

해면질골에서 다공율, 주파수 및 전파각에 대한 초음파 위상속도의 의존성 연구

Study on the Dependence of Ultrasonic Phase Velocity on Porosity, Frequency and Propagation Angle in Cancellous Bone

이강일*, 김용태*, 최민주***†

Kang Il Lee*, Yong Tae Kim** and Min Joo Choi***†

초 록 본 논문에서는 유체에 포화된 다공성 매질에 적용되는 Biot 모델 및 modified Biot-Attenborough (MBA) 모델을 이용하여 해면질골에서 다공율 및 주파수에 대한 초음파 위상속도의 의존성을 예측하였다. 또한 선행 연구자들에 의하여 사람 및 소의 해면질골에서 측정된 값과 비교하였다. 해면질골에서 위상속도는 다공율 및 주파수가 증가함에 따라 감소하는 것을 알 수 있었다. 또한 전파각 효과를 포함하도록 수정된 Biot 모델 및 MBA 모델뿐만 아니라 Schoenberg 모델을 이용하여 해면질골에서 전파각에 대한 위상속도의 의존성을 예측하였다. 본 논문에서 이용된 이론적인 모델들은 초음파와 해면질골의 상호작용에 대한 물리학적 이해를 증진시키는데 기여할 뿐만 아니라 골다공증을 진단하기 위하여 유용하게 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

주요어: 골다공증, 골밀도, 해면질골, 정량적 초음파, 위상속도

Abstract In the present study, the dependence of ultrasonic phase velocity on porosity and frequency in cancellous bone was predicted using the Biot model and the modified Biot-Attenborough (MBA) model for propagation in fluid-saturated porous media. It was also compared with previously published measurements in human and bovine cancellous bones in vitro. It was shown that the phase velocity in cancellous bone decreased with increasing porosity and frequency. The dependence of phase velocity on propagation angle in cancellous bone was predicted using the Schoenberg model together with the Biot model and the MBA model which were modified to include the effect of angle. The theoretical models used in the present study advance our understanding of the interaction between ultrasound and cancellous bone and can be expected to be usefully employed for the diagnosis of osteoporosis.

Keywords: Osteoporosis, Bone Mineral Density, Cancellous Bone, Quantitative Ultrasound, Phase Velocity

1. 서 론

골다공증이란 골소실에 의한 골질량의 감소 및 골조직의 파괴로 인해 뼈가 매우 약해져 작은 충격에

도 쉽게 골절이 발생할 수 있는 질환을 말한다. 세계 보건기구의 정의에 따르면 골다공증은 골밀도 (bone mineral density; BMD)가 젊은 성인의 평균값을 기준으로 2.5 표준편차보다 더 작은 경우를 지칭한다

[1]. 그러므로 임상에서 이용되고 있는 대부분의 골다공증 진단기기는 BMD를 직접 또는 간접적으로 측정하는 방법을 채택하고 있다. 현재 방사선 조사를 이용하는 골다공증 진단방법으로서 단순 X-선 촬영법, dual energy x-ray absorptiometry(DEXA), 그리고 quantitative computed tomography(QCT)가 임상에서 널리 이용되고 있다. 최근에는 뼈를 투과할 때 발생하는 X-선의 투과율 차이로부터 BMD를 산출하는 DEXA가 국내의적으로 가장 널리 이용되고 있다. 그러나 DEXA는 방사선 피폭의 위험성과 상대적으로 검진비용이 많이 소요되는 치명적인 단점을 갖고 있다.

탄성체에서 전파하는 역학과로서 초음파는 방사선 조사를 이용한 진단방법에 비하여 골다공증으로 인한 BMD의 변화뿐만 아니라 골조직의 미세 구조 및 탄성 특성에 대한 정보를 반영하므로 골강도의 변화 및 골질의 위험성에 대한 정보를 민감하게 감지할 수 있는 큰 장점을 갖고 있다. 골다공증 진단을 위한 정량적 초음파(quantitative ultrasound; QUS) 기술은 영국의 Langton et al. (1984)에 의하여 최초로 제안된 이후에 그동안 많은 발전을 거듭하였다[2]. 인체의 뼈는 다공율이 30 % 이상의 값을 갖는 해면질골과 다공율이 30 % 이하의 값을 갖는 피질골로 구분된다. 현재 임상에서 이용되고 있는 대부분의 초음파 골다공증 진단기기는 해면질골로 이루어진 종골(뒤꿈치뼈)에 두께방향으로 초음파를 투과시켜 음속(speed of sound; SOS)과 감쇠(broadband ultrasonic attenuation; BUA)를 측정한다[3]. 이때 측정된 종골의 SOS 및 BUA로부터 BMD를 간접적으로 산출할 수 있으며, 이로부터 골다공증을 진단하는 방법을 이용하고 있다.

QUS 기술을 이용하는 골다공증 진단방법은 방사선 조사를 이용한 진단방법에 비하여 인체에 유해한 방사선 피폭의 위험성이 전혀 없으며, 진단기기의 소형화가 가능하므로 휴대가 용이하고, 또한 상대적으로 진단기기의 가격 및 검진비용이 저렴한 장점을 갖고 있다. 특히 골다공성 골절을 예측하는데 더욱 유용한 것으로 밝혀져 점점 더 많은 연구자들과 의사들의 관심과 주목을 받고 있다. 최근에는 해면질골에서 음속, 감쇠, 및 산란과 같은 초음파 특성을 측정하는 방법뿐만 아니라 해면질골을 둘러싸고 있는 피질골에서 측정된 초음파의 전파속도를 이용하여 피질골의 두께를 산출함으로써 골다공증을 진단하는 연구가 수행되고 있으며, 이를 이

용한 초음파 골다공증 진단기기가 일부 상용화되었다[4].

그러나 현재의 QUS 기술은 단순히 BMD와 종골에서 측정된 초음파의 SOS 및 BUA와의 선형적인 상관관계에 대한 경험적인 사실에만 의존하므로 진단의 정확도에 한계를 갖고 있다. 또한 현재까지 상용화된 초음파 골다공증 진단기기는 해면질골의 비등방성에 대한 정보를 감지할 수 있는 진단방법을 갖추지 못하고 있다. 이와 같은 문제점을 해결하기 위하여 뼈의 초음파 특성을 물리학적으로 이해하는 것은 매우 중요하다. 현재까지 이를 위한 연구가 여러 연구자들에 의하여 꾸준히 수행되고 있으나, 뼈와 초음파의 상호작용에 대한 명확한 이해는 여전히 이루어지지 않고 있다. 예를 들면, 1990년대 점성 유체에 포화된 다공성 매질에 적용되는 Biot 모델을 뼈에 적용하려는 시도가 있었으며, 뼈의 초음파 특성을 부분적으로 설명할 수 있었다[5-7]. 최근에도 여러 연구자들에 의하여 다양한 이론적인 모델을 이용하여 뼈의 초음파 특성을 설명하려는 연구가 활발히 수행되고 있다[8-10].

본 논문에서는 이론적인 모델을 이용하여 해면질골에서 다공율, 주파수, 및 전파각에 대한 초음파 위상속도의 의존성을 예측하였으며, 또한 선행 연구자들에 의하여 사람 및 소의 해면질골에서 측정된 값과 비교하였다.

2. 이론

해면질골의 초음파 특성을 이론적으로 예측하기 위한 모델로서 점성 유체에 포화된 다공성 매질에 적용되는 Biot 모델이 가장 많은 관심을 받아왔다[5-7]. 그러나 Biot 모델은 다른 모델에 비하여 상대적으로 많은 개수의 변수가 필요하며, 몇몇 변수들은 측정하기에 매우 어려운 문제점을 갖고 있다. 또한 다공성 매질에서 감쇠의 원인으로서 점성 효과만을 고려하므로 해면질골의 초음파 감쇠를 예측하는데 한계를 갖고 있다. 최근에 해면질골에서 음속 및 감쇠와 같은 초음파 특성을 다공율 및 주파수에 대하여 예측할 수 있는 modified Biot-Attenborough(MBA) 모델이 제안되었다[10]. MBA 모델은 초음파 감쇠의 원인으로서 점성 효과 및 열 효과를 모두 고려하므로 해면질골의 감쇠를 보다 정확하게 예측할 수 있는 장점을 갖고 있다. 그러나 Biot 모델뿐만 아니라 MBA 모델도 그 구조가

매우 복잡하며 불균일한 비등방성 해면질골을 등방성 매질로 가정하므로 해면질골의 비등방성에 기인하는 초음파 특성 변화를 설명할 수 없는 단점을 갖고 있었다. 본 논문에서는 해면질골에서 다공 및 주파수에 대한 초음파 위상속도의 의존성을 예측하기 위하여 Biot 모델 및 MBA 모델을 이용한다. 또한 전파각에 대한 위상속도의 의존성을 예측하기 위하여 전파각 효과를 포함하도록 수정된 Biot 모델 및 MBA 모델을 이용한다[11].

Hughes et al. (1999)은 고체층과 유체층이 주기적으로 교대로 배열된 층형 구조의 매질에 적용되는 Schoenberg 모델을 최초로 이용하여 해면질골에서 전파각에 대한 위상속도의 의존성을 예측하였다[9,12]. Schoenberg 모델은 주파수에 대한 위상속도의 의존성을 예측할 수 없고, 또한 유체층의 점성 효과 및 열 효과를 고려할 수 없으므로 해면질골의 초음파 감쇠를 예측할 수 없는 큰 단점을 갖고 있으나, 해면질골의 비등방성에 기인하는 위상속도 변화를 최초로 설명할 수 있었다. Schoenberg 모델에 의하면 초음파가 층형 구조를 형성하는 판의 단면에 수직인 방향으로 입사되는 경우에 한 종류의 초음파가 전파하며, 판의 단면에 평행한 방향으로 입사되는 경우에는 두 종류의 초음파가 전파한다. Fig. 1은 초음파를 해면질골의 두 가지 다른

해부학적인 방향을 따라 입사시킨 경우에 해면질골을 투과하여 수신된 파형을 나타낸다. Fig. 1의 오른쪽 화살표와 같이 초음파를 해면질골을 구성하는 섬유주에 수직인 방향 (즉 판의 단면에 수직인 방향)으로 입사시킨 경우에 한 종류의 초음파가 해면질골을 투과하여 수신된 것을 볼 수 있다. 또한 왼쪽 화살표와 같이 섬유주에 평행한 방향 (즉 판의 단면에 평행한 방향)으로 입사시킨 경우에는 (각각 1과 2로 나타낸) 도달시간이 서로 다른 두 종류의 초음파가 구분되어 수신된 것을 볼 수 있다. 이 두 종류의 초음파는 각각 Biot 모델의 fast wave 및 slow wave에 해당된다[5-7]. 본 논문에서는 해면질골에서 전파각에 대한 초음파 위상속도의 의존성을

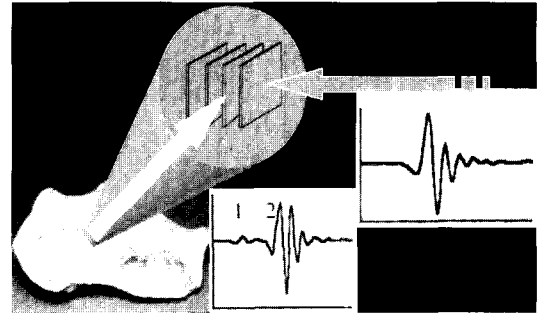


Fig. 1 Geometry of the Schoenberg model for propagation in periodically alternating parallel solid-fluid layers

Table 1 Input parameters of the Biot model, the MBA model, and the Schoenberg model for cancellous bone

Parameter	Biot model	MBA model	Schoenberg model
Density of solid	1800 kg/m ³	1800 kg/m ³	1800 kg/m ³
Compressional speed of solid		3200 m/s	3200 m/s
Shear speed of solid			1800 m/s
Young's modulus of solid	13.7 GPa		
Poisson's ratio of solid	0.3		
Poisson's ratio of frame	0.23		
Density of fluid	1000 kg/m ³	1000 kg/m ³	1000 kg/m ³
Compressional speed of fluid		1483 m/s	1483 m/s
Bulk modulus of fluid	2.2 GPa		
Viscosity of fluid	0.001 Pa · s		
Kinematic viscosity of fluid		1×10 ⁻⁶ m ² /s	
Specific heat ratio of fluid		1.004	
Prandtl number of fluid		7	
Permeability	5×10 ⁻⁹ m ²		
Pore radius	Depend on porosity	0.5 mm	
Tortuosity	Depend on porosity	1	
Variable <i>r</i>	0.25		
Exponent <i>n</i>	2.1		
Boundary condition parameter <i>s</i> ₁		1.5	
Phase velocity parameter <i>s</i> ₂		1.42	

예측하기 위하여 전과각 효과를 포함하도록 수정된 Biot 모델 및 MBA 모델뿐만 아니라 Schoenberg 모델도 이용한다.

Table 1은 해면질골에 대하여 Biot 모델, MBA 모델, 및 Schoenberg 모델에 필요한 변수를 나타낸 것이다. 해면질골을 구성하는 고체성분 (섬유주)은 피질골로 가정하였으며, 유체성분 (골수)은 모델의 예측값을 수중에서의 측정값과 비교하기 위하여 물로 가정하였다. 각 모델의 변수값은 본 저자의 선행 연구로부터 결정되었다[13].

3. 결과 및 고찰

3.1. 다공율에 대한 위상속도의 의존성

Fig. 2는 사람 및 소의 해면질골을 이용하여 1.0 MHz의 주파수에서 측정된 위상속도를 다공율에 대하여 나타낸 것이다. \circ 및 $*$ 기호는 Wear et al. (2005)에 의하여 측정된 사람 해면질골 (53개)의 위상속도를 나타낸다[14]. \triangle 기호는 Hosokawa and Otani (1998)에 의하여 측정된 소 해면질골 (10개)의 위상속도를 나타내며[7], \blacktriangle 기호는 Lee et al. (2003)에 의하여 측정된 소 해면질골 (12개)의 위상속도를 나타낸다[10]. 또한 Table 1의 변수를 이용하여 Biot 모델 및 MBA 모델로부터 1.0 MHz의 주파수에서 예측된 위상속도를 각각 실선 및 점선으로 나타내었다. 소의 해면질골에서 측정된 위상속도가 사람의 해면질골에서 측정된 위상속도에 비하여 큰 분산을 보이는 이유는 소의 해면질골이 상대적으로 더욱 복잡하고 불균일한 구조를 갖는다는

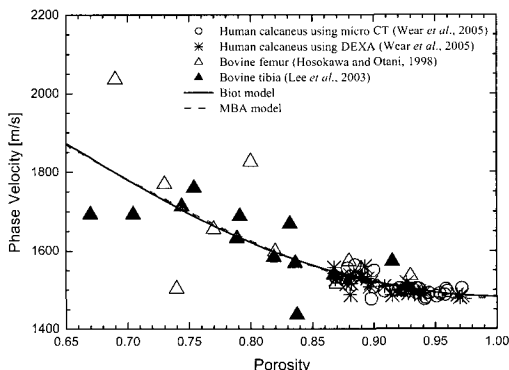


Fig. 2 Experimental and theoretical phase velocities at a frequency of 1.0 MHz plotted as a function of porosity

것을 의미한다. Fig. 2에서 볼 수 있듯이 0.67 부터 0.93 까지의 다공율을 갖는 소의 해면질골은 0.86 부터 0.98 까지의 다공율을 갖는 사람의 해면질골에 비하여 대체로 작은 다공율을 갖는다. 일반적으로 소의 해면질골은 사람의 해면질골에 비하여 큰 골밀도를 갖는다.

Fig. 2에서 볼 수 있듯이 해면질골에서 다공율에 대한 위상속도의 측정값과 예측값 모두 다공율이 증가함에 따라 감소하며, Biot 모델 및 MBA 모델로부터 예측된 위상속도는 0.65 이상의 넓은 다공율 영역에서 다공율과 매우 약한 비선형적인 상관관계를 갖는다. 최근에 Wear (2005)는 매우 가는 나일론 줄로 제작된 해면질골 팬텀을 이용하여 0.88부터 0.98까지의 제한된 다공율 영역에서 위상속도와 다공율이 선형적인 상관관계를 갖는다고 발표하였다[15]. 반면에 Strelitzki et al. (1997)은 젤라틴 입자로 제작된 해면질골 팬텀을 이용하여 0.66부터 0.83까지 비교적 넓은 다공율 영역에서 측정된 위상속도와 다공율이 비선형적인 상관관계를 갖는 것을 발견하였다[16]. Lin et al. (2001)도 stratified 모델을 이용하여 위상속도와 다공율 사이의 비선형적인 상관관계를 보고하였다[17].

3.2. 주파수에 대한 위상속도의 의존성

Fig. 3의 \circ 기호 및 막대그래프는 각각 Wear (2001)에 의하여 300 kHz부터 700 kHz까지의 주파수 영역에서 측정된 사람 해면질골 (30개)의 위상속도 및 표준오차를 나타낸다[18]. 또한 Table 1의 변수를 이용하여 Biot 모델 및 MBA 모델로부터

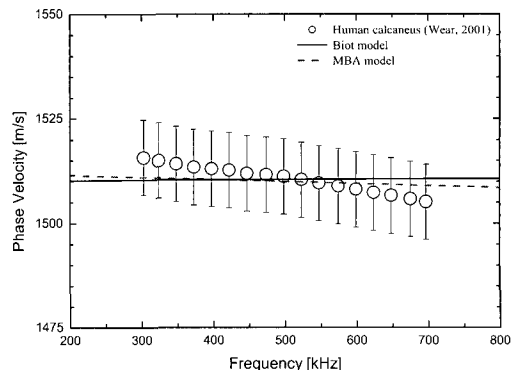


Fig. 3 Experimental and theoretical phase velocities at a porosity of 0.9 plotted as a function of frequency

0.9의 다공율에서 예측된 위상속도를 각각 실선 및 점선으로 나타내었다. Fig. 3에서 볼 수 있듯이 해면질골의 위상속도는 주파수가 증가함에 따라 감소하는 음(-)의 분산 (25 m/s/MHz)을 갖는다. 그러나 Biot 모델의 위상속도는 주파수에 대하여 분산을 보이지 않는 것을 알 수 있다. 반면에 MBA 모델의 위상속도는 사람의 해면질골에서 측정된 위상속도와 같이 주파수가 증가함에 따라 감소하는 음(-)의 분산 (5 m/s/MHz)을 보이나, 주파수에 대한 위상속도의 감소량은 측정값에 비하여 다소 작은 것으로 예측되었다.

해면질골에서 주파수에 대한 위상속도의 분산은 이미 여러 연구자들에 의하여 보고되었다. 특히 Wear (2001)는 사람의 해면질골에서 stratified 모델을 이용하여 음(-)의 분산을 최초로 예측하였으며[18], 최근에 Waters and Hoffmeister (2005)는 소의 해면질골에서 Kramers-Kronig 분산 관계를 이용하여 이를 설명할 수 있었다[19]. 또한 Wear (2005)에 의하여 수중에서 측정된 나일론 줄로 제작된 해면질골 팬텀의 위상속도도 음(-)의 분산을 나타내는 것으로 보고되었다[15]. 반면에 Fry and Barger (1978)는 사람의 두개골로부터 채취한 해면질골에서 측정된 위상속도는 주파수에 대하여 양(+)의 분산을 보이는 것을 발견하였다[20]. 또한 Pal et al. (1982)도 해면질골에서 양(+)의 분산을 확인하였으며[21], Droin et al. (1998)은 사람의 해면질골에서 음(-) 또는 양(+)의 분산을 모두 측정할 수 있었다[22]. 이와 같이 해면질골에서 위상속도가 주파수에 대하여 음(-) 또는 양(+)의 분산을 보이는 이유는 명확히 이해되지 않고 있다.

3.3. 전파각에 대한 위상속도의 의존성

Fig. 4의 ○ 기호는 Hughes et al. (1999)에 의하여 전파각에 대하여 측정된 소 해면질골의 위상속도를 나타낸다[9]. 또한 Fig. 4의 실선 및 점선은 각각 전파각 효과를 포함하도록 수정된 Biot 모델 및 MBA 모델을 이용하여 0.65의 다공율 및 1.0 MHz의 주파수에서 해면질골의 해부학적인 방향에 따라 수신되는 fast wave 및 slow wave의 위상속도를 전파각에 대하여 예측한 값을 나타낸다[11]. 그림에서 0°의 전파각은 초음파가 해면질골을 구성하는 섬유주에 수직인 방향으로 입사되는 경우에 해당하며, 90°의 전파각은 해면질골을 구성하는 섬유주에 평행한 방향으로 입사되는 경우에 해당한다.

Fig. 4에서 볼 수 있듯이 slow wave의 위상속도 측정값은 전파각에 대하여 거의 일정한 값을 갖는다. 반면에 fast wave의 위상속도 측정값은 90°의 전파각에서 최대값을 가지며, 20°의 전파각에서 최소값을 갖는다. 수정된 Biot 모델 및 MBA 모델로부터 예측된 fast wave의 위상속도는 전파각이 증가함에 따라 빠르게 증가하는 경향을 가지며, 비교적 넓은 전파각 영역에서 측정값과 서로 매우 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 반면에 slow wave의 위상속도는 전파각이 증가함에 따라 매우 천천히 증가하는 경향을 가지며, 측정값보다 다소 작은 값을 갖는 것을 알 수 있다.

Fig. 4의 가는 점선은 Table 1의 변수를 이용하여 Schoenberg 모델로부터 예측된 위상속도를 나타낸다. Fig. 4에서 볼 수 있듯이 Schoenberg 모델의 위상속도는 55° 이상의 전파각 영역에서 (즉 초음파가 해면질골을 구성하는 섬유주에 평행한 방향에 가깝게 입사될수록) 측정값과 서로 잘 일치한다. 특히 slow wave의 경우에는 Schoenberg 모델의 위상속도가 수정된 Biot 모델 및 MBA 모델의 위상속도보다 측정값에 더욱 가까운 것을 볼 수 있다. 그러나 fast wave 및 slow wave 모든 경우에 대하여 55° 이하의 전파각 영역에서는 (즉 초음파가 해면질골을 구성하는 섬유주에 수직인 방향에 가깝게 입사될수록) 수정된 Biot 모델 및 MBA 모델의 위상속도와 큰 차이를 나타낸다. 특히 Schoenberg 모델의 위상속도는 수정된 Biot 모델 및 MBA 모델의 위상속도와 0°의 전파각에서 가장

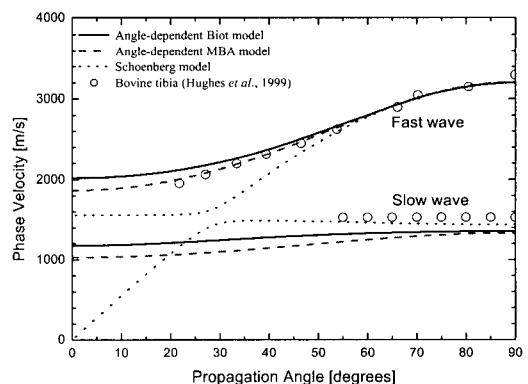


Fig. 4 Experimental and theoretical phase velocities at a porosity of 0.65 and at a frequency of 1.0 MHz plotted as a function of propagation angle

큰 차이를 나타낸다. 이는 Schoenberg 모델이 Biot 모델 및 MBA 모델과 본질적으로 서로 다른 물리학적 관점으로부터 출발하였음을 의미한다. 즉 매우 복잡하며 불균일한 비등방성의 해면질골을 고체층과 유체층이 주기적으로 교대로 배열된 층형 구조로 가정하는 극단적인 단순화로부터 야기되는 문제점이라고 할 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 유체에 포화된 다공성 매질에 적용되는 Biot 모델 및 MBA 모델을 이용하여 해면질골에서 다공을 및 주파수에 대한 초음파 위상속도의 의존성을 예측하였으며, 또한 선행 연구자들에 의하여 사람 및 소의 해면질골에서 측정된 값과 비교하였다. 해면질골에서 위상속도는 다공을 및 주파수가 증가함에 따라 감소하는 것을 알 수 있었다. 또한 전파각 효과를 포함하도록 수정된 Biot 모델 및 MBA 모델뿐만 아니라 Schoenberg 모델을 이용하여 전파각에 대한 위상속도의 의존성을 예측하였다. 본 논문에서 이용된 이론적인 모델들은 초음파와 해면질골의 상호작용에 대한 물리학적 이해를 증진시키는데 기여할 뿐만 아니라 골다공증으로 진단하기 위하여 유용하게 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

이 논문은 산업자원부의 지원을 받아 연구되었음.

참고문헌

- [1] C. F. Njeh, D. Hans, T. Fuerst, C. C. Gluer, and H. K. Genant, *Quantitative Ultrasound: Assessment of Osteoporosis and Bone Status*, pp. 10-11, Martin Dunitz, London, UK, (1999)
- [2] C. M. Langton, S. B. Palmer, and R. W. Porter, "The measurement of broadband ultrasonic attenuation in cancellous bone," *Eng. Med.*, Vol. 13, pp. 89-91, (1984)
- [3] P. Laugier, "An overview of bone sonometry," *International Congress Series*, Vol. 1274, pp. 23-32, (2004)
- [4] K. I. Lee and S. W. Yoon, "Feasibility of bone assessment with leaky Lamb waves in bone phantoms and a bovine tibia," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 115, pp. 3210-3217, (2004)
- [5] J. L. Williams, "Ultrasonic wave propagation in cancellous and cortical bone: prediction of some experimental results by Biot's theory," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 91, pp. 1106-1112, (1992)
- [6] A. Hosokawa and T. Otani, "Ultrasonic wave propagation in bovine cancellous bone," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 101, pp. 558-562, (1997)
- [7] A. Hosokawa and T. Otani, "Acoustic anisotropy in bovine cancellous bone," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 103, pp. 2718-2722, (1998)
- [8] R. Strelitzki, P. H. F. Nicholson, and V. Paech, "A model for ultrasonic scattering in cancellous bone based on velocity fluctuations in a binary mixture," *Physiol. Meas.*, Vol. 19, pp. 189-196, (1998)
- [9] E. R. Hughes, T. G. Leighton, G. W. Petley, and P. R. White, "Ultrasonic propagation in cancellous bone: a new stratified model," *Ultrasound Med. Biol.*, Vol. 25, pp. 811-821, (1999)
- [10] K. I. Lee, H. S. Roh, and S. W. Yoon, "Acoustic wave propagation in bovine cancellous bone: application of the modified Biot-Attenborough model," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 114, pp. 2284-2293, (2003)
- [11] K. I. Lee, E. R. Hughes, V. F. Humphrey, T. G. Leighton, and M. J. Choi, "Empirical angle-dependent Biot and MBA Models for acoustic anisotropy in cancellous bone," *Phys. Med. Biol.*, Vol. 52, pp. 59-73, (2007)
- [12] M. Schoenberg, "Wave propagation in alternating solid and fluid layers," *Wave Motion*, Vol. 6, pp. 303-320, (1984)
- [13] K. I. Lee, V. F. Humphrey, T. G. Leighton, and S. W. Yoon, "Predictions of the modified Biot-Attenborough model for the

- dependence of phase velocity on porosity in cancellous bone," *Ultrasonics*, Vol. 46, pp. 323-330, (2007)
- [14] K. A. Wear, A. Laib, A. P. Stuber, and J. C. Reynolds, "Comparison of measurements of phase velocity in human calcaneus to Biot theory," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 117, pp. 3319-3324, (2005)
- [15] K. A. Wear, "The dependencies of phase velocity and dispersion on trabecular thickness and spacing in trabecular bone-mimicking phantoms," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 118, pp. 1186-1192, (2005)
- [16] R. Strelitzki, J. A. Evans, and A. J. Clarke, "The influence of porosity and pore size on the ultrasonic properties of bone investigated using a phantom material," *Osteoporosis Int.*, Vol. 7, pp. 370-375, (1997)
- [17] W. Lin, Y. X. Qin, and C. Rubin, "Ultrasonic wave propagation in trabecular bone predicted by the stratified model," *Ann. Biomed. Eng.*, Vol. 29, pp. 781-790, (2001)
- [18] K. A. Wear, "A stratified model to predict dispersion in trabecular bone," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, Vol. 48, pp. 1079-1083, (2001)
- [19] K. R. Waters and B. K. Hoffmeister, "Kramers-Kronig analysis of attenuation and dispersion in trabecular bone," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 118, pp. 3912-3920, (2005)
- [20] F. J. Fry and J. E. Barger, "Acoustical properties of the human skull," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 63, pp. 1576-1589, (1978)
- [21] S. Pal, S. Saha, and G. N. Reddy, "Frequency dependence of ultrasonic characteristics of cancellous bone," in *Biomedical Engineering*, Pergamon, London, UK, (1982)
- [22] P. Droin, G. Berger, and P. Laugier, "Velocity dispersion of acoustic waves in cancellous bone," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, Vol. 45, pp. 581-592, (1998)