

제동 장치 최적 설계 모듈 개발

정성필¹⁾ · 박태원²⁾

아주대학교 기계공학과¹⁾ · 아주대학교 기계공학부²⁾

Development of the Optimization Design Module of a Brake System

Sungpil Jung^{*1)} · Taewon Park²⁾

¹⁾Graduate School of Mechanical Engineering, Ajou University, Gyeonggi 443-749, Korea

²⁾School of Mechanical Engineering, Ajou University, Gyeonggi 443-749, Korea

(Received 16 November 2007 / Accepted 8 January 2008)

Abstract : In this paper, the optimization design module for the brake system of a vehicle is developed. As using this module, design variables, that minimize an object function and satisfy nonlinear constraint conditions, can be found easily. Before an optimization is operated, Plackett-Burman design, one of the factorial design methods, is used to choose the design variables which affect a response function significantly. Using the response surface analysis, second order recursive model function, which informs a relation between design variables and response function, is estimated. In order to verify the reliability of the model function, analysis of variances(ANOVA) table is used. The value of design variables which minimize the model function and satisfy the constraint conditions is predicted through Sequential Quadratic-Programming (SQP) method. As applying the above procedure to a real vehicle simulation model and comparing the values of object functions of a current and optimized system, the optimization results are verified.

Key words : Object function(목적함수), Response function(반응함수), Recursive model function(회귀 모형 함수), Response surface analysis(반응표면 분석법), Sensitivity analysis(민감도 해석), Analysis of variances table(분산분석표)

1. 서론

차량의 제동장치는 새시의 일부분을 구성하는 시스템으로써, 정지를 포함한 차량의 감속, 내리막길에서 차량의 속도유지 및 주차 중에 차량이 움직이는 것을 방지하는데 사용된다. 차량의 안정성에 결정적인 영향을 미치는 제동장치는 차량의 중량, 차량의 진행방향, 노면의 상태, 브레이크 라이닝의 노후상태에 상관없이 항상 안정적인 성능을 발휘해야 한다. 유압식 브레이크를 장착한 차량의 제동 성능을 해석하기 위해서는 페달, 배력장치, 마스터 실린

더, 밸브 및 휠 브레이크등 모든 구성부품의 특성과 그 부품들이 전체 시스템에 미치는 영향을 동시에 해석해야만 하기 때문에 많은 시간과 비용을 필요로 한다. 따라서 컴퓨터를 이용하여 제동성능을 예측하는 것이 일반화 되어가고 있다.

제동성능을 예측하기 위한 컴퓨터 프로그램을 개발한 연구로는 Tracter-Semitrailer 차량의 제동특성에 관한 Suh¹⁾의 연구, Kim²⁾의 페달 답력이 제동장치의 특성에 미치는 영향에 관한 연구, 감속도 및 페달 답력에 따른 차량의 거시적 제동 성능을 예측한 Lee³⁾의 연구가 있었다. 또한 Jung⁴⁾은 디스크온도 및 부스터 특성변화에 따른 전체 제동 성능의 변화를 예측하였고, 입출력파일을 Microsoft Excel파일로

*Corresponding author, E-mail: moonsejung@naver.com

구성함으로써 브레이크설계 자료의 데이터 베이스 구축을 용이하게 하였다.

프로그램을 이용한 제동장치의 설계는 설계의 신속성, 정확성 및 편의성을 가져다 주었지만, 설계자가 각각의 설계 요소가 전체 시스템에 미치는 영향을 정확하게 파악하고 있어야만 효율적인 제동장치를 설계할 수 있다는 단점이 있다. 또한 원하는 성능을 발휘하는 제동장치를 설계하기 위해선 많은 설계요소를 설계자의 경험과 직관에 따라 변경시켜야 하기 때문에 무수히 많은 시행착오를 거치게 된다. 따라서 최적의 제동성능을 발휘하는 시스템을 자동으로 설계해주는 최적화 프로그램에 대한 필요성이 대두되었다.

본 연구에서는 목표 성능을 발휘하는 최적의 제동장치를 자동으로 설계해주는 제동장치 최적 설계 모듈을 개발하였다. 목적성능에 영향을 미치는 설계 인자를 구분해내기 위해 Plackett-Burman design⁵⁾을 이용해 민감도 해석을 수행하였다. 설계 변수와 목표성능, 구속조건을 정한 후 반응 표면 분석법⁶⁾을 이용해 목적함수를 도출하였다. 목적함수의 신뢰성을 검증하기 위해 분산분석표⁶⁾를 이용하였다. 마지막으로 Sequential Quadratic Programming⁷⁾을 이용하여 구속 조건을 만족시키면서 도출된 목적함수를 최소화 시키는 설계 변수 값을 찾아내었다.

2. 이론

2.1 민감도 해석

민감도란 설계 변수의 변화에 대한 반응함수의 변화율을 의미한다. 민감도 해석은 해석적 방법과 실험적 방법으로 구분할 수 있다. 해석적 방법으로는 변수 부가법(adjoint variable-method)이나 직접 미분법(direct differentiation-method)등이 있다. 해석적 방법은 많은 독립변수들과 종속변수들로 이루어진 운동방정식으로부터 최적화해야 할 목적함수를 구성해서 풀어나가는 방법으로써 결과치의 정확성 및 신뢰성이 높다는 장점을 가지고 있다. 그러나 시스템에 따라 각각의 운동방정식을 정의해야 하므로 범용성을 가지기 힘들다. 이에 반하여 실험적 방법은 통계학 이론에 따라 최소한의 실험을 실시하고,

각각의 인자가 목적함수에 미치는 영향도를 알아내기 때문에 목적함수에 많은 영향을 미치는 주요 설계 변수를 이론적인 식의 전개가 없이도 쉽게 선정할 수 있다. 본 연구에서는 Plackett-Burman design를 이용하여 민감도 해석을 수행하였다. Plackett-Burman design은 n개의 설계변수에 대하여 n+1번의 실험을 수행하는 2수준 실험계획법이다. 개발된 모듈에서는 선택된 설계 변수의 개수에 따라 실험 횟수가 자동으로 정해지며, 총 19개의 설계 변수에 대하여 민감도 해석이 가능하다.

2.2 반응 표면 분석법

반응표면 분석법은 여러 개의 설계변수 x_1, x_2, \dots, x_n 가 복합적인 반응을 함으로써 어떤 반응 변수 η 에 영향을 주고 있을 때 이들 간의 함수관계 $Y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 를 나타내는 반응 표면을 통계적인 방법을 이용하여 분석하는 것을 말한다. 반응함수는 중심합성실험계획법⁶⁾에 따라 결정되며 본 연구에서는 반응함수로서 2차 다항 회귀 모형 함수를 사용하였다. n개의 설계 변수를 가진 2차 회귀모형 함수는 식 (1)과 같다.

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i < j}^n \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (1)$$

여기서 ϵ 은 오차를 의미하고, 최소 제곱법에 따라 오차의 제곱을 최소화 시킴으로써 회귀 계수(β)들을 추정한다. 추정된 회귀 계수들의 집합을 B 라 했을 때 식 (2)와 같이 계산한다.

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2)$$

여기서 X 는 각 실험 조건으로 구성되는 행렬이고, Y 는 실험에서 얻어진 결과값들의 집합이다. 설계변수와 반응변수간의 함수관계가 얼마나 유효한가를 평가하기 위해 분산분석표(ANOVA Table)를 작성한다. Table 1은 ANOVA Table을 보여주고, 각 항에 들어갈 정보는 식 (3)과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} SSR &= B^T X^T Y - n(Y)^2 \\ SST &= Y^T Y - n(Y)^2 \\ SSE &= SST - SSR \\ MSR &= SSR/k \\ MSE &= SSE/(n-k-1) \\ F_0 &= MSR/MSE \end{aligned} \quad (3)$$

Table 1 ANOVA table

Factor	S	ϕ	V	Fo	F(α)
Regression variation	SSR	k	MSR	Fo	F-distribution
Residual variation	SSE	n-k-1	MSE		
Sum	SST	n-1			

여기서 k는 설계 변수의 개수, n은 실험의 수를 의미한다. 이때 $F_0 > F\text{-Distribution}$ 이면 유의수준 α 에서 추정된 회귀 모형함수가 유의하다고 판단 내릴 수 있고, 이를 F-검정이라 한다.

2.3 최적화 알고리즘

최적화 알고리즘을 구성하는데 있어서 고려해야 할 요소는 목적함수와 구속조건의 형태이다. 목적함수를 구성하는 독립변수가 한 개인 경우 Golden Section method를 이용하면 쉽게 목적함수를 최소화시키는 독립변수 값을 구할 수 있다. 독립변수가 N 개인 경우 구속조건의 존재 여부에 따라 다양한 최적화 알고리즘을 적용시킬 수 있다. 본 연구에서는 최적화 알고리즘으로 N개의 독립변수로 구성된 목적함수를 최소화 시키는데 있어서 비선형 구속이 작용할 때 효율적인 성능을 발휘하는 Sequential Quadratic Programming(SQP) method를 사용하였다. SQP는 목적함수로 2차 모델을, 구속조건으로 선형 모델을 사용한다. 목적함수가 2차의 함수이고, 구속조건이 선형인 문제를 푸는 비선형 해법을 Quadratic Program(QP)이라 하는데 SQP는 QP를 순차적으로 시행한다. 다시 말해, SQP는 주어진 초기조건에서 라그랑지 방정식의 절점(critical point)를 찾기 위한 Newton's method에 의해 유도된 QP문제들이 순차적으로 연산되는 것이다. 일반적인 최적화 문제의 경우 식 (4)와 같이 목적함수와 구속조건이 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} \min & f(x) \\ \text{subject to} & c_i(x) = 0 \text{ for } i \in E \\ & c_i(x) \geq 0 \text{ for } i \in I \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $f(x)$ 는 목적함수, $c(x) = 0$ 은 등가구속, $c(x) \geq 0$ 은 비등가 구속을 나타내고, $I \cap E = \phi$ 이다. $I = \phi$ 이라 가정하고 이 문제를 라그랑지 방정식으로

표현하면 식 (5)와 같다.

$$L(x, y) = f(x) - \sum_{i \in E} y_i c_i(x) \quad (5)$$

x^* 를 국부 최저점이라 한다면 x^* 는 식 (6)을 만족하고,

$$c(x^*) = 0 \quad (6)$$

식 (7)과 식 (8)을 동시에 만족시키는 y^* 가 존재한다.

$$\nabla_x L(x^*, y^*) = 0 \quad (7)$$

$$K(x, y) = \begin{bmatrix} H(x, y) & A^T(x) \\ A(x) & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 $A(x) = \nabla c(x)$, $H(x, y) = \nabla_{xx} L(x, y)$ 이고, ∇_x 는 x 에 대한 편미분, ∇_{xx} 는 x 에 대한 2차 편미분을 의미한다. 두식을 동시에 만족시키는 y^* 를 찾기위해 라그랑지 멀티승수(Lagrange multiplier)를 도입하면 식 (9)와 같다.

$$\begin{bmatrix} H(x, y) & A^T(x) \\ A(x) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L(x, y) \\ c(x) \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 S는 식 (10)과 같은 QP문제의 절점이고, λ 는 라그랑지 멀티승수이다.

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} \langle S, H(x, y) S \rangle + \langle \nabla_x L(x, y), S \rangle \\ \text{subject to} & A(x)S + c(x) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

3. 최적화 모듈 구조

본 연구에서는 차량의 제동성능을 목적함수로, 제동 장치 설계 인자를 독립변수로 설정하였다. 최소화 또는 최대화 하고자 하는 목표 성능에 대하여 주요한 영향을 끼치는 인자를 구분해 내기 위해 Plackett-Burman design을 이용하여 민감도 해석을 하였다. Plackett-Burman design 중 8 run, 12 run, 20 run을 사용하며, 최대 19개의 설계 인자에 대한 민감도 해석이 가능하다.

민감도 해석을 수행한 후 최적화 시킬 설계 변수를 정해야 하는데, 본 모듈에서는 최대 5개까지의 설계 변수를 설정 할 수 있다. 설계변수의 개수가 증가할수록 시행해야 하는 실험의 개수도 기하급수적

으로 증가할 뿐만 아니라, 설계 변수끼리의 교호 작용을 고려하기 힘들기 때문에 가급적 설계변수는 3~4개 수준으로 잡는 것이 좋다.

설계 변수 설정이 끝나면 각 설계 변수의 최대 및 최소값을 지정하고, 중심합성 실험계획법에 따른 실험을 실시한다. 실험에서 도출된 회귀 모형 함수는 분산 분석을 통해 검증한다.

마지막으로 최적화를 수행하기 위한 구속조건을 결정한다. 비선형 구속의 경우 설계자가 함수식을 유도하기 매우 어렵다. 개발된 모듈에서는 실험 계획법에 따른 실험을 실시할 때 목표 성능을 여러 개 지정할 수 있게 함으로써 목표 성능을 최적화시킬 때 고려해야 할 다른 성능에 대한 모형 함수를 도출한 후 구속식으로 이용한다. Fig. 1은 개발된 모듈에서 사용된 최적화 알고리즘을 보여주고 있다.

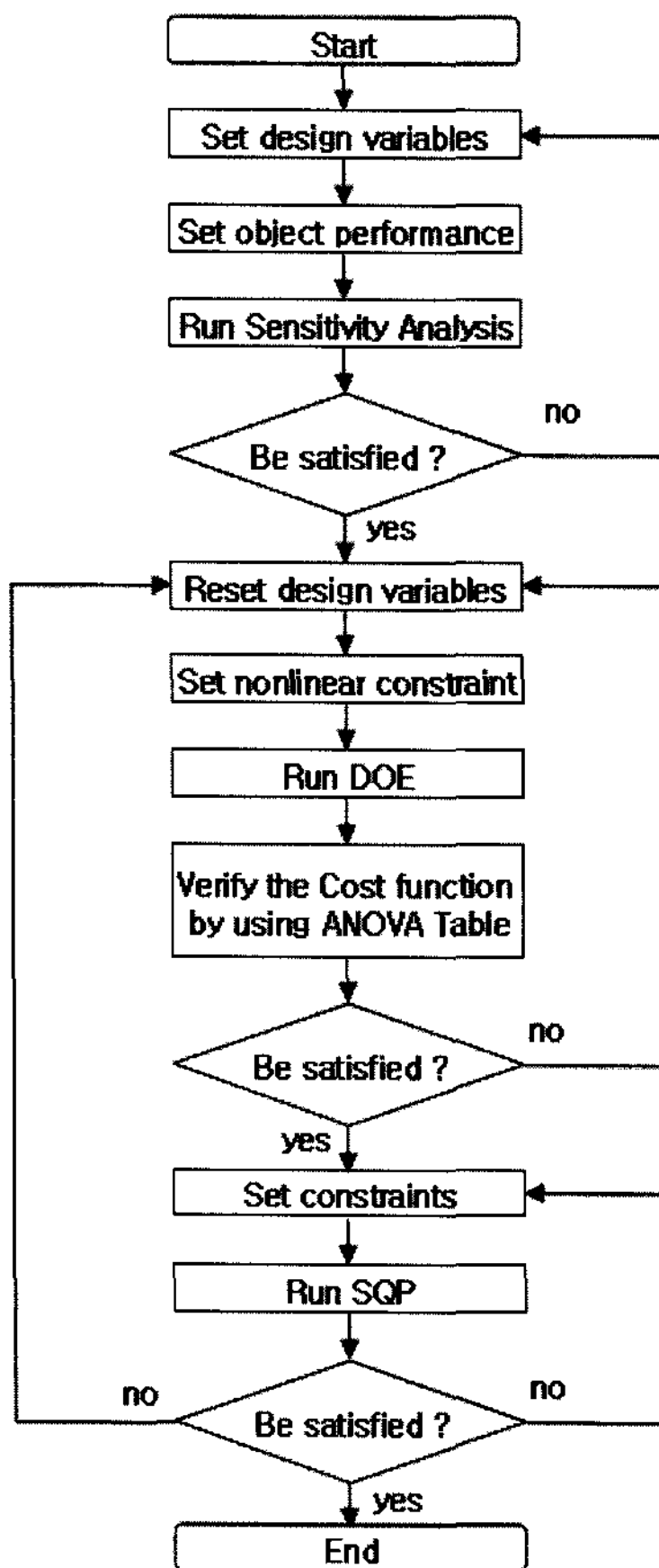


Fig. 1 Optimization process algorithm

4. 시뮬레이션

본 연구에서 개발한 모듈은 Jung이 개발한 제동 성능 예측 프로그램⁴⁾에 장착되었다. Jung은 예측치와 실측치와의 비교 검증을 통해 프로그램 결과값의 신뢰성을 증명하였다. Fig. 2는 본 연구에서 개발된 최적화 모듈을 보여주고 있다. 최적화 모듈은 크게 상/하로 나뉘는데, 상부에서는 민감도 분석을, 하부에서는 최적화를 각각 수행 할 수 있다. Table 2는 최적화 모듈의 검증을 위해 제동성능 예측 프로그램에 입력된 차량의 데이터를 보여준다. 목적함수는 만차 시 0.67g에서의 페달 답력의 최소화로 설정하였고, 민감도 해석을 위한 설계 변수로 Table 2에서 7, 11, 14, 18, 20, 21, 25, 28, 30, 31번 요소를 선택하였다. 각각의 요소는 브레이크 설계 경험상, 페달 답력에 영향을 끼치리라 생각되는 요소들이다. 설계 변수들의 최대, 최소값은 현재 값의 10% 증/가감된 값을 사용하였다.

총 10개의 설계 변수가 선정되었으므로 민감도 해석을 위해 Plackett-Burman design in 12 run이 사용되었으며, 결과는 Fig. 3과 같다.

Fig. 3에서 볼 수 있듯이 반응함수에 가장 큰 영향을 미치는 변수는 F/B cylinder diameter, F/B effective radius, M/C diameter이다. 각각의 요소를 x_1, x_2, x_3 라 지정하고, 모형함수의 도출을 위해 설계 변수가 3개 일 때의 중심합성 실험계획법에 따라 실험을 실시

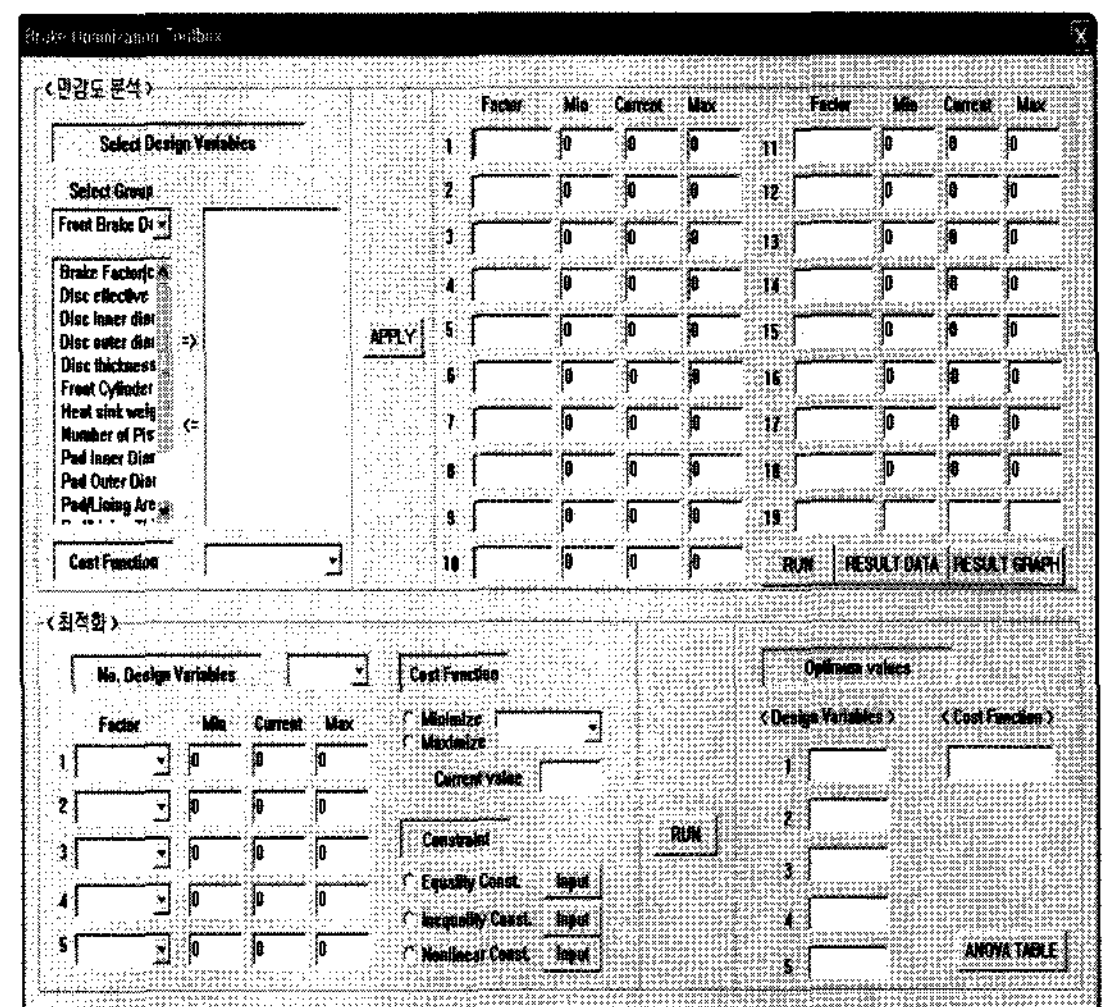


Fig. 2 Optimization module

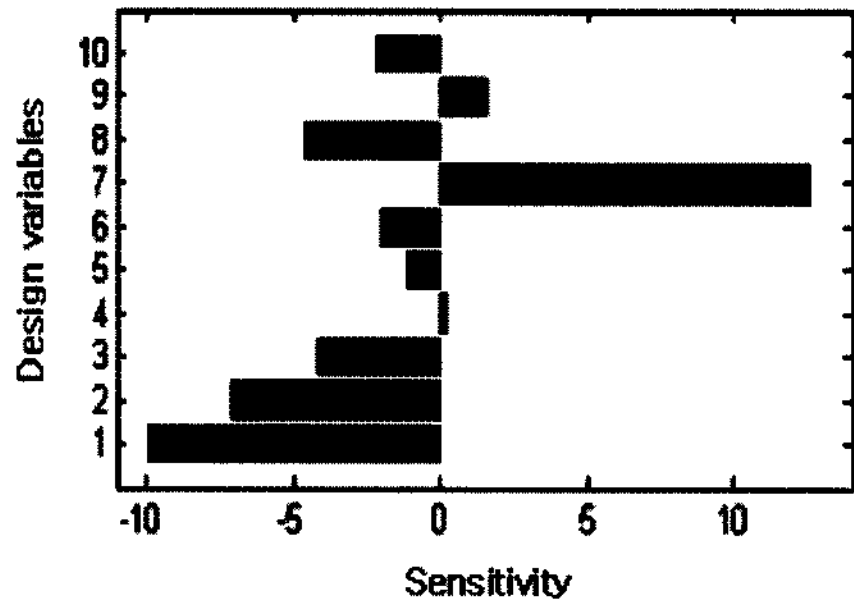


Fig. 3 Sensitivity analysis result

하였다. 실험 결과 도출된 회귀 모형함수는 다음과 같다.

$$Y = 13.612 - 9.2408x_1 - 1.451x_2 + 10.988x_3 + 3.2595x_1^2 - 0.8321x_2^2 + 5.5622x_3^2 + 1.1188x_1x_2 - 1.3687x_2x_3 - 8.6463x_1x_3$$

Table 2 Input data

No	Factor	Unit	Values
1	Total weight	kg	2610
2	Front weight	kg	1271
3	Rear weight	kg	1339
4	CG height	mm	638
5	Wheel base	mm	2710
6	F/B type		DISC
7	F/B cyl. dia.	mm	46
8	F/B no. piston	EA	2
9	F/B t/pressure	kg/cm ²	0.5
10	F/B brake factor		0.8
11	F/B eff. radius	mm	126
12	F/B swept area	cm ²	423.32
13	R/B type		DISC
14	R/B cyl. dia.	mm	43
15	R/B no. piston	EA	1
16	R/B t/pressure	kg/cm ²	0.5
17	R/B brake factor		0.76
18	R/B eff. radius	mm	134
19	R/B swept area	cm ²	375.36
20	Booster ratio		9
21	Jump in force	kgf	50
22	Threshold load	kgf	6.46
23	1st input force	kgf	57.1
24	1st output force	kgf	505.76
25	M/C diameter	mm	26.99
26	M/C pri. stroke	mm	15
27	M/C sec. stroke	mm	15
28	M/C resist force	kgf	4
29	Valve type		P_valve
30	Reducer slope		0.25
31	Knee point 1st		35

Table 3 ANOVA result

F	S	ϕ	V	F ₀	F(α)
R1	3089.3	3	1030	270.3	6.22
R2	41.907	11	3.81		
S	3131.2	14			

Table 4 Optimization result

Factor	Current	Optimized
x1	46	50
x2	126	132
x3	26.99	26.73
Pedal effort	12.6	10.3
Pedal travel	65.82	61.22

Table 3은 모형함수의 검증을 위해 실시한 분산분석 결과를 보여준다. 표에서 볼 수 있듯이 $F_0 > F(0.01)$ 이므로 유의수준 1%한도 내에서 회귀 모형함수가 유의하다고 볼 수 있다. 따라서 추정된 회귀 모형함수는 99%의 신뢰성을 갖는다.

비선형 구속의 유효함을 알아보기 위하여 0.67g에서 소요 액량이 65cc가 넘지 않도록 하는 구속을 부여하였다. 구속식은 목적함수와 마찬가지로 3개의 설계변수에 대해 중심합성 실험 계획법을 실시해서 유도하였고 결과는 아래와 같다.

$$G = 65.936 - 5.3958x_1 - 1.4499x_2 - 11.9x_3 + 0.79489x_1^2 + 0.020542x_2^2 + 1.8736x_3^2 + 0.25625x_1x_2 + 0.37125x_2x_3 + 1.0762x_1x_3 - 65 \leq 0$$

Table 4는 최적화 수행 결과를 보여주고 있다. 최적화 과정을 거친 후 목적함수인 페달 답력의 경우 12.6에서 10.3로 약 18.25%의 감소하였고, 이때 구속 조건인 소요 액량은 61.22를 기록함으로써 65cc 이하가 산출되었다. 따라서 SQP을 이용한 최적화가 잘 진행되었음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 수많은 부품으로 이루어진 제동장치를 설계함에 있어서 목표성능이 최대 또는 최소화 될 수 있도록 설계 변수들의 값을 최적화 시켜주는 최적 설계 모듈을 개발하였다.

1) 개발된 모듈에서는 Plackett-Burman design을

이용하여 민감도 해석을 진행하고, 반응표면 분석법을 통해 목적함수를 추정한다. 추정된 목적함수는 분산분석표를 통해 신뢰성을 검증 받는다.

- 2) 목적함수와 설계 변수가 정해진 후 구속조건은 선형 및 비선형, 등가 및 비 등가 구속으로 부여 할 수 있는데, 비선형 구속조건인 경우 수식 유도가 매우 어려우므로 목적함수와 마찬가지로 중심 합성 실험계획법을 이용한 반응 표면 분석법을 통해 구속 함수식을 추정한다.
- 3) 설계자는 최적화 결과를 프로그램상에서 확인이 가능하며, 이전 데이터와의 비교를 통해 최적화의 유효성 여부를 확인할 수 있다.

이상의 최적화 과정을 하나의 모듈안에 통합시킴으로써 설계자는 빠르고, 정확하고, 쉽게 최적설계를 수행할 수 있다. 또한 목적함수를 도출해내는 과정이 실험계획법에 기반을 둔 반응 표면 분석법을 이용하기 때문에 이상의 과정은 모든 시스템에 대해 적용이 가능하다. 따라서 본 연구를 통해 확립된 최적 설계 과정과 최적화 모듈은 향후 범용 최적 설계 프로그램의 개발에 있어서 큰 기여를 할 수 있으리라 사료된다.

References

- 1) M. Suh, Y. Park and S. J. Kwon, "A Simulation Program for the Braking Characteristics of Tractor-Semitrailer Vehicle," Transactions of KSAE, Vol.9, No.2, pp.152-167, 2001.
- 2) H. Kim and Y. Lim, "A Study on the Characteristics of Automotive Brake Pedal Force," Spring Conference Proceedings, KSAE, pp.64-75, 1993.
- 3) I. Jung and S. Lee, "Development of Automotive Braking Performance Analysis Program Considering Dynamic Characteristics," Transactions of KSAE, Vol.12, No.2, pp.175-181, 2004.
- 4) S. Jung and K. Jun, "Development of Brake System Design Program," Autumn Conference Proceedings, Vol.II, KSAE, pp.910-915, 2006.
- 5) R. Plackett and J. Burman, "The Design of Optimum Multifactorial Experiments," Biometrika, Vol.33, pp.305-325, 1946.
- 6) S. Park, Understanding of Design of Experiments, Minyoungsa, Seoul, Korea, 2005.
- 7) N. Vanderplaats, Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, McGraw-Hill, San Francisco, 1984.