

단일 축 유연 관절 로봇의 적응 퍼지 백스테핑 제어기 설계

김영태[#]

Design of an Adaptive Fuzzy Backstepping Controller for a Single-Link Flexible-Joint Robot

Young-Tae Kim[#]

ABSTRACT

An adaptive fuzzy backstepping controller is proposed for the motion control for a single-link flexible-joint robot in the presence of parametric uncertainties. Fuzzy logic system is used to approximate the uncertainties of functions and a backstepping technique is employed to deal with the mismatched problem. A compensation controller is also employed to estimate the bound of approximation error so that the shattering effect of the control effort can be reduced. Thus the asymptotic stability of the closed loop control system can be obtained based on a Lyapunov synthesis approach. Numerical simulation results for a single-link flexible-joint robot are included to show the effectiveness of proposed controller.

Key Words : Fuzzy Control (퍼지제어), Adaptive Control (적응제어), Backstepping Control (백스테핑 제어), Flexible Joint Robot Control (유연관절 로봇제어)

1. 서론

지난 20년 동안 유연관절 로봇의 위치추적 제어에 대한 연구가 많은 관심의 대상이 되어왔다. 기계적 토크가 주로 기어관절을 통해 로봇에 직접 전달됨으로 관절베어링의 변형(deformation)이나 기어 탄성(gear elasticity) 그리고 샤프트 wind-up 등 여러 요인 때문에, 제어 성능을 좀 더 개선하여 정밀 제어를 하기 위해서는 관절의 유연성을 고려할 필요가 있다. 그러나 시스템 자유도수가 2배로 커지고 불확실한 변수가 늘어남으로 해서 그만큼 더 제어

하기에 어려움이 있다. 초기의 몇몇 연구자들의 관련된 논문을 살펴보면, Spong¹은 유연관절로봇이 피드백으로 선형화할 수 있는 사실을 이용 제어를 설계하였는데 이러한 방법은 정확한 동역학 모델을 알아야 하는 문제점이 있다. 그 후 Spong²은 특히 섭동 정식화(singular perturbation formulation)에 근거한 관절 탄성힘(joint elastic forces)을 빠른 피드백제어로 안정시키고 링크변수는 느린 제어 방법으로 기존의 제어 방법보다¹ 더 안정적으로 제어할 수 있는 적응 기법을 제시 하였다. Ge³은 모터 추적 오차를 관절 탄성 힘 대신에 빠른 변수로서

접수일: 2007년 11월 22일; 게재승인일: 2008년 3월 2일

[#] 교신저자: 동국대학교 전기공학과

E-mail: youngtae@donguk.edu Tel. (02) 2260-3349

모델링할 수 있는 새로운 단독동요 모델에 근거한 강인한 적응 제어기를 제안 하였는데 이러한 혁신적인 접근 방법은 부하 센서가 오작동인 경우에도 제어할 수 있음을 보여 주었다. 이러한 적응 제어 기법을 이용하여 불확실한 변수 에도 불구하고 전역적으로 안정하게 제어할 수 있게 하기 위하여 백스테핑제어,⁴ 비례미분제어,⁵ 견실제어,²¹⁻²³ 슬라이딩제어,⁶⁻⁷ 퍼지제어⁸⁻¹⁰ 그리고 뉴럴네트워크 제어¹¹⁻¹⁵ 등과 연계할 수 있는 연구가 많은 관심이 되어왔다. 특히 백스테핑 제어 방법^{16,22}은 유연관절 로봇에 많이 이용되는 기법중의 하나이며 퍼지논리제어는 시스템의 수학적 모델을 얻기가 어렵거나 불가능한 것을 보완하기 위하여 전문가의 지식과 경험을 이용할 수 있는 제어 방법이다.

본 논문에서는 퍼지 논리, 백스테핑 제어 이론 그리고 적응 이론을 하나로 조합하여 시스템의 습득 능력, 보편 근사 능력, 적응 능력 그리고 외란을 제거할 수 있는 적응 퍼지 백스테핑 제어 방법을 단일 축 유연관절 매니퓰레이터에 적용하였다. 퍼지논리 시스템은 불확실한 함수를 근사화할 수 있으며 백스테핑기법은 불일치 문제를 다루기 위해 소개하였고 적응 퍼지 백스테핑의 자유파라미터는 on-line상에서 동조(tuned)할 수 있음을 보여주었다. 또한 근사 오차의 한계값을 추정하기 위하여 보상 제어기를 제시하였으며, Lyapunov 함수를 사용하여 본 논문에서 제시한 제어기가 시스템 파라미터의 불확실성에도 불구하고 안정함을 증명하였고 컴퓨터 모의실험을 통해 효율성을 입증하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 퍼지 논리 시스템의 기본적인 구조를 보여 주었으며, 3 절에서는 적응 퍼지 백 스텝핑제어 이론을 소개하였고, 4절에서는 모의실험을 통해 타당성을 보인다.

2. 퍼지 논리 시스템

보편적으로 3가지 형태의 퍼지시스템이 있는데 본 논문에서는 Fig. 1과 같은 형태의 퍼지시스템을 고려하였다.

퍼지 논리 지식의 기본은 AND 와 OR 같은 퍼지 연산자, 입력, 그리고 출력들과 관련이 있는 언어적 변수들의 집합으로 구성된 퍼지 IF-THEN 규칙들로 이루어져있다. 다중 출력 시스템은 보편적으로 단일 출력 시스템들의 그룹으로 항상 나뉘어 질수 있으므로 다음과 같은 MISO(multi-input

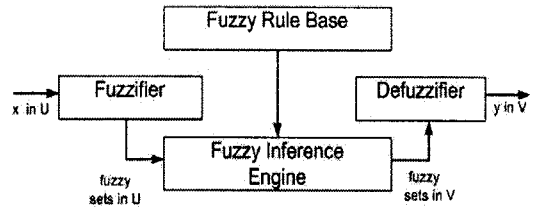


Fig. 1 Basic configuration of fuzzy system

single-output) 규칙을 고려한다.

$$R^{(i)}: \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^i, \text{ THEN } y \text{ is } B^i \quad (1)$$

여기서, $\underline{x} = (x_1, \dots, x_n)^T \in V \subset R^n$ 와 $y \in R$ 은 퍼지 논리 시스템의 입력과 출력을 나타낸다. A_i^l 와 B^l 는 각각 벡터 V 와 R 안에 있는 언어적 변수들의 퍼지 집합이다. $i = 1, 2, \dots, n$ 은 퍼지 입력의 수, $l = 1, 2, \dots, m$ 은 퍼지 규칙의 수를 나타낸다.

퍼지 규칙의 구현에는 여러 방법이 있으나 본 논문에서는 t-norm 퍼지 함의(fuzzy implication)¹⁷를 사용한다.

$$A_1^i \times A_2^i \times \dots \times A_n^i \rightarrow B^i \quad (2)$$

그리고

$$\begin{aligned} &\mu_{A_1^i \times \dots \times A_n^i \rightarrow B^i}(\underline{x}, y) \\ &= \mu_{A_1^i}(x_1) \star \dots \star \mu_{A_n^i}(x_n) \star \mu_{B^i}(y) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, \star 은 t-norm 적연산자(product operator)이며 언어 규칙 표현에서의 conjunction 은 "and"를 의미한다.

A_x 을 벡터 V 안에 있는 임의의 퍼지 집합이라고 하면 각각의 퍼지 규칙은 다음과 같은 sup-star 복합 추론 규칙에 근거하여 $A_x \circ R^{(i)}$ 로 표현할 수 있다.¹⁸

$$\begin{aligned} &\mu_{A_x \circ R^{(i)}}(y) \\ &= \sup_{\underline{x} \in U} \{ \mu_{A_x}(\underline{x}) \star \mu_{A_1^i \times \dots \times A_n^i \rightarrow B^i}(\underline{x}, y) \} \end{aligned} \quad (4)$$

퍼지 disjunction으로 m 개의 퍼지규칙을 통합하면 다음과 같다.

$$\mu_{A_x \circ (R^{(1)}, \dots, R^{(m)})}(y) = \mu_{A_x \circ R^{(1)}}(y) \dot{+} \dots \dot{+} \mu_{A_x \circ R^{(m)}}(y) \quad (5)$$

여기서, $\dot{+}$ 은 t-conorm 이며 주로 퍼지 합집합, 대수합, 혹은 한계합으로 정의된다. 평균 중심값 비퍼지화(center-average defuzzification) 방법을 이용하면 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$y^* = \frac{\sum_{l=1}^m \bar{y}^l (\mu_{A_x \circ R^{(l)}}(\bar{y}^l))}{\sum_{l=1}^m (\mu_{A_x \circ R^{(l)}}(\bar{y}^l))} \quad (6)$$

여기서, \bar{y}^l 은 소속 함수 $\mu_{B^l}(y)$ 을 최대로 하는 값이다. 식(6)에서 평균 중심 비퍼지화(center-average-defuzzifier), 적추론(product inference), 단일퍼지화(singleton fuzzifier) 방법을 사용하면 식(7)로 표현할 수 있다.¹⁷

$$y^* = f(\underline{x}) = \frac{\sum_{l=1}^m \bar{y}^l (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i))}{\sum_{l=1}^m (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i))} \quad (7)$$

만일 $\mu_{A_i^l}(x_i)$ 을 고정시키고 \bar{y}^l 을 조정 가능한 변수로 보면, 식 (7)은 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$f(\underline{x}) = \varphi^T \xi(\underline{x}) \quad (8)$$

여기서, $\varphi = (\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^m)^T$ 은 변수벡터이며, $\xi(\underline{x}) = (\xi^1(\underline{x}), \dots, \xi^m(\underline{x}))^T$ 은 다음과 같은 형태의 회귀벡터(regressive vector)로 볼 수 있다.

$$\xi^l(\underline{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^m (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i))} \quad (9)$$

식 (7)과 같은 형태의 퍼지 논리 시스템은 보편적 근사기이며,¹⁹ 콤팩트(compact) 입력 공간에서 어떠한 정확도로도 모든 비선형함수를 균일하게 근사화할 수 있다.

3. 적응 퍼지 백스테핑 제어기 설계

3.1 단일 축 유연관절 로봇 모델링과 문제의 정형화

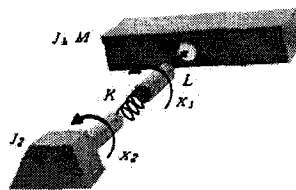


Fig. 2. Single-link flexible-joint robot.

Fig. 2 와 같은 단일 축 유연관절 로봇의 동역학 방정식은 다음과 같다.²⁰

$$J_1 \ddot{x}_1 + MgL \sin(x_1) + K(x_1 - x_2) = 0 \quad (10)$$

$$J_2 \ddot{x}_2 - K(x_1 - x_2) = u \quad (11)$$

여기서 x_1 과 x_2 는 각각 축과 액추에이터의 위치를 나타내며, J_1 과 J_2 는 축과 액추에이터의 관성, K 는 탄성 상수, M 은 축의 질량, g 는 중력 가속도, L 은 질량 중심이며 u 는 모터로부터 공급되는 제어토크이다. 팔의 동역학을 나타내는 식(10)을 제어기 설계를 위해 다음과 같이 표현하면

$$J_A \ddot{x}_1 + \frac{MgL}{K} \sin(x_1) + x_1 = x_2 \quad (12)$$

여기서, $J_A = J_1/K$ 이다. 또한 액추에이터 동역학을 나타내는 식(11) 을 다음과 같이 상태 공간으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= x_3 \\ J_2 \dot{x}_3 &= K(x_1 - x_2) + u \end{aligned} \quad (13)$$

동역학 방정식 (10)과 (11)에서 축과 액추에이터의 위치는 측정 가능한 값이며 모든 파라미터값(J_1, J_2, M, L 그리고 K)은 불확실 하지만 우리가 알 수 있는 최소한계 값과 최대한계 값 사이의 값으로 가정하자.

제어의 목적은 불확실한 파라미터에도 불구하고 원하는 궤적을 잘 추적하도록 제어기를 설계하

는데 있다. 이러한 제어기를 설계하기 위하여 식 (14)과 같이 여과된 추적오차(filtered tracking error)를 정의한다.

$$e_i(t) = \dot{x}_i(t) - \dot{x}_{r_i}(t) \quad (14)$$

여기서,

$$\dot{x}_{r_i}(t) = \dot{x}_{d_i}(t) - k_1(x_i(t) - x_{d_i}(t)) - k_2 \int_0^t (x_i(t) - x_{d_i}(t)) dt$$

이며 $x_{d_i}(t)$ 는 축의 원하는 궤적 위치이고, k_1 와 k_2 는 양의 상수이다. 식 (12)과 식(14)로부터 다음의 형태로 변환할 수 있으며

$$\begin{aligned} J_A \dot{e}_i(t) &= J_A (\ddot{x}_i(t) - \ddot{x}_{r_i}(t)) \\ &= -\frac{MgL}{K} \sin(x_i) - x_i - J_A \ddot{x}_{r_i} + x_2 \\ &= f_i(x_i) + x_2 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서,

$$f_i(x_i) = -\frac{MgL}{K} \sin(x_i) - x_i - J_A \ddot{x}_{r_i}$$

는 비선형함수이다.

3.2 제어기 알고리즘

본장에서는 적응 퍼지 백스테핑 방법을 이용하여 유연관절 로봇의 불확실한 파라미터 값과 외란에도 불구하고 주어진 궤적을 잘 추적할 수 있도록 하는 제어기를 3단계로 나누어 설계한다.

단계 1 : 오차 동역학방정식 (15)의 우변에다 가상 제어신호 α_1 을 식(16)과 같이 소개하면

$$\begin{aligned} J_A \dot{e}_i(t) &= f_i(x_i) + \alpha_1 - \alpha_1 + x_2 \\ &= f_i(x_i) + \alpha_1 - \eta_1 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, $\eta_1 = \alpha_1 + x_2$ 는 단계2:에서 가능한 한 0(zero)으로 만들고자하는 오차신호를 나타낸다. 실제상황에서는 비선형함수 $f_i(x_i)$ 은 불확실하며 오차신호 η_1 도 0(zero)이 아니므로 함수 $f_i(x_i)$ 을 추정 하게하는 가상제어기 α_1 을 설계할 필요가 있다. 불확실한

비선형 항 $f_i(x_i)$ 을 상쇄하기 위하여 식(8)과 같은 퍼지 논리 시스템 $\hat{f}(x_i/\varphi_1)$ 로 대체하여 식(17)과 같은 적응 퍼지 제어기를 제안한다.

$$\alpha_1(t) = -\hat{f}_1(x_i/\varphi_1) - k_3 e_i(t) - \tau_{c1}(t) \quad (17)$$

여기서, $\tau_{c1}(t)$ 는 최소 근사 오차를 보상하기 위해 고려하였으며, k_3 는 양의 상수 값이다. 식(17)을 식 (16)에 대입하면

$$J_A \dot{e}_i(t) = f_i(x_i) - \hat{f}_1(x_i/\varphi_1) - k_3 e_i(t) - \eta_1(t) - \tau_{c1}(t) \quad (18)$$

이다.

단계 2 : 오차신호 $\eta_1(t)$ 의 양변을 시간에 관해 미분하고 식(16)과 식(17)을 이용하면

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1(t) &= \dot{\alpha}_1(t) - \dot{x}_2(t) \\ &= -\dot{\hat{f}}_1(x_i/\varphi_1) - k_3 \dot{e}_i(t) - \dot{\tau}_{c1}(t) - x_3(t) \\ &= f_2(x_i) + \frac{k_3}{J_A} \eta_1(t) - x_3(t) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서,

$$f_2(x_i) = -\dot{\hat{f}}_1(x_i/\varphi_1) - \frac{k_3}{J_A} [f_i(x_i) - \hat{f}_1(x_i/\varphi_1) - k_3 e_i(t) - \tau_{c1}(t)]$$

오차동역학 식(19)에 또 다른 가상신호 α_2 을 소개하면

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1(t) &= f_2(x_i) + g_2 \eta_1(t) - \alpha_2(t) + \alpha_2(t) - x_3(t) \\ &= f_2(x_i) + g_2 \eta_1(t) - \alpha_2(t) + \eta_2(t) \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, $\eta_2(t) = \alpha_2(t) - x_3(t)$ 는 단계3:에서 가능한 한 0(zero)으로 만들고자하는 오차신호를 나타낸다. $g_2 = k_3/J_A$. 적절한 값 k_3 을 선택함으로써 J_A 의 값에 변화에 대하여 g_2 의 상부한계 값 g_{2h} 이 존재한다. 즉 $k_3/J_A = g_2 \leq g_{2h}$. 불확실한 비선형 항 $f_2(x_i)$ 을 상쇄하기 위해서 식(8)과 같은 형태의 퍼지 논리 시스템 $\hat{f}_2(x_i/\varphi_2)$ 로 대체하여 식(21)과 같은 적응 퍼지 제어기를 제안한다.

$$\alpha_2(t) = \hat{f}_2(x_i/\varphi_2) + (k_4 + g_{2h}) \eta_1(t) - e_i(t) + \tau_{c2}(t) \quad (21)$$

여기서, $\tau_{c2}(t)$ 는 최소근사오차를 보상하기 위해 고려하였으며 k_4 는 양의 상수 값이다.
식(21)을 식(20)에 대입하면

$$\dot{\eta}_1(t) = f_2(x_1) - \hat{f}_2(x_1/\varphi_2) - k_5\eta_1(t) + \eta_2(t) + e_1(t) - \tau_{c2}(t) \quad (22)$$

여기서, $k_5 = k_4 + g_{2h} - g_2$ 이며 항상 양의 상수 값이다.

단계3 : 오차 신호 $\eta_2(t)$ 의 양변을 시간에 관해 미분하고 식(21)과 식(22)을 이용하면

$$\begin{aligned} J_2 \dot{\eta}_2(t) &= J_2 \dot{e}_2(t) - J_2 \dot{x}_2(t) \\ &= J_2 [\hat{f}_2(x_1/\varphi_2) + (k_4 + g_{2h})\eta_1(t) + \dot{e}_2(t) - K(x_1(t) - x_2(t)) - u(t)] \\ &= J_2 \hat{f}_2(x_1/\varphi_2) + J_2(k_4 + g_{2h})[f_2(x_1) - \hat{f}_2(x_1/\varphi_2) - k_5\eta_1(t) - \tau_{c2}(t)] \\ &\quad + J_2(k_4 + g_{2h})\eta_2(t) + J_2 \dot{e}_2(t) - K(x_1(t) - x_2(t)) - u(t) \\ &= f_3(x_1, x_2) + g_3 \eta_2(t) - u(t) \end{aligned} \quad (23)$$

여기서,

$$\begin{aligned} f_3(x_1, x_2) &= J_2 \hat{f}_2(x_1/\varphi_2) \\ &+ J_2(k_4 + g_{2h})[f_2(x_1) - \hat{f}_2(x_1/\varphi_2) - k_5\eta_1(t) - \tau_{c2}(t)] \\ &+ J_2 \dot{e}_2(t) - K(x_1(t) - x_2(t)), \text{ 그리고 } g_3 = J_2(k_4 + g_{2h}) \end{aligned}$$

적절한 값 k_4 을 선택함으로써 J_2 의 값에 변화에 대한 g_3 의 상부한계 값 g_{3h} 가 존재한다. 불확실한 비선형 항 $f_3(x_1, x_2)$ 을 상쇄하기 위하여 식(8)과 같은 형태의 퍼지논리 시스템 $\hat{f}(x_1, x_2/\varphi_3)$ 로 대체하여 식(24)과 같은 적응 퍼지 제어기를 제안한다.

$$u(t) = \hat{f}_3(x_1, x_2/\varphi_3) + (k_6 + g_{3h})\eta_2(t) + \eta_1(t) + \tau_{c3}(t) \quad (24)$$

여기서, $\tau_{c3}(t)$ 는 최소근사오차를 보상하기 위해 고려하였으며 k_6 은 양의 상수 값이다.

식(24)을 식(23)에 대입하면

$$J_2 \dot{\eta}_2(t) = f_3(x_1, x_2) - \hat{f}_3(x_1, x_2/\varphi_3) - k_7\eta_2(t) - \eta_1(t) - \tau_{c3}(t) \quad (25)$$

여기서, $k_7 = k_6 + g_{3h} - g_3$ 이며 항상 양의 상수 값 이

다. 다음과 같은 최적변수벡터(optimal parameter vector) φ_i^* 와 최소근사오차(minimum approximation error) w_i 을 정의한다.

$$\begin{aligned} \varphi_i^* &= \arg \min_{\varphi_i} [\sup_x |f_i(x_1) - \hat{f}_i(x_1/\varphi_i)|], \quad i = 1, 2 \\ \varphi_3^* &= \arg \min_{\varphi_3} [\sup_{x_1, x_2} |f_3(x_1, x_2) - \hat{f}_3(x_1, x_2/\varphi_3)|] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} w_i &= f_i(x_1) - \hat{f}_i(x_1/\varphi_i^*), \quad i = 1, 2 \\ w_3 &= f_3(x_1, x_2) - \hat{f}_3(x_1, x_2/\varphi_3^*) \end{aligned} \quad (27)$$

식(18), 식(22) 그리고 식(25)에 위의 정의를 이용하면 다음과 같은 방정식으로 표현할 수 있다.

$$J_A \dot{e}_1(t) = \phi_1^T \xi_1(x_1) - k_3 e_1(t) + w_1 - \eta_1(t) - \tau_{c1}(t) \quad (28)$$

$$\dot{\eta}_1(t) = \phi_2^T \xi_1(x_1) - k_5 \eta_1(t) + w_2 + \eta_2(t) + e_1(t) - \tau_{c2}(t) \quad (29)$$

$$J_2 \dot{\eta}_2(t) = \phi_3^T \xi_2(x_1, x_2) - k_7 \eta_2(t) + w_3 - \eta_1(t) - \tau_{c3}(t) \quad (30)$$

여기서 $\phi_i = \varphi_i^* - \varphi_i$, $i = 1, 2, 3$ 그리고 $\xi(x)$ 는 식(9)과 같은 퍼지 기저함수(fuzzy basis function)이다.

본 논문에서 제안한 적응 퍼지 백스테핑 제어기 식(17), 식(21) 그리고 식(24)의 타당성과 시스템의 안정성을 증명하기 위하여 다음과 같은 Lyaounov 함수를 고려한다.

$$V_1 = \frac{1}{2} J_A e_1^2 + \frac{1}{2} \eta_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \eta_2^2 + \frac{1}{2r_1} \phi_1^2 + \frac{1}{2r_2} \phi_2^2 + \frac{1}{2r_3} \phi_3^2 \quad (31)$$

여기서, r_i , $i = 1, 2, 3$ 는 양의 상수이다. 식(31)의 양변을 미분하고 식(28), 식(29) 그리고 식(30)을 이용하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1[\phi_1^T \xi_1 - k_3 e_1 + w_1 - \eta_1 - \tau_{c1}] + \eta_1[\phi_2^T \xi_1 - k_5 \eta_1 + w_2 + \eta_2 + e_1 - \tau_{c2}] \\ &\quad + \eta_2[\phi_3^T \xi_2 - k_7 \eta_2 + w_3 - \eta_1 - \tau_{c3}] + \frac{1}{r_1} \phi_1 \dot{\phi}_1 + \frac{1}{r_2} \phi_2 \dot{\phi}_2 + \frac{1}{r_3} \phi_3 \dot{\phi}_3 \\ &= -e_1^T Q e_1 + \frac{1}{r_1} \phi_1^T [r_1 e_1 \xi_1(x_1) + \dot{\phi}_1] + \frac{1}{r_2} \phi_2^T [r_2 \eta_1 \xi_1(x_1) + \dot{\phi}_2] + \frac{1}{r_3} \phi_3^T [r_3 \eta_2 \xi_2(x_1, x_2) + \dot{\phi}_3] \\ &\quad + e_1 w_1 - e_1 \tau_{c1} + \eta_1 w_2 - \eta_1 \tau_{c2} + \eta_2 w_3 - \eta_2 \tau_{c3} \end{aligned} \quad (32)$$

여기서,

$$x = [e, \eta_1, \eta_2]^T$$

$$Q = \begin{bmatrix} k_3 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_7 \end{bmatrix}$$

$e_1, w_1, \eta_1, w_2, \eta_2, w_3$ 는 최소근사오차와 비슷한 값이며 보편적 근사정리¹⁹(universal approximation theorem)에 의하여 w_1, w_2 그리고 w_3 는 매우 작은 값이 됨을 알 수 있으며 최대한계 값 $w_{i\Delta}, i=1,2,3$ 가 존재한다고 가정하자. 즉 $|w_i| \leq w_{i\Delta}, i=1,2,3$ 만일 적응제어 법칙과 보상제어 법칙을 식(33)과 같이 선택하면

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 &= -\dot{\phi}_1 = r_1 e_1 \xi_1(x_1), & \tau_{e1} &= w_{1\Delta} \operatorname{sgn}(e_1) \\ \dot{\phi}_2 &= -\dot{\phi}_2 = r_2 \eta_1 \xi_1(x_1), & \tau_{e2} &= w_{2\Delta} \operatorname{sgn}(\eta_1) \\ \dot{\phi}_3 &= -\dot{\phi}_3 = r_3 \eta_2 \xi_2(x_1, x_2), & \tau_{e3} &= w_{3\Delta} \operatorname{sgn}(\eta_2) \end{aligned} \quad (33)$$

여기서 $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 은 sign함수이다. 따라서 식(32)은 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -x^T Q x + e_1 w_1 - |e_1| w_{1\Delta} + \eta_1 w_2 - |\eta_1| w_{2\Delta} + \eta_2 w_3 - |\eta_2| w_{3\Delta} \\ &\leq -x^T Q x - |e_1|(w_{1\Delta} - w_1) - |\eta_1|(w_{2\Delta} - w_2) - |\eta_2|(w_{3\Delta} - w_3) \end{aligned} \quad (34)$$

행렬 Q는 항상 양의 한정(positive definite)이므로 $\dot{V}_1 \leq 0$ 이다.

따라서 $e_1(t), \eta_1(t), \eta_2(t)$ 는 한정(bounded)임을 알 수 있으며 $-\dot{V}_1$ 을 0(zero) 에서 시간 t 까지 적분을 취하면

$$\int_0^t -\dot{V}_1 d\tau = V_1(e_1(0), \eta_1(0), \eta_2(0), 0) - V_1(e_1(t), \eta_1(t), \eta_2(t), t) \quad (35)$$

그러므로 $V_1(e_1(t), \eta_1(t), \eta_2(t), t)$ 는 한정(bounded)이며 증가하지 않는 함수이다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t -\dot{V}_1 d\tau < \infty \quad (36)$$

Barbalat's 정리²⁰에 의해서 $\lim_{t \rightarrow \infty} -\dot{V}_1 = 0$ 이 되며 $e_1(t), \eta_1$ 그리고 $\eta_2(t)$ 는 $t \rightarrow \infty$ 일 때 0(zero)으로 수렴함을 알 수 있다. 따라서 시스템은 논문에서 제시한 제어기에 의해 점근안정(asymptotic stability)하게 된다.

3.3 한계추정 방법

보상제어기 식(33)은 슬라이딩 평면위에서 매우 빠르게 스위칭을 하므로 진동 현상이 나타나며 또한 실제로 응용하는데 있어서 최소근사 오차에 대한 한계 값도 알아야 한다는 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 적응 퍼지 제어 법칙과 연계하여 한계추정(bounded estimation) 방법을 제안한다. 식(33)에서 $w_{i\Delta}$ 을 추정 값 $\hat{w}_{i\Delta}$ 로 대신하면

$$\begin{aligned} \tau_{e1}(t) &= \hat{w}_{1\Delta}(t) \operatorname{sgn}(e_1(t)) \\ \tau_{e2}(t) &= \hat{w}_{2\Delta}(t) \operatorname{sgn}(\eta_1(t)) \\ \tau_{e3}(t) &= \hat{w}_{3\Delta}(t) \operatorname{sgn}(\eta_2(t)) \end{aligned} \quad (37)$$

여기서, $\hat{w}_{i\Delta}(t)$ 는 근사오차의 한계추정 값이다. 식(38)과 같은 추정오차를 정의한다.

$$\tilde{w}_{i\Delta}(t) = w_{i\Delta} - \hat{w}_{i\Delta}(t) \quad (38)$$

식(31)에 한계추정 오차를 포함한 식(40)과 같은 Lyapunov함수를 고려한다.

$$V_2 = \frac{1}{2} x(t)^T D x(t) + \frac{1}{2} \phi^T R^{-1} \phi + \frac{1}{2} \tilde{w}^T S^{-1} \tilde{w} \quad (39)$$

여기서,

$$D = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 \end{bmatrix} \quad \phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3]^T$$

$$\tilde{w} = [\tilde{w}_{1\Delta} \quad \tilde{w}_{2\Delta} \quad \tilde{w}_{3\Delta}]^T$$

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{bmatrix}$$

식(39)을 추정오차 $e_1(t), \eta_1(t)$ 그리고 $\eta_2(t)$ 의 동역학 방정식을 따라 시간에 관해 미분하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -x^T Q x + \frac{1}{r_1} \phi_1 [r_1 e_1 \xi_1(x_1) + \dot{\phi}_1] + \frac{1}{r_2} \phi_2 [r_2 \eta_1 \xi_1(x_1) + \dot{\phi}_2] + \frac{1}{r_3} \phi_3 [r_3 \eta_2 \xi_2(x_1, x_2) + \dot{\phi}_3] \\ &\quad + \frac{1}{s_1} \tilde{w}_{1\Delta} [s_1 \dot{e}_1 + \dot{\tilde{w}}_{1\Delta}] + \frac{1}{s_2} \tilde{w}_{2\Delta} [s_2 \dot{\eta}_1 + \dot{\tilde{w}}_{2\Delta}] + \frac{1}{s_3} \tilde{w}_{3\Delta} [s_3 \dot{\eta}_2 + \dot{\tilde{w}}_{3\Delta}] \\ &\quad + e_1 w_1 - |e_1| w_{1\Delta} + \eta_1 w_2 - |\eta_1| w_{2\Delta} + \eta_2 w_3 - |\eta_2| w_{3\Delta} \end{aligned} \quad (40)$$

만일 적응 제어법칙과 보상 제어법칙을 식(41)과 같이 선택하면

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 &= -\dot{\phi}_1 = r_1 e_1 \xi_1(x_1), & \dot{\hat{w}}_{1\Delta} &= -\dot{\tilde{w}}_{1\Delta} = s_1 |e_1| \\ \dot{\phi}_2 &= -\dot{\phi}_2 = r_2 \eta_1 \xi_1(x_1), & \dot{\hat{w}}_{2\Delta} &= -\dot{\tilde{w}}_{2\Delta} = s_2 |\eta_1| \\ \dot{\phi}_3 &= -\dot{\phi}_3 = r_3 \eta_2 \xi_2(x_1, x_2), & \dot{\hat{w}}_{3\Delta} &= -\dot{\tilde{w}}_{3\Delta} = s_3 |\eta_2| \end{aligned} \quad (41)$$

식(40)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -x^T Q x + e_1 w_1 - |e_1| w_{1\Delta} + \eta_1 w_2 - |\eta_1| w_{2\Delta} + \eta_2 w_3 - |\eta_2| w_{3\Delta} \\ &\leq -x^T Q x - |e_1| (|w_{1\Delta}| - |w_1|) - |\eta_1| (|w_{2\Delta}| - |w_2|) - |\eta_2| (|w_{3\Delta}| - |w_3|) \end{aligned} \quad (42)$$

따라서 위의 논의로부터 본 논문에서 제시한 한계 추정 할 수 있는 적응 퍼지 백스테핑 제어기는 점근 안정임을 알 수 있다.

4. 모의실험

제안된 제어시스템의 타당성을 입증하기 위해 MATLAB's Simulink를 이용 모의실험을 실시하였으며 단일 축 유연관절 로봇의 파라미터와 설계 파라미터는 다음과 같이 설정하였다.

기준 궤적 경로

$$x_{d1}(t) = 0.3[0.8\pi t - \sin(0.8\pi t)]$$

파라미터 값

$$\begin{aligned} M &= 1.5 \text{ kg}, L = 1 \text{ m}, J_1 = 1.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ K &= 10 \text{ N} \cdot \text{m/rad}, J_2 = 0.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

제어기 이득

$$\begin{aligned} k_1 &= 10 & k_2 &= 40 \\ r_i &= 100, & s_i &= 0.001 \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

소속함수

$$\begin{aligned} \mu_{pm}(x) &= \exp(-(x-1)^2) \\ \mu_{z0}(x) &= \exp(-x^2) \\ \mu_{nm}(x) &= \exp(-(x+1)^2) \end{aligned}$$

파라미터 변화(t = 1.5 sec.)

$$\begin{aligned} J_1 &= 1.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \rightarrow 1.4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ M &= 1.5 \text{ kg} \rightarrow 1.2 \text{ kg} \\ k &= 10 \text{ Nm/rad} \rightarrow 9 \text{ Nm/rad} \end{aligned}$$

외란(t = 1.5 sec.)

$$\begin{aligned} \tau_{d1} &= 3\sin(0.5t) \\ \tau_{d2} &= 2.5\cos(0.5t) \end{aligned}$$

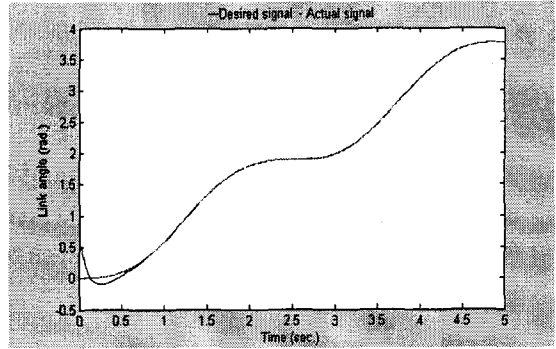


Fig. 3 Trajectory of the link angle for initial position $x_1(0) = 0.5$

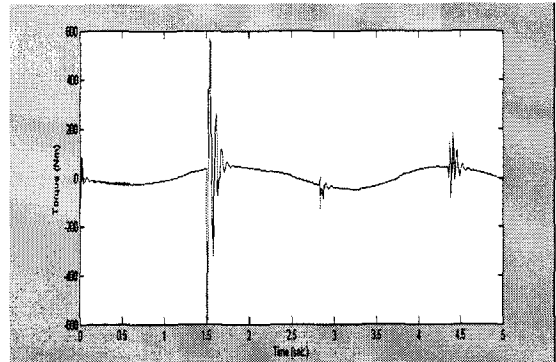


Fig. 4 Trajectory of the joint torque (without bound estimation)

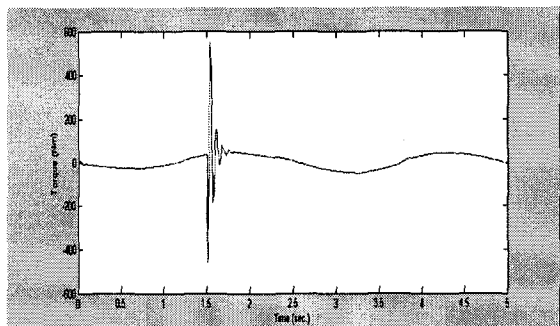


Fig. 5 Trajectory of the joint torque (with bound estimation)

모의실험에서 제어기의 적응성과 외란을 제거할 수 있는 능력을 알기위해서 내부 파라미터 변화

와 외란이 $t=1.5$ 초에서 생긴다고 가정하였다. Fig. 3 은 논문에서 제안한 제어기의 성능을 나타내며 초기 위치가 큰 차이가 있을 경우에도 빠른 시간 안에 기준궤적 경로로 잘 추적함을 알 수 있다. 또한 제어기는 파라미터에 대한 불확실성과 외란이 있을 경우에도 훌륭하게 극복할 수 있음을 볼 수 있다. Fig.4와 Fig.5는 파라미터 변화와 외란이 $t=1.5$ 초에 발생하고 초기 위치가 $x_1(t)=0.0$ 일 때 한계 추정(bounded estimation)을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우에 대한 제어토크를 나타내며 한계추정을 제어기에 고려함으로써 진동현상(chattering phenomena)을 줄일 수 있음을 볼 수 있으나 파라미터 변화와 외란이 생긴 순간에 발생하는 진동은 한계 추정을 하여도 나타남을 볼 수 있다. Fig. 6은 $x_1(t)$ 에 대한 오차를 나타내며 외부의 환경에 변화에도 빨리 적응하고 외란을 제거 할 수 있음을 볼 수 있다.

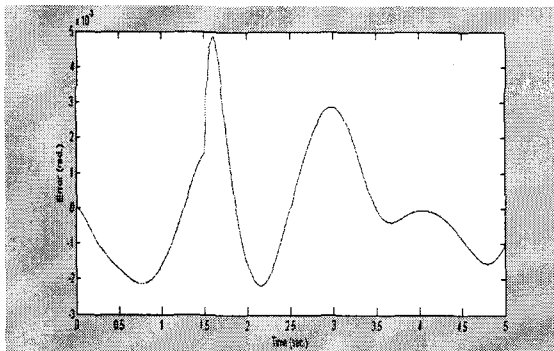


Fig. 6 Tracking error for sudden disturbance at $t=1.5$ sec

5. 결론

본 논문에서는 퍼지논리와 백스테핑 방법을 적응제어에 결합하여 시스템의 습득 능력, 보편근사 능력, 적응 능력 그리고 외란을 제거 할 수 있는 적응 퍼지 백스테핑 제어 방법을 단일 축 유연관절 로봇제어에 적용하였다. 근사오차의 한계를 추정할 수 있는 보상제어기를 제기하였으며 여과된 추적오차 $e(t)$ 를 소개함으로써 기존의 PID 제어기의 장점을 적응 퍼지 제어에 접목하였고 특히 적분 항을 고려함으로써 정상상태 오차를 줄일 수 있으며 모의실험을 통하여 논문에서 제시한 제어기의 효율성

을 입증하였다. 따라서 위의 논의로부터 본 논문에서 제시한 한계추정 할 수 있는 적응 퍼지 백스테핑 제어기는 점근안정임을 알 수 있다.

참고문헌

1. Spong, M., "Modeling and control of elastic joint robots," J. Dynamic system, Measure; contr., Vol. 109, No. 4, pp. 310-319, 1987.
2. Spong, M., "Adaptive Control of Flexible-Joint Manipulators: comments on two papers," Automatica, Vol. 31, No. 4, pp. 585-590, 1995.
3. Ge, S. S., "Adaptive Controller Design for Flexible-Joint Manipulators," Automatica, Vol. 32, No. 2, pp. 273-278, 1996.
4. Krstic, M., Kanellakopoulos, I. and Kokotovic, P., "Nonlinear adaptive control design," John Wiley & Sons, 1995.
5. Tomei, P., "A Simple PD Controller for Robots with Elastic Joints," IEEE Trans. Autom. control, Vol. 36, No. 10, pp. 1208-1213, 1991.
6. Huang, A. C. and Chen, Y. C., "Adaptive Sliding Control for Single-Link Flexible-Joint Robot with Mismatched Uncertainties," IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 12, No. 5, pp. 770-775, 2004.
7. Tenreiro Machado, J. A., "Variable Structure Control of Manipulators with Compliant Joints," Proc. IEEE. Int. Conf. Ind. Electron., pp. 554-559, 1993.
8. Park, C. W. and Cho, Y. W., "Adaptive Tracking Control of Flexible Joint Manipulator Based on Fuzzy Model Reference Approach," Proc. Inst. Elect. Eng. - control theory appl., Vol. 150, No. 2, pp. 198-204, 2003.
9. Gurkan, E., Banks, S. P. and Erkmén, I., "Stable Controller Design for the T-S Fuzzy Model of A Flexible-Joint Robot Arm Based on Lie Algebra," Proc. IEEE Conf. Decision Control, pp. 4717-4722, 2003.
10. Park, J. H. and Lee, S. B., "Self-Organizing Fuzzy Control of a Flexible Joint Manipulator," Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 12, No. 8, pp. 92-98, 1995.

11. Macnab, C. J. B., Eleuterio, G. M. T. and Meng, M., "CMAC Adaptive Control of Flexible-Joint Robots Using Backstepping with Tuning Functions," Proc. IEE Int. Conf. Robot Autom., Vol. 3, pp. 2679-2686, 2004.
12. Kwan, C. and Lewis, F. L., "Robust Backstepping Control of Nonlinear Systems Using Neural Networks," IEEE, Vol. 30, No. 6, pp. 753-766, 2000.
13. Chatlatanagulchai, W. and Meckl, P. H., "Motion Control of Two-Link Flexible-Joint Robot, Using Backstepping, Neural Networks, and Indirect Method," Proc. IEEE Conf. on Control applications, pp. 601-605, 2005.
14. Zeman, V., Patel, R. V. and Khorasani, K., "Control of A Flexible-Joint Robot Using Neural Networks," IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 5, No. 4, pp. 453-462, 1997.
15. Goo, C. W., Lee, S. B. and Kim, J. S., "Adaptive Neural Network Control of a Flexible Joint Manipulator," Spring Conference of the Korean Society of Precision Engineering, pp. 101-106, 1997.
16. Oh, J. H. and Lee, J. S., "Control of Flexible Joint Robot System by Backstepping Design Approach," Proc. IEEE. Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 3435-3440, 1997.
17. Lee, C. C., "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller, parts I and II," IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 20, No. 2, pp. 404-435, 1990.
18. Zadeh, L. A., "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes," IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics, Vol. SMC-3, No. 1, pp. 28-44, 1973.
19. Wang, L. X. and Mendel, J. M., "Fuzzy Basis Functions, Universal Approximation, and Orthogonal Least Squares Learning," IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 3, No. 5, pp. 807-814, 1992.
20. Slotine, J. E. and Li, W., "Applied Nonlinear Control," Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1991.
21. Han, M. C., "Robust Control Design for Robots with Uncertainty and Joint Flexibility," Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 12, No. 5, pp. 117-125, 1995.
22. Yang, Y., Feng, G. and Ren, J., "A Combined Backstepping and Small-Gain Approach to Robust Adaptive Fuzzy Control for Strict Feedback Nonlinear Systems," IEEE Trans. on SMC - part A: Systems and Humans, Vol. 34, No. 3, pp. 406-420, 2004.
23. Kim, E. T. and Lee, H. J., "An Adaptive Fuzzy Backstepping Approach to Robust Tracking Control of a Single Link Flexible Joint Robot," Journal of the Korean Society of Electronic Engineering, Vol. 41, No. 4, pp. 177-188, 2004.