

## 로켓 노즐의 두께 변화에 대한 열응력 구조해석

소정수\* · 도규성\* · 장윤제\*\* · 송승호\*\* · 한정수\*\* · 문희장\*\*\*

### A Study on Nozzle Structure Analysis about thermal stress effect Associated with Nozzle Thickness in Rocket

Jungsoo So\*, Gyusung Do\*, Yunje Jang\*\*, Seungho Song\*\*, Jungsoo Han\*\*, Heejang Moon\*\*\*

#### ABSTRACT

This paper describes the performance characteristics of flow and structure in the post-chamber and nozzle. Using the computational fluid dynamics (CFD) technique, the stress and compressible flow fields in the downstream of the post chamber and nozzle were numerically calculated. Besides, the stress characteristics at the wall of post-chamber and nozzle were investigated under different thickness (2mm, 5mm and 10mm) of the nozzle wall. The stress pattern demonstrates that the strength of nozzle wall having 10mm is safer than that of 5mm or 2mm according to von Mises stress irrespective to the pressure field

Key Words: Hybrid Rocket, Distortion-Energy theory, Safety Factor, von Mises Stress

#### 기호설명

$D_p$	: 포스트 챔버 직경 (mm)
$d_i$	: 노즐 입구 직경 (mm)
$P_i$	: 후기챔버 압력 (bar)
$T_i$	: 후기챔버 온도 (K)
$v_e$	: 출구 Mach number
$P_e$	: 출구 압력 (pascal)
$\sigma_{Yield}$	: 항복응력 (pascal)
$\sigma'$	: von Mises Stress (pascal)
$i$	: 내부 에너지 (J)
$\epsilon$	: rate of dissipation
$k$	: 난류 운동 에너지

$\tau_{ij}$  : 3차원 점성 응력

#### 1. 서론

비행체의 구성품 중 로켓 노즐은 지구 대기권 및 우주공간에서 비행체를 원하는 위치까지 이동시키는 추진력을 발생하는 장치이다. 그러므로 여러 가지 설계변수에 따른 로켓 노즐에 관한 연구 및 성능예측은 비행체의 임무완수를 위하여 필수적인 연구라 할 수 있다[1]. 일반적으로 로켓 추진제 점화 시 연소실 내부는 고온, 고압 상태로 운영된다. 연소실 후방에는 뜨거운 공기가 가속하고 팽창하도록 수축-팽창 노즐이 사용되는데, 이러한 노즐은 높은 온도로 인해 가혹한 운영 환경에 노출되고 이에 따라 급격한

\* 학생회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학과

\*\* 학생회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

\*\*\* 종신회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부  
연락처, E-mail: hjmoon@kau.ac.kr

침식이 일어나게 된다. 따라서 노즐에서 열부하가 가장 심한 노즐 목 부근은 이에 견딜 수 있도록 설계되어야 한다[2,3].

본 연구에서는 노즐의 후기 챔버 및 노즐 내에서, 연소 온도는 3000K, 압력은 10bar로 발생하는 연소 유동장을 해석하여, 이에 따른 노즐 벽의 구조해석에 그 주안점을 두었다. 로켓 노즐 내에 최고 온도에서 해석을 수행하면 전체 온도 범위에서 안전성을 확보할 수 있으므로 3000K라는 고온으로 선정하였다. 성능 해석의 주요결과인 출구 속도, 열응력, 노즐의 변형률은 후기 챔버 및 노즐의 기하학적 조건, 그리고 노즐 재료의 물성을 통해 결정되는데, 본 연구에서는 실험실 규모의 로켓 노즐에서 사용되는 순수 구리를 재료로 택하였다.

전산유체역학 기법을 활용한 범용 열유동 및 구조 해석 코드인 'CFD-ACE[4]'를 이용하여 후기 챔버와 노즐 내에서의 유동 특성과 유동에 의한 응력을 계산하여 적정 두께와 응력 분포를 분석하고자 한다.

## 2 해석 모델 소개

일반 로켓 모터의 전산유체역학 기법을 통한 후기 챔버 및 노즐내의 3차원 유동장의 해석을 수행하였다[6].

입력된 입구와 출구, 그리고 벽면에서의 초기 조건은 Table 1과 같다. 출구에서의 압력과 온도는 외부 환경 조건을 나타낸다. 연소 후 후기 챔버를 통해 유동이 노즐로 흘러가는 정상상태를 가정하여 해석하였으며, 이에 따라 노즐 벽면에 생기는 변화를 알아보았다.

Table 1. Input data

$P_i$ (bar)	$T_i$ (K)	$P_{outlet}$ (bar)	$T_{outlet}$ (K)	$T_{wall}$ (K)
10	3000	1.01325	300	300

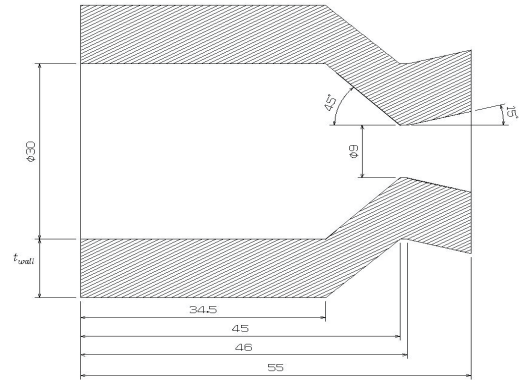


Fig. 1 Schematic-diagram of layout of the nozzle model

## 21 수치 모델의 형상 및 제한

Figure 1의 후기 챔버와 노즐 부분의 유동에 대한 계산을 통하여 두께에 따른 노즐 벽면의 응력 변화를 예측하였다.

노즐의 수치는 Fig.1와 동일하게 설정하였고 노즐 벽면의 두께를 2mm, 5mm, 10mm로 변화를 주어 3가지 경우에 대하여 계산을 수행하였다.

## 22 계산 격자 및 경계 조건

Figure 2는 본 연구에 적용된 5mm 두께의 노즐에 적용된 계산 격자를 보여준다. 연소가스의 유동영역과 노즐의 구조물인 고체영역을 나누어 격자를 생성하였다.

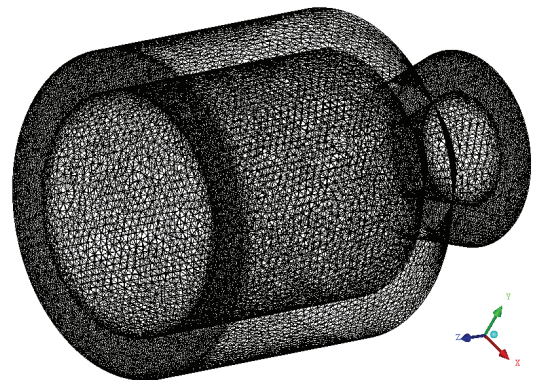


Fig. 2 Computational grid

격자는 비정렬 격자를 사용하였으며 벽면에서의 응력변화를 집중적으로 관찰하기 위하여 노즐 벽의 격자를 노즐 내의 격자보다 조밀하게 생성하였다. 입구와 출구를 제외한 나머지 구간은 모두 벽면 경계조건으로 설정하였다.

### 23 지배방정식

본 연구는 후기 챔버에서 노즐을 통해 빠져나가는 유동과 유동에 의해 생기는 응력에 대한 연구이다. 유동의 해석을 위해 보존 방정식[7]을 수치적으로 계산하여 이를 CFD-ACE를 이용한 연성해석(유동 과 구조물의 응력 해석을 동시에 시행하는 방법)을 통해 후기챔버와 노즐 내의 유동 특성과 벽면에서의 응력이 구해진다.

· 질량 보존 방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (1)$$

· 운동량 보존 방정식

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i u_j) + \frac{\partial p}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (2)$$

· 에너지 보존 방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho h_0)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} h_0) &= \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T) \\ &+ \frac{\partial p}{\partial t} + \left[ \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] \\ &+ \left[ \frac{\partial(v\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zx})}{\partial z} \right] \\ &+ \left[ \frac{\partial(w\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zx})}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

· Standard k-ε 방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) \\ = \rho P - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \epsilon) \\ = C_{\epsilon_1} \frac{\rho P}{k} - C_{\epsilon_2} \frac{\rho \epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \epsilon \end{aligned} \quad (4)$$

· 전체 엔탈피

$$h_0 = i + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \quad (5)$$

· Turbulent viscosity

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

### 24 전체 계산의 흐름

해석적인 방법을 통해 성능 예측을 수행하는 절차를 Fig. 3의 개략도를 통해 도시하였다. 후기 챔버와 노즐의 기하학적 정보, 후기 챔버 및 노즐 입구의 압력과 온도, 노즐의 벽면 조건을 CFD-ACE의 초기 조건으로 넣게 된다. 입력된 조건들은 CFD-ACE에서 유체 해석과 구조 해석의 상호작용을 통해 결과를 도출한다.

도출된 결과를 바탕으로 유동의 특성을 확인하고, 응력 분석을 통해 구리의 물성과 비교하여 응력에 따른 노즐의 파괴 및 적정 노즐 두께를 도출하였다.

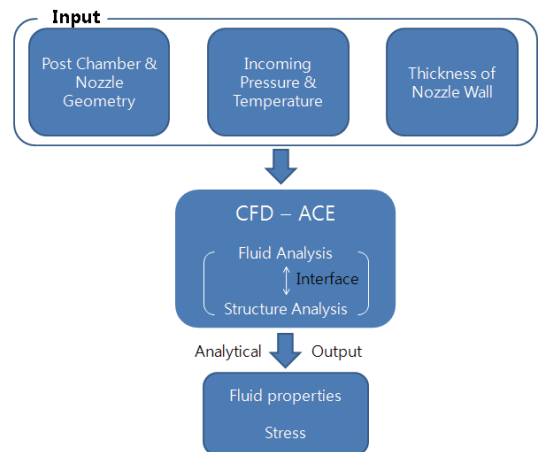


Fig. 3 Flow chart of the numerical model

### 3. 해석 결과

#### 3.1 속도장, 압력분포 및 표면 열전달 계수

Figure 4, 5은 노즐 벽면 두께 10mm일 때의 속도장과 압력 분포를 나타내며 노즐 내의 유동만을 도시하였다. Table 2를 통해 노즐 출구에서의 속도와 압력이 참고문헌[6]의 결과와 유사하여, 해석의 결과가 타당하다고 판단하였다.

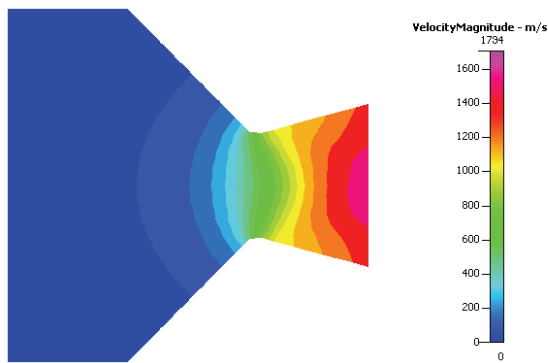


Fig. 4 Velocity contour at 10mm nozzle

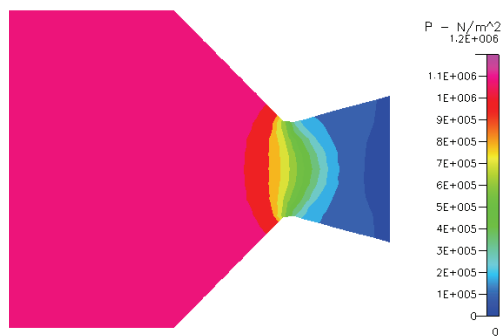


Fig. 5 Pressure contour at 10mm nozzle

Table 2. Velocity and pressure at outlet

Nozzle Thickness	Exit Velocity (m/s)	Exit Pressure (bar)
2mm	1751	0.765
5mm	1727	0.794
10mm	1734	0.788
참고문헌[6]	1794.1	0.732

출구의 속도는 노즐 목과 노즐 출구의 면적비에 의해 결정된다[8]. 노즐 두께에 따라 노즐 내의 압력 분포에 차이가 있지만, 입구 압력과 형상이 같기 때문에 출구 속도는 거의 같다고 볼 수 있다.

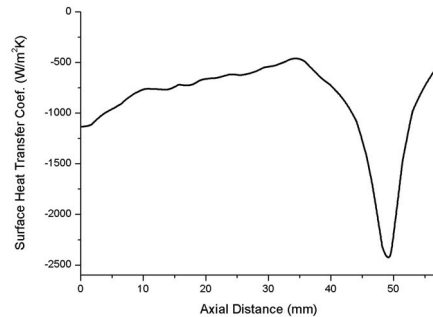


Fig. 6 Surface heat transfer coefficient at 10mm nozzle

Figure 6은 노즐 벽면 두께 10mm일 때의 표면 열전달 계수를 보여준다. 노즐 목에서의 표면 열전달 계수가 가장 높다.

표면 열전달 계수를 고려하면 노즐 목에서 가장 큰 응력이 작용하며, 노즐 목이 구조적으로 가장 취약할 것으로 생각된다.

#### 3.2 응력 분포도

노즐의 적정 두께와 응력 분포를 분석하기 위해 Distortion-Energy 이론[5]을 사용하였다. Distortion-Energy(DE, von Mises) 이론은 구조물 강도설계에 적용되는 이론중 하나로서 변형 에너지는 전단변형에너지와 체적변형에너지로 구성되어 있는데 전단변형에너지가 인장시의 항복점에서의 변형에너지에 도달하였을 때 파손된다는 이론이다. 이는 연성재료의 파손을 예견하는데 쓰인다. 또한 구조물의 강도를 평가할 때 구조물에 걸리는 응력과 그 재료의 강도를 비교하게 되는데, 응력이 강도보다 크다면 파손이 된다고 판정한다. 이때 사용되는 대표적인 방법이 von Mises stress이다. 3차원의 von Mises Yield Criteria는 다음과 같이 표현된다.

$$A = (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 \quad (7)$$

$$B = (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 \quad (8)$$

$$C = (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 \quad (9)$$

$$D = 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) \quad (10)$$

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} [A+B+C+D]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}}$$

식 11에서  $\sigma'$ 은 von Mises stress를 나타낸다. von Mises stress는 주응력간의 차이에 대한 RMS(Root Mean Square)값으로 항상 0보다 크며 구조해석 결과에서 인장, 압축과 관계없이 어느 부분의 응력이 많이 작용하는지를 한눈에 확인할 수 있다. Fig. 7-9은 노즐 벽면 두께가 각각 2mm, 5mm 그리고 10mm에 대한 von Mises stress 결과이다. von Mises stress가 집중적으로 나타나는 부분을 도식화하였다.

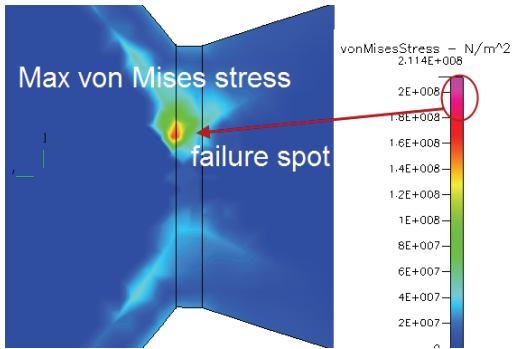


Fig. 7 Distribution von Mises stress at 2mm nozzle

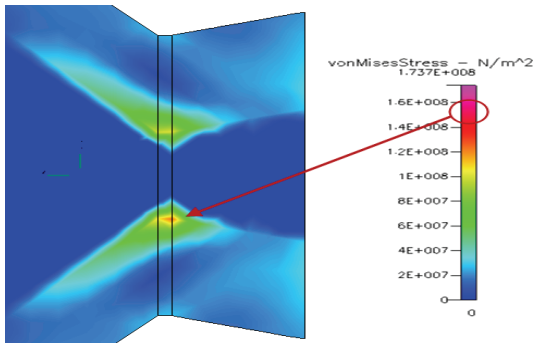


Fig. 8 Distribution von Mises stress at 5mm nozzle

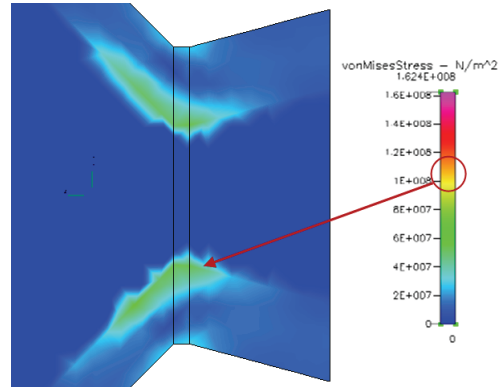


Fig. 9 Distribution von Mises stress at 10mm nozzle

Legend의 상단을 확인하여보면 두께별 최대 von Mises stress의 값을 확인할 수 있는데 2mm일 경우 211.4MPa, 5mm일 경우 173.7MPa, 그리고 10mm일 경우 162.4MPa로 두께가 얇아짐에 따라 더 큰 von Mises stress가 나타나는 것을 확인할 수 있다.

여기서 주목할 점은 von Mises stress는 두께가 10mm일 경우에는 넓은 지역에 걸쳐 최대 von Mises stress보다는 작은 값으로 나타나지만 두께가 얇아질수록 좁은 지역에 최대 von Mises stress에 가까운 값으로 집중되어 나타난다는 점이다. 이것은 실제 노즐에서 파괴되는 부분이라고 사료된다. Fig. 10은 노즐 벽면 두께에 대한 최대 von Mises stress를 그래프로 나타낸 것이다.

두께가 얇아짐에 따라 더 큰 von Mises stress 값을 가지는 것을 확인할 수 있다. 이것은 두께가 얇아질수록 구조적으로 불안정하다는 것을 의미한다.

DE 이론은 비록 설명하는 수식전개 과정이 복잡해서, 실제 계산 값과 결과의 효용성을 모호하게 만드는 경향이 있을 지라도 본 연구에서와 같이 유도된 수식들로 인하여, 가장 복잡한 응력 상태에 대해서도 von Mises stress라는 단일한 양으로 설명할 수 있게 되었으며, 재료의 항복강도와도 비교할 수 있게 되었다. 이는 다음의 설계식으로 표현할 수 있다.

$$\sigma' = \frac{S_y}{n} \tag{12}$$

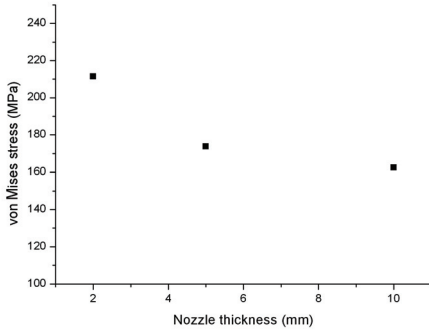


Fig. 10 Max von Mises stress at 2mm, 5mm and 10mm

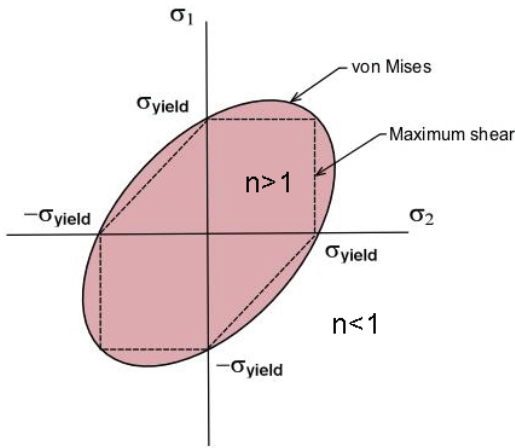


Fig. 11 True plot obtained from  $\sigma' = S_y/n$

식 12에서 n은 safety factor[10],  $\sigma'$ 는 von Mises Stress,  $S_y$ 는 항복응력이다. Fig. 11은 평면 응력 상태에서의 변형 에너지(DE) 일 때 얻어지는 그래프이다.  $n = 1$ 이고,  $\sigma' = S_y$ 이다.

$n \geq 1$  일 때 그래프의 안쪽에 위치하며, 이 때 구조적으로 안전하다고 판단 할 수 있다.

하지만  $\sigma' > S_y$ 일 경우에는 n은 1보다 작기 때문에 그래프 상에서 타원의 밖에 존재하게 되고, 구조적으로 불안정하다고 말할 수 있다.

변형에너지이론은 정수압 응력 아래에서는 파손이 발생하지 않는다고 예측하며, 이는 연성 거동을 보이는 모든 실험 데이터와 잘 일치한다. 따라서 연성재료에 대해 가장 광범위하게 적용되고 있으며, 다른 특별한 제한이 없는 대부분의 설계 문제에 적합한 방법으로 추천할 수 있다. 구리는 대표적인 연성 물질이므로 식 12를 통해 안전 계수를 구할 수 있다.

통상적으로 구조물의 안정성은 안전여유(Margin of Safety)를 통해 판단하게 된다. 다음의 식은 안전여유를 구하는 식이다.

$$\text{Margin of Safety} = n - 1 \tag{13}$$

안전여유 값이 0 이하일 때 구조물은 파괴가 일어난다. 일반적으로  $n \geq 1.5$ , 즉 안전여유가 50% 이상에서 구조적으로 안전하다고 볼 수 있다. 식 12를 통해 안전계수를 계산하면 Table 3과 같다.

각각의 노즐 벽면 두께에 대한 안전 계수는 2mm 일 때 1.183, 5mm일 때 1.439, 10mm 일 때 1.539 이다.

노즐 벽면의 두께가 2mm, 5mm 일 경우에는 구조적으로 불안정할 것으로 추측되고, 10mm일 때 안전계수는 1.539이므로  $n \geq 1.5$ 에 해당된다. 이 범위에 속할 때 구조적으로 안전하다고 말할 수 있으므로 10mm 이상으로 노즐 벽면 두께를 설계하면 노즐의 파괴 없이 안전하다고 볼 수 있다. Fig. 12는 두께에 따른 안전 계수를 그래프로 보여주고 있다.

Table 3. Max von Mises stress and safety factor

Nozzle Thickness	Max von Mises stress (MPa)	Safety Factor (n)
2mm	211.4	1.183
5mm	173.7	1.439
10mm	162.4	1.539

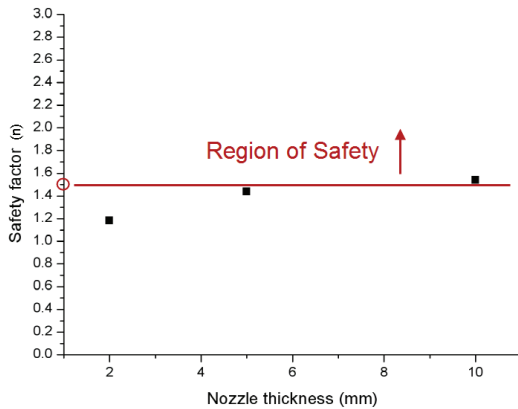


Fig. 12 Relationship between thickness and safety factor

#### 4. 결 론

일반 로켓의 노즐 벽면두께 변화에 따른 유동 및 응력 분포에 대하여 수치해석 연구를 통해 얻게 된 결과는 다음과 같다.

1. 후기 챔버와 노즐의 벽면은 자유 거동으로 조건을 주었음에도 불구하고 노즐 목에서 von Mises stress가 집중적으로 발생하는 것을 확인 할 수 있었다. 이는 고온, 고압의 유동 가스가 노즐을 따라 출구로 흘러나가면서 축 방향으로 가장 큰 힘을 주게 되는데, 이로 인해 수축부에 유동의 힘에 대한 반력이 생기고, 이는 응력으로 나타나 면적이 제일 좁은 노즐 목을 중심으로 응력이 크게 발생하는 것으로 사료된다.

2. 노즐 벽의 두께가 얇을수록 응력에 취약하게 되며, DE이론에 입각한 안전 계수 및 안전 여유를 통해 노즐의 파괴 가능성을 확인하였다.

노즐의 파괴를 막기 위한 하나의 방법으로 노즐 벽면의 두께를 두껍게 설계할 수 있다. 벽면 두께를 두껍게 설계하는 방법은 무게에 따라 성능이 좌우되는 로켓의 특성상 로켓의 무게를 증가시키는 단점을 가진다. 그러므로 로켓 노즐의 벽면 두께 설계에 있어서 응력과 안전계수 계산을 통해  $n \geq 1.5$ 의 값을 가질 수 있는 알맞은 두께 선정이 필요할 것으로 판단되며, 노즐 두께 증가에 따른 노즐의 안전성과 노즐 무게 증가에 따른 성능 저하에 대한 최적화가 동반되어야 할 것으로 생각된다.

본 연구는 후기 챔버와 노즐의 벽면이 단열이

라는 가정에 의거하여 계산이 수행된 만큼, 추후 외부 유동, 혹은 cooling에 의한 냉각이 있을 경우에 대해 응력 분포의 변화에 대해 연구를 수행하여야 할 것이다.

#### 후 기

‘본 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 국가지정연구실사업으로 수행된 연구임(No. ROA-2007-000-10034-0(2007)).’

#### 참 고 문 헌

- [1] Young-In Kim, "A study of Aero-thermodynamic Flow and Ablation Characteristic for Rocket Nozzle with Variation of Design Parameters", School of Mechanical Engineering Graduate School Yeungnam University, 2001
- [2] J-Y Choi, H-S Choi and Y-M. Kim, Thermochemical Performance Analysis of KSR-III Rocket Nozzle, KOSCO SYMPOSIUM 22th, pp.90-98
- [3] Jung Hoon, Ja-ye Koo, Soo-Yong Lee, "Structural Analysis of Composite Rocket Nozzle", Journal of Industrial Technology, Korea Aerospace University, 1995, pp.115~128
- [4] ESI Advanced CFD-ACE 2008.0 User's Guide, <http://www.Engr.Panam.Edu>
- [5] Joseph E. Shigley, Charles R. Mischke, Richard G. Budynas, Mechanical Engineering Design, 7th ed., McGraw Hill, 2003, pp.178~182
- [6] 소정수, 김소라, 송재천, 이동훈, 윤창진, 문희장, "다공 포트 연소기 후기 챔버의 유동 및 특성 연구", 한국항공우주학회지, 제 15권, 제 4호, 2007, pp.17~23
- [7] Sutton, G. P. , Oscar Biblarz, Rocket Propulsion Elements, 7th ed., John Wiley & Sons Inc., 2001, pp.45~101
- [8] James John, Theo Keith, "Gas Dynamics 3rd Edition", 2006, pp.68~83
- [9] James M. Gere, "Mechanics of Materials", 2004, pp.39~42