

## 고체추진로켓 내부에서 발생하는 동적 파괴 현상과 유체-고체 상호작용의 시뮬레이션 - Part 1 (이론적 측면)

황찬규<sup>1\*</sup>

### Simulation of dynamic fracture and fluid-structure interaction in solid propellant rockets : Part 1 (theoretical aspects)

Changyu Hwang<sup>1\*</sup>

**요 약** 본 논문은 고체 추진 로켓의 연소 중에 발생하는 고체추진체의 동적 파괴 현상 및 유체-구조 상호작용을 시뮬레이션 하기 위한 프로그램 개발에 대한 것이다. 개발된 프로그램은 구조해석을 위한 CVFE (cohesive Volumetric Finite Element) 방법과 외재적 ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) 방법을 응용한 유한요소법 코드와 유동해석을 위한 외재적 비정렬 유한 체적 오일러 코드(Explicit Unstructured Finite Volume Euler code)로 구성된다. 개발된 프로그램의 또 다른 중요한 특징은 균열의 전파와 고체추진체의 변형에 따라 생기는 추진제 형상의 대변형이 발생할 때, 새로 생긴 유체 영역에서의 격자의확장과 복구되는 능력이다.

**Abstracts** This paper summarizes the components of an explicit aeroelastic solver developed especially for the simulation of dynamic fracture events occurring during the flight of solid propellant rockets. The numerical method combines an explicit Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) version of the Cohesive Volumetric Finite Element (CVFE) scheme, used to simulate the spontaneous motion of one or more cracks propagating dynamically through a domain with regressing boundaries, and an explicit unstructured finite volume Euler code to follow the flow field during the failure event. A key feature of the algorithm is the ability to adaptively repair and expand the fluid mesh to handle the large geometrical changes associated with grain deformation and crack motion.

**Key Words** : Fluid-structure interaction, Solid propellant, Dynamic fracture, Mesh adaptivity, Arbitrary Lagrangian Eulerian formulation, Cohesive volumetric finite element scheme

#### 1. 서론

고체 추진 로켓의 내부에서 발생하는 균열은 로켓 내부에 불필요한 연소를 일으키고, 이런 현상은 고온의 연소가스를 추가적으로 발생시켜, 로켓 연소실 안의 과도한 고압 환경을 만들어 결국에는 로켓이 폭발에 이르게 하는 원인이 된다[1]. 그레인의 연소 중에 발생하는 동적 균열 전파 시뮬레이션은 다양한 이유에서 중요하다. 첫째로, 고체 추진체는 비선형적 거동을 하며, 때때로 대 변형을 하게 되며, 속도 의존성 (rate dependence) 이 있는 것

으로 알려져 있다. 둘째로, 추진제의 파손이 일어나면 균열이 급속도로 전파가 되고 고체연료의 변형과 연소 때문에 형상이 심하게 변형하게 된다. 세 번째로, 유체/고체의 복잡한 상호작용이 발생한다. 특히, 이 모든 현상이 매우 짧은 순간에 이루어져 정확한 시뮬레이션이 매우 절실하다. 본 연구에서는 고체 추진 로켓의 유탄성 해석 및 균열전파 해석을 위한 프로그램 개발에 필요한 구성 요소들에 대해서 소개하고, 그 요소들에 대해 검증 문제를 통해 해석해 본다.

<sup>1</sup>서울벤처정보대학원대학교 교수

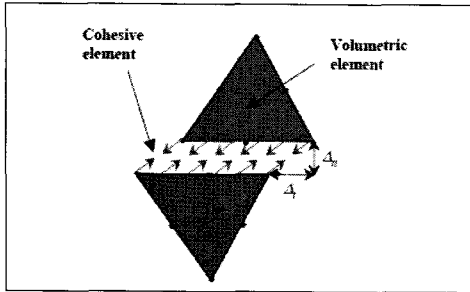
\*교신저자: 황찬규(hwang@suv.ac.kr)

## 2. 프로그램 요소

### 2.1 구조 해석 부분

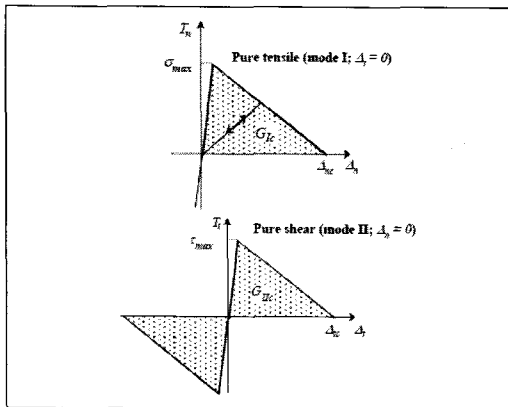
#### 2.1.1 CVFE (Cohesive volumetric finite element) 방법

본 프로그램에서는 균열의 발생과 전파되는 과정을 시뮬레이션 하기 위해 CVFE 방법을 사용한다 [2]. 그림 1에 묘사되어 있는 대로, 점성요소 (cohesive element)가 일반 유한 요소 사이에 삽여져 있어서, 하중을 받게 되면 열리게 되는 일종의 비선형 스프링과 같이 작용한다.



[그림 1] 2개의 삼각형 요소들 사이에 위치하고 있는 점성 요소의 기본 개념.

점성요소의 응력-변위 관계 그래프를 그림 2에 나타내었다.  $\sigma_{max}$ 는 최대 인장 응력이고,  $\tau_{max}$ 는 최대 전단 응력이다. 점성요소가 파괴되면 이웃해 있는 두 개의 일반 유한 요소들 사이의 상호 작용이 사라지고, 구조물 내부에 traction-free인 표면이 생기게 된다.



[그림 2] 모드 I (위)과 모드 II (아래)이 작용할 경우의 그래프. 그래프 아래 면적은 파괴 인성(fracture toughness)을 나타낸다.

#### 2.1.2 비선형 탄성 Arruda-Boyce 재료모델

고체연료의 비선형 운동학적인 묘사를 위하여 Arruda-Boyce 비선형 탄성 재료 모델이 사용된다[3].

Cauchy 응력  $\sigma_i$  과 신장량  $\lambda_i$ 의 기본적인 관계식은 다음과 같다.

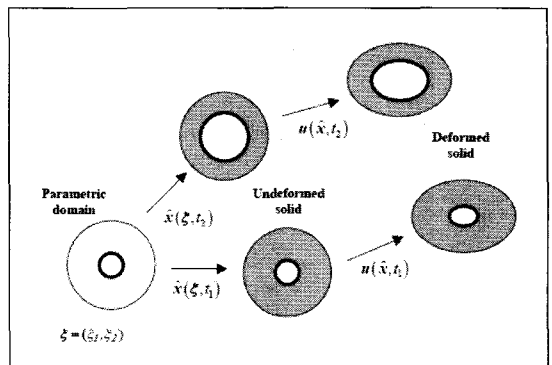
$$\sigma_i = C_R \sqrt{Z} \frac{(\lambda_i)^2 - (\lambda_{chain})^2}{\lambda_{chain}} L^{-1} \left( \frac{\lambda_{chain}}{\sqrt{Z}} \right) + B \ln(\sqrt{I_3}),$$

(i=1,2,3) (1)

여기서 초기 모듈러스  $C_R$ 은 전단 모듈러스의 1/3에 해당한다. B는 체적상수이고, Z는 체인 locking 신장량이다.

#### 2.1.3 움직이는 경계면 묘사를 위한 ALE방법

고체 추진제의 점진적인 연소를 시뮬레이션 하기 위해 ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian)방법을 사용한다. 이 방법은 고체 역학에서 사용하는 Lagrangian 묘사 방식과 유체역학에서 사용하는 Eulerian 묘사 방식의 결합이다 [4]. 추진제가 연소함으로써 가스화 하면서, 기계적인 하중에 의해 변형하는 과정이 동시에 진행되는데, ALE 방법에는 두 단계로 이 과정을 묘사하게 된다. 첫단계로, 변형없이 연소하는 과정은 Eulerian 방법으로 시뮬레이션이 될 수 있다. 이때 하중은 아직 작용하지 않는다고 보고, 격자는 연소되는 면을 따라 조정된다. 두번째 단계는 연소 후의 영역에 대해 하중에 대한 변형을 계산하는 단계로 Lagrangian 방법을 사용한다. 이때는 격자의 경계면이 제약되어 변형을 시뮬레이션 하게 된다. 이 두 단계는 그림 3에 예시되어 있다.



[그림 3] ALE 맵핑 함수

### 2.1.4 격자 움직임 (mesh motion)

연소하는 영역의 격자 움직임은 격자 속도 성분  $\bar{v}_i$  로 표현되는 다음과 같은 미분 방정식의 해를 구함으로써 얻어진다.

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

여기서  $\kappa$ 는 열 문제에서 열 전달 계수와 유사한 역할인 파라미터 역할을 한다. 위 첨자 바는 격자 움직임을 나타낸다. 격자 속도 벡터의 이산 방정식은 다음과 같다.

$$\bar{v}(t + \Delta t) = \kappa [C_T]^{-1} \bar{R}_{in}^{t+\Delta t} \quad (3)$$

여기서 "Conductivity" 매트릭스  $C_T$  는 HRZ 방법을 사용하였다[18].

### 2.1.5 시간 전진 방법

외재적 중앙차분 시간전진법은 다음과 같다.

(가) 구조물의 속도를 계산한다

$$\hat{v}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = \hat{v}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \Delta t \hat{a}(t) \quad (4)$$

(나) 구조물의 변위를 계산한다

$$\hat{u}(t + \Delta t) = \hat{u}(t) + \Delta t \hat{v}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) \quad (5)$$

(다) 격자변위, 속도, 가속도를 계산한다

$$\bar{u} = \hat{x}(t + \Delta t) - \hat{x}(0), \quad \bar{v}(t + \Delta t), \quad \bar{a}(\xi, t + \Delta t)$$

(라) 여러가지 힘 벡터를 계산한다

$$R_{in}^{t+\Delta t}, R_{damp}^{t+\Delta t}, R_{co}^{t+\Delta t}, R_{ex}^{t+\Delta t}$$

(마) 구조물의 가속도를 계산한다

$$\hat{a}(t + \Delta t) = -M^{-1} \left( R_{in}^{t+\Delta t} + R_{damp}^{t+\Delta t} + R_{co}^{t+\Delta t} - R_{ex}^{t+\Delta t} \right) \quad (6)$$

여기서  $R_{in}^{t+\Delta t}$  는 내부 힘 벡터,  $R_{damp}^{t+\Delta t}$  는 ALE공식을

따른 댐핑 벡터,  $R_{co}^{t+\Delta t}$  는 cohesive 힘벡터,  $R_{ex}^{t+\Delta t}$  는 외부 힘벡터이다.

(바) (가)-(마) 단계를 반복한다.

### 2.2 유체 부분

움직이는 기준 틀에서 2-D 압축성 비점성 흐름을 가정했다. 무차원화된 유체의 속도, 밀도, 단위 질량 당 총 에너지(total energy)

는  $v, \rho_g, E_g$  로 정의하였다. 오일러 방정식을 보존형으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \iint_{S_g(t)} W_g dx_1 dx_2 + \int_{\Gamma_g(t)} (F_g dx_2 - G_g dx_1) = 0 \quad (7)$$

여기서  $S_g$  와  $\Gamma_g$  는 유체 영역 면적과 경계이다.

$$W_g = \begin{pmatrix} \rho_g \\ \rho_g v_1 \\ \rho_g v_2 \\ \rho_g E_g \end{pmatrix}, \quad F_g = \begin{pmatrix} \rho_g v_1^r \\ \rho_g v_1 v_1^r + p_g \\ \rho_g v_2 v_1^r \\ \rho_g E_g v_1^r + p_g v_1 \end{pmatrix},$$

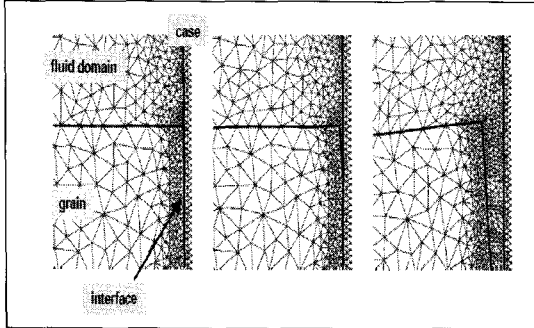
$$G_g = \begin{pmatrix} \rho_g v_2^r \\ \rho_g v_1 v_2^r \\ \rho_g v_2 v_2^r + p_g \\ \rho_g E_g v_2^r + p_g v_2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

식 (8)에서,  $v^r = v - v^m$  는 상대속도,  $v^m$  은 격자 속도이다. 마지막으로 이상기체 상태방정식을 사용하였고, 압력은 다음과 같다.

$$p_g = (\gamma - 1) \rho_g \left( E_g - \frac{v_1^2 + v_2^2}{2} \right), \quad (9)$$

여기서  $\gamma$  는 비열비이다. 식(8-9)을 풀기 위하여 외재적, 비정렬, 유한 체적, 적응성 있는 격자 유체 역학 프로그램을 사용하였다 [5]. 격자 생성을 위해서 Delaunay 방법이 사용된다. 절점 노드들의 경계면 사이에서 발생하는 균열의 전파되는 부근에서의 형상 변형은 매우 중요하다.

강건한 격자 적용성과 재생성 방법의 예제를 보여주기 위해 균열 때문에 발생한 공간에 유체 격자들이 재생성 되는 것을 그림 4에서 보여주고 있다.



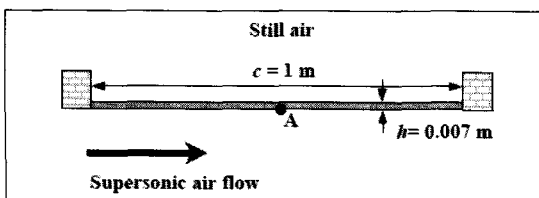
[그림 4] 케이스와 추진제 사이의 경계면을 따라 균열이 전파될 경우, 새로 생성되는 유체 영역의 격자 삽입 및 적용성을 모사

### 3. 검증문제

#### 3.1 Panel flutter

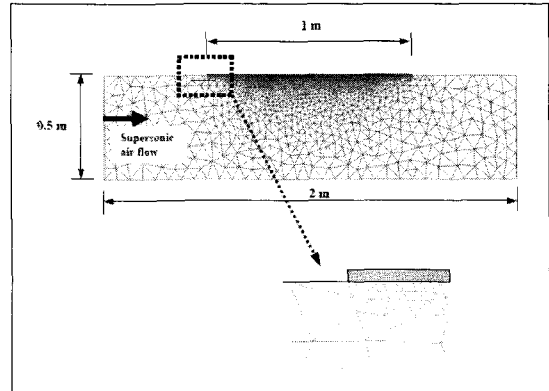
본 논문에서는 Nelson과 Cunningham [6]이 제안한 패널 플러터를 유탄성 해석을 위한 검증 문제로 선택하였다. 기하학적 형상은 그림 5에 있듯이, 이중으로 되어있는 얇은 알루미늄 패널이다 (7mm 두께, 길이 1m). 탄성으로 가정하였고, Young's 모듈러스 77.28Gpa, 포와송비는 0.33, 밀도는  $2710 \text{ kg/m}^3$ 이다. 초음속 유동이 균일한 속도를 가지고 흐르고, 초기 압력은 0.1MPa, 밀도는  $1.225 \text{ kg/m}^3$ 이다. 패널 상부의 정지된 공기는 고려되지 않은 대신에 균일한 압력(0.1MPa)이 이 패널의 윗면에 작용하고 있다고 가정되었다(그림 7). 다음과 같은 초기 변위를 주고, 패널의 거동을 해석하였다.

$$\delta(x) = \frac{\delta_{\max}}{2} \left( 1 - \cos \left( 2\pi \frac{x}{c} \right) \right), \quad (10)$$



[그림 5] 패널 플러터 문제의 형상

패널의 중앙부에서 최대 변위  $\delta_{\max}$  은 3mm이다. 마하수에 따른 패널의 중앙부의 수직 방향 변위의 시간에 따른 변화는 그림 7에 나타나있다.

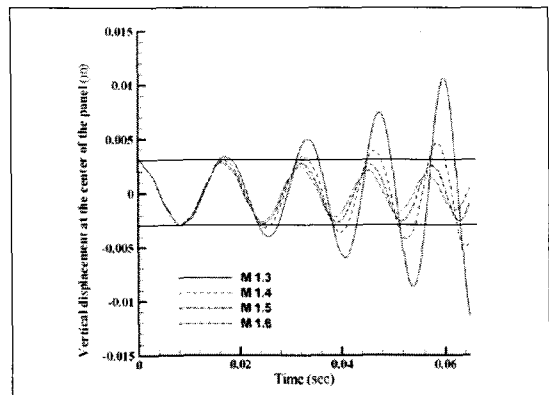


[그림 6] 유체와 고체 영역의 격자 그림

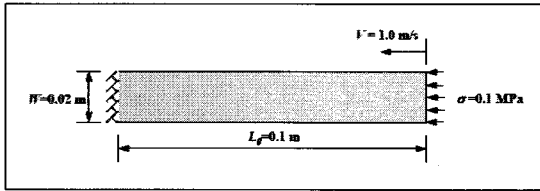
주어진 형상에 대해, 패널 중심의 변위는 마하수 1.3, 1.4에서 증가하는 반면, 마하수 1.5, 1.6에서는 감소하는 경향을 보여 Nelson과 Cunningham의 결과와 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

#### 3.2 균일속도로 줄어드는 봉문제

구조해석 프로그램에서의 ALE 공식의 정확성을 알아보기 위해, 일정하게 압력을 받고 있으면서, 균일한 속도로 줄어드는 봉 문제를 풀어보았다 (그림 8).

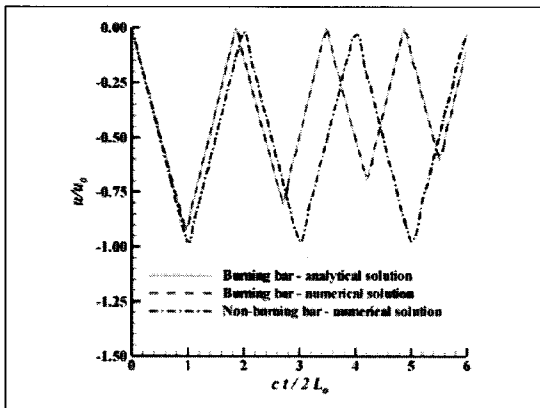


[그림 7] 다양한 마하수에 따른 패널 중심부의 수직 변위의 시간에 따른 변화. 마하수가 1.5이상에서는 변위가 감소되는 것을 볼 수 있다.



[그림 8] 일정한 압력을 받고 있는 봉 문제의 형상

수평방향으로 균일한 압력  $\sigma$  이 0.1MPa, 후퇴 속도는 1.0m/s로 바의 우측 면에 작용하고 있다. 바의 초기 길이  $L_0$ 는 0.1m이고, 폭  $W$ 는 0.02m, 탄성계수  $E$ 는 1.4MPa, 밀도  $\rho$ 는  $1794 \text{ kg/m}^3$ 이다. 바의 wave speed는  $c = \sqrt{E/\rho} = 27.935 \text{ m/s}$ 이다. 그림 9에서는 길이가 줄어드는 봉 끝단 변위  $u$ 의 시간에 따른 변화에 대한 이론적인 해와 수치 해가 정확히 일치함을 알 수 있다.



[그림 9] 후퇴하는 봉 끝 단에서의 변위 비교

## 5. 결론

이 논문에서는 고체 추진제가 연소되어 사라지고, 균열이 발생하여 급속도로 전파되는 고체 추진 로켓에 응용할 수 있는 완전히 커플된 유체-고체 상호작용 문제를 풀기 위한 새로운 알고리즘을 간략히 묘사했다. 연소되어 줄어드는 고체 영역을 처리하기 위해 ALE 공식이 적용된 외재적 CVFE 방법을 사용하였다. 유체 흐름은 움직이는 표면과 균열 때문에 발생하는 기하학적 형상의 변형에 격자를 적용, 복구 할 수 있는 능력을 외재적 ALE 오일러 해석 프로그램을 사용하여 계산하였다. 초음속 유

동에서 평평한 판넬의 안정성과, 압력이 작용하는 봉의 파동의 전파 검증 문제를 공탄성 프로그램을 사용하여 검증하였다. 다음 논문에서는 실제 로켓 시뮬레이션 문제의 적용을 다룬다.

## 참고문헌

- [1] Chang, I.-S., Patel, N. R., and Yang, S., "Titan IV SRMU anomaly and redesign analyses," AIAA/SAE/ASME/ASEE 30th Joint Propulsion Conference and Exhibit, Indianapolis, IN, June 1994 (AIAA Paper 94-3284).
- [2] Geubelle, P. H., and Baylor, J., "Impact-induced delamination of composites: a 2-D simulation," Composites B, Vol. 29, pp. 589-602, 1998.
- [3] Arruda, E. M., and Boyce, M. C. "A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials," Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 41, No. 2, pp. 389-412, 1993.
- [4] Koh, H. M., and Haber, R. B., "Elastodynamic formulation of the Eulerian-Lagrangian kinematic description," Journal of Applied Mechanics, Vol. 53, pp. 839-845, 1988.
- [5] Jameson, A., "Artificial diffusion, upwind biasing, and their effect on accuracy and convergence in transonic and hypersonic flows," 11th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Orlando, FL, 1993 (AIAA Paper 93-3359).
- [6] Nelson, H. C., and Cunningham H. J., "Theoretical investigation of flutter of two-dimensional flat panels with one surface exposed to supersonic potential flow," NACA TR 1280, 1956.

황 찬 규(Changyu Hwang)

[정회원]



- 1999년 5월: 미 코넬대학교토목 환경공학과 (공학박사)
- 1999-2002 ; 미 일리노이대학 첨단로켓연구소 연구원
- 2002-2004 ; 미국 선급 (ABS) 연구센터 연구원
- 2004- ; 서울벤처정보대학원 교수

<관심분야> :

고체추진로켓의 시뮬레이션, 파괴역학, 구조역학