )과 성형부의 설계 직선부( $L_1$ ) 대비 성형후 직선부 길이( $L'$ )의 비율( $L'/L_1$ ) 두 가지를 선정하였다. 곡률반경은 성형 후 코너부의 형상 정도를 평가하기 위한 변수로 선정하였고, 직선부의 성형비율은 튜브의 성형량을 대표하는 값으로 형상정확도를 평가할 수 있는 기준이 된다. 코너부의 곡률반경은 유한요소의 격자의 크기에 영향을 받기 때문에, 형상조건에 따라 해석별로 동일한 크기의 격자를 사용하였을 때 곡률에 해당하는 3개의 절점을 측정하여 계산하였다. 성형 후 직선부의 길이는 격자화된 튜브의 절점이 맨드렐과 접하는 부위로써, 이 때 접점의 기준은 Fig. 5와 같이 설계 직선부 길이( $L_1$ ) 대비 맨드렐과 떨어져 있는 거리( $h$ )의 비가 0.15 %이하인 경우로 간주하였다.

## 3. 실험계획법을 이용한 형상 정확도 예측

### 3.1 유한요소 해석 결과

선정한 설계변수의 영향을 분석하기 위해 실험

계획법 중 완전요인계획법을 채택하였다.

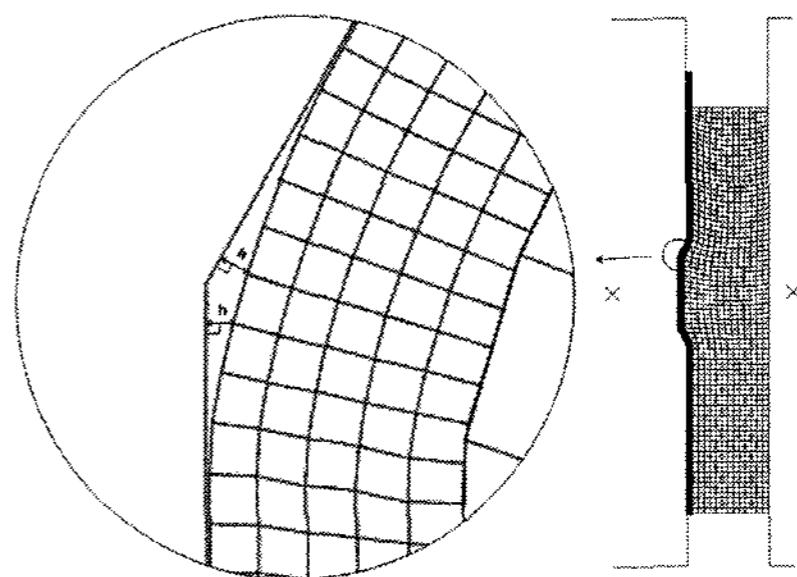


Fig. 5 Magnified diagram of the curvature part

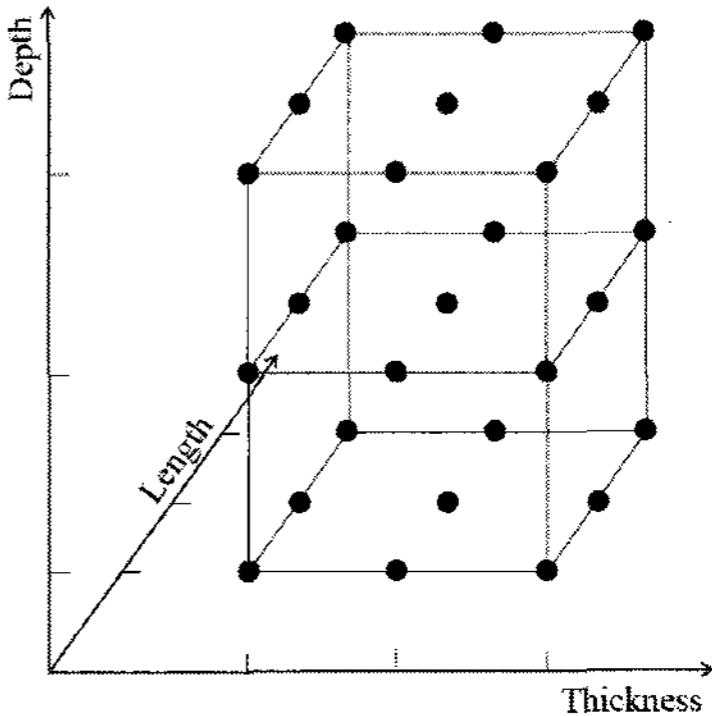


Fig. 6 Plot of  $3^3$  Factorial design

Table 1 Measuring results in each design case adopting the  $3^3$  full factorial design

Design case	$L_2$ (mm)	d (mm)	t (mm)	$\rho$ (mm)	$L'/L_1$ (%)	Design case	$L_2$ (mm)	d (mm)	t (mm)	$\rho$ (mm)	$L'/L_1$ (%)
1	22.88	2.0	1.32	5.25	86.35	15	28.60	2.5	1.98	9.37	85.55
2	22.88	2.0	1.65	7.41	84.15	16	28.60	3.0	1.32	5.62	85.22
3	22.88	2.0	1.98	11.17	78.43	17	28.60	3.0	1.65	7.38	85.70
4	22.88	2.5	1.32	5.69	81.84	18	28.60	3.0	1.98	8.16	82.33
5	22.88	2.5	1.65	6.90	82.40	19	34.32	2.0	1.32	5.48	92.76
6	22.88	2.5	1.98	8.50	78.32	20	34.32	2.0	1.65	7.63	90.76
7	22.88	3.0	1.32	5.86	79.25	21	34.32	2.0	1.98	10.75	88.70
8	22.88	3.0	1.65	7.23	77.22	22	34.32	2.5	1.32	5.98	91.28
9	22.88	3.0	1.98	8.87	75.37	23	34.32	2.5	1.65	6.56	89.10
10	28.60	2.0	1.32	5.37	90.07	24	34.32	2.5	1.98	8.23	88.26
11	28.60	2.0	1.65	7.48	87.48	25	34.32	3.0	1.32	6.47	90.97
12	28.60	2.0	1.98	10.40	84.87	26	34.32	3.0	1.65	7.20	88.57
13	28.60	2.5	1.32	6.06	89.72	27	34.32	3.0	1.98	8.13	87.63
14	28.60	2.5	1.65	6.54	86.68						

이 경우 인자의 수가 3이고, 각 인자의 수준 수가 3이기 때문에 Fig. 6 과 같이  $3^3$  요인배치법에 의하여 실험계획을 구성할 수 있다. 이러한 요인배치법은 모든 인자간의 수준의 조합에서 실험이 이루어지므로 반복적인 실험 없이 모두 27개의 실험이 구성되어야 한다. 이에 따라 구성된 설계 경우를 Table 1에 도시하였으며 각 설계 경우에서의 유한요소 해석 결과로써 코너부의 곡률반경( $\rho$ )과 직선부 성형비율( $L'/L_1$ )을 측정하여 나타내었다.

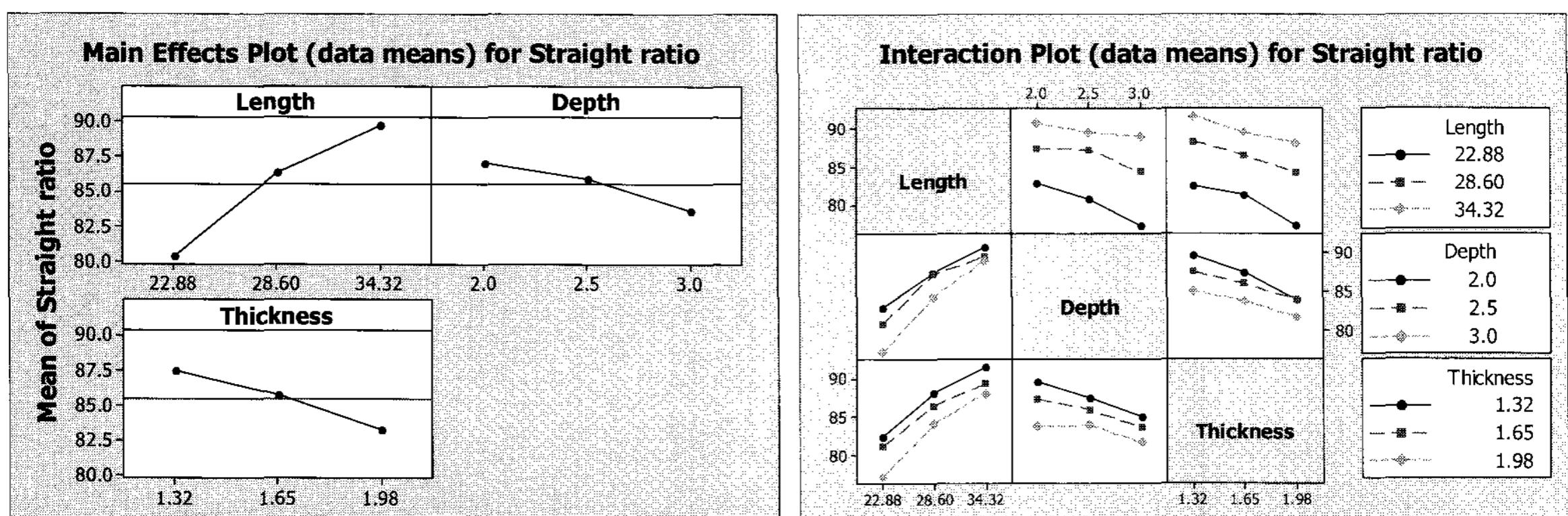
### 3.2 형상 설계변수 영향도 분석

실험 결과를 바탕으로 직선부 성형비율에 대한 주효과도와 상호효과도를 Fig. 7에 도시하였다. 도시된 결과로부터 축관 길이가 가장 큰 영향을 미치는 인자임을 확인할 수 있고, 기울기는 낮은 수준에서 더 큰 값을 가지므로 축관 길이가 짧은 영역에서 더 큰 영향을 주는 것을 알 수 있다. 상호효과도에서는 변수간 교호작용을 파악할 수 있다. 선도에서 서로 교차하는 항이 있으면 교호작용이 있는 것으로 판단할 수 있는데, 선도로부터 길이와 깊이, 깊이와 두께에 대한 그래프에서 교호작용이 조금 발생하는 것을 볼 수 있다. 따라서 직선부 성형비율은 길이와 깊이, 깊이와 두께의 일차항의 곱의 항이 회귀식에 존재할 것으로 예측할 수 있다. 실제 요인분석에 의한 ANOVA(analyses of variance, 분산분석) 결과로써 이를 확인할 수 있다. ANOVA 결과는 Table 2와 같다. Table 2에서 DF는 자유도 (degree of freedom), SS는 제곱합(sum of square) 그리고 MS는 평균 제곱(mean square)의 약자이

다. F는 검정통계량을 의미하고 최종적으로 판정은 p값으로 하게 되는데 분산분석표에서 p값이 0.05보다 작으면 그 인자는 통계적으로 특성치에 유의한 것으로 볼 수 있다. Table 2에서 교호작용항인 길이×깊이의 경우 다른 교호작용항과 달리 어느 정도 유의한 것으로 나타나 주효과도와 상호효과도로부터 분석한 결과와 일치함을 알 수 있다. 결정계수  $R^2$  값은 98.69%, 효율성을 나타내는 수정결정계수  $R^2_{adj}$  값은 95.75%로 회귀모형을 잘 설명할 수 있었으며, 유의하지 않은 항을 제거하여 선형항만을 사용하여도  $R^2=94.21$ ,  $R^2_{adj}=92.47\%$ 의 높은 상관관계를 나타내었다. 이것은 교호작용의 영향이 그리 크지 않은 것으로 분석할 수 있다. 교호작용의 항도 고려할 경우, 정확도를 많이 향상시킬 수 있으나 이것은 판단의 문제라 생각된다.

**Table 2 Analysis of Variance for straight ratio**

Source	DF	SS	MS	F	P
Length	2	409.25	204.63	215.64	0.00
Depth	2	56.47	28.23	29.75	0.00
Thickness	2	81.10	40.55	42.73	0.00
Length* Depth	4	15.49	3.87	4.08	0.04
Length* Thickness	4	5.27	1.32	1.39	0.32
Depth* Thickness	4	5.28	1.32	1.39	0.32
Error	8	7.60	0.95		
Total	26	580.44			



**Fig. 7 Main effect and interaction plot for straight ratio**

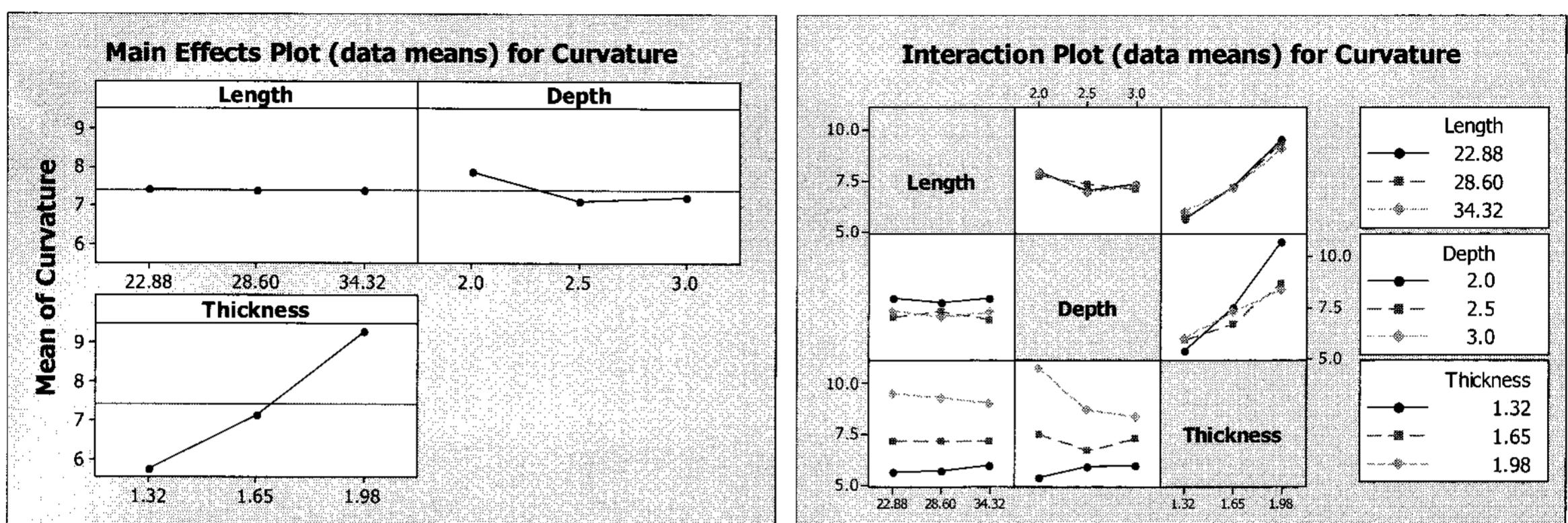


Fig. 8 Main effect and interaction plot for curvature

곡률반경의 경우 Fig. 8과 같이 두께가 주 인자로써 작용하고, 두께가 두꺼운 쪽에서 더 크게 영향을 주는 것을 알 수 있다. 축관길이는 거의 영향이 없는 것으로 나타났다. 상호효과도에서는 길이와 깊이, 길이와 두께, 깊이와 두께 등에서 교호작용이 있는 것으로 분석할 수 있는데 주효과도에서 축관길이의 영향이 거의 없기 때문에 두께와 깊이에 대한 교호작용항만 유의한 것으로 판단할 수 있다. 깊이까지 거의 영향이 없는 것으로 생각할 경우 교호작용항 없이 선형항만으로도  $R^2=97.24\%$ ,  $R^2_{adj}=96.01\%$ 의 높은 상관관계를 나타내었다.

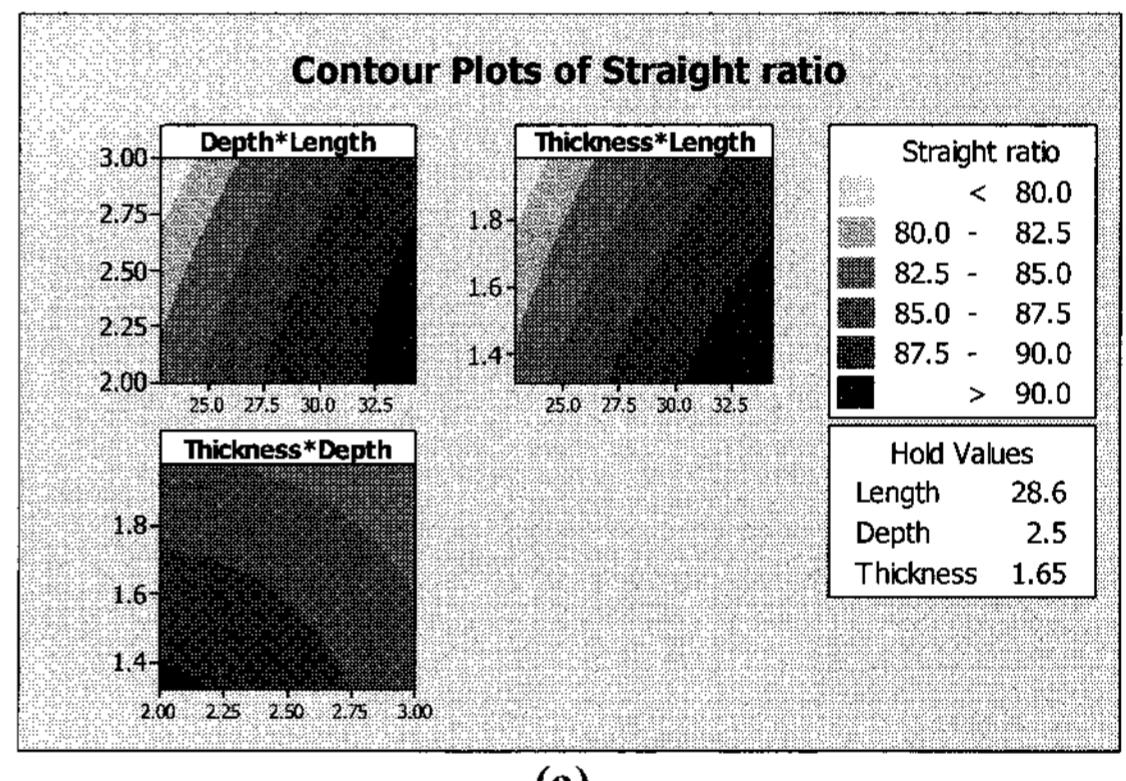
### 3.3 반응표면법을 이용한 형상정확도 예측

다양한 제품에 대해 설계변수와 성형성의 관계를 추정할 수 있다면 이를 쉽게 설계식으로 이용할 수 있을 것이다. 설계변수에 대한 특성치의 회귀식을 구하기 위해서는 반응표면 분석이 유용하다. 직선부 성형비율과 코너부 곡률반경에 대한 반응표면분석을 수행하여 상수항, 선형항, 제곱항, 교호항으로 반응모델을 구성하였고 이에 따른 회귀식이 식 (1), (2)과 같다. 유의수준( $\alpha$ ) 5 %보다 커서 유의하지 않은 항들을 하

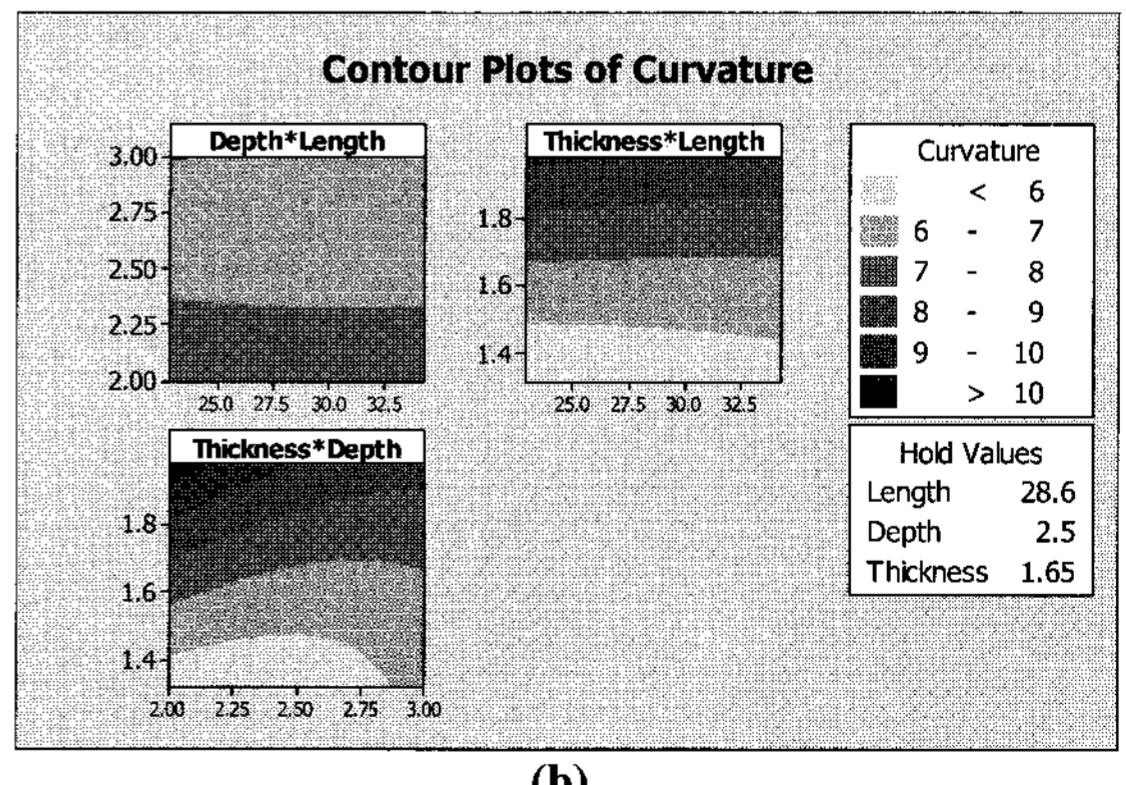
$$\text{Straight ratio} = 88.794 + 2.2639 \times L - 19.4069 \times d - 15.3361 \times t - 0.0405 \times L^2 + 0.3506 \times L \times d + 3.5768 \times d \times t \quad (1)$$

$$\text{Curvature} = -3.5215 + 0.1818 \times L - 2.3122 \times d + 8.6457 \times t + 1.8309 \times d^2 + 3.4290 \times t^2 - 0.1128 \times L \times t - 4.5519 \times d \times t \quad (2)$$

나씩 제거하면서 회귀식의 정확도를 분석한 결과 식 (1), (2)는 각각 96.5 %, 95.4 %으로 설명이 가능한 매우 높은 상관관계를 보였다.



(a)



(b)

Fig. 9 Contour plots of straight ratio and curvature for depth, length and thickness with fixing variable of middle leveled: (a) straight ratio; (b) curvature

상기의 반응표면분석법에 의해 도출된 회귀식 뿐만 아니라 Fig. 9의 등고선도를 통해서도 최종 형상을 예측할 수 있다. Fig. 9는 각각 변수의 수준값을 중간값으로 고정하고, 직선부 성형비율과 코너부 곡률반경에 대한 등고선도를 나타내고 있다. 깊이×길이의 항으로 이루어진 직선부 성형비율의 경우 길이가 길고, 깊이가 낮을수록 성형이 잘 되는 것을 알 수 있다. 이러한 선도를 통해 형상이 다른 제품을 제작할 경우 성형성 측면에서 미리 예측하고, 제품 제작 가능성을 타진할 수 있는 데이터로 활용할 수 있다.

### 3.4 반응모델의 잔차분석

반응표면분석을 통해 얻어진 식 (1), (2)의 전체적인 회귀모형이 적합한지를 판단하기 위하여 오차항에 대한 잔차분석을 수행하였다. 잔차분석 결과는 Fig. 10에 도시하였다.

잔차란 실제 값에서 회귀모형에 의해 적합된 값

을 뺀 것을 의미하며 회귀모형의 적합도는 이러한 잔차의 정규성과 등분산성에 의해 확보된다.

Fig. 10 으로부터 확인할 수 있는 사항은 다음과 같다. (a) 정규화률도가 직선을 이루고 있으므로 정규분포를 따른다고 판단, (b) 잔차대 적합치가 특별한 특성을 보이지 않으므로 상수 분산을 갖는다고 판단, (c) 히스토그램에서 데이터가 특정 방향으로 치우치지 않고 종 모양으로 그려지므로 정규분포를 따른다고 판단, 그리고 (d) 잔차대 데이터 순서에 특별한 양상을 보이지 않으므로 데이터 준비에 무리가 없었음을 판단할 수 있다.

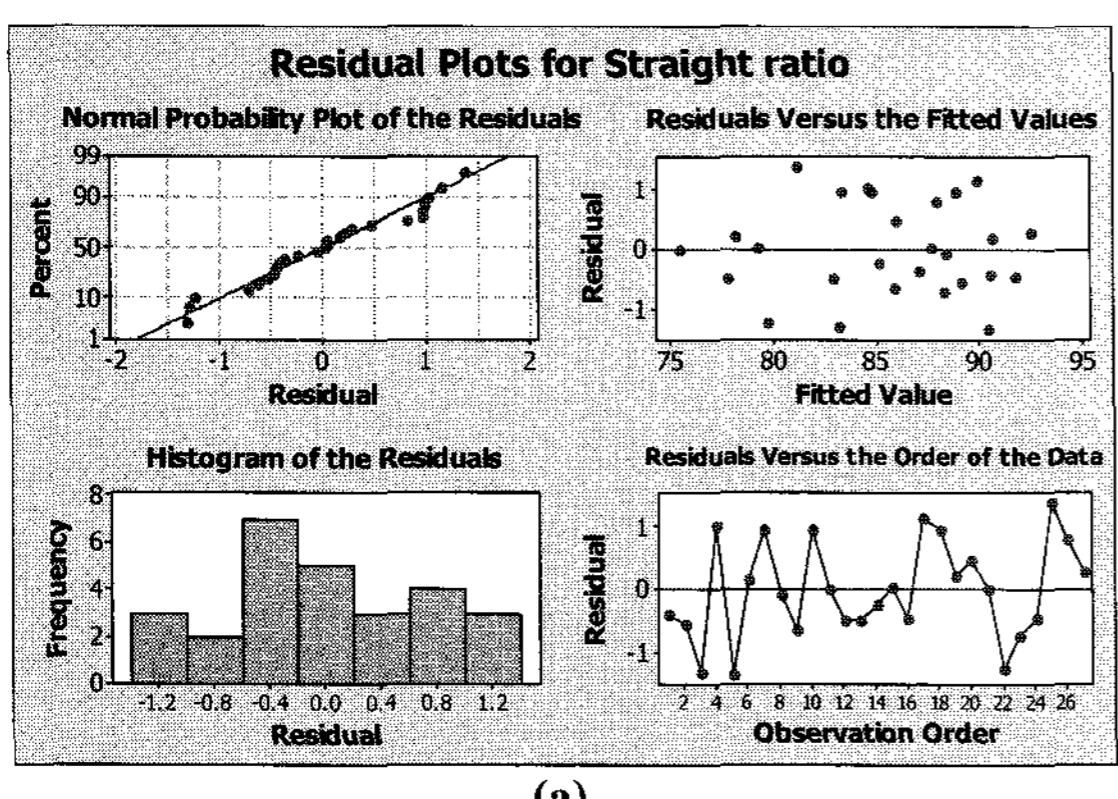
## 4. 결 론

본 연구에서는 고탄성체 성형공정의 튜브 형상 설계변수에 따른 최종 형상의 정확도를 분석함으로써 다양한 모델이 주어졌을 때 개발된 프레스를 통해 성형할 수 있는 한계를 예측하여 신속 정확하게 대응할 수 있는 예측 모델을 개발하였다. 성형성에 대한 정량적 평가방법을 제시하고 실험계획법을 통해 각 변수들의 영향도와 최종 형상의 정확도를 분석하였다.

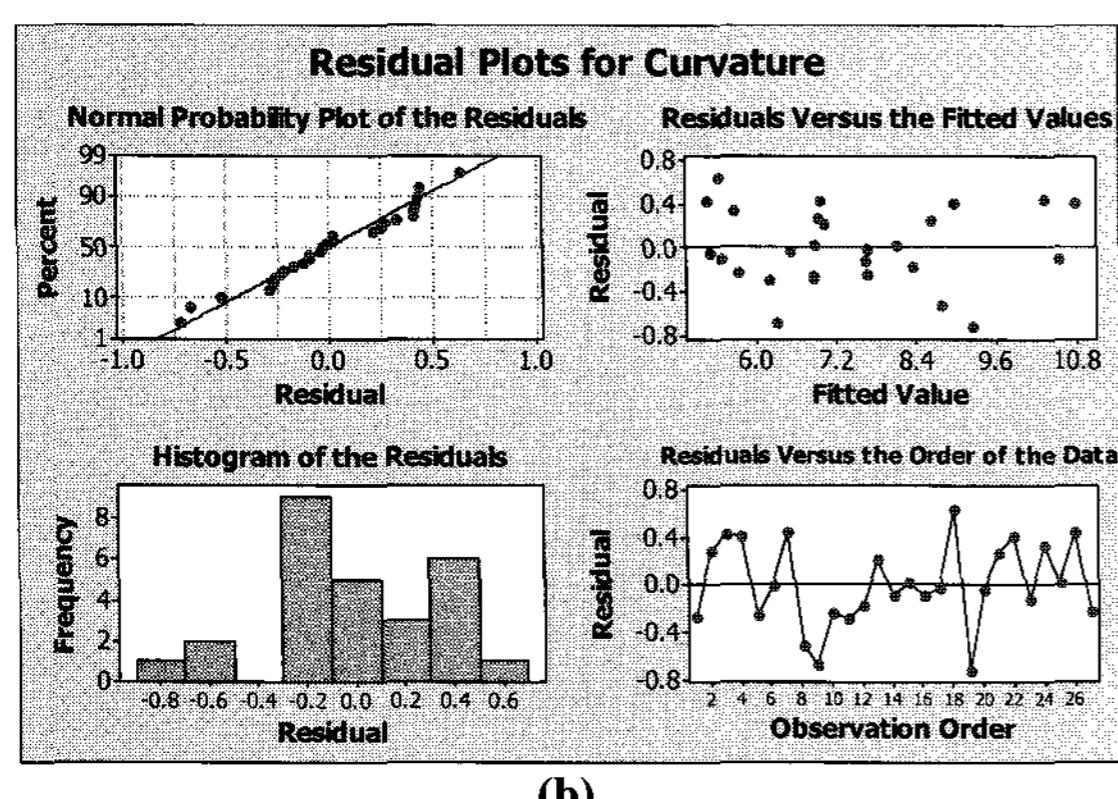
(1) 주요 설계변수로써 튜브의 두께, 축관길이, 축관 깊이를 선정하여 각각의 변수에 대해 ±20%의 3 수준의 실험계획을 수립하였다. 개발된 프레스의 가용 용량인 250 톤을 기준으로 유한 요소 해석을 수행하였고, 형상정확도에 대한 평가는 축관부의 직선부 성형비율과 곡률부의 곡률반경의 2 가지 특성치에 대해 정량적인 평가를 수행하였다.

(2) 3<sup>3</sup> 완전요인 실험계획을 통하여 축관부의 직선부 성형비율과 곡률반경을 기준으로 설계변수의 영향도를 평가하였다. 직선부 성형비율에는 축관길이, 소재 두께, 축관 깊이 순으로 영향을 미치며, 축관길이가 길고 소재두께가 얇으며 축관깊이가 적을수록 성형량이 커지는 것으로 분석되었다. 코너부 곡률반경에는 소재의 두께만이 영향을 미치고, 두께가 두꺼워질수록 곡률이 커져서 성형량이 낮아지는 것으로 나타났다.

(3) 반응표면법을 통하여 최종 형상의 정확도를 나타내는 회귀식을 구성하고, 등고선도를 통하여 간편하게 정확도를 분석할 수 있도록 하였다. 제시한 회귀식에서 모델 예측식을 도출한 결과  $R^2$  값이 직선부 성형비율은 96.5%이고 코너부 곡률반경은 95.4%으로 높은 상관성을 나타



(a)



(b)

Fig.10 Residual plots of model for error values: (a) straight ratio; (b) curvature

내 모델을 잘 설명할 수 있었다. 또한 반응모델의 오차항에 대한 잔차분석 결과 직선부 성형비율과 코너부 곡률반경 모두 정규성, 등분산성, 독립성 및 선형성 등을 만족하여 모델에 문제가 없음을 확인하였다.

## 후 기

본 연구는 산업자원부가 지원한 지역산업기술개발과제로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사의 말씀을 드립니다.

## 참 고 문 헌

- [1] W. K. La, G. A. Lee, H. W. Lee, S. Choi, S. J. Lim, C. S. Woo, 2006, Analysis of Cylindrical Tube Forming Process Using Polyurethane, Trans. of Materials Processing, Vol.15, No.5, pp. 354~359.
- [2] S. H. Park, 2003, Modern Design of Experiments, Minyoung Press Co.(in Korean).
- [3] MINITAB User's Guide #2, 2000, Data Analysis and Quality Tools, Minitab Inc.
- [4] ABAQUS theory and user's manual, 2005, Hibbit Karles son & Sorensen Inc.
- [5] K. C. Valanis, R. F. Landel, 1967, The strain-energy function of a hyperelastic material in terms of the extension ratios, J. of App. Phys., Vol 38, pp. 2997~3003.
- [6] S. J. Shin, 1998, Analysis of Rubber-Metal Coupled Problems Using Three-Dimensional Finite Element Methods, Ph. D. Dissertation, Seoul National University.
- [7] Giuseppe Sala, 2001, A numerical and approach to optimize sheet stamping technologies: part II-aluminium alloys rubber-forming, Material & Design.