

단품(축/ OUTPUT 기어)조립을 위한 온간압입공정 해석

김태진*, 강희준*, 김철#, 주석재**, 김호윤***

Analysis of the Warm Shrink Fitting Process for Assembling the Part (Shaft and Output Gear)

Tae Jin Kim*, Hee Jun Kang*, Chul Kim#, Suck Jae Chu** and Ho Yun Kim***

ABSTRACT

Fitting process carried out in the automobile transmission assembly line is classified into three classes; heat fitting, press fitting, and their combined fitting. Heat fitting is a method that heats gear to a suitable range under the tempering temperature and squeezes it toward the outer diameter of shaft. Its stress depends on the yield strength of gear. Press fitting is a method that generally squeezes gear toward that of shaft at room temperature by a press. Another method heats warmly gear and safely squeezes it toward that of shaft. Warm shrink fitting process for the automobile transmission part is now gradually increased, but the parts (shaft/gear) assembled by this process produced dimensional changes in both the outer diameter and profile of the gear. So that it may cause noise and vibration between gears. In order to solve these problems, we need an analysis of warm shrink fitting process, in which design parameters are involved; contact pressure according to fitting interference between outer diameter of shaft and inner diameter of gear, fitting temperature, and profile tolerance of gear.

In this study, an closed form equation to predict contact pressure and fitting load was proposed in order to develop an optimization technique of the warm shrink fitting process and verified its reliability through the experimental results measured in the field and FEM, that is, thermal-structural coupled field analysis. Actual loads measured in the field was in good agreements with the results obtained by the theoretical and finite element analysis.

Key Words : Warm Shrink Fitting Process (온간압입공정), Transmission (변속기), Contact Pressure (접촉면압), Fitting Load (압입하중), Interference (압입공차량), FEM (유한요소해석)

기호설명

R_1 = inner radius of shaft

R_2 = outer radius of shaft or inner radius of gear

R_3 = outer radius of gear

K = radial coefficient, R_3/R_2

☞ 접수일: 2007년 12월 31일; 게재승인일: 2008년 3월 17일

* 울산대학교 전기전자공학과 대학원

교신저자: 부산대학교 기계기술연구원

E-mail: chulki@pusan.ac.kr Tel. (051) 510-2489

** 울산대학교 기계공학과 대학원

*** 부산대학교 정밀기계공학과 대학원

- E, ν = Young's modulus and Poisson's ratio
- P = contact pressure occurred by shrink fitting
- F_{SF} = shrink fitting force
- δ_{SF} = the amount of fitting interference obtained by calculation
- σ_r = normal stress in the r-direction
- σ_θ = normal stress in the θ - direction
- σ_z = normal stress of in the z-direction
- F_r = external force
- $\tau_{r\theta}$ = Shear stress
- ϵ_r = strain in the r-direction
- ϵ_θ = strain in the θ - direction
- C_1, C_2 = differential constants
- $P_{interference}$ = contact pressure
- P_i = internal pressure
- P_o = external pressure
- $\delta_{Fitting}$ = amount of shrink fitting
- $\delta_{Expansion}$ = expansion amount by heating
- $\delta_{interference}$ = amount of interference
- μ = friction coefficient
- h = height of gear
- A = area of contact surface

1. 서론

자동차의 수동변속기는 엔진에서 발생하는 동력을 속도에 따라 회전력으로 전환하여 전달하는 장치이다. 이러한 변속기용 기어의 런아웃(Run-out)을 개선하여 동력전달을 원활히 하고자 기존의 스플라인타입 대신에 열간압입기법을 적용하는 공정이 늘어나고 있다. 이는 기어와 축사이의 공차량(Interferenc)으로 기어를 고정시키는 공법으로, 기어를 축에 조립시 Fig. 1에 나타난 공차량(Interferenc)을 줄이기 위해 저주파로 기어를 가열 팽창시킨후 압입하여 냉각시켜 공차량을 복원시킴으로써 기어의 고정력을 극대화시킨다. 열간압입 공정은 이러한 중요한 공법임에도 불구하고 최근까지 수행된 자동차용 변속기에 관한 연구는 대부분 변속기 자체의 성능 향상이나 메커니즘^{1,2}에 관한 것으로 변속기의 제작이나 단품(축/기어)의 조립 공정에 관한 연구가 거의 없는 실정이며, 압입공정에 관한 연구조차도 대부분 금형설계에 제한되어 있다.^{3,4} 또한 열간압입공정에서의 압입력을 산출할 수 있는 계산식이 없어 현장에서는 경험치에 의존할 수

밖에 없고 이로 인하여 구입한 압입력 측정장비를 효율적으로 운영하지 못하는 안타까운 실정이다. 그리하여 본 연구에서는 기어와 축의 압입공정시 접촉면압을 계산할 수 있는 이론식을 제안하였고 이를 검증하기 위해 컴퓨터를 이용한 유한요소해석과 현장에서 측정된 실제 실험값과 비교하였다.

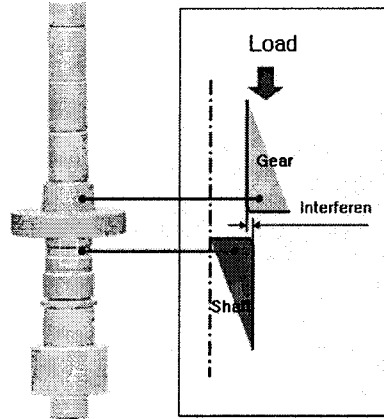


Fig. 1 An amount of interference on the warm Shrink fitting process

2. 이론적 해석

2.1 단품(기어/축)의 변위계산

원통좌표계에서의 평형 방정식은 식(1)과 같다.

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{1}{r} \frac{d\tau_{r\theta}}{d\theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + F_r = 0 \quad (1)$$

축대칭이므로 $\tau_{r\theta} = 0$, 압입공정 시 외력이 가해지지 않으므로 $F_r = 0$ 이고 변형률은 식(2)와 같이 표현된다.

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \epsilon_\theta = \frac{1}{r} \frac{dv}{d\theta} + \frac{u}{r} \quad (2)$$

응력과 변형률 관계식으로부터 식(3)이 유도되어지고 무한히 긴 원통으로 가정하므로 $\sigma_z = 0$ 이 된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta) \\ \epsilon_\theta &= \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r) \end{aligned} \quad (3)$$

식(2)를 식(3)에 대입하면 식(4)를 얻을 수 있으며, 이것을 식(1)에 대입하면 식(5)와 같이 변위에 대한 2계 상미분방정식(Differential Equation)을 얻을 수 있다.

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right) \tag{4}$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} \right)$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \tag{5}$$

식(5)의 미분방정식의 해는 식(6)과 같다.

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r} \tag{6}$$

여기서 기어와 축의 압입공정을 단순히 가정하면 Fig. 2 과 같이 표현할 수 있고, Fig. 2 를 Fig. 3(a) 와 Fig. 3(b)로 분할하면 상수 C₁ 과 C₂ 를 구하기 위한 경계조건 식(7)을 얻을 수 있으며 그 결과 정리하면 식(8)을 얻는다.

$$P_{interference} = p_i = p_o \text{ at } r = r_2 \tag{7}$$

$$u = \frac{1-\nu}{E} \frac{r_1^2 p_i - r_2^2 p_o}{r_2^2 - r_1^2} r + \frac{1+\nu}{E} \frac{r_1^2 r_2^2 (p_i - p_o)}{r_1^2 - r_2^2} \frac{1}{r} \tag{8}$$

Fig. 3 (a) 에서 자동차용 변속기 단품 중에서 축은 r₁ = 0 이고 내압이 작용하지 않으므로 식(9)를 얻는다.

$$u = -\frac{P_o r}{E_a} (1-\nu_a) \tag{9}$$

Fig. 3(b) 처럼 자동차용 변속기 단품 중에서 기어는 외압이 작용하지 않으므로 식(10)를 얻고, 식(10)으로부터 반경에 따른 기어의 변위를 계산할 수 있다.

$$u = \frac{r_2^2 p_i r}{E_b (r_3^2 - r_2^2)} \left[(1-\nu_b) + (1+\nu_b) \frac{r_3^2}{r^2} \right] \tag{10}$$

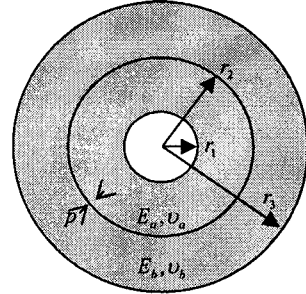
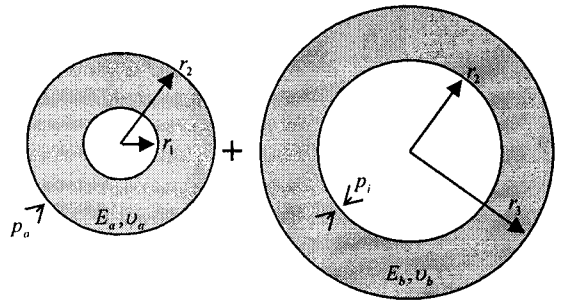


Fig. 2 Contact pressure acting equal on both gear and shaft by the shrink fitting process



(a) Diagram of Shaft (b) Diagram of Gear
Fig. 3 Boundary conditions between shaft and gear

2.2 접촉면압 및 압입공차량 계산

식(9)과 식(10)로부터 압입공정에서의 압입 공차량을 구하는 식(11)을 얻을 수 있다.

$$\delta_{Fitting} = \frac{P_o r}{E_a} (1-\nu_a) + \frac{r_2^2 p_i r}{E_b (r_3^2 - r_2^2)} \left[(1-\nu_b) + (1+\nu_b) \frac{r_3^2}{r^2} \right] \tag{11}$$

여기서, 기어와 축의 소재가 동일하다고 가정하고, 반경상수 $k = r_3 / r_2$ 를 정의하여 식(11)에 대입하면, 접촉면압(Contact Pressure)과 압입공차량(Amount of Shrink fitting Interference)의 관계식인 식(12)을 얻는다.

다.

$$\delta_{Fitting} = \frac{2r_2 k^2}{E(k^2 - 1)} P_{Interference} \quad (12)$$

2.3 마찰계수 계산

마찰계수는 링 압축시험(Ring Compression Test)으로 구할 수 있으나 본 연구에서는 Fig. 4 와 같이 압입 장비에 장착된 인디케이터(Indicator)로부터 압입하중을 직접 얻을 수 있으므로 아래의 방법으로 마찰계수를 계산했다.

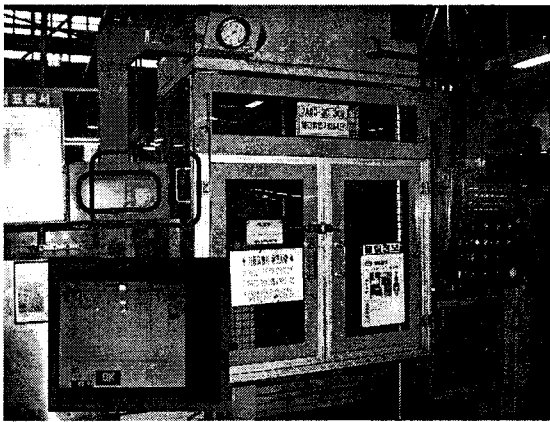


Fig. 4 The manufacture equipment with the indicator displaying

압입하중, 마찰계수, 접촉면압의 관계식은 식 (13)과 같이 표현되고, 실제 수동변속기 조립라인에서 측정한 압입공정의 평균하중(1,260kg_f)을 식 (13)에 대입하면 마찰계수는 약 0.05 이다.

$$\begin{aligned} F_{Fitting} &= \mu \cdot A \cdot P \\ &= \mu \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot h \cdot P_{Interference} \end{aligned} \quad (13)$$

3. 온간 압입공정의 해석을 위한 공정분할

제안된 이론식을 검증하기 위하여 자동차용 변속기의 온간압입공정을 네가지 공정으로 분할하여 유한요소해석을 수행하였다. 자동차 변속기단품의 온간압입공정은 가공된 기어를 저주파 가열에서 압입온도까지 가열하는 가열공정(Heating Process), 가열

시간 경과 후 기어를 자동적으로 축에 위치시키는 포지셔닝공정(Positioning Process), 프레스에서 기어를 축에 삽입시키는 압입공정(Shrink Fitting Process), 후속 기어의 조립 직전까지 냉각시키는 냉각공정(Cooling Process)으로 분할하였다. 각 공정의 해석조건은 Table 1 에 나타내었다.

Table 1 Processing divisions and assumptions for FEM simulation

Features	Process: Heating	Positioning	Process2: Press Fitting	Process3: Cooling
Thermal	Real	Disregard	Nonlinear, Transient	Nonlinear, Transient
	Ideal		Linear, Steady	Nonlinear, Transient
Structural	Real		Nonlinear, Transient	Nonlinear, Transient
	Ideal		Linear, Steady	Nonlinear, Steady
Main Source	Convection		Shrinkage Fitting	Conduction, Convection
Main Result	Shape Deformation		Contact Pressure	Shape Deformation

3.1 가열공정(Heating Process)해석

온간압입공정의 유한요소 해석작업 실행시 데이터 처리 속도와 해석 시간을 단축시키기 위하여 기어형상의 단순화 모델링 및 라인메쉬(Line mesh)를 실시한 것을 Fig. 5 에 나타내었다.

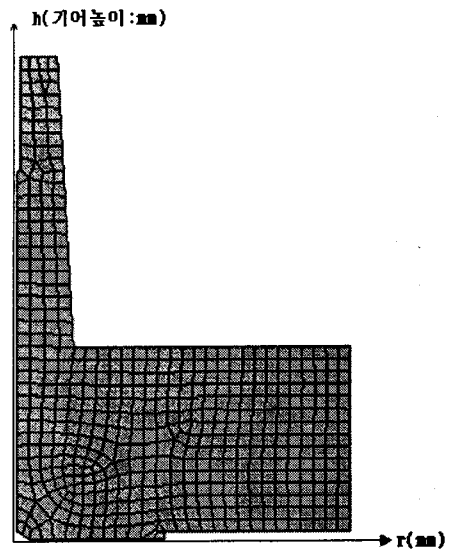


Fig. 5 Modeling of the 3rd output gear

저주파 가열로에서 적정 예열온도까지 가열되는데 이를 유한 요소법으로 해석하기 위하여 분위기온도를 압입온도로 설정하여 대류경계 조건을 주었으며 이를 Fig. 6 에 나타내었다.

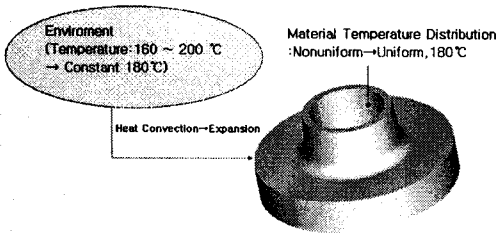


Fig. 6 An analysis conditions of the heating process

기어와 지지대 사이의 국부전도는 무시하였고 또한 가열하는 동안 열 해석과 그 결과를 구조해석으로 연결시키는 연성해석기법을 사용하였다. 가열온도는 약 160~200℃이나 유한요소해석에서는 해석 조건의 단순화를 위해 180℃를 가열온도로 정의하였으며 Fig. 7에서와 같이 포지셔닝공정에서의 온도하강(40~65℃)이 일어나고 있으나 조건 단순화를 위해 40℃정도 하강한다고 정의하고 140℃까지 가열하는 해석조건을 입력하였다. 또한 기어 단품의 초기온도 및 분위기온도는 20℃로 하였다. 가열공정의 유한요소해석을 위한 물성치는 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Mechanical properties for FEM analysis of the Heating process

구분	기호	물성치	단위	설명
소재물성치	k	46.6	W/m ² °C	열전도도
	c	475		비열
	ρ	7,850	kg/m ³	밀도
열적물성치	h	60	W/m ² °C	대류계수
	T _{source}	180	°C	가열 온도
	T _{uniform}	18	°C	소재 온도
	T _{ref}	18	°C	대기 온도
기계적물성치	E	205e9	Pa	탄성계수
	ν	0.29		프와송 비
	α	1.10E-05	W/m ² °C	열팽창 계수

3.2 포지셔닝 공정(Positioning Process)

저주파 가열로에서 압입온도까지 가열된 기어는 자동화장비에 의해 축까지 옮겨진다. 이때 기어와 자동화장비 사이의 국부 전도, 기어와 대기 사이의 대류, 압입직전까지의 기어와 축 사이의 전도 등 복잡한 열전달 현상이 발생하지만, 그 시간이 1, 2 초 정도로 매우 짧아 무시하였다. 유한요소해석 시에는 Fig. 7에서와 같이 포지셔닝공정의 온도하강을 고려하였기 때문에 유한요소해석을 시행하지 않았다.

3.3 온간압입공정(Warm Shrink fitting process)

가열공정 이후에는 기어내경의 팽창으로 인한 기어와 축사이의 공차량이 감소된 상태에서 압입공정을 수행하게 된다. Table 3으로 부터 기어의 최대허용압입 공차량(0.047)과, Table 4의 물성치를 식(14)에 대입하면 기어의 내경 팽창량은 0.021mm 이다.

$$\delta_{Expansion} = \alpha \cdot \Delta T \cdot L \quad (14)$$

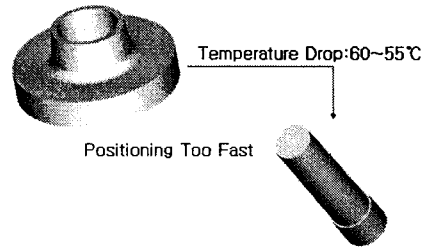


Fig. 7 Aanalysis conditions of the positioning process

Table 3 Allowable interference between the gear and Shaft in the drawing

Gear	+0.00~+0.025mm	0.094mm
Shaft	+0.083~+0.094mm	(On Diameter)

Table 4 Mechanical property of thermal expansion

α (°C)	1.10E-05
ΔT (°C)	120
L (mm)	15

따라서 압입온도까지 가열된 기어가 축에 압입될 때의 실제 공차량은 식(15)와 같다.

$$\delta_{Fitting} = \delta_{Interference} - \delta_{Expansion} \quad (15)$$

Table 5의 물성치를 식(12)에 대입하면 기어의 높이(h)에 따른 공차량과 접촉면압의 관계식인 식(16)를 얻는다.

$$i) \quad 0 \leq h \leq 14$$

$$\delta_{Fitting} = 0.001645P_{Interference} \quad (16)$$

$$ii) \quad 14 < h \leq 28.2$$

$$\delta_{Fitting} = 0.003442P_{Interference}$$

Table 5 Mechanical Property of the shaft and the Gear

$r_{shaft}(mm)$	$r_1=0, r=r_2$
$r_{gear}(mm)$	$r_2=15, r_3=42$
$E(kgf/mm^2)$	$E_{gear}=E_{shaft}=20.9e^3$
ν	$\nu_{gear}=\nu_{shaft}$
K	r_2/r_3
$P_{interference}$	$P_1=P_0$

Fig. 8과 같이 축에 기어가 위치하면 압입장비의 램이 하강하면서 순간적으로 성형이 이루어진다. 기어와 축의 온도차이는 매우 크나 압입공정에서는 0.5초 정도의 순간적으로 압입이 이루어지므로 이때 발생하는 열전달은 무시하였다. 압입공정의 유한요소해석을 위한 조건을 Fig. 9에 나타내었다.

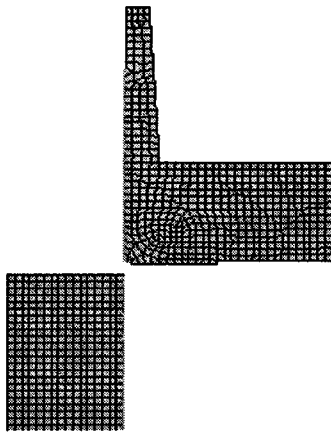


Fig. 8 Modeling for FEM simulation of the shrink fitting process

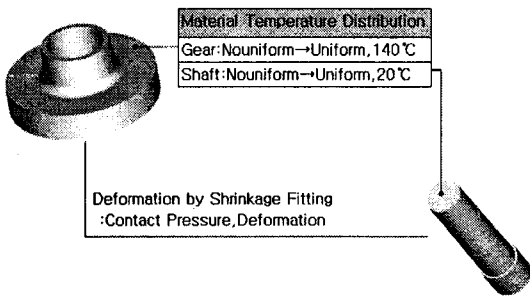


Fig. 9 Conditions of the shrink fitting process

3.4 냉각공정(Cooling process)

압입공정이 끝나면 다음 기어를 압입하기 위하

여 컨베이어 벨트로 옮겨지는데, 기어와 축이 상온까지 냉각된다. 이때 기어 및 축과 대기 사이의 대류, 기어와 축 사이의 전도를 고려해야만 하는데 이를 Fig. 9에 나타내었다. 냉각하는 동안의 열해석과 그 결과를 구조해석으로 연결시키는 연성해석기법을 위해 Table 6에 나타낸 물성치를 사용하였으며 Fig. 10 처럼 기어의 초기온도는 140°C에서 20°C로 변환 조건을 입력했다.

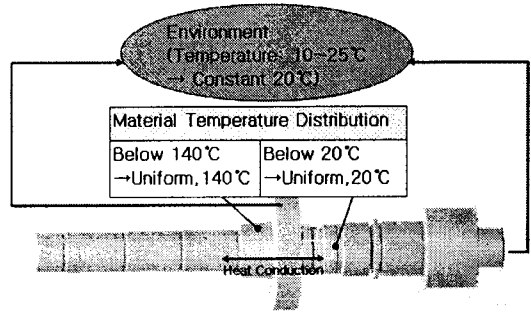


Fig. 10 Analysis Conditions of the cooling process analysis

Table 6 Mechanical properties for FEM simulation of the cooling process

구분	기호	물성치	단위	설명
소재물성치	k	46.6	w/n^2c	열전도도
	c	475		비열
	ρ	7,850	kg/m^3	밀도
	k'	$1e8$	w/m^2c	접촉열전달계수
열적물성치	h	2000	w/n^2c	대류계수
	T_{gear}	180	$^{\circ}C$	기어 온도
	T_{shaft}	18	$^{\circ}C$	축 온도
	T_{ref}	18	$^{\circ}C$	대기 온도

기어와 축사이에 열전달 및 냉각 후 접촉면압을 발생시키기 위하여 기어를 컨택(Contact), 축을 타겟(Target)으로 지정하였다.

4. 각 공정에 대한 해석결과 및 고찰

4.1 가열공정(Heating Process)

자동차 변속기용 3 단기어의 가열공정에 대한 해석 결과를 Fig. 11에 나타내었다. 가열공정에서 발생하는 기어 팽창량의 최대값은 기어의 외경부분에서 55.4 μm 이고, 최소값은 기어의 내경부분에서 19.8 μm 이다.

4.2 압입공정(Shrink Fitting Process)

‘4.1 가열공정’의 결과를 이용하여 압입공정을 해석한 결과를 Fig. 12 에 나타내었다. 기어의 높이에 따른 각 구간별 접촉면압을 구하기 위하여 기어의 높이를 30 구간으로 등분하였으며 그 결과를 유한요소해석 결과와 비교하여 Table 7 에 나타내었다. 이론적으로 구한 접촉면압은 유한요소해석

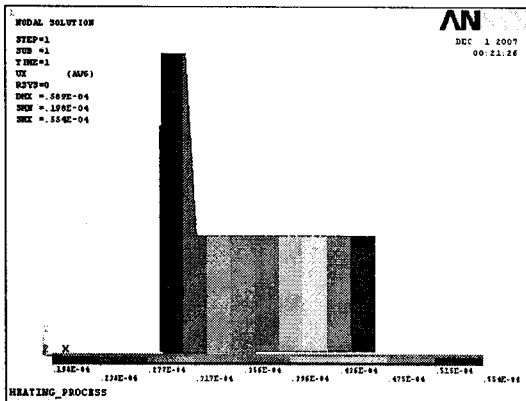


Fig. 11 The amount of heat expansion obtained from FEM simulation for 3rd gear in case of maximum interference

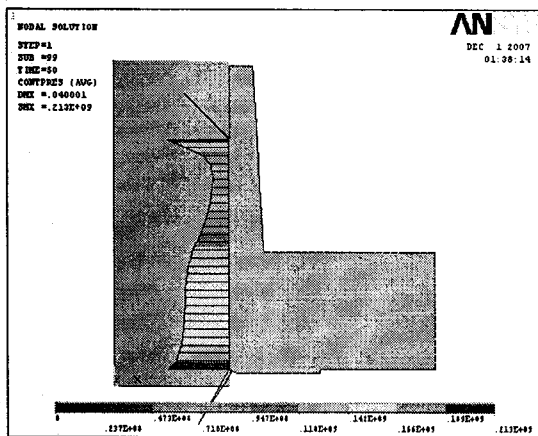


Fig. 12 Contact pressure obtained from FEM simulation for 3rd gear in case of maximum interference

에 의해서 구해진 접촉면압보다 적으나 실험을 통하여 얻은 하중값과 비교할 때 이론적으로 구한 접촉면압이 유한요소해석에 의한 접촉면압보다 더 정확한 값을 Table 8 로부터 알 수 있다.

Table 7 Comparison of contact pressure between FEM and theoretical analysis

단위: kgf/mm²

Node	유한요소	이론해석	Node	유한요소	이론해석
1	21.74	5.22	16	13.52	12.53
2	15.41	5.28	17	14.26	12.53
3	8.87	5.34	18	14.81	12.53
4	6.46	5.39	19	15.11	12.53
5	5.75	5.46	20	15.29	12.53
6	5.54	5.51	21	15.44	12.53
7	5.71	5.57	22	15.58	12.53
8	6.07	5.62	23	15.72	12.53
9	6.55	5.68	24	15.89	12.53
10	7.16	5.73	25	16.10	12.53
11	7.93	5.79	26	16.44	12.53
12	8.89	5.84	27	16.84	12.53
13	10.05	5.89	28	17.96	12.53
14	11.30	5.95	29	18.57	12.53
15	12.51	12.53	30	21.67	12.53
평균				12.77	9.29

Table 8 Comparison of loads between FEM and theoretical analysis from the measured load

구분	측정값	이론해석	유한요소해석
평균접촉면압(kgf/mm ²)	-	9.29	12.77
압입하중(kgf)	1,260.00	1,234.25	1,696.36

4.3 냉각공정(Cooling Process)

‘4.2 압입공정’의 결과를 이용하여 다시 상온(20℃)까지 냉각시킨 결과를 Fig. 13 에 나타내었다. 수행된 결과는 최종공정에서 반경방향으로 8.6~5.6 μm의 변화가 발생하였으나 이는 현장에서 적용하고 있는 허용한계치인 9 μm 보다 작으므로 적절한 공차량으로 온간압입공정이 이루어짐을 알 수 있다.

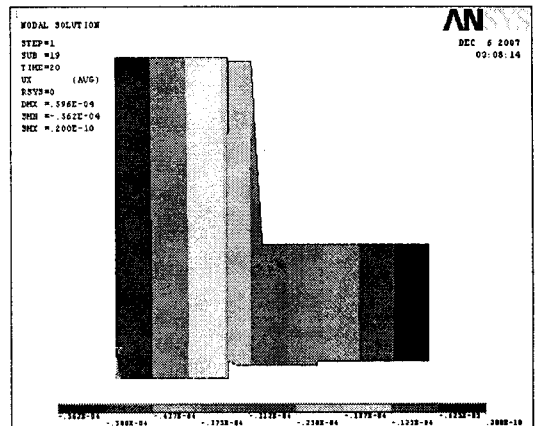


Fig. 13 Strain in the r direction obtained from FEM simulation for 3rd gear in case of maximum

5. 결론

자동차 변속기 단품(축/기어)에 대한 온간압입 공정에서 발생하는 접촉면압을 구하기 위하여 이론식을 제안하였으며 이를 검증하기 위하여 실험 및 유한요소해석을 수행하였다.

1. 이론적으로 구한 압입하중은 유한요소해석 및 실험의 결과치와 잘 일치하였다.
2. 제안된 이론식으로부터 구한 최적의 압입력을 제조라인에 적용함으로써 압입력 측정장비를 효율적으로 운영하여 최적의 공정관리를 수행할 수 있다.
3. 온간압입공정 시 최적의 압입공차량과 이에 따른 압입하중 및 최적의 압입온도를 구할 수 있다.
4. 본 연구의 결과는 자동차 변속기 단품(축/기어) 및 유사제품에 따른 설계 시에 시행착오를 감소시킴으로써 시간과 비용을 절감시킬 수 있다.

참고문헌

1. Sung, D. H. and Kim, H. S., "A Study on 3 Shaft Hydromechanical Transmission Design Considering Power and Speed Characteristics," J. of KSME, Vol. 26, No. 12, pp. 2615-2623, 2002.
2. Choi, S. H. and Kim, Y. S., "Characteristics on the Output Coupled Type CVT combined Differential Gear Unit," J. of KSPE, Vol. 18, No. 3, pp. 205-215, 2001.
3. Yoh, E. G. and Lee, Y. S., "Integrated Analysis for the Shrink-fitted Die with Multi Stress-Ring of Dissimilar Materials," J. of KSPE, Vol. 18, No. 3, pp. 40-46, 2001.
4. An, S. C. and Im, Y. T., "Optimal Design of Dimension of Extrusion Die with Multi Stress Rings," J. of KSME, Vol. 26, No. 10, pp. 2211-2218, 2002.
5. Ugural, A. C. and Fenster, S. K., "Advanced Strength and Applied Elasticity," Elsevier North Holland, Inc., pp. 234-244, 1981.
6. Lange, K., "Handbook of Metal Forming," McGraw-Hill Book Company, 1985.
7. Laue, K. and Stenger, H., "Extrusion: Process, Machinery, Tooling," American Society for Metals, pp. 356-363, 1981.