

적층내 탄성 유도초음파의 모드 특성에 관한 연구

A Study on Elastic Guided Wave Modal Characteristics in Multi-Layered Structures

조윤호*[†], 이종명**

Younho Cho*[†] and Chong Myoung Lee**

초 록 이 연구에서 다층구조물에서 각 모드에 대한 위상속도, 군속도, 감쇠 그리고 파형구조를 구하는 프로그램 개발하였다. 판의 수와 재료 물성치를 변화시키면서 각 모드의 파형구조를 얻었다. 유체가 닿아 있는 구조물에서 유도파를 이용한 비파괴 검사의 성공여부는 에너지 손실을 최소화하는 모드선정의 최적화이다. 이 연구에서는 자유표면판재의 표면에서 정규화된 두께방향의 변위가 감쇠의 변화를 예측하기 위해서 사용되었으며 감쇠와 파형구조의 관계를 밝혔다. 이것은 유도파의 감쇠를 물이 닿아 있는 경우 복소수근을 찾는 수학적 어려움을 경감하면서 자유표면에서 두께방향 변위의 변화로부터 손쉽게 얻을 수 있다. 이 연구를 통하여 다층 구조물에서 보다 민감하고 효율적인 비파괴 검사를 위한 유도파의 모드선정의 최적화 개념을 완성했다.

주요용어: 유도초음파, 위상속도, 군속도, 감쇠, 파형구조

Abstract In this study, we have developed a program which can calculate phase and group velocities, attenuation and wave structures of each mode in multi-layered plates. The wave structures of each mode are obtained, varying material properties and number of layers. The key in the success of guided wave NDE is how to optimize the mode selection scheme by minimizing energy loss when a structure is in contact with liquid. In this study, the normalized out-of-plane displacements at the surface of a free plate are used to predict the variation of modal attenuation and verify the correlation between attenuation and wave structure. It turns out that the guided wave attenuation can be efficiently obtain from the out-of-plane displacement variation of a free wave guide alleviating such mathematical difficulties in extracting complex roots for the eigenvalue problem of a liquid loaded wave guide. Through this study, the concept to optimize guided wave mode selection is accomplished to enhance sensitivity and efficiency in nondestructive evaluation for multi-layered structures.

Keywords: Guided Wave, Phase Velocity, Group Velocity, Attenuation, Wave Structure

1. 서 론

주파수에 비해 두께가 충분히 얇은 경우에 그 판에서 전파되는 파를 판파라고 하는데 최근에 그에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다[1,2]. Gorman[3]

은 알루미늄 판과 복합재판에서 종파와 횡파의 속도를 pencil lead break법과 3개의 AE 공진형 센서와 1개의 초음파 광대역 센서로 실험하여 종파의 경우에는 판 이론과 잘 맞고 횡파의 경우 특히 복합재의 경우 이론과 차이가 있음을 알아내었다.

Rokhlin 등[4]은 일반적인 이방성 재료의 경계면에서 탄성파의 반사와 회절에 관한 연구를 하여 이들을 잘 나타낼 수 있는 에너지 전환 계수라는 것을 고안하였고 Mal 등[2]은 유도파가 접착재의 성질에 영향을 받는다는 것을 기초로 하여 접착재의 성질과 유도파의 phase velocity가 밀접한 관계가 있음을 알아내었다. 그리고 이를 바탕으로 기존의 비파괴 평가방법으로는 측정할 수 없는 접착재의 재료상수를 정량적으로 측정하였다.

위에 열거한 판파에 대한 여러 기초연구에 비해 실 구조물의 신뢰성 평가에 대한 연구는 1980년대 중반 이후 Rose 등에 의한 연구 외에 그 사례가 많지 않은 실정이다. Rose 등[5]은 비행기에서의 bonded joint를 판파를 이용하여 비파괴적으로 조사하였다. 한편 Rose와 Ditri[6]가 비행구조물에서 결함과 박리현상 검출에 판파를 이용하기 위해서는 모드와 주파수 선정이 중요하다고 지적하였으며 이 선정이 잘못되면 비파괴 검사가 되지 않는다고 하였다. Rose 등[7]은 증기발생기의 튜브의 비파괴 검사를 판파에 의해 수행하기 위해, 특별한 모드와 주파수의 선정이 매우 중요함을 이론과 실험을 통해 입증하였다.

판파는 그 특성상 물체의 표면이 액체와 접해 있을 경우에는 그 파의 감쇠가 심하게 일어난다. 이에 대한 연구는 Sawaguchi와 Toda[8]가 LiNbO_3 판이 물과 접해 있을 때의 전파특성을 이론적으로 구하고 실험과 비교하여 잘 일치함을 보였고 Nagy[9]는 partial wave superposition을 이용하여 물에 잠긴 봉에서의 종파의 전파와 파의 감쇠를 계산한 결과 어떤 주파수 영역에서는 phase velocity가 큰 영향을 받는다는 것을 밝혔다. 이종명 등[10]은 감쇠가 없는 경우의 위상속도를 초기치를 기준으로 하여 복소수 영역에서의 파수를 계산함으로써 유도초음파의 각 모드에 대해 주파수에 따른 감쇠의 크기를 계산하였다.

본 연구에서는, 기존의 단일 구조물에 대한 유도초음파 연구에 비해 그 이론적 기반이 취약한 비균질 다층구조물에서의 유도초음파 전파특성을 고찰해 보고자 한다. 전달행렬법을 이용하여 유도초음파의 전파특성을 나타내는 각 모드의 위상속도, 군속도, 감쇠계수, 파형선도를 계산하고 박판의 표면에 트래션이 없는 경우에 두께 방향의 변위를 계산함으로써 초기치의 필요없이 파수를 실수영역에서 계산함으로써 보다 간단히 적층판재에서의 감쇠를

예측하여 보고자 한다. 이로써 보다 효율적인 모드 선정의 기준을 제시 하고자 한다.

2. 판파의 위상속도 분산선도와 군속도 분산선도

Fig. 1과 같이 N개의 층으로 되어있는 판재에서의 파동의 지배방정식은 각각의 층에서 Navier의 변위 평형 방정식으로 주어진다.

$$\mu_n \nabla^2 \bar{U} + (\lambda_n + \mu_n) \nabla (\nabla \cdot \bar{U}) + \rho_n \bar{f} = \rho_n \ddot{\bar{U}} \quad (1)$$

여기서 체적력 $\bar{f} = 0$ 으로 하고 Helmholtz's decomposition을 적용하여 파동방정식을 풀 뒤 변위 변형을 관계식과 Hooke의 법칙을 통해 각 층에서의 변위 및 응력을 결정하면 다음과 같다.

$$u_{n,1} = [ik_n \cos(p_n x_2) A_1 + ik_n \sin(p_n x_2) A_2 - q_n \sin(q_n x_2) A_3 + q_n \cos(q_n x_2)] e^{ik_n x_1} \quad (2)$$

$$u_{n,2} = [-p_n \sin(p_n x_2) A_1 + p_n \cos(p_n x_2) A_2 - ik_n \cos(q_n x_2) A_3 - ik_n \sin(q_n x_2)] e^{ik_n x_1} \quad (3)$$

$$\sigma_{n,11} = \{[-\lambda_n (k^2 + p_n^2) - 2\mu_n k^2] \cos(p_n x_2) A_1 + [-\lambda_n (k^2 + p_n^2) - 2\mu_n k^2] \sin(p_n x_2) A_2 - 2\mu_n ik_n q_n \sin(q_n x_2) A_3 + 2\mu_n ik_n q_n \cos(q_n x_2) A_4\} e^{ik_n x_1} \quad (4)$$

$$\sigma_{n,22} = \{[-\lambda_n (k^2 + p_n^2) - 2\mu_n p_n^2] \cos(p_n x_2) A_1 + [-\lambda_n (k^2 + p_n^2) - 2\mu_n p_n^2] \sin(p_n x_2) A_2 + 2\mu_n ik_n q_n \sin(q_n x_2) A_3 - 2\mu_n ik_n q_n \cos(q_n x_2) A_4\} e^{ik_n x_1} \quad (5)$$

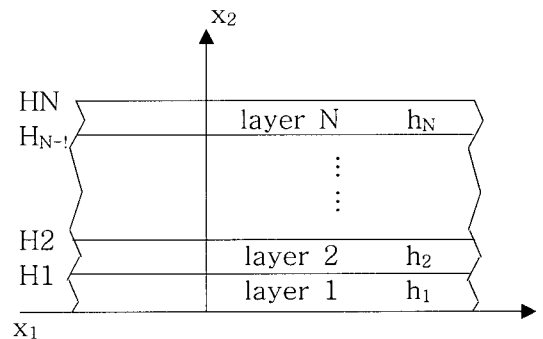


Fig. 1 A multi-layered plate

$$\begin{aligned} \sigma_{n,12} = & \{-2\mu_n ikp_n \sin(p_n x_2) A_1 + \\ & 2\mu_n ikp_n \cos(p_n x_2) A_2 + \\ & \mu_n (k^2 - q_n^2) \cos(q_n x_2) A_3 + \\ & \mu_n (k^2 - q_n^2) \sin(q_n x_2) A_4\} e^{ikx_1} \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서

$$\begin{aligned} p_n^2 &= k_{nL}^2 - k^2 = \left(\frac{\omega}{c_{nL}}\right)^2 - k^2 \\ q_n^2 &= k_{nT}^2 - k^2 = \left(\frac{\omega}{c_{nT}}\right)^2 - k^2 \end{aligned}$$

Fig. 1과 같이 N개의 층으로 되어있는 판재에서의 위상속도를 구하기 위해서는 외부표면에서의 자유표면 경계조건과 각 층의 경계면에서의 변위 및 응력의 연속조건을 적용한다.

판재내의 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_{1,12} = 0, \quad \sigma_{1,22} = 0 \quad & \text{at } x_2 = 0 \\ \sigma_{1,12} = \sigma_{2,12}, \quad \sigma_{1,22} = \sigma_{2,22} \quad & \text{at } x_2 = H_1 \\ u_{1,1} = u_{2,1}, \quad u_{1,2} = u_{2,2} \\ & \vdots \\ \sigma_{N,12} = 0, \quad \sigma_{N,22} = 0 \quad & \text{at } x_2 = H_N \end{aligned} \quad (7)$$

그러나 N개의 층으로 이루어진 경우에는 식 (7)을 적용한 행렬의 크기는 $4N \times 4N$ 이 되어서 행렬식을 계산하기가 어려워진다. 그래서 다음과 같은 전달 행렬의 방법을 이용한다. Fig. 1에서 각 층에서는 다음과 같은 관계식이 성립된다.

$$\begin{bmatrix} A \\ \end{bmatrix}_{n,top} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{bmatrix}_{n,top} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} A \\ \end{bmatrix}_{n,bottom} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{bmatrix}_{n,bottom} \quad (9)$$

식 (8)과 (9)로부터

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{bmatrix}_{n,bottom} &= \begin{bmatrix} A \\ \end{bmatrix}_{n,bottom} \begin{bmatrix} A \\ \end{bmatrix}_{n,top}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{bmatrix}_{n,top} \\ &= \begin{bmatrix} L \\ \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{bmatrix}_{n,top} \end{aligned} \quad (10)$$

각 층의 경계에서는 변위와 응력이 연속이므로

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{bmatrix}_{n,top} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{bmatrix}_{n+1,bottom} \quad (11)$$

N개의 층일 경우에는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{bmatrix}_{n,bottom} = \begin{bmatrix} S \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{bmatrix}_{N,top} \quad (12)$$

여기에서

$$[S] = [L]_1 [L]_2 \cdots [L]_N \text{ 이다.}$$

여기에 식 (7)의 경계조건중 $\sigma_{12(1,bottom)} = 0$, $\sigma_{22(1,bottom)}$ 를 적용하면 다음과 같이 $4N \times 4N$ 의 행렬이 2×2 행렬로 된다.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{1,bottom} = \begin{bmatrix} S_{31} & S_{32} \\ S_{41} & S_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}_{N,top} \quad (13)$$

식 (13)에서 $S_{31} \cdot S_{42} - S_{32} \cdot S_{41} = 0$ 가 되는 ω 와 k 를 구하면 적층판재에서의 위상속도를 결정할 수 있다.

Fig. 2는 0.3 mm의 광판 사이에 0.4 mm의 마그네슘판이 접합되어 있는 3층 적층판재의 위상속도 분산선도이다. 여기서 각 층의 재료상수는 Table 1에 나타내었다.

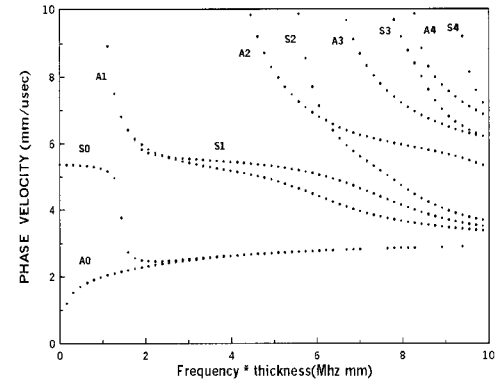


Fig. 2 Phase velocity dispersion curve of a steel-magnesium-steel plate

Table 1 Material properties

	CL(mm/μsec)	CT(mm/μsec)	ρ (g/cm ³)
steel	5.94	3.2	7.8
magnesium	5.8	3.1	1.72

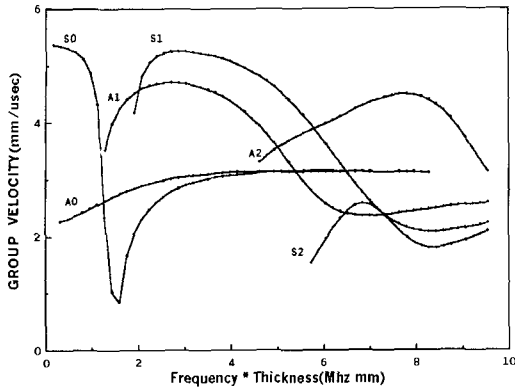
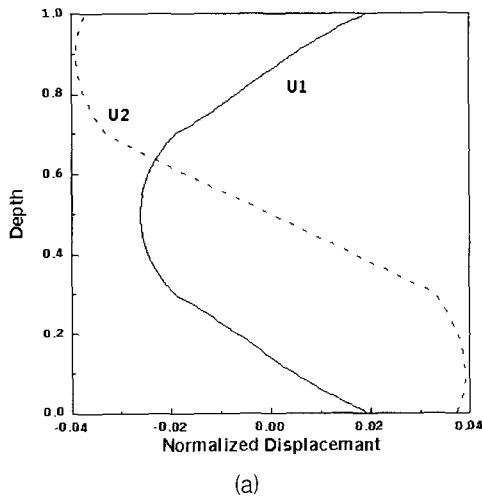
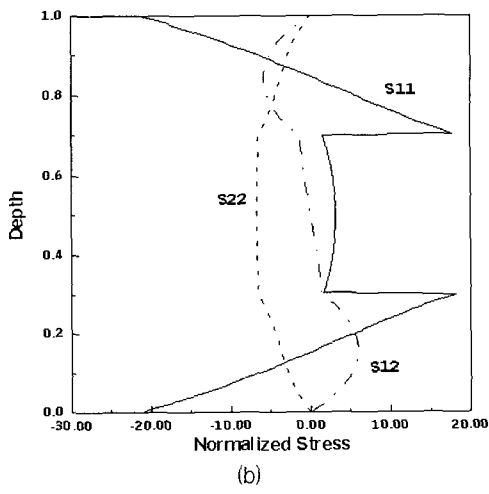


Fig. 3 Group velocity of a steel-magnesium-steel plate



(a)



(b)

Fig. 4 Normalized displacement and stress of steel-magnesium-steel plate (S0 mode, FD=2.0) (a) normalized displacement, (b) normalized stress

군속도는 판재안에서 실제로 파가 진행하는 속도로 판파의 위상속도 분산선도로부터 구한다. Fig. 3는 0.3 mm의 강판 사이에 0.4 mm의 마그네슘판이 접합되어 있는 3층 적층판재의 군속도 분산선도이다.

3. 파형구조 선도

식 (13)에서 구한 ω 와 k 를 식 (2),(3),(5),(6)과 경계조건인 식 (7)에 적용하여 $4N \times 4N$ 을 구성한 후 $A_2/A_1, A_3/A_1, \dots, A_{4N}/A_1$ 을 구하여 각 층에서 $u_{n,1}/A_1, u_{n,2}/A_1, \sigma_{n,11}/A_1, \sigma_{n,12}/A_1, \sigma_{n,22}/A_1$ 을 구할 수 있다. 이러한 변위와 응력을 서로 다른 모드와 주파수에서 각각의 크기를 비교하기 위해서는 다음과 같은 normalized factor를 사용한다.

$$N_n = \sqrt{\frac{P_{b,1}}{P_{n,1}}} \tag{14}$$

여기에서

$$P_1 = \frac{1}{2} \text{Real} \left[-i\omega \int_{-d/2}^{d/2} \{ \sigma_{11}u_1 + \sigma_{12}u_2 \} dx_2 \right]$$

그러므로 정규화(normalization)된 변위와 응력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \overline{u_{n,1}} &= N_n \cdot u_{n,1}, & \overline{u_{n,2}} &= N_n \cdot u_{n,2} \\ \overline{\sigma_{n,11}} &= N_n \cdot \sigma_{n,11}, & \overline{\sigma_{n,12}} &= N_n \cdot \sigma_{n,12} \\ \overline{\sigma_{n,22}} &= N_n \cdot \sigma_{n,22} \end{aligned} \tag{15}$$

Fig. 4는 steel-magnesium-steel plate에서 A0 모드, FD=0.16을 기준으로 하여 정규화한 S0 모드, FD=2.0에서의 파형구조를 나타낸다.

4. 감쇠계수

Fig. 5와 같이 적층판재의 양쪽 표면이 유체와 접촉하고 있는 경우에는 적층 판재내에 생성된 판파는 적층 판재내를 진행하면서 감쇠가 일어나게 된다. 이러한 현상을 해석하기 위해서는 파수 k 를 복소수로 놓고 경계치 문제를 풀게된다. 이때 복소수 k 의 근은 감쇠가 없는 적층판재에서의 파수 k 를 초기치로 하는 Maller의 복소함수 해석법을 사용한다. 이때의 k 의 실수부는 판파의 전파특성을 허수부는 감쇠특성을 각각 나타낸다. 이때 적용되는 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{1b,12} = 0, \quad \sigma_{1b,22} = \sigma_{wb,22} \quad x_2 = 0 \\
 u_{1b,2} = u_{wb,2} \\
 \sigma_{1t,12} = \sigma_{2b,12}, \quad \sigma_{1t,22} = \sigma_{2b,22} \quad x_2 = H_1 \\
 u_{1t,1} = u_{2b,1}, \quad u_{1t,2} = u_{2b,2} \\
 \vdots \\
 \sigma_{Nt,12} = 0, \quad \sigma_{Nt,22} = \sigma_{wt,22} \quad x_2 = H_N \\
 u_{Nt,2} = u_{wt,2}
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

5. 감쇠계수와 두께 방향 변위와의 관계

Fig. 5에서 각 방향의 power는 다음과 같다.

$$P_1 = \sigma_{11} \cdot u_1 + \sigma_{12} \cdot u_2$$

$$P_2 = \sigma_{21} \cdot u_1 + \sigma_{22} \cdot u_2$$

여기에서 감쇠와 관련이 있는 것은 두께방향의 power, 즉 P_2 이다. 그런데 위의 경계조건에서 $\sigma_{12} = \sigma_{21} = 0$ 이므로 $P_2 = \sigma_{22} \cdot u_2$ 이고 물에서의 $u_1 = 0$ 이므로 폭방향의 power를 u_2 의 향으로 표시를 하면 다음과 같다.

$$P_2 = (\lambda + 2G) \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \cdot u_2$$

물에서의 u_2 는 $u_2 = [ik_w e^{-ik_w x_2} A_5] e^{i(kx_1 - \omega t)}$ 이므로 P_2 는 최종적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_2 \approx C \cdot k_w \cdot u_2^2$$

여기서

$$k_w = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_w}\right)^2 - k^2} \approx \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_w}\right)^2 - k^2}$$

$$\bar{k} = k_{real} + ik_{imag}, \quad k_{real} \gg k_{imag}$$

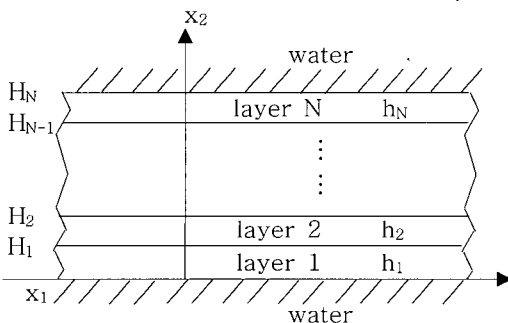


Fig. 5 A multi-layered plate under water loading

감쇠의 크기는 적층판재에서 폭방향의 진폭 u_2 의 제곱에 비례한다. 또한 적층판재의 양쪽면에 물이 닿아 있는 경우 감쇠의 크기를 구하기 위해서 \bar{k} 를 복소수로 하여 판재의 양쪽면에 물이 없는 경우의 실수 k 를 초기치로 사용하여 허수부의 k 를 구할 필요 없이 초기치의 실수 k 를 사용하여 P_2 를 근사적으로 구할 수 있다.

0.3 mm의 두 개의 강판사이에 0.4 mm의 마그네슘판이 접합되어 있는 적층판에서 감쇠계수와 폭방향의 변위를 비교하여 보았다.

Fig. 6는 A3모드에 대한 감쇠계수와 폭방향의 변위를 나타낸다. 위에서 보듯이 전체적인 경향이 비슷하지만 단일강판의 S3모드에서처럼 $FD=9$ 부

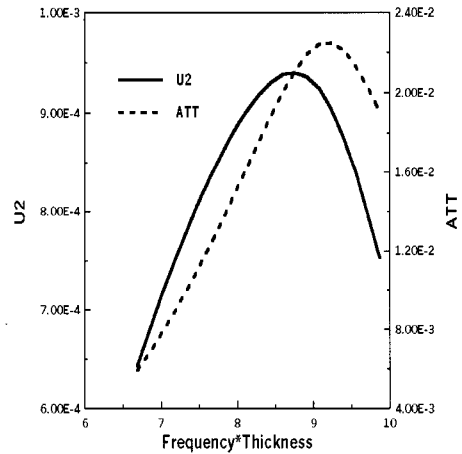


Fig. 6 Attenuation and out of plane displacement for A3 mode of steel-magnesium-steel plate

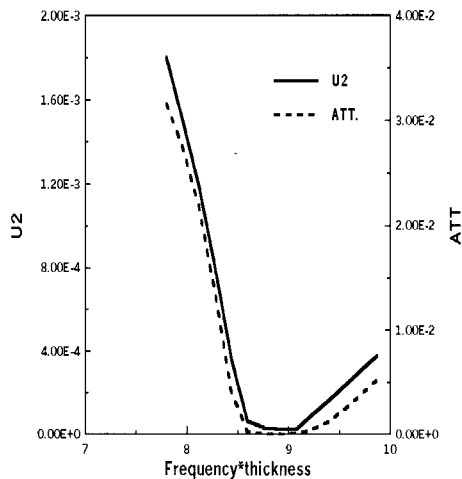


Fig. 7 Attenuation and out of plane displacement for S3 mode of steel-magnesium-steel plate

근에서 감쇠가 최대가 되는 점은 약간 차이가 나는 것으로 나타났다. Fig. 7은 S3 모드에 관한 것으로 전체적인 경향이 같은 것으로 나타났고 FD=9에서 감쇠가 최소로 되는 점이 일치하는 것으로 나타났다.

6. 결론

다층 구조물내 탄성 유도초음파의 거동에 대하여 연구한 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 1) 단일판재와 적층판재에서 생성되는 유도초음파의 위상속도와 군속도 및 해당 파형구조선도를 해석하는 program이 개발되었다.
- 2) 단일판재와 적층판재의 양쪽면에 물이 닿아 있는 각각의 경우에 대하여 물에 의한 감쇠계수를 구할 수 있는 program을 개발하였다.
- 3) 감쇠가 없는 경우의 폭방향 진폭과 감쇠계수를 비교한 결과 서로 관련이 있음이 밝혀졌다.
- 4) 본 연구의 결과는 판재의 양쪽면에 물이 닿아 있어 감쇠가 일어날 경우 감쇠의 크기를 간단하게 계산할 수 있게 됨으로써 최적의 모드선정에 간편하게 사용될 수 있으리라 기대된다.

후 기

본 논문은 2007년에서 2008년 사이 부산대학교 자유과제 학술연구비(2년)와 부산대학교 기계공학부 BK21사업단의 연구비 지원으로 수행되었기에 이에 감사를 표한다.

참고문헌

- [1] W. Zhuang, A. H. Shah and S. K. Datta, "Axisymmetric guided wave scattering by cracks in welded steel pipes," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 119, pp. 401-406, (1997)
- [2] Ajit K. Mal, Pei-cheng Xu and Yosoph Bar-Cohen, "Leaky Lamb waves for the ultrasonic nondestructive evaluation of adhesive bonds," *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 112, pp. 255-259, (1990)
- [3] Michael R. Gorman, "Plate wave acoustic emission," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 90, No. 1, pp. 385-364, (1991)
- [4] S. I. Rokhin, T. K. Bolland and Laszio Adler, "Reflection and refraction of elastic waves on a plane interface between two generally anisotropic media," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 79, No. 4, pp. 906-919, (1986)
- [5] J. L. Rose, K. Rajana and A. Plarski, "Ultrasonic guided waves for NDE of adhesive bonded joints in aging aircraft," *Proceedings of Adhesive Society Meeting*, Orlando, FL, Feb 20-24, (1994)
- [6] J. L. Rose and J. Ditri "Pulse-Echo and through transmission lamb wave techniques for adhesive bond inspectin," *British Jr. NDT*, Vol. 34, No. 12, (1994)
- [7] Rose, J. L., Cho, and Ditri, J., J., "Cylindrical guided wave leakage due to liquid loading," *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol. 13, Plenum Press, (1994)
- [8] Akihiro Sawaguchi and Kohji Toda, "Lamb wave propagation characteristics on water-loaded LiNbO3 thin plates", *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 32, Part 1, No. 5B, pp. 2388-2391, (1993)
- [9] Peter B. Nagy, "Longitudinal guided wave propagation in a transversely isotropic rod immersed in fluid," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 98, No. 1, pp. 454-457, (1995)
- [10] 이종명, 이강용, 조윤희, "다층구조물내 탄성 유도 초음파의 전파에 관한 연구", *한국비파괴 검사학회 춘계학술대회* pp. 99-109, (1999)