

삼차원 정상/비정상 비압축성 유동해석을 위한 비정렬 혼합격자계 기반의 유동해석 코드 개발

정 문 승,¹ 권 오 준^{*2}

DEVELOPMENT OF AN UNSTRUCTURED HYBRID MESH FLOW SOLVER FOR 3-D STEADY/UNSTEADY INCOMPRESSIBLE FLOW SIMULATIONS

Mun Seung Jung¹ and Oh Joon Kwon^{*2}

An unstructured hybrid mesh flow solver has been developed for the simulation of three-dimensional steady and unsteady incompressible flow fields. The incompressible Navier-Stokes equations with an artificial compressibility method were discretized by using a node-based finite-volume method. For the unsteady time-accurate computation, a dual-time stepping method was adopted to satisfy a divergence-free flow field at each physical time step. An implicit time integration method with local time stepping was implemented to accelerate the convergence in the pseudo-time sub-iteration procedure. The one-equation Spalart-Allmaras turbulence model has been adopted to solve high-Reynolds number flow fields. The flow solver was parallelized to minimize the CPU time and to overcome the computational overhead. This method has been applied to calculate steady and unsteady flow fields around submarine configurations and a 3-D infinite cylinder. Validations were made by comparing the predicted results with those of experiments or other numerical results. It was demonstrated that the present method is efficient and robust for the prediction of steady and unsteady incompressible flow fields.

Key Words : 비압축성 유동(Incompressible Flows), 비정렬 혼합격자(Unstructured Hybrid Meshes), 가상 압축성 기법 (Artificial Compressibility Method), 정상/비정상 유동(Steady/Unsteady Flows)

1. 서 론

일반적으로 유체에 잠겨있는 물체주변의 유동장을 해석하는 방법은 밀도의 변화를 무시할 수 있는 저 마하수 영역에서의 비압축성 유동해석과 압축성 효과를 고려해야 하는 대략 0.3이상의 마하수 영역에서의 압축성 유동해석으로 크게 나누어 질 수 있다. 비압축성 유동해석은 초소형 무인항공기나 자동차의 형상 설계에 요구되는 저속에서의 공기역학(low-speed aerodynamics)과 선박이나 잠수함 등의 수력학

(hydrodynamics)은 물론 혈관유동과 같은 생체유동(bio-fluid flows)등의 그 적용범위가 매우 넓기 때문에, 압축성 유동에 대한 연구를 수행하는 연구자들에게도 비압축성 유동해석은 해석능력을 증대시키기 위한 큰 관심의 대상이다. 그러나 단순히 압축성 유동해석 코드에 마하수를 낮추어 비압축성 유동에 적용하는 방법은 해의 정확도 및 수렴성을 심각하게 저해하며, 특히 0.1이하의 마하수에서는 해석코드의 성능은 물론 해의 신뢰도도 매우 낮은 것으로 알려져 있다[1].

비압축성 Navier-Stokes 방정식을 해석하는 대표적인 방법은 다음의 세 가지로 분류될 수 있다.

- ① 압력 수정 기법
(Pressure Correction/Projection Method)
- ② 가상 압축성 기법

접수일: 2008년 2월 12일, 심사완료일: 2008년 6월 17일.

1 학생회원, 한국과학기술원 항공우주공학과 대학원

2 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

* Corresponding author, E-mail: ojkwon@kaist.ac.kr

(Artificial Compressibility Method)

③ 예조건화 기법

(Preconditioning Method)

압력 수정 기법은 유동의 가정된 속도장(velocity fields)을 초기 조건으로 이용하여 매 시간간격에 대해 압력에 관한 Poisson 방정식을 풀어 계산된 속도장이 연속방정식(continuity equation)을 만족할 때 까지 계산을 반복하는 방법으로, Harlow와 Welch[2]에 의해 제안되었다. 이 방법은 해석되는 방정식이 실제의 시간항을 포함하고 있으므로 다중시간전진(fractional time step)을 사용하면 비정상 계산에 효율적으로 적용될 수 있으나, Poisson 방정식과 지배방정식이 분리되어 있기 때문에 해석코드의 강건성이 떨어질 수 있으며, 시간전진에 사용되는 시간간격에 제한이 있다. 또한 계산된 해의 정확도와 해석코드의 성능은 Poisson 방정식의 성능에 크게 영향을 받는다. 가상 압축성 기법은 연속방정식에 압력에 대한 가상시간의 미분항을 추가하는 방법으로, Chorin[3]에 의해 제안되었다. 가상 시간항의 추가는 연속방정식의 수학적 특성을 elliptic에서 hyperbolic으로 변형시켜, flux splitting과 같이 hyperbolic 형태의 방정식을 해석하기 위해 개발된 여러 수치기법들을 그대로 적용할 수 있도록 한다. 그러나 가상 압축성 기법을 이용한 비정상 유동의 해석은 연속방정식에 시간항이 없기 때문에 각각의 시간간격에 대해 유동을 정상상태로 가정하는 이중시간 적분기법(dual time stepping)을 도입하여 수행하여야 하며[4-7], 이는 정상상태 수렴을 위한 내부계산(sub-iteration)을 요구하기 때문에 압력 수정 기법에 비해 계산 효율이 떨어질 수 있다. 마지막으로 예조건화 기법은 가상 압축성 기법의 변형된 형태로, 연속방정식에 추가되는 가상 압축성과 유사한 형태의 항을 모멘텀 방정식에도 추가하는 방법으로, Merkle과 Choi[8]에 의해 제안되었다. 이 방법은 지배방정식에 예조건화 행렬을 곱하여 구성되는 시스템의 고유치(eigenvalue)값으로 나타나는 해의 전파속도(wave speed)의 비인 condition number를 작게 하여 수렴성을 증대시키는 데 목적이 있으며, 압축성과 비압축성이 공존하는 유동에 대해 효율적으로 적용될 수 있다. 그러나 일반적으로 수중운동체나 선박주위의 유동장과 같이 온도장을 고려할 필요가 없는 비압축성 유동에 대해서는 가상 압축성 기법을 적용하는 것이 더 효율적인 것으로 알려져 있다[9].

본 연구에서는 기존에 개발된 삼차원 압축성 유동 해석 코드[10]를 기반으로 한 비압축성 유동 해석코드를 개발하였다. 본 연구의 수치해석 대상은 주로 수중에서 기동하는 수중운동체 주위의 정상 및 비정상 유동으로, 앞서 기술된 비

압축성 유동을 해석하는 세 가지 방법 중 해석 대상에 가장 적합하고, 압축성 유동 해석 코드와 가장 연계가 용이하다고 판단되는 가상 압축성 방법을 이용하여 비압축성 유동 해석 코드를 개발하였다. 계산영역은 물체주위의 점성 경계층을 효과적으로 포착하기 위한 프리즘 격자와 나머지 영역을 채우기 위한 사면체 격자, 그리고 프리즘의 사각형 면과 사면체의 삼각형 면을 연결시키기 위한 피라미드 격자로 이루어진 비정렬 혼합격자(unstructured hybrid meshes)로 구성하였다. 비정렬 혼합격자기법은 점성 경계층에서 격자의 큰 종횡비를 허용하고, 동시의 물체 표면에서는 삼각형을 사용하여 형상표현에 대해 유연성을 가지기 때문에, 격자의 모양에 상관없이 적용이 가능한 격자점 중심의 유한체적법과 연계되어, 복잡한 형상을 포함하는 높은 레이놀즈 수의 점성 유동을 해석하는 효과적인 방법으로 크게 각광받고 있다[11,12].

개발된 유동 해석코드는 정상 유동해석 검증을 위해 수중운동체 형상인 6:1의 비를 가지는 회전타원체(spheroid)와 SUBOFF 형상에 적용하였으며, 비정상 유동해석 검증을 위해 물체의 움직임이 없는 삼차원의 무한 실린더(infinite cylinder) 형상과, 물체의 움직임이 있는 NACA0012 무한 날개(infinite wing)의 머리올림(pitch-up) 운동의 해석을 수행하였다. 또한 해석코드는 SUBOFF 형상의 높은 받음각에서 발생하는 정상 상태의 유동 박리와 머리올림 운동을 하며 발생하는 비정상 상태의 유동 박리의 예측에 적용되었다.

2. 수치해석 기법

2.1 지배방정식

비정상 비압축성 Navier-Stokes 방정식에 가상 압축성을 적용하여 적분형태로 나타내면 다음과 같다[7].

$$C \frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \bar{Q} dV + K \frac{\partial}{\partial t} \int_V \bar{Q}_0 dV + \quad (1)$$

$$\oint_{\partial V} \bar{F}(Q) \cdot \bar{n} dS = \oint_{\partial V} \bar{G}(Q) \cdot \bar{n} dS$$

식 (1)에서 V 는 제어체적을 나타내며, ∂V 는 제어표면, \bar{n} 은 제어표면의 바깥방향으로의 법선벡터를 나타낸다. t 는 비정상 유동해석을 위한 실제 시간(physical time)을 나타내며, τ 는 정상 유동의 시간전진을 위한 가상시간(pseudo time)을 의미한다. 유동변수 \bar{Q} , \bar{Q}_0 와 예조건화 행렬 C 와 단위행렬 K 는 다음과 같다.

$$\vec{Q} = [p, u, v, w]^T, \quad \vec{Q}_0 = [1, u, v, w]^T \quad (2)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1/\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

비점성 및 점성 유속은 다음과 같다.

$$\vec{F}(Q) \cdot \vec{n} = ((\vec{V} - \vec{V}_g) \cdot \vec{n}) \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}$$

$$\vec{G}(Q) \cdot \vec{n} = \frac{1}{Re} \begin{bmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} \\ n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{yz} \\ n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

여기서, β 는 가상 압축성, u, v, w 는 관성좌표계에서의 속도 $\vec{V} \cdot \vec{n}$ 의 x, y, z 성분, \vec{V}_g 는 격자속도를 나타낸다.

식 (1)의 연속방정식은 다음과 같이 두 개의 항으로 나누어 쓸 수 있다.

$$\left[\frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_V p dV + \oint_{\partial V} \vec{V} \cdot \vec{n} dS \right] + \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_V dV - \oint_{\partial V} \vec{V}_g \cdot \vec{n} dS \right] = 0 \quad (4)$$

식 (4)에서 Geometric Conservation Law[13]를 적용하면 두 번째 항은 0이 되므로, 연속방정식은 다음과 같이 Chorin[3]이 제안한 연속방정식과 동일한 형태로 바뀌게 된다. 이는 정상 유동은 물론 격자의 움직임이 있는 비정상 유동에서도 동일하게 유동의 연속성(divergence free)을 적용할 수 있어, 추후 설명될 이중시간 적분기법을 사용하여 비정상 유동을 해석하는 것이 타당함을 의미한다.

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_V p dV + \oint_{\partial V} \vec{V} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (5)$$

수정된 연속방정식 (5)를 이용하여 본 연구에 적용된 지

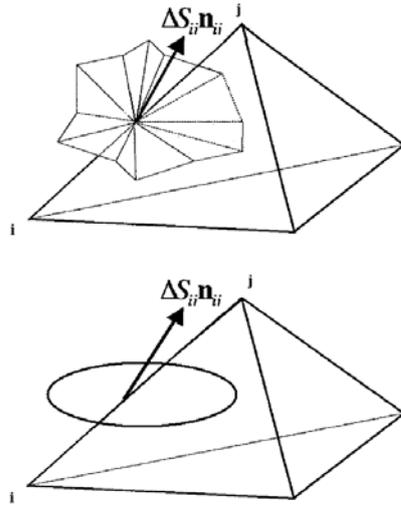


Fig. 1 Construction of a Median-dual surface and an equivalent surface

배방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \vec{Q} dV + \tilde{K} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \vec{Q} dV + \oint_{\partial V} \vec{F}(Q) \cdot \vec{n} dS = \oint_{\partial V} \vec{G}(Q) \cdot \vec{n} dS$$

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\vec{F}(Q) \cdot \vec{n} = \begin{bmatrix} \beta \vec{V} \cdot \vec{n} \\ u((\vec{V} - \vec{V}_g) \cdot \vec{n}) \\ v((\vec{V} - \vec{V}_g) \cdot \vec{n}) \\ w((\vec{V} - \vec{V}_g) \cdot \vec{n}) \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} 0 \\ n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}$$

난류 유동장을 해석할 경우, 난류 점성 계수 μ_t 는 Spalart-Allmaras의 1-방정식 난류 모형[14]을 사용하여 계산하였다. 난류 유동은 유동이 층류에서 난류로 천이하는 과정을 생략한 전난류유동(Fully turbulent flow)으로 가정하여 계산하였기 때문에 난류모형의 trip항은 고려하지 않았다.

2.2 공간 차분화 기법

본 연구에서는 지배방정식을 이산화하기 위한 유한체적법으로 제어체적을 격자점 중심으로 구성하는 기법을 사용하였다. 본 연구에서 사용된 사면체, 프리즘, 피라미드 격자

요소에 대해 메디안 듀얼 방법을 적용하였으며, 이 방법은 격자요소의 중심과 격자면의 중심, 그리고 모서리의 중심을 이용하여 제어체적을 구성하는 방법으로, 격자요소의 형태와 무관하여 혼합격자에 대해 효율적으로 적용될 수 있다. Fig. 1은 모서리에 대해 생성된 제어표면을 보이고 있으며, 이를 한 평면으로 투영하여 얻은 등가의 제어표면을 나타낸다. 여러 개의 sub-cell로 구성된 제어체적은 참고문헌[15]에서 제시한 발산 정리(divergence theorem)를 이용하여 엄밀하게 계산되었다.

비점성 및 점성 플럭스는 모서리 정보 구조(edge data structure)를 사용하여 계산하였다. 비점성 플럭스는 각 모서리에 대해 구성된 제어표면에 대해 Roe의 FDS(flux-difference splitting)을 이용하여 계산하였다.

$$F_f(Q_L, Q_R) = \frac{1}{2} [F(Q_L) + F(Q_R) - |\hat{A}|(Q_R - Q_L)] \quad (7)$$

$|\hat{A}|$ 는 Roe의 행렬을 의미하며, 이는 제어표면 좌우의 값을 산술평균한 Roe의 평균값을 이용하여 구성할 수 있다 [16]. 공간상의 이차정확도 계산을 수행하기 위해 유동변수 Q_L, Q_R 을 Taylor의 전개를 이용하여 재구성(reconstruction)하였으며, 각 격자점에 대한 유동변수의 재구성은 선형 최소제곱 방법(linear least-square method)을 사용하였다[17]. 점성 플럭스를 계산하기 위해 요구되는 제어표면의 유동변수의 일차미분 값은 Mathur와 Murthy에 의해 제안된 중심차분법[18]을 사용하여 계산하였다.

$$\nabla \phi_f = \delta \phi \frac{\vec{n}}{n \cdot \Delta_{ij}} + \left[\bar{\nabla} \phi - (\Delta_{ij} \bar{\nabla} \phi) \frac{\vec{n}}{n \cdot \Delta_{ij}} \right] \quad (8)$$

이 방법은 해의 구배에 관련된 모든 항을 유지할 수 있는 방법으로 중첩비가 크거나 찌그러진 격자에도 좋은 성능을 보이며, 프리즘이나 피라미드의 사각형 면에서 홀짝분리현상(odd-even decoupling)을 억제한다. 여기서 i, j 는 제어표면을 구성하는 모서리의 격자점이며, $\delta \phi = \phi_j - \phi_i$, Δ_{ij} 는 모서리의 길이를 의미한다. $\bar{\nabla} \phi$ 는 제어표면을 구성하는 모서리의 격자점에서 Green-Gauss 정리가 사용되어 계산된 일차미분의 산술평균이다.

2.3 시간 전진 기법

식 (6)의 형태로 나타난 지배방정식을 해석하기 위해서는 실제 시간 t 와 가상 시간 τ 에 대한 시간적분이 요구된다.

본 연구에서는 실제 시간항은 시간간격에 항상 안정(unconditionally stable)한 Euler의 후방차분법을 사용하고, 가상 시간항에 대해서는 해의 수렴을 가속화하기 위한 내재적 시간적분 기법을 사용하는 이중시간 적분기법을 적용하였다. 가상 압축성 기법은 앞서 설명한 바와 같이 연속방정식에 실제 시간에 대한 시간항이 없기 때문에, 이중시간 적분기법을 사용해야만 시간전진이 가능하며, 식 (5)에 나타난 연속방정식은 모멘텀 방정식과 연계되어 유동의 연속성을 판단하는 구속조건이 된다.

식 (6)을 유한체적법으로 차분화하고 새로운 비정상 잔류항(residual) R^* 을 정의하면 식 (9)와 같고, Euler 후방차분법을 적용한 비정상 잔류항은 식 (10)과 같다.

$$\frac{\Delta \bar{Q}^{n+1}}{\Delta \tau} + R^*(\bar{Q}^{n+1}) = \quad (9)$$

$$\frac{\bar{Q}^{n+1, m+1} - \bar{Q}^{n+1, m}}{\Delta \tau} + R^*(\bar{Q}^{n+1, m+1}) = 0$$

$$R^*(\bar{Q}) = \tilde{K} \frac{3\bar{Q}^{n+1, m+1} - 4\bar{Q}^n + \bar{Q}^{n-1}}{2\Delta t} V + R(\bar{Q}) \quad (10)$$

여기서 n, m 은 각각 실제 시간과 가상 시간에서의 시간단계를 의미한다. 식 (9)를 내재적 방법으로 시간에 대해 이산화하고 비정상 잔류항을 선형화하여 나타내면 다음과 같다.

$$\left[I \frac{V}{\Delta \tau} + \tilde{K} \frac{3V}{2\Delta t} + \frac{\partial R}{\partial Q} \right] \Delta Q = - \left[R(Q) + \tilde{K} \frac{3\bar{Q}^{n+1, m} - 4\bar{Q}^n + \bar{Q}^{n-1}}{2\Delta t} \right] \quad (11)$$

여기서 $\partial R / \partial Q$ 는 플럭스 자코비안(Jacobian)이다. 본 연구에서는 비점성 플럭스의 Roe의 행렬을 상수로 취급하는 근사 플럭스 자코비안을 구하였으며, 이 방법은 자코비안 행렬의 대각성분의 우세성(diagonal dominance)을 유지시켜 수치해석을 안정화시키는 역할을 한다. 점성 플럭스는 식 (8)을 적용하여 엄밀하게 계산하였다. 식 (11)은 가상 시간에 대해 point Gauss/Seidel 방법을 이용하여 반복적으로 계산하였으며, 연속방정식의 오차가 충분히 줄어들면 다음의 시간단계로 전진하도록 하였다. 정상 유동은 식 (11)에서 실제 시간항을 생략하여 같은 방법으로 계산할 수 있다. 정상 유동 및 가상 시간에서의 시간적분은 국부시간 전진기법(local time stepping)을 사용하여 수렴성을 증진시켰다.

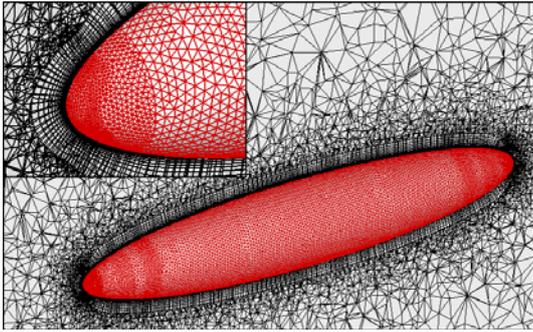


Fig. 2 Computational viscous meshes around the 6:1 prolate spheroid

2.4 경계조건 및 병렬화 기반

경계조건은 원방경계에서 1차원적 유동에 대한 특성치 조건[5,9]을 적용하였으며, 유동의 후류영역은 주위에 위치한 격자점으로부터 외삽하였다. 물체의 경계면에서는 유동점착 조건(no-slip condition)을 사용하였으며, 경계조건을 정확하고 효율적으로 적용하기 위해 유동변수를 내재적으로 처리하였다[19].

계산시간의 절감과 메모리의 한계를 극복하기 위해 유동 해석코드를 병렬화하였다. 프리즘, 피라미드, 사면체의 혼합 격자로 구성된 계산 영역을 분할하기 위해 전체 영역을 격자점을 기준으로 하는 nodal graph로 변환하고 이를 MeTiS library[20]의 multi-level bisection 또는 k-way partitioning을 사용하여 분할하였다. 분할된 경계면에서는 모서리로 이어진 다른 분할 영역의 격자점을 추가적으로 포함하도록 하여 유동계산에 필요한 스텔을 확보하였다. 나누어진 계산영역의 유동변수는 MPI library[21]를 사용하여 통신이 가능하도록 하였다. 본 연구에서 다루어진 모든 문제의 병렬계산은 리눅스 기반으로 구축된 Pentium IV 3.2GHz의 PC cluster를 사용하여 수행되었다.

3. 결과 및 토론

개발된 유동해석 코드를 정상, 비정상 유동에 적용하여 코드를 검증하였다. 정상 유동해석에 적용된 형상은 잠수함 형상에 근접한 6:1의 비를 가지는 회전타원체와 SUBOFF 형상[22]으로, 형상 표면의 압력계수와 마찰계수를 실험치와 비교하였다. 비정상 유동해석은 먼저 물체의 움직임이 없는 삼차원 무한실린더 주위의 층류유동을 해석하여 본 연구에서 적용된 시간전진기법의 타당성을 검토하고, 머리올림 운동을 하는 NACA0012 무한날개 형상에 대한 해석을 수행하

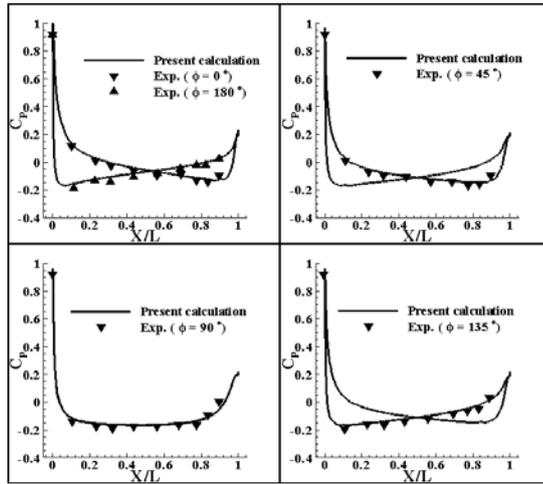
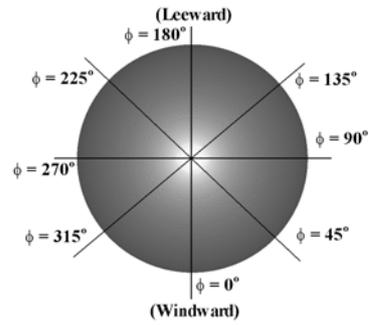


Fig. 3 Surface pressure distribution on the spheroid along the streamwise direction for angle of attack of 10°

였다. 모든 수치계산은 가상 압축성 $\beta = 10$ 을 사용하여 수행하였다.

3.1 6:1 회전타원체 주위의 정상 유동 해석

6:1 회전타원체 주위의 정상 유동을 해석하였다. 유동조건은 레이놀즈 수 4.2×10^6 인 난류영역이며, 받음각은 10°와 20°이다. 실제 실험에서는 층류가 흘러들어와 $x/L = 0.2$ 인 지점에서 천이(transition)가 시작되어 난류유동이 되나 본 연구에서는 유동의 천이를 고려하지 않는 전난류유동으로 계산을 수행하였다.

Fig. 2에서 계산에 사용된 격자를 나타내었다. 회전타원체 주위의 점성격자는 612,693개의 격자점과 811,020개의 프리즘 격자요소, 1,159,169개의 사면체 격자요소로 구성되었다. 물체 벽면에서 초기 격자두께는 회전타원체 전장길이의 9×10^{-6} 이며, 이는 받음각 10°에 대하여 $y^+ \approx 1.1$, 받음각 20°에 대하여 $y^+ \approx 1.5$ 의 값을 가진다. 점성 경계층은 30개

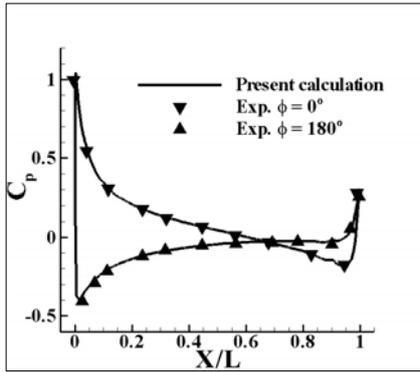


Fig. 4 Surface pressure distribution along windward and leeward surfaces for angle of attack of 20°

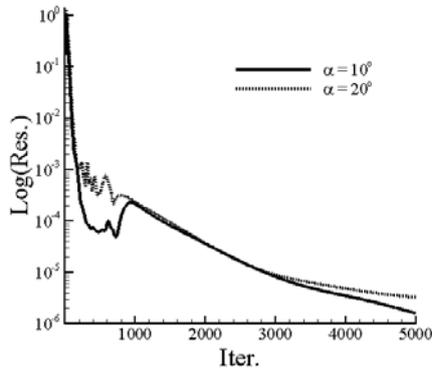


Fig. 6 Convergence history of continuity equation

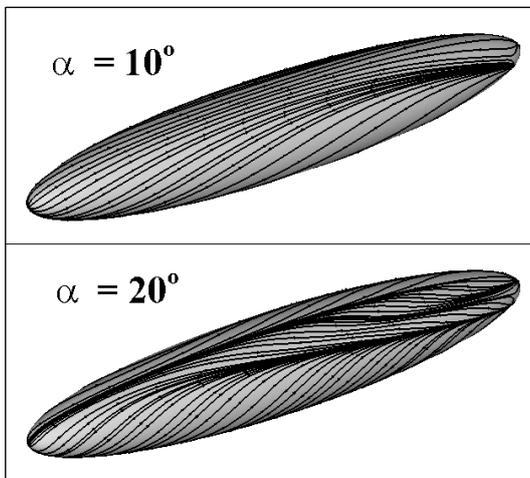


Fig. 5 Streamlines on the spheroid surface

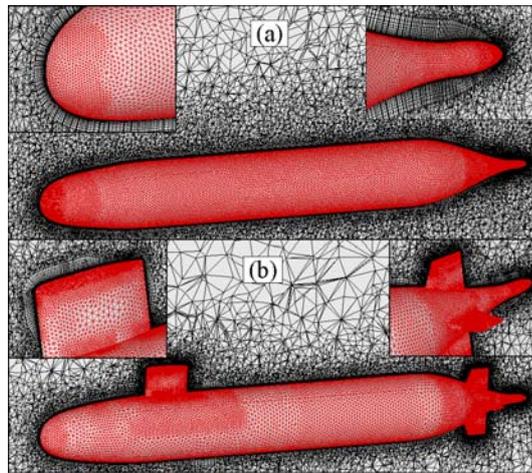


Fig. 7 Computational viscous meshes around SUBOFF configurations ; (a) Bare-hull, (b) hull with sail and stern appendage

의 프리즘 격자를 1.2의 증가비를 가지도록 적층하였다.

Fig. 3과 4에서 받음각 10°와 20°에 대해 계산을 수행하여 얻은 회전타원체 표면에서의 유동방향의 압력분포를 실험치[23]와 비교하였다. 그림에서 확인할 수 있는 바와 같이 모든 위치에 대해서 계산을 통해 얻은 결과가 실험값과 잘 일치함을 확인할 수 있다.

Fig. 5는 회전타원체 표면에서의 유선(streamline)을 나타낸다. 받음각 20°에 대해서는 받음각 10°에서와는 달리 $x/L \approx 0.35$ 와 $x/L \approx 0.6$ 인 지점부터 유선이 일정지점을 따라 수렴하는 것을 볼 수 있는데, 이 부분은 삼차원 형태의 유동 박리현상인 crossflow separation이 발생하는 것을 의미한다. 일반적으로 유동이 들어오는 쪽(windward)에 가까운 $x/L \approx 0.35$ 에서 시작되는 유동박리를 1차 박리(primary

separation), 유동이 불어나가는 쪽(leeward)에 가까운 $x/L \approx 0.6$ 에서 시작되는 유동박리를 2차 박리(secondary separation)로 정의한다. Fig. 6에서 연속방정식의 받음각 10°와 20°에 대한 수렴곡선을 나타내었으며 5,000번의 반복계산 이후 $Log_{10}(Res) \approx -5.5$ 정도의 수렴성을 확인하였다.

3.2 SUBOFF 형상 주위의 정상 유동 해석

SUBOFF 형상은 간단한 함수 형태로 이루어져 있으며, CFD로 잠수함을 해석하는 연구자들에게 공통된 형상을 제공하기 위해 제안되었다[22]. 현재까지도 SUBOFF 형상을 이용하여 많은 수치적 연구는 물론 실험적인 연구도 이루어지고 있다. 본 연구에서는 SUBOFF 형상의 동체만을 사용한

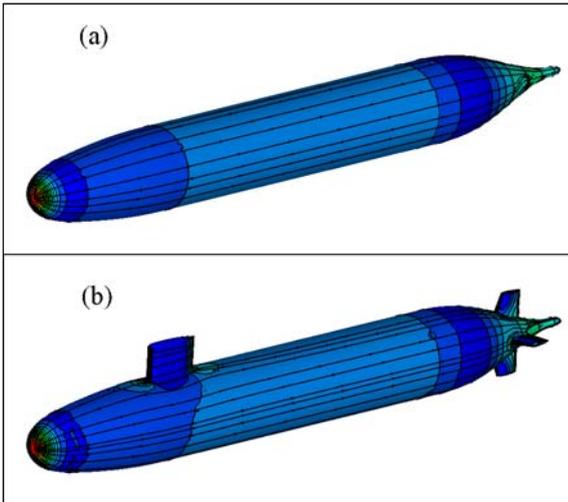


Fig. 8 Pressure contours and streamlines on the SUBOFF surface ; (a) Bare-hull, (b) hull with sail and stern appendage

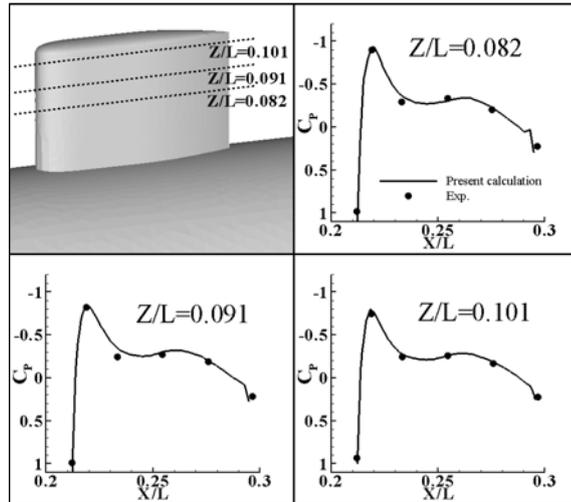


Fig. 10 Surface pressure distributions on the sail surface of SUBOFF configuration

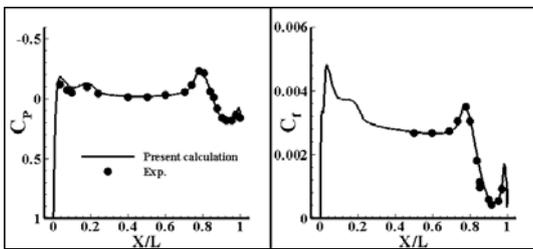


Fig. 9 Streamwise distributions of surface pressure and skin friction coefficient on the Bare-hull surface

Bare-hull 형상과, 잠수함의 사령탑(sail)과 선미 부가물(stern appendage)이 있는 형상에 대한 해석을 수행하였다. Fig. 6에 계산에 사용된 형상과 격자를 보였다. Fig. 7(a)의 Bare-hull 형상은 1,109,963개의 격자점과 1,381,785개의 프리즘 격자요소, 2,376,211개의 사면체 격자요소, 871개의 피라미드 격자요소로 구성되어 있다. Fig. 7(b)의 형상은 984,344개의 격자점과 1,624,854개의 프리즘 격자요소, 921,168개의 사면체 격자, 1,330개의 피라미드 격자요소를 구성되었다. 두 경우 모두 점성 경계층의 초기 격자두께는 형상 전장길이의 3×10^{-6} 을 사용하였으며, 프리즘 격자는 1.2의 증가비를 가지고 적용되었다.

유동조건은 레이놀즈 수 1.2×10^7 의 난류유동이며, 유동 해석은 받음각 0° 에서 수행되었다. 계산된 y^+ 값은 각각 1.1, 1.05이다. Fig. 8에서 두 경우에 대해 계산된 압력분포도와 유선을 나타내었다. 사령탑과 선미의 부가물 부근을 제외하고 큰 차이는 없음을 알 수 있다.

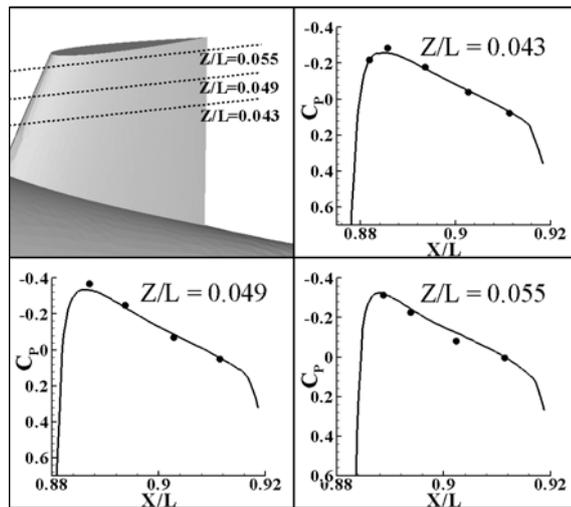


Fig. 11 Surface pressure distributions on the stern appendage surface of SUBOFF configuration

Fig. 9에서 수치적으로 계산된 bare-hull 형상의 축방향의 표면 압력 및 마찰계수의 분포를 실험값[24]와 비교하였다. 계산된 표면 압력 분포 및 마찰 계수는 실험값과 매우 잘 일치하는 것을 확인할 수 있으며, 형상의 앞부분에서 실험값과의 차이는 유동 천이에 의한 차이로 판단된다.

Fig. 10과 11에서 사령탑과 부가물이 있는 형상에 대해 사령탑과 부가물 표면에서의 표면 압력 분포를 실험값과 비교하였다. 사령탑과 부가물의 모든 위치에서 수치해석 결과는 실험값과 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

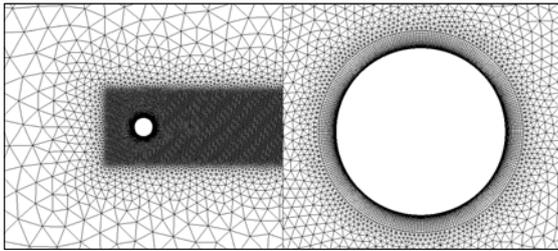


Fig. 12 Computational viscous meshes around cylinder configuration

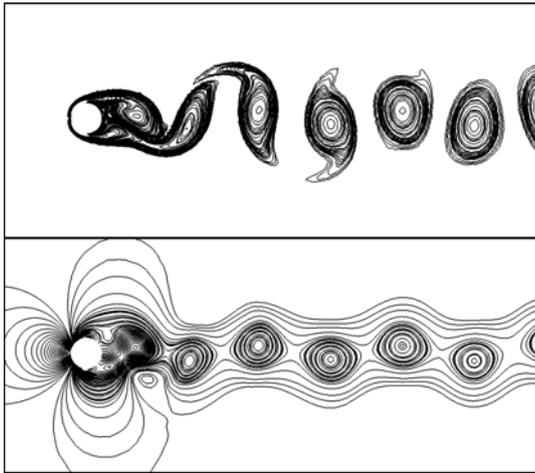


Fig. 13 Instantaneous vorticity and pressure contours over a cylinder

3.3 삼차원 무한 실린더 주위의 비정상 유동 해석

실린더 주위의 비정상 유동장을 해석하였다. 이 문제는 물체의 움직임이 없어 격자속도를 고려할 필요가 없기 때문에 해석코드에 적용된 이중시간 전진기법을 검증하는데 매우 효과적으로 사용되었다. 계산에 사용된 유동조건은 레이놀즈 수 200의 층류 유동이다. 실린더는 지름의 길이만큼의 폭(width)을 가지고, 양 끝단을 반사 경계면으로 설정하여 무한 실린더로 계산이 수행되도록 하였다. 계산격자는 821,587개의 격자점과 1,058,200개의 프리즘 격자요소, 1,478,822개의 사면체 격자요소로 구성되어 있으며, 실린더의 뒷부분에서 발생하는 와류의 해상도를 높이기 위해 후류부분에 격자를 조밀하게 분포시켰다. 점성 경계층은 초기 격자 두께를 실린더 지름의 0.001을 사용하고, 1.2의 증가비를 사용하여 20개의 프리즘 격자를 적층하여 구성하였다. Fig. 12에서 계산에 사용된 격자를 나타내었다.

계산에 사용된 실제 시간간격은 무차원 시간 0.025이며, 가상 시간을 구하기 위해 사용된 CFL 수는 50이다. 계산은

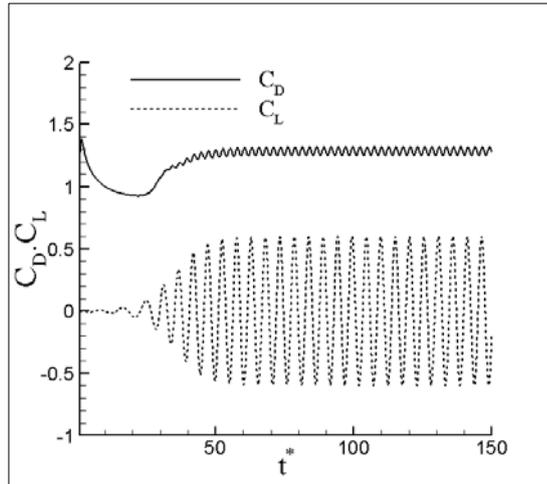


Fig. 14 Time history of drag and lift coefficients

무차원 시간 200까지 수행되었으며, 정상해의 수렴이 없이 처음부터 비정상 유동으로 계산을 수행하였기 때문에 무차원 시간 10까지는 가상 시간에 대해 100번의 반복계산을 수행하고, 그 이후에는 30번을 수행하여, 각 실제 시간 단계에서 연속방정식에 대해 $\log_{10}(Res) \approx -4$ 의 수렴성을 유지하였다.

Fig. 13에서 한 순간(instantaneous)에 대한 와도(vorticity) 분포와 압력분포를 보였다. 실린더의 후류영역에서 주기적인 쌍(pair)으로 나타나는 Karman 와류가 잘 나타남을 확인할 수 있다.

Fig. 14에서 시간에 대한 항력계수와 양력계수의 변화를 나타내었다. 실린더에서 떨어져 나가는 와류의 영향으로 항력 및 양력은 주기적인 특성을 보인다. Table 1에서 계산에서 얻어진 항력계수, 양력계수, Strouhal 수를 실험치 및 다른 연구자의 결과[6,25]와 비교하였다. 약간의 오차는 있으나 실험치에 매우 근접한 결과를 보이고 있다.

Table 1 Comparisons of drag, lift coefficients and Strouhal number

	C_D	C_L	St
Present	1.285 ± 0.035	± 0.6	0.19
Exp.	1.30	—	0.19
Shin[6]	1.303 ± 0.0357	± 0.621	0.194
Kiris[25]	1.27 ± 0.04	± 0.67	0.184

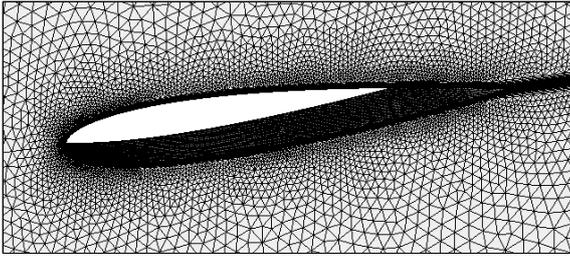


Fig. 15 Computational viscous meshes around NACA0012 wing configurations

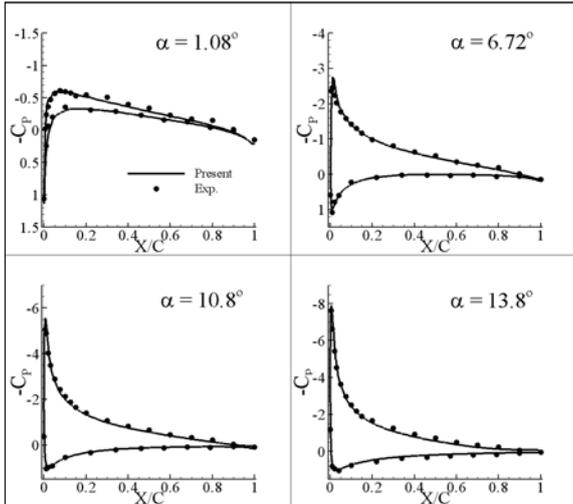


Fig. 16 Surface pressure distributions at several angle of attacks of NACA0012 wing configuration

3.4 머리울림 운동을 하는 NACA0012 날개의 비정상 유동 해석

물체의 움직임이 있는 비정상 유동에 대한 유동 해석코드의 검증을 위해 머리울림 운동을 하는 NACA0012 날개에 대한 해석을 수행하였다. 이차원 실험결과를 이용하기 위해 시위 길이의 20%의 폭을 가지는 삼차원 날개를 생성하였으며, 양 끝단을 실린더와 같이 반사 경계면으로 설정하여 무한날개로 계산하였다. 실제 실험[26]은 자유류 마하수 0.3, 레이놀즈 수 2.7×10^6 의 조건으로 수행되었으며, 본 연구에서는 비압축성 유동으로 가정하여 이를 해석하였다. NACA0012 날개는 $0.25c$ 를 중심으로 받음각 $-0.03^\circ \sim 15.54^\circ$ 까지 무차원화된 각속도 $\omega^* = 0.02545$ 로 머리울림 운동을 수행하며, 본 연구에서는 받음각 -0.03° 에 대한 정상 유동을 수행한 후 이를 이용하여 비정상 유동을 해석하였다. 정상 유동은 3,000번의 반복계산을 통해 연속방정식에 대해

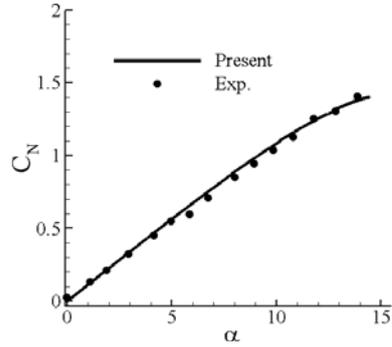


Fig. 17 Unsteady normal force coefficient of NACA0012 wing configuration

$\log_{10}(Res) \approx -5.1$ 정도의 수렴성을 얻을 수 있었으며, 비정상 유동은 가상시간에 대해 20번의 반복계산을 수행하여 $\log_{10}(Res) \approx -4.6$ 의 수렴성을 유지하였다.

계산격자는 273,649개의 격자점과 320,040개의 프리즘 격자요소, 505,770개의 사면체 격자요소로 구성되어 있으며, 점성 경계층은 초기 격자 두께를 시위길이의 1×10^{-5} 을 사용하고, 1.2의 증가비를 사용하여 30개의 프리즘 격자를 적층하여 구성하였다. Fig. 15에서 계산에 사용된 격자를 나타내었다.

Fig. 16에서 받음각에 대한 날개 표면에서의 압력계수를 나타내었으며, Fig. 17에서 받음각에 대한 수직력 계수를 실험값과 비교하였다. 표면 압력계수는 모든 위치에서 실험값과 잘 일치하며, 수직력 계수도 실험값과 동일한 경향을 보이며 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

3.5 SUBOFF 형상의 정상/비정상 유동박리 예측

Bare-hull 형상에 대해 추가적인 계산을 수행하여 정상 및 비정상 유동에서 발생하는 삼차원 유동 박리의 형태인 crossflow separation을 예측하였다. 잠수함과 같은 수중체 주위를 흐르는 유동은 매우 복잡한 삼차원 유동 형태를 나타낸다. 특히 수중체가 흐르는 유동에 대해 높은 받음각을 가질 경우 유동의 박리가 일어나는데, 이로 인해 양력의 감소와 저항의 증가, 그리고 유동의 비정상 효과의 증폭이 발생하여 수중운동체에 나쁜 영향을 미치게 된다. 이때 발생하는 박리는 삼차원 형태의 유동 박리로서 이차원 유동에서 발생하는 박리보다 훨씬 복잡하며 그 박리점을 찾기가 쉽지 않다(이차원 유동 박리의 경우 마찰계수가 0이 되면서 유동이 역으로 흐르는 지점을 박리점으로 정의한다). 또한 이러한 유동을 수치적으로 모사하는데 있어서 격자수와 계산 시간 관점에서 많은 어려움이 따른다. 수중운동체 주위 유동의 수

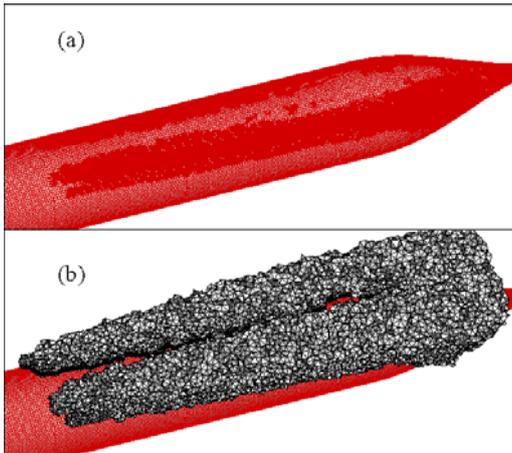


Fig. 18 Computational meshes for Bare-hull configuration after the 2nd level mesh adaptation ; (a) refinement on the separation surface, (b) refinement inside the vortical region

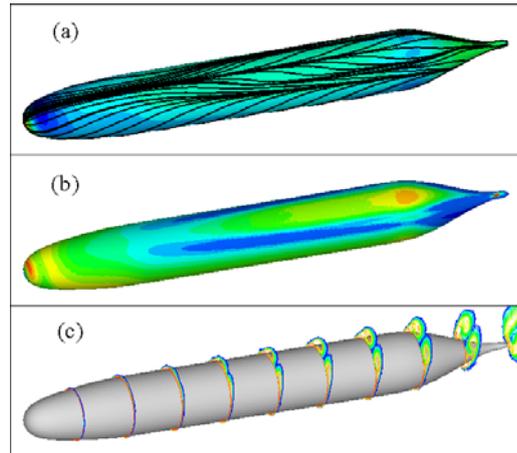


Fig. 19 Pressure contours and streamlines(a), skin friction contours(b) on the surface, and vorticity contours(c) around the bare-hull configuration after the 2nd mesh adaptation.

치적 모사는 유동 형태의 복잡성과 삼차원 박리 유동의 형태 때문에 여전히 어려운 문제로 남아있는 실정이다. 본 연구에서는 계산에 필요한 격자수를 최소화하는 반면 유동 박리의 정확한 예측을 위해 격자 적응을 수행하였다. 격자 적응을 위한 지시자는 속도의 전미분(total velocity gradient)을 사용하였으며, 혼합 격자의 조밀화(refinement) 과정은 상용프로그램 Centaur[27]에서 제공하는 adaptgrid를 사용하였다. 정상 유동의 계산에 사용된 유동조건은 레이놀즈 수 5.5×10^6 , 받음각 15.3° 이며, 계산은 총 4개의 격자계를 사용하여 수행하였다. 첫 번째로 사용된 격자계는 앞서 수행된 Bare-hull 형상에 대한 격자계로 이를 성긴 격자(coarse mesh)로 정의하고, 두 번째는 첫 번째보다 조밀하게 생성된 격자(medium mesh), 그리고 나머지 두 개의 격자계는 두 번째 격자계를 기준으로 두 번의 격자 적응을 수행한 격자계이다. Table 2에서 계산에 사용된 격자계의 정보를 나타내었다.

Fig. 18에서 두 번째 격자 적응 이후의 표면 격자의 형태

와 와류 영역에 조밀화된 격자요소를 나타내었다. 유동의 박리가 발생하는 영역에 격자가 조밀화된 것을 확인할 수 있다. 모든 경우에 대해 점성 경계층의 초기 격자 두께는 형상 전장길이의 3×10^{-6} 을 사용하였으며, 계산된 y^+ 의 값은 약 0.6정도이다.

계산된 표면 압력 분포와 유선, 마찰계수 분포, 그리고 와도의 형태를 Fig. 19에 나타내었다. 유선의 형태를 관찰하여 형상의 표면에 1차 및 2차 박리가 발생하는 것을 확인할 수 있으며, 이는 표면 마찰 계수 분포에서 극부적으로 마찰 계수와 최소값을 가지는 영역과 일치하는 것을 알 수 있다 [28]. 또한 와류가 생성되는 영역과 유동 박리의 위치가 일치하는 것으로 미루어 와류가 유동의 박리와 밀접한 관계를 가지고 있는 것을 알 수 있다.

Fig. 20에서 계산을 통해 얻어진 마찰계수와 실험값[28]을 비교하였다. 형상 앞 부분인 $x/L=0.131$ 에서는 예측된 값이 실험치와 큰 차이를 보이고 있는데, 이는 실험과 달리 유동

Table 2 Characteristics of the computational mesh for four calculation cases

	Coarse mesh	Medium mesh	1 st adapted mesh	2 nd adapted mesh
Vertices	1,109,963	2,244,249	2,682,633	4,204,190
Prisms	1,381,785	2,824,367	3,532,247	5,569,587
Tetrahedra	2,396,211	4,734,522	5,198,217	5,198,217
Pyramids	871	1,185	1,185	1,185

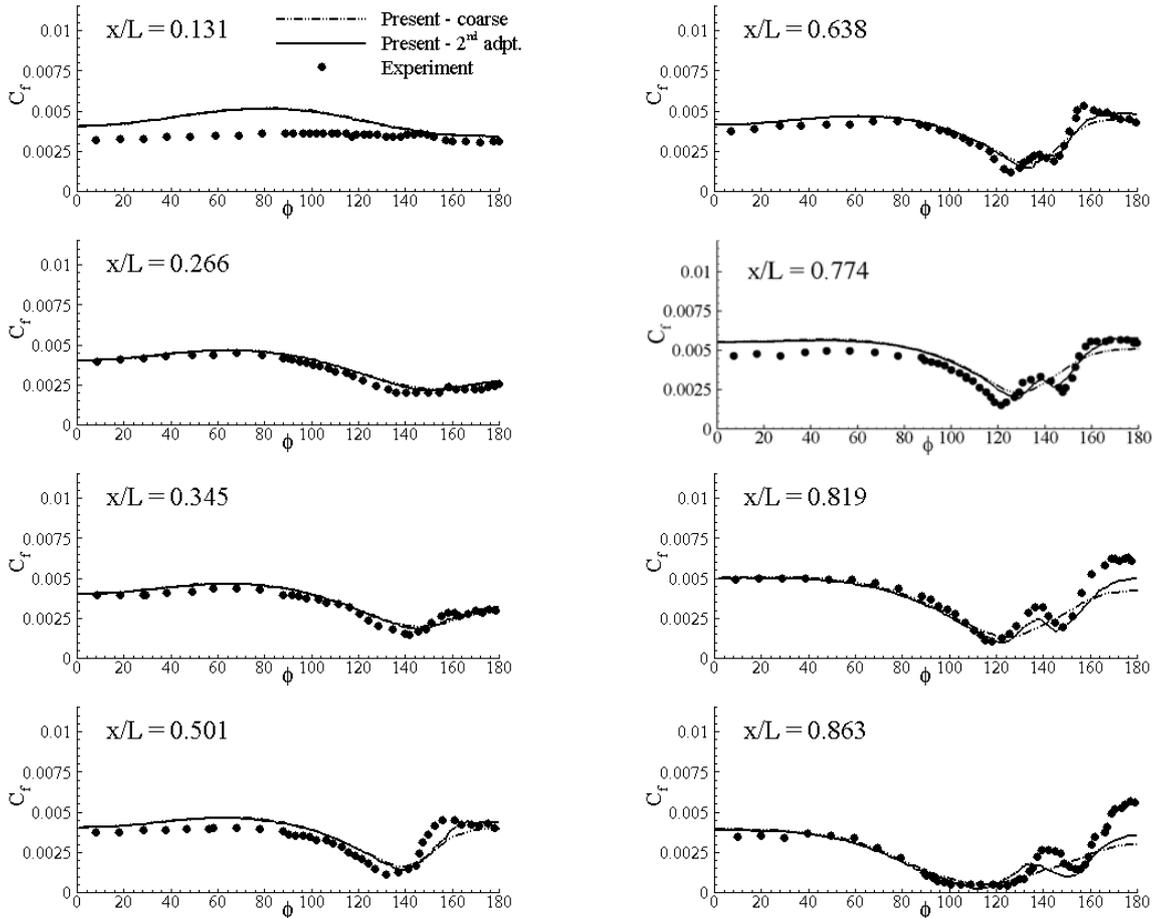


Fig. 20 Circumferential skin friction distributions for selected x/L locations for Bare-hull configuration

천이를 고려하지 않고 전난류 유동으로 해석이 수행되었기 때문이다(실험에서는 trip의 위치를 $x/L=0.1$ 로 고정하였다). $x/L=0.266$ 에서 처음으로 유동 박리가 일어나는 것을 알 수 있으며, 계산에 의해 예측된 박리지점 $\phi=153^\circ$ 는 실험값 $\phi=146^\circ$ 보다 뒷부분에 위치한다. 해석에 의해 예측된 박리지점은 대체적으로 실험에서 예측된 박리지점보다 뒷부분을 나타내고 있으나, 그 오차는 그리 크지 않아 허용이 가능하다고 판단된다. 2차 박리는 실험에서 $x/L=0.638$ 부터 처음으로 나타나는 것을 알 수 있으나, 해석에 의한 결과는 두 번째 격자 적용을 수행하기 전에는 이를 포착하지 못하고 있다. 이는 1차 박리지점에서 유동이 떨어져 나가며 와류를 생성하는데 형상의 뒷부분으로 갈수록 와류의 세기가 강해지며 유동에 운동량을 부여하여 작은 와류들을 생성하게 되는데, 이런 현상을 정확히 포착하지 못하기 때문으로 판단된

다. 반면 1차 박리의 위치는 2차 박리의 포착이 두 번째 격자 적용 이후 크게 향상된 것에 비해 그 변화가 크지 않은 것을 알 수 있는데, 이는 1차 와류는 2차 와류보다 그 형태나 세기가 커서 격자 적용을 수행하지 않아도 충분히 포착되었기 때문이다.

머리올림을 하는 Bare-hull 형상에 대해 비정상 유동을 해석하고 발생하는 비정상 유동 박리를 예측하였다. 실험결과 는 1차 비정상 박리의 위치가 존재하기 때문에 계산격자는 앞서 사용한 네 가지 격자계중 성긴 격자를 사용하였으며, 이는 정상 유동 해석의 경험을 바탕으로 성긴 격자에서도 충분히 1차 박리의 정확한 위치가 포착되었기 때문이다. 형상의 머리올림 운동은 무차원 시간 $0 \leq t^* < 3$ 에서는 받음각 1° 를 유지하다가, 무차원 시간 3이 되면 $x/L=0.24$ 위치를 기준으로 받음각 1° 에서 27° 로 $78^\circ/\text{sec}$ 의 속도로 머리올림

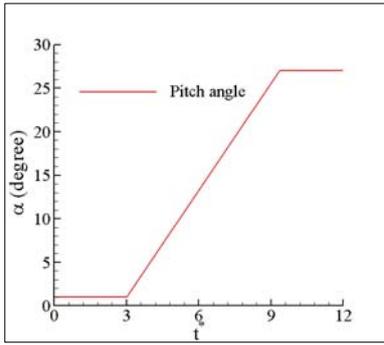


Fig. 21 Bare-hull pitch angle for the pitch-up maneuver

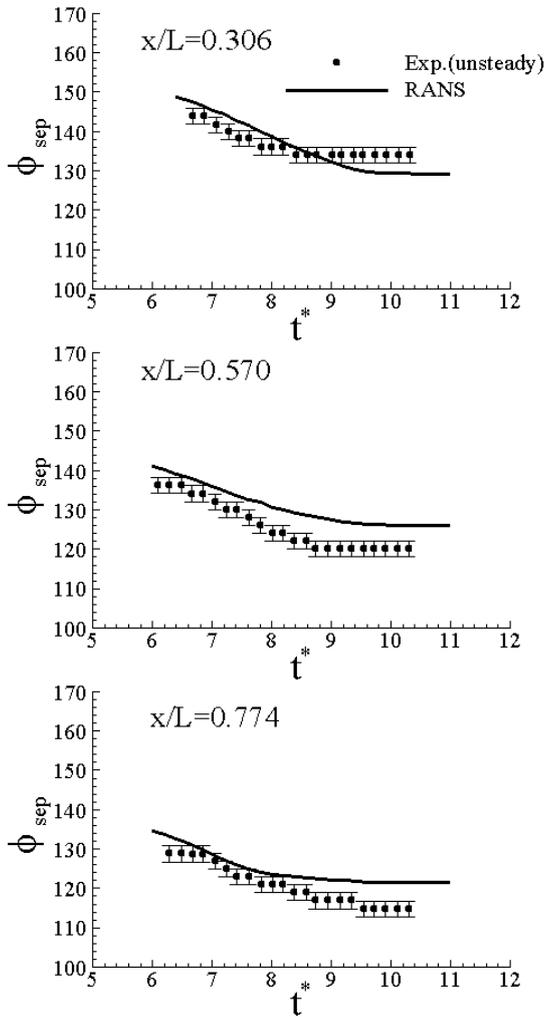


Fig. 22 Comparisons of unsteady primary separation locations

운동을 한다. 받음각이 27°가 되면 더 이상 받음각이 증가하지 않고 27°를 유지하게 된다. 무차원 시간에 대한 머리올림 운동은 Fig. 21과 같다. 이 실험은 비정상 유동에서 발생하는 crossflow separation의 박리지점을 예측하고, 비정상 유동의 박리가 동일한 받음각에서 정상 유동에서 발생하는 박리보다 지연됨을 실험적으로 밝히기 위해 수행되었다[28]. 본 연구에서는 실험값으로 나타난 유동의 박리지점과 수치적으로 계산된 박리지점을 비교하여, 물체의 움직임이 있는 비정상 유동에 대한 해석코드의 성능을 판단하는데 목적을 두었다.

실제 시간 간격은 0.02를 사용하였다. CFL 수는 50을 사용하였으며, 가상 시간에 대해 30번의 반복계산을 수행하였다. 계산은 받음각 1°에서 정상해를 구한다음, 이 해를 비정상 유동의 초기해로 이용하여 머리올림 운동을 수행하였다. 즉, Fig. 21의 그래프에서 $0 \leq t^* < 3$ 영역의 계산은 정상 유동으로 간주되어 해석되었으며, 비정상 유동 해석은 $t^* \geq 3$ 인 영역부터 수행되었다. 비정상 유동에 사용된 실제 시간 간격은 가상 시간에 대한 반복 계산은 30번, CFL 수는 50을 사용하였다.

Fig. 22에서 무차원 시간에 대한 1차 박리가 나타나는 위치를 실험값과 비교하였다. 해석결과와 실험값과는 다소 차이를 보이나 이는 정상 유동에서 보이는 1차 박리 예측에서의 오차범위 이내 이다. 박리가 일어나는 위치는 받음각이 증가할수록 windward에 가까워지는 특성을 잘 보이고 있으며, 박리 지점이 변화하는 기울기도 비슷한 경향을 보이고 있다. $x/L=0.570$ 에서는 박리가 일어나는 시점을 정확하게 예측하고 있으나 $x/L=0.306$ 과 $x/L=0.774$ 에서는 실험값보다 조금 더 빨리 박리가 시작됨을 확인할 수 있다. 다른 두 위치와는 달리 $x/L=0.306$ 에서 $t^* > 8.5$ 인 영역에서 박리 지점이 실험치보다 낮게 나타나는 데 이는 $x/L=0.306$ 이후에서 수치적으로 강하게 발생한 와류가 박리지점을 아래로 밀어내는 역할을 하기 때문으로 판단된다.

Fig. 23에서 시간에 따른 유선의 변화를 보였다. 머리올림 운동을 하여 받음각이 증가하면 선미 부분에서 박리가 발생하기 시작하여 점차적으로 앞부분으로 진행됨을 알 수 있으며, 받음각이 증가할수록 박리가 일어나는 지점이 점차적으로 아래로 내려가는 것을 확인할 수 있다. 또한 $t^* \approx 8$ 인, 즉 $\alpha \approx 20^\circ$ 인 부분부터는 2차 박리가 역시 선미에서 발생하여 점차적으로 강해지는 것을 관찰할 수 있다. $t^* \approx 9.5$ 이후부터는 머리올림 운동이 없이 받음각이 27°로 유지되기 때문에, 형상 표면에서 비정상적인 유동의 변화(unsteadiness)는 없는 것으로 나타났다.

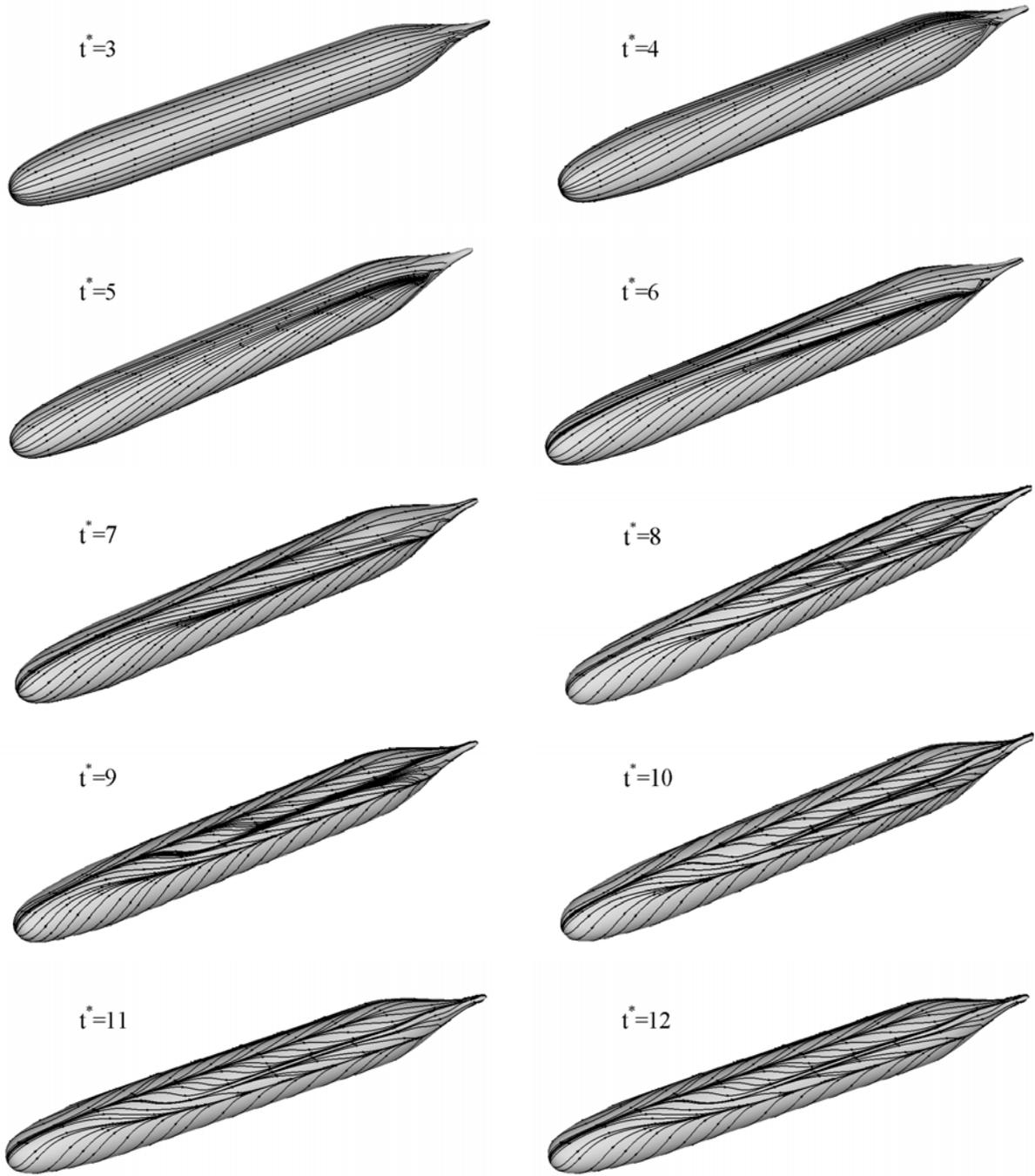


Fig. 23 Instantaneous streamlines on the surface of Bare-hull configuration

4. 결 론

본 연구를 통해 삼차원 정상/비정상 비압축성 유동을 해석하기 위한 유동 해석 코드가 개발되었다. 유동 해석 코드는 압축성 코드를 기초로 하여 개발되었기 때문에 비압축성 유동 해석 방법 중 가장 적합하다고 판단된 가상 압축성 기법을 사용하였으며, 비정상 유동을 해석하기 위해 이종시간 적분기법을 적용하였다. 개발된 유동 해석 코드를 복잡한 형상을 가지며, 높은 레이놀즈 수를 가지는 난류 유동에 효과적으로 적용하기 위해 점성 경계층에 적합하다고 알려져 있는 비정렬 혼합격자 기법을 사용하였다.

개발된 해석코드를 잠수함과 같은 수중체 형상에 적용하기 위해 회전타원체와 SUBOFF 형상에 적용하여 정상 유동 해석을 수행하였으며, 이를 실험값과 비교하여 코드를 검증하였다. 또한 격자의 움직임이 없는 실린더 형상과 머리올림 운동을 하는 NACA0012 날개에 대한 해석을 수행하여 비정상 유동에 대해 해석 코드를 검증하였다.

해석 코드의 적용을 위해 높은 받음각과 머리올림 운동을 하는 Bare-hull 형상에 대한 해석을 수행하였으며, 정상 및 비정상 유동 박리 현상을 실험과 비교하여 실험에 근접한 결과를 얻을 수 있었다. 해석 코드는 1차 박리 예측에 좋은 성능을 보였으며, 2차 박리는 유동 해에 기반한 격자 적용 기법을 도입하여 포착할 수 있었다.

본 연구를 통해 개발된 유동 해석코드는 여러 문제를 통해 정상 및 비정상 유동에 대해 신뢰성이 높은 해를 제공하고 강건함이 증명되었으며, 현재 복잡한 유동장에서 더욱 정확한 해를 예측하고, 비압축성 유동장에서 물체간의 상대운동이 있는 비정상 유동 해석을 위한 연구가 진행되고 있다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소 수중운동체 기술 특화연구센터의 '전산유체역학을 이용한 수중운동체의 선체-제어관-추진기 상호작용연구(SM-21)' 과제의 지원에 의한 결과의 일부이며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

[1] 1991, Volpe, G., "On the Use of Accuracy of Compressible Flow Codes at Low Mach Numbers," *AIAA 91-1662*.
 [2] 1965, Harlow, F. H. and Welch, J. E., "Numerical

Calculation of Time-dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface," *Physics of Fluids*, Vol.8, No.12, pp.2182-2189.
 [3] 1967, Chorin, A. J., "A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems," *Journal of Computational Physics*, Vol.2, No.12, pp.12-26.
 [4] 1991, Rogers, S. E., Kwak, D. and Kiris, C., "Steady and Unsteady Solutions of the Incompressible Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, Vol.29, No.4, pp.603-610.
 [5] 2000, Hyams, D. G., "An Investigation of Parallel Implicit Solution Algorithms for Incompressible Flows on Unstructured Topologies," *Ph.D Dissertation*, Mississippi State University.
 [6] 2004, Shin, S., Kim, C. K. and Bai, K. J., "Numerical Simulation on an Interaction of a Vortex Street with an Elliptic Leading Edge Using an Unstructured Grid," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.44, No.3, pp.331-346.
 [7] 2005, Kallinderis, Y. and Ahn, H. T., "Incompressible Navier-Stokes Method with General Hybrid Meshes," *Journal of Computational Physics*, Vol.210, No.1, pp.75-108.
 [8] 1985, Merkle, C. L. and Choi, D., "Application of Time-iterative Schemes to Incompressible Flow," *AIAA Journal*, Vol.23, No.10, pp.1518-1524.
 [9] 1996, Anderson, W. K., Rausch, R. D. and Bonhaus, D. L., "Implicit/Multigrid Algorithms for Incompressible Turbulent Flows on Unstructured Grids," *Journal of Computational Physics*, Vol.128, No.2, pp.391-408.
 [10] 2007, 정문승, 권오준, "비정렬 혼합 격자계 기반의 삼차원 점성 유동 해석코드 개발," *한국항공우주학회지*, 제 35권, 제8호, pp.677-684.
 [11] 1996, Kallinderis, Y., "A 3-D Finite-Volume Method for the Navier-Stokes Equations with Adaptive Hybrid Grids," *Applied Numerical Mathematics*, Vol.20, No.4, pp.387-406.
 [12] 1999, Nakahashi, K., Sharov, D., Kano, S. and Kodera, M., "Applications of Unstructured Hybrid Grid Method to High-Reynolds Number Viscous Flows," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.31, No.1, pp.97-111.
 [13] 1979, Thomas, P. D. and Lombard, C. K., "Geometric Conservation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids," *AIAA Journal*, Vol.17,

- No.10, pp.1030-1037.
- [14] 1992, Spalart, P. R. and Allmaras, S. R., "A One-Equation Turbulent Model for Aerodynamic Flows," *AIAA 92-0439*.
- [15] 1995, Bruner, W. S. C., "Geometric Properties of Arbitrary Polyhedra in Terms of Face Geometry," *AIAA Journal*, Vol.33, No.7, p.1350.
- [16] 1991, Taylor, L. K. and Whitfield, D. L., "Unsteady Three-dimensional Incompressible Euler and Navier-Stokes Solver for Stationary and Dynamic Grids," *AIAA 91-1650*.
- [17] 2000, Haselbacher, A. and Blazek, J., "Accurate and Efficient Discretization of Navier-Stokes Equations on Mixed Grids," *AIAA Journal*, Vol.38, No.11, pp.2094-2102.
- [18] 1997, Mathur, S. R. and Murthy, J. Y., "A Pressure-based Method for Unstructured Meshes," *Numerical Heat Transfer*, Part B, Vol.31, No.2, pp.195-215.
- [19] 1994, Anderson, W. K. and Bonhaus, D. L., "An Implicit Upwind Algorithm for Computing Turbulent Flows on Unstructured Grids," *Computers & Fluids*, Vol.23, No.1, pp.1-21.
- [20] <http://www.cs.umn.edu/~karypis>
- [21] <http://www.unix.mcs.anl.gov/mpi/>
- [22] 1989, Groves, N. C., Huang, T. T. and Chang, M. S., "Geometric Characteristics of DAPRA SUBOFF Models(DTRC Model Nos. 5470 and 5471)," *DTRC/SHD-1298-01*, David Taylor Research Center.
- [23] 1997, Chesnakas, C. J. and Simpson, R. L., "Detailed investigation of the three-dimensional separation about a 6:1 prolate spheroid," *AIAA Journal*, Vol.35, No.6, pp.990-999.
- [24] 1992, Huang, T. T., Liu, H. L., Groves, N. C., Forlini, T. J., Blanton, J. N. and Gowing, S., "Measurement of Flows Over an Axisymmetric Body with Various Appendages," *Nineteenth Symposium on Naval Hydrodynamics*, Seoul, Korea.
- [25] 2001, Kiris, C. and Kwak, D., "Numerical Solution of Incompressible Navier-Stokes Equations Using a Fractional-step Approach," *Computers & Fluids*, Vol.30, No.7-8, pp.829-851.
- [26] 1982, Randon, R. H., "NACA0012 Oscillatory and Transient Pitching, Compendium of Unsteady Aerodynamic Measurement," *AGARD Rept. 702*.
- [27] www.centaurosoft.com
- [28] 2007, Hosder, S. and Simpson, R. L., "Experimental Investigation of Unsteady Flow Simulation on a Maneuvering Axisymmetric Body," *Journal of Aircraft*, Vol.44, No.4, pp.1286-1295.