

## 원형 배열 안테나의 DoA 추정 알고리즘 성능 분석

임승각<sup>1</sup>, 강대수<sup>1\*</sup>

### Performance analysis of DoA estimation algorithm using a circular array antenna

Lim Seung Gag<sup>1</sup> and Kang Dae Soo<sup>1\*</sup>

**요약** 본 논문은 GPS 신호를 수신할 때 재머신호의 제거를 위한 성능 개선을 목적으로 2차원 원형 배열 안테나를 이용한 도래각(DoA : Direction of Arrival) 추정 알고리즘의 성능 분석에 관한 것이다. 배열 안테나를 사용하여 DoA를 추정된 후 공간 필터링을 수행함으로써 원하지 않는 방향으로부터의 재머신호를 널링(nulling)시키고, 원하는 방향으로의 빔을 형성함으로써 수신 신호의 품질을 개선할 수 있다. 논문에서는 4 소자와 7 소자 원형 배열 안테나에서 재머신호의 각도와 전력을 고정시킨 후 DoA 추정을 위하여 MUSIC, MinNorm 알고리즘을 적용한다. 이들 알고리즘의 성능 분석을 위하여 추정 결과와 추정 오차를 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 계산한다. 추정 결과 신호대 잡음비가 양호한 경우 Azimuth각과 Elevation각 추정에서는 MUSIC과 MinNorm이 우월하며, 신호대 잡음비가 낮은 경우 MUSIC이 MinNorm보다 우월한 성능을 보인다.

**Abstract** This paper relates to the performance analysis of DoA estimation algorithm in 2-dimensional circular array antenna for the receiving of GPS signal which is used for the performance improvement by elimination of jammer signal. By performing the spatial filtering after the DoA estimation in array antenna, the quality of receiving signal can improve by the nulling of jammer signal from the undesired direction and the forming of beam from the desired direction. In this paper, the MUSIC and MinNorm algorithm used for DoA estimation were applied after fixing the angle and power of jammer signal in 4 element and 7 element circular array antenna. In order to performance analysis, the estimation result and estimation error were computed by computer simulation. As a result, the MUSIC and MinNorm were fairly good in azimuth and elevation angle estimation of DoA in case of good signal to noise ratio and the MUSIC has better performance compared to MinNorm in case of poor signal to noise ratio.

**Key Words** : DoA, MUSIC, MinNorm

### 1. 서론

최근 초고속 광대역 통신과 차세대 멀티미디어 이동 통신과 같은 정보 통신 서비스의 고도화에 따른 기술 발전이 신속하게 진행되고 있으며 이들의 영향이 국가 경쟁력과 모든 산업의 근간이 되는 중요한 시점이다. 특히 무선 전파를 이용하는 이동 통신에서는 단순한 음성 통신에서 더욱 진보되어 다양한 데이터 서비스가 지도 제공하게 되었으며, GPS 기반의 위치 측위 서비스(LBS : Location Based Service)와 통합, 융합되어 다양한 ITS, 텔레매틱스와 카 네비게이션 등 신규 서

비스가 창출되어 새로운 산업으로 등장하고 있다. 이와 같은 이동 통신 서비스는 관련 분야인 통신 기술과 컴퓨터 기술, 소형화, 경량화를 추구할 수 있는 반도체 기술 및 정보 처리 기술의 변화와 융합을 기본으로 하고 있다. 그러나 한정된 전파 자원을 보다 효율적으로 사용하고 시스템의 정보 처리 능력을 더욱 개선시켜 보다 다양하고 광대역의 실시간 음성과 동영상 정보까지 수용하도록 변화하고 있지만, 이동 통신 특유의 열악한 전파 환경은 변함이 없는 실정이다. 열악한 전파 환경에서도 다양한 서비스를 제공하기 위한 기술 발전은 지속적으로 이루어지면서 고효율 변복조 방식, W-CDMA, MIMO(Multi Input Multi Output)와 OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 전송 기

<sup>1</sup>공주대학교 정보통신공학부

\*교신저자: 강대수(dskang@kongju.ac.kr)

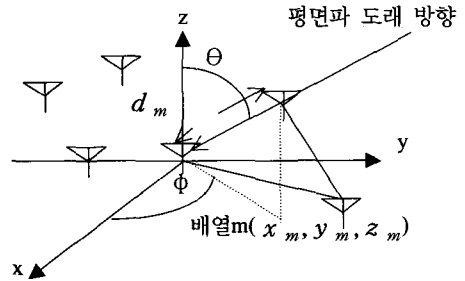
술, 배열 안테나를 이용한 Smart 안테나 기술, 다이버시티 기술 및 증계기 기술 등이 등장하였다[1]. 이와 같은 기술 중에서 배열 안테나를 이용한 Smart 안테나 기술은 수신기가 공간에서 전파를 수신할 때 다양한 방향에서 입사되는 전자파 중에서 수신하고자 하는 성분과 재머(Jammer)와 같은 원하지 않는 성분에 의한 간섭 신호가 존재하므로 이 중에서 수신하고자 하는 성분이 도래하는 방향으로 빔을 형성(Beamforming)하여 이를 수신하며 다른 방향으로서는 전부 널링(nulling)의 빔을 형성하므로써 간섭 신호의 영향을 최소화할 수 있으므로 동일한 수신 전력으로 통신 가능 거리의 확대와 한 개의 주파수를 여러 사용자들이 동시에 사용케 되는 다원 접속 간섭(MAI: Multiple Access Interference)을 획기적으로 줄여 통신 링크의 품질을 개선시켜 시스템의 성능과 효율을 증가시킬 수 있는 기술을 말한다[2,3]. 이와 같은 장점으로 최근 배열 안테나를 기본으로 빔을 적응적으로 변화시키는 스마트 안테나 기술 또는 적응 배열 안테나(AAA: Adaptive Array Antenna) 기술이 각광받고 있으며 차세대 이동통신 시스템(4G)의 안테나 관련 중요 핵심 기술이다[4]. 스마트 안테나에서는 복수개 소자를 사용하여 수신된 신호에서 주파수, 시간 및 공간 개념을 적용하여 신호의 도래 방향인 Azimuth와 Elevation Angle을 먼저 추정한 후 이 방향으로만 신호가 수신될 수 있도록 안테나 소자의 이득과 위상을 조절하므로써 다른 방향으로 부터의 재밍 신호도 제거시킬 수 있다. 이를 위해 원형 형태로 배열된 안테나 소자로부터 수신된 신호를 결합하여 도래 방향을 추정하기 위한 알고리즘과 추정된 결과를 이용하여 소자의 이득과 위상을 조절하는 빔 형성의 2 가지 과정이 필요하게 된다[5,6]. 본 논문에서는 4 소자와 7 소자의 2 차원 원형 배열 안테나를 대상으로 하여 신호대 잡음비가 0dB, -30dB 인 경우 도래 방향 추정 알고리즘을 MUSIC(Multiple Signal Classification)과 MinNorm(Minimum Norm)을 적용할 때 추정 결과 및 재머 신호의 전력에 따른 추정 오차를 분석 하였다. 2 장에서는 선형 배열 안테나 모델과 추정 알고리즘에 대하여 설명한 후 3 장에서는 컴퓨터 시뮬레이션의 결과를 제시한 후 4 장에서 결론을 내리겠다.

## 2. 본론

### 2.1 배열 안테나 일반

저이득 안테나 소자들을 배열 형태로 결합한 배열 안

테나는 그림 1과 같으며 여기서  $\phi$ 는 방위각(Azimuth angle)이고  $\theta$ 는 배열에 입사되는 평면파의 양각(Elevation angle)을 나타낸 것이다.



[그림 1] 평면파의 도래 방향

배열 안테나 해석의 간편성을 위하여 다음과 같이 가정한다[3].

- 배열 소자간의 간격이 작아서 각 소자에 수신되는 신호는 동일
- 소자 간에는 상호 결합이 없음
- 모든 입사파는 여러 개의 평면파로 분해할 수 있어서 모든 입사파는 유한개의 신호로 구성
- 입사되는 신호의 대역폭은 반송파보다 작음

( $\theta, \phi$ )의 방향으로 배열 안테나에 입사된 평면파는 원점에 있는 소자와 m번째 소자에 입사되는 신호간의 위상차는

$$\Delta\Psi_m = \beta\Delta d_m = \beta(x_m \cos\phi \sin\theta + y_m \sin\phi \sin\theta + z_m \cos\theta) \quad (2-1)$$

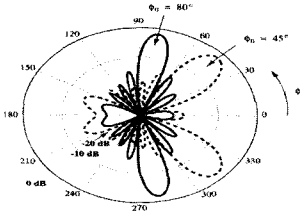
가 된다. 여기서  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ 는 위상 정수이다. 일반적으로 배열은 임의의 원하는 패턴을 얻기 위해 여러 개의 안테나 소자로 구성하며 선형 등간격(LES: Linear Equally Spaced), 원형 등간격, 또는 같은 방향으로 놓인 동일하면서 편파가 같고 저이득 안테나들의 등간격 평면형 배열로 구현한다. m번째 위치에 소자가 수신하는 신호는

$$u_m(t) = A_s(t)e^{-j\beta m\Delta d} = A_s(t)e^{-j\beta m\Delta x \cos\phi \sin\theta} \quad (2-2)$$

가 될 것이며 어레이 출력 신호는 이득에 적절한 가중치를 곱한 합이 될 것이므로

$$z(t) = \sum_{m=0}^{N-1} w_m u_m(t) = A_s(t) \sum_{m=0}^{N-1} w_m e^{-j\beta m\Delta x \cos\phi \sin\theta} = A_s(t) f(\theta, \phi) \quad (2-3)$$

가 된다. 여기서  $f(\theta, \phi)$ 는 어레이 계수로서 기준 안테나 소자에서 측정된 신호  $As(t)$ 에 대한 어레이 출력 신호  $z(t)$ 의 비를 DoA 또는  $(\theta, \phi)$ 의 함수로 나타낸 것으로서 가중치 집합  $\{w_m\}$ 을 조정하면 희망하는 방향으로 어레이 계수의 메인 빔의 최대치 방향으로 조절할 수 있게 된다. 그림 2는 어레이로 들어오는 신호가  $\theta_0 \approx \frac{\pi}{2}$ 로 가정하고  $\phi_0 = 45^\circ, 80^\circ$  일 때의 어레이 계수를 나타낸 것이다.



[그림 2] 어레이 계수를 이용한 메인 빔의 패턴

어레이 안테나를 설명할 때 벡터를 사용하면 편리하므로 가중치 벡터를

$$w = [w_0 \ w_1 \ \dots \ w_{N-1}]^H \quad (2-4)$$

로 정의하자. H는 Hermitian Transpose 이며 각 안테나 소자로부터 신호는 데이터 벡터

$$u = [u_0(t) \ u_1(t) \ \dots \ u_{N-1}(t)] \quad (2-5)$$

를 형성하면 식 (2-3)으로부터 어레이 출력은 다음과 같이 된다.

$$z(t) = w^H u(t) \quad (2-6)$$

또한 신호의 방향  $(\theta, \phi)$ 에 대한 어레이 계수는

$$f(\theta, \phi) = w^H a(\theta, \phi) \quad (2-7)$$

로 쓸 수 있게 되며, 여기서 벡터  $a(\theta, \phi)$ 는  $(\theta, \phi)$  방향의 스티어링 벡터 (Steering Vector) 를 나타낸다.

## 2.2 DoA 추정 알고리즘

### 2.2.1 MUSIC 알고리즘

MUSIC 알고리즘은 신호의 파라미터 추정을 기하학적으로 고찰하여 만약 D개의 신호 배열이 있다면 M개의 배열 안테나에 수신된 입력 벡터는 D개의 신호 파형들과 잡음의 합으로 표현된다[7,8].

$$u(t) = \sum_0^{D-1} a(\phi_j) s_j(t) + n(t) \quad (2-8)$$

$$u(t) = [a(\phi_0) a(\phi_1) \dots a(\phi_{D-1})] [s_0(t) s_1(t) \dots s_{D-1}(t)]^T + n(t) = As(t) + n(t)$$

여기서  $a(\phi_j)$ 는 j 번째 신호의 DoA에 대응하는 Array steering vector이므로, 이를 이용하여 다음의 공분산 행렬을 구한다.

$$R_{uu} = E[uu^H] = A E[ss^H] A^H + E[nn^H] = AR_{ss} A^H + \sigma_n^2 I \quad (2-9)$$

여기서  $E[ ]$ 는 기대치를 나타내며 H는 Hermitian을 나타낸다. 식 (2-8)에서 수신된 벡터  $u(t)$ 는 조합의 계수인  $s(t)$  성분과 steering vector 의 1차 조합임을 알 수 있다. 공분산 행렬의 고유치는  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{M-1}$ 이므로 다음과 같은 식을 풀면 얻을 수 있다.

$$|R_{uu} - \lambda_i I| = 0 \quad (2-10)$$

식 (2-10)을 식 (2-9)에 대입하면

$$|AR_{ss} A^H + \sigma_n^2 I - \lambda_i I| = |AR_{ss} A^H - (\lambda_i - \sigma_n^2) I| = 0 \quad (2-11)$$

가 되며,  $AR_{ss} A^H$ 의 고유값  $v_i$ 는 다음과 같다.

$$v_i = \lambda_i - \sigma_n^2 \quad (2-12)$$

A는 선형적으로 독립된 steering vector로 구성되어 있으며 신호 상관 행렬  $R_{ss}$ 는 서로 독립인 신호로 구성된 공분산 행렬이다. 여기서 Full rank column rank A와 Nonsingular  $R_{ss}$ 는 신호 수 (D)가 배열 소자 M의 수보다 적을 때 보장된다. 따라서 M by M 행렬인  $AR_{ss} A^H$ 는 D열을 가진 positive semidefinite이다. 그러나 자동 상관 행렬  $R_{uu}$ 가 한정된 데이터로부터 계산되므로 모든 잡음 전력에 해당되는 고유값은 동일하지 않을 수 있다. 가장 적은 고유값 K가 결정되면 이에 따라 D에 대한 추정치  $\hat{D}$ 는  $M=D+K$ 의 관계로부터 구할 수 있게 되므로 예상되는 신호의 수는

$$\hat{D} = M - K \quad (2-13)$$

가 될 것이다. 식(2-9)를 eigen decomposition하면

$$R_{uu} V_s = V_n \Lambda \quad (2-14)$$

$\Lambda = \text{diag}[\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{M-1}]$ ,  $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{M-1}$  은 고유치이며  $V_s = [q_0, q_1, \dots, q_{M-1}]$  는  $R_{uu}$  의 해당 고유 벡터이다. 가장 적은 고유치  $\lambda_{\min}$  의 다수 K 로부터 신호의 수는 식(2-13)을 적용한다. 이를 이용하여 다음의 MUSIC Spectrum 을 구한다.

$$P_{\text{MUSIC SPECTRUM}}(\Phi) = \frac{a^H(\Phi)a(\Phi)}{a^H(\Phi)V_n V_n^H a(\Phi)} \quad (2-15)$$

여기서  $V_n = [q_D, q_{D+1}, \dots, q_{M-1}]$  의 관계가 있으며  $P_{\text{MUSIC SPECTRUM}}(\Phi)$  의 가장 큰 최고치 D 개 를 찾아서 DoA 를 추정하게 된다[7].

### 2.2.2 MinNorm 알고리즘

MUSIC과 유사하게 상관 행렬  $R_{uu}$  를 2 개의 set 으 로 분할한다.

$$V_s = \begin{pmatrix} g_s^T \\ G_s \end{pmatrix}, \quad V_n = \begin{pmatrix} g_n^T \\ G_n \end{pmatrix} \quad (2-16)$$

$g_s^T$  와  $g_n^T$  는 1 by L, 1 by (M+1-L) 행벡터이며 MinNorm 알고리즘을 이용하여 다음 3 가지 조건을 만족 하는 벡터  $\hat{b}$  를 계산하는 것이다.

- 벡터  $\hat{b}$  는  $V_n$  의 범위 내에 존재하며  $V_s$  의 열과 직교하여  $V_s^H \hat{b} = 0$
- $\hat{b}$  의 첫째 원소는 1
- $\hat{b}$  의 Euclidean Norm은 최소임(Minimum Norm 명칭의 유래)

MinNorm 의 해로서 M 차 예측기의 탭 계수는

$$\hat{w} = (1 - G_s^H g_s)^{-1} G_s^* g_s \quad (2-17)$$

로 쓸 수 있으므로 이를 이용하면 벡터  $\hat{b}$  는

$$\hat{b} = \begin{pmatrix} - (1 - G_s^H g_s)^{-1} G_s^* g_s \\ (G_n^H G_n)^{-1} G_n^* \end{pmatrix} \quad (2-18)$$

가 되므로 이를 이용하면 MinNorm Spectrum 을 다음과 같이 구한다.

$$P_{\text{MinNorm SPECTRUM}}(\Phi) = \frac{1}{|a^H(\Phi)\hat{b}|^2} \quad (2-19)$$

여기서  $a(\Phi) = [1, e^{-j\Phi}, e^{-2j\Phi}, \dots, e^{-jM\Phi}]$  가 되는 steering vector로 구성된 주파수 scanning 벡터를 나타낸다[7,8]. 상기 2 가지 알고리즘의

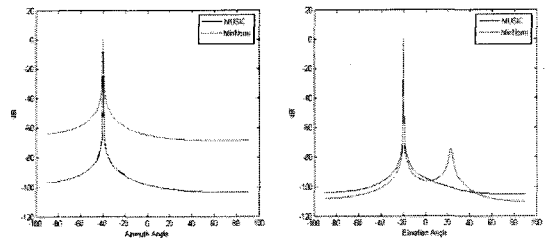
SPECTRUM을 이용하여 최고치 값을 갖는 방위각과 양각을 추적하여 DoA를 결정하게된다.

## 3. 컴퓨터 시뮬레이션 결과

GPS 신호를 수신할 때 2차원 원형 배열 안테나를 이용한 DoA 추정 알고리즘의 성능을 분석하기 위해 다음의 파라미터를 적용한 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

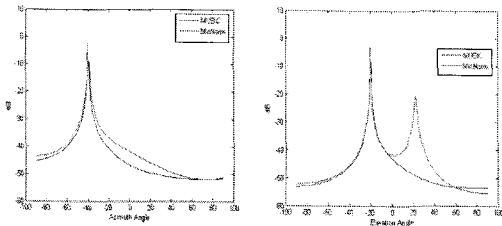
- 배열 안테나의 소자수 : 4 개 또는 7 개
- 신호대 잡음비 : 0dB, -30dB
- GPS 신호 각도 및 크기 : (0,0), 0dB
- 재머 각도 및 크기 : (-40,-20), 30, 30dB

분석 대상이 되는 주된 추정 알고리즘으로는 식 (2-15) 와 (2-19)의 MUSIC 과 MinNorm 알고리즘이다. 그림 3 은 7개 소자의 안테나에서 신호대 잡음비를 0dB 와 -30dB 이며 Jammer 신호의 각도가 -40, -20도인 경우 DoA 의 추정 결과를 방위각과 양각으로 분리하여 나타 낸 것이다. 신호대 잡음비가 높을수록 방위각과 양각의 추정 결과 피크치 전력이 높아짐을 알 수 있으며, 특히 MinNorm 알고리즘에서 양각의 추정 시에 원치 않는 추정 결과치가 언어짐을 알 수 있지만 이들 2 가지 방식은 최대 피크치 전력에서 원하는 방위각과 양각에서 정확한 추정 결과를 보이고 있다. 또한 신호대 잡음비와는 무관 하게 방위각이 양각의 추정 결과보다 월등히 양호함을 알 수 있다.



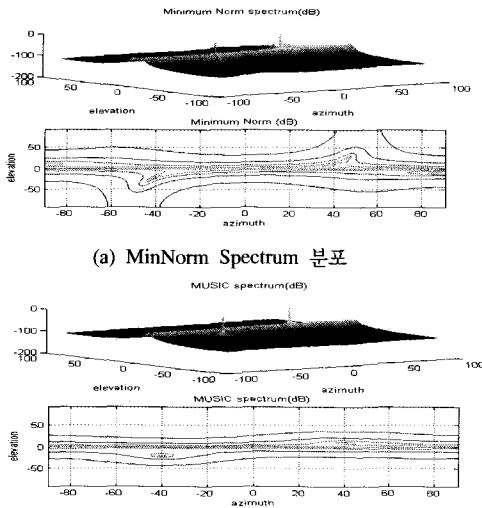
[방위각] [양각]

(a) 신호대 잡음비 0dB



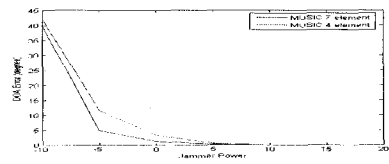
[방위각] [양각]  
 (b) 신호대 잡음비 -30dB  
 [그림 3] Jammer 신호의 DoA 추정 결과

그림 4는 그림 3의 추정 결과를 입체적으로 나타낸 것으로서 식(2-15)와 (2-19)를 보인 것이다. 그림의 Spectrum 분포에서도 알 수 있듯이 MinNorm의 경우 두 번째 피크점 주위에는 적은 봉우리 형태의 추정 결과치가 분포하지만, MUSIC의 경우 피크점 주위에는 적은 형태가 분포하지 않는다. 이의 결과로부터 그림 4의 양각 추정시 발생하는 두 번째 피크치가 반영됨을 알 수 있다.

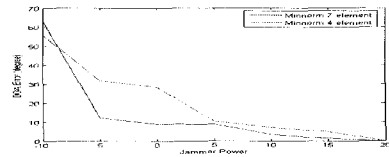


(a) MinNorm Spectrum 분포  
 (b) MUSIC Spectrum 분포  
 [그림 4] MinNorm 과 MUSIC Spectrum 분포

마지막 성능 분석 결과를 위해 DoA 추정 오차를 그림 5와 6에 나타내었다. 이때 원형 안테나의 소자수를 4 개와 7 개를 선택 사용하며 신호대 잡음비를 0dB 로 고정 시킨 후 100 개의 입력 신호 샘플을 이용할 때 단일 Jammer 와 2 Jammer 신호의 전력에 대한 DoA 추정 알고리즘인 MUSIC과 MinNorm 방식의 오차를 나타내었다.

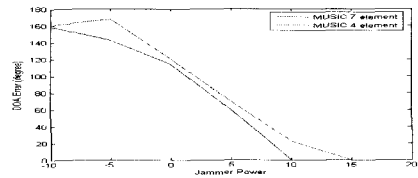


(a) MUSIC

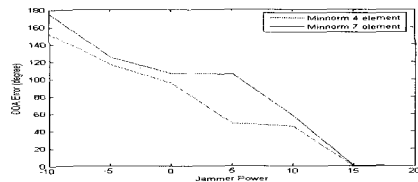


(b) MinNorm

[그림 5] 단일 Jammer 에대한 DoA 오차



(a) MUSIC



(b) MinNorm

[그림 6] Jammer 에대한 DoA 오차

오차 분석 결과 사용되는 소자의 수가 많을수록 동일한 Jammer 전력에서 적은 오차를 얻을 수 있었는데 이의 효과는 MUSIC 방식이 MinNorm 방식보다 우월하다. 반면 Jammer의 수가 증가하므로 MinNorm 방식이 MUSIC 보다 적은 오차 변화를 보이므로 우월한 Roburstness 특성을 가짐을 알 수 있다.

#### 4. 결론

논문에서는 2차원 원형 배열 안테나를 이용한 도래각 추정 알고리즘의 성능을 분석하였다. 도래각 추정은 무선 신호를 수신할 때 전파의 도래각을 추정하므로 서 원하는 방향의 신호 성분을 선택 수신하며 다른 방향의 신호 성분을 수신하지 않으므로 수신기의 성능을 개선할 수 있으므로 스마트 안테나의 중요한 부분이 된다.

추정 알고리즘으로는 MUSIC과 MinNorm 알고리즘을

대상으로 하여 신호대 잡음비에 따른 방위각과 양각의 추정 결과와 단일 Jammer와 2 Jammer에 대한 추정 오차를 분석하였다. 도래각 추정 결과 방위각과 양각 모두에서 MUSIC 이 MinNorm 알고리즘보다 우수하다. 신호대 잡음비가 저하할수록 MinNorm 알고리즘의 양각 추정시 오차가 수반되어 성능을 열화시킬 가능성이 있는데 Jammer 에 대한 추정 오차 분석은 원형 배열 안테나의 사용 소자수를 4 개와 7 개로 변화시키면서 수행하였다. 분석 결과 소자수가 증가할수록 추정 오차가 감소하였고, MUSIC 알고리즘이 동일한 Jammer 전력에서 적은 오차를 얻을 수 있었으며, MinNorm 방식이 오차의 변화폭이 적게 되어 Roburstness 성을 가짐을 알 수 있다. 향후에는 본 연구 결과를 더욱 확장하여 다양한 형태의 배열 안테나와 Jammer를 증가시킬 때 이들의 성능을 비교하기 위한 연구뿐만 아니라 기본적인 알고리즘의 성능 개선을 위한 연구도 필요하다.

### 참고문헌

- [1] 고희림, 김주환, "파일럿 신호를 이용한 CDMA 통신 방식용 스마트 안테나 시스템 설계", *Telecommunication Review*, 제9권, 2호, pp.133~144, 19991)
- [2] 이문수역, *스마트안테나*, 두양사, 2002
- [3] Joseph C. Liberti, Jr.Theodore S. Rappaport, *Smart Antenna for wireless communication*, Prentice Hall 1999
- [4] Savo G. Glisic, "Advanced wireless communications-4G", John Wiley & Sons, 2004
- [5] Meehan J. "Antenna diversity for improved indoor reception of US digital terrestrial television receivers", *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, Vol.48, No.4, pp.850~853, Nov. 2002
- [6] G.V.Serebryakov, S.A.Tiraspolysy, "High resolution capability of adaptive antenna array for communication system", *Journal of Radioelectronic*, Nov. 2002
- [7] Simon Haykin, "Adaptive Filter Theory", Prentice Hall, 1991
- [8] H.Krim, P.Forster, J.G.Proakis, "Operator approach to performance analysis of Root-MUSIC and Root-MinNorm", *IEEE Trans. on A.S.S.P.*, Vol.40, July 1992

### 임 승 각(Lim-Seung Gag)

[정회원]



- 1983년 8월 : 숭실대학교 전자공학과 졸업(공학사)
- 1985년 8월 : 경희대학교 대학원전자공학과 졸업(공학석사)
- 1997년 2월 : 경희대학교 대학원전자공학과 졸업(공학박사)
- 1997.3 ~ 2005.2 : 천안공업전문대학 정보통신과
- 2005.3 ~ 현재 : 공주대학교 공과대학 정보통신공학부

<관심분야>

통신시스템, 정보전송, 통신응용서비스

### 강 대 수(Kang Dae Soo)

[정회원]



- 1983년 2월 : 경희대학교 전자공학과 졸업(공학사)
- 1985년 2월 : 경희대학교 대학원전자공학과 졸업(공학석사)
- 1992년 2월 : 경희대학교 대학원전자공학과 졸업(공학박사)
- 1999.3 ~ 2005.2 : 천안공업전문대학 정보통신과
- 2005.3 ~ 현재 : 공주대학교 공과대학 정보통신공학부

<관심분야>

디지털통신, 신호처리, 이동통신공학