韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 22집 제 2호, 2008. 5. 187-209

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 22, No. 2, May. 2008. 187-209

수학교육의 차등화에 관련된 러시아의 초창기 연구들의 분석

한 인 기 (경상대학교)

러시아는 1960년대부터 교육의 차등화에 관련된 다양한 논의가 진행되었고, 1980년대부터 수학교육학 영역에서 차등화된 교육에 관련된 다양한 연구가 본격적으로 이루어졌다. 본 연구에서는 1980년대에서 1995년까지 러시아의 수학교육의 차등화에 관련된 연구들을 분석하여, 수학교육 차등화의 개념, 핵심 변인들을 규명하고, 수학교실에서 차등화된 교육의 구현 방법을 고찰하였다.

1. 서 론

최근 두 차례의 수학과 교육과정 개정에서 가장 큰 이슈는 수준별 교육의 도입 및 정착이라 할 수 있다. 2007년에 개정된 수학과 교육과정(교육인적자원부, 2007, p.43)에서도, 교수・학습 방법에서 '각 학교에서는 학생 개인의 학습 능력과 수준, 적성, 희망 등을 고려하여 수준별 수업을 운영할 수 있다. ...수준별 수업은 학교 상황에 맞게 수준별 집단을 편성하여 운영할 수 있다. 수준별 수업은 내용 요소를 차별화하기보다는 내용의 깊이나 접근 방법에 차이를 두어 운영한다'고 규정하면서, 중등학교 수학교육에서 수준별 교육의 실현을 권고하고 있다.

학생 개개인의 능력, 적성, 흥미 등을 고려하여 수학 교수-학습을 설계, 운영한다는 것은 바람직하고 의미로운 방향 설정이라 할 수 있다. 그리고 최승현(2004a)은 16개 시도교육청에 대한 설문조사를 통해, 수학수업에서 학급 내의 집단 편성 또는 학급 간의 이동수업을 통해 수준별 수업을 진행하는 비율이 53.9%라고 보고하였는데, 수준별 교육을 시행하는 교육기관의 양적인 증가는 긍정적으로 평가할 수 있을 것이다. 그러나 최승현(2004a, p.84)은 수준별 수업의 운영상 어려움과 관련하여, '수학과 교사들은 수업 준비에 대한 과중한 부담(29.4%)을 으뜸으로 꼽았다. 그 다음으로는 수준별 교수・학습 방법 구안 및 자료 개발(24.4%)...'라고 하였다. 결국 수학수업에서 수준별 교육은 확대되고 있지만, 학생들의 수준을 고려한 교재연구, 교수-학습 모형, 방법 등에 관련된 체계적인 교수학적 뒷받침이 이루어지지 못하였고, 교사들이 어려움을 호소하고 있음을 알 수 있다.

수학교육학 영역에서 수준별 교육에 대한 연구는 미흡한 실정이다. 특히 수준별 교육을 도입한 제7차 교육과정의 고시 이전에는 우리나라의 전문학술지에 게재된 수준별 수학교육에 관련된 논문이 전혀 없었고, 그 이후에 몇몇 연구자들의 연구(최현근・황우형, 1997; 이의원・김진상・이명희, 2001;

---

* ZDM 분류 : D20
* MSC2000 분류 : 97D40
* 주제어 : 수준별 교육, 수학교육의 차등화, 수준별 차등화, 계열별 차등화

홍은표 · 이수현, 2003 등)가 부분적으로 있었을 뿐이다. 비록 한국교육과정평가원에서 수준별 교육에 관련된 연구보고서들(나귀수 · 최승현, 2002; 박경미 외, 1999; 최승현, 2001; 최승현, 2004a, 20004b 등)이 출판되었지만, 대부분 수준별 교육 개념 자체에 대한 연구라기보다는 수준별 교육과정의 적용 및 운영, 평가에 초점이 맞추어진 연구들이기 때문에 수준별 교육에 대한 교수학적인 개념 정립, 발전에는 한계가 있다.

러시아는 1960년대부터 교육학 영역에서 수준별 교육에 관련된 연구가 진행되었고, 수학교육학 영역에서는 1980년대부터 본격적인 연구가 이루어져 지금은 많은 연구 결과와 경험을 축적하고 있다. 본 연구에서는 러시아의 수학교육의 차등화[1]에 관련된 연구들을 분석할 것이다. 그런데 이들 연구는 양적인 측면, 질적인 측면에서 다양하고 광범위하므로, 이들을 본 연구에서 모두 분석하는 것은 불가능하다. 그러므로 러시아의 수준별 수학교육 연구의 초창기에 해당하는 1980년대에서 1995년까지의 연구들을 대상으로 분석할 것이며, 특히 1990-1995년의 연구들은 학술잡지 Mathematika v Shkole에 게재된 것들을 중심으로 고찰할 것이다(Mathematika v Shkole는 40만부 이상씩 발간되어 대중적인 성격이 가장 강하기 때문에).

본 연구에서는 수학교육의 차등화에 관련된 러시아의 초창기 연구들을 분석하여, 수학교육 차등화의 개념, 핵심 변인들을 규명하고, 수학교실에서 차등화된 교육의 구현 방법을 고찰할 것이다. 이를 통해, 우리나라의 수준별 수학교육에 관련된 연구를 활성화시킬 수 있는 다양한 관점들, 기초자료들을 제공할 수 있을 것이며, 수준별 수학교육의 효과적인 정착, 발전을 위한 새로운 방향 모색의 계기를 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

2. 1980년대 수학교육의 차등화에 대한 연구

러시아에서는 1960년대부터 교육학 영역을 중심으로 교육의 차등화 개념이 도입되어 지금까지 활발한 논의, 연구가 진행되고 있다. 교육학 학자인 Goncharov(1963, p.39)는 '최근 많은 인쇄물에서 고학년에 차등화된 교육의 도입에 관련된 문제들을 빈번하게 다루는 것은 우연한 것이 아니다. ...<문예신문>의 여러 면에 걸쳐 학교에서의 차등화된 교육의 광범위한 확산을 위한 활발한 토론이 자주 게재되고 있다. 그리고 우리나라에는 이미 외국어를 특성화하여 지도하는 학교가 700개를 넘어섰으며, 많은 음악 전문학교가 있으며, 프로그래머와 계산전문가를 준비시키는 수학분야의 특성화 학교도 100개 이상이 만들어졌다'고 하였다. 이러한 사실로부터, 러시아에서는 교육현장의 차등화 교육에 관련된 다양한 논의가 1960년대에 활발하게 진행되었으며, 많은 특성화된 교육기관이 만들어져 고등학교 수준의 학생들을 전문적으로 교육시켰음을 알 수 있다.

---

1) 우리나라의 '수준별 교육'이라는 표현 대신에, 러시아에서는 차등화(differentsiatsiya)라는 용어를 사용한다. 이 단어를 영어로 번역하면 'differentiated'가 되며, 러시아에서는 차등화된 교육, 교육의 차등화라는 표현을 사용한다. 그러므로 본 연구에서는 '수준별 교육'이라는 표현 대신에 '차등화'를 사용할 것임.

수학교육학 영역에서 차등화된 교육에 대한 논의는 1980년대에 체계적으로 시작되어 지금까지 활발하게 진행되고 있다. 물론 1980년대 이전의 연구들 중에서 수학-물리학교의 특수성을 고려한 수학교육에 대한 연구를 차등화된 수학교육의 연구에 포함시킬 수는 있지만, 전반적인 수학교육의 틀에서 차등화된 수학교육의 의미, 역할, 핵심 개념들, 구현 방법에 대한 체계적인 논의의 시점은 1980년대로 보는 것이 바람직할 것이다.

1980년대의 수학교육의 차등화에 대한 연구의 특징으로 차등화에 관련된 핵심 개념들의 추출, 이들 개념에 대한 체계적 연구의 시작을 들 수 있다. 본 연구에서는 수학교육 이론서인 '중등학교에서 수학 교수 방법론'에 제시된 수학교육의 차등화 연구, 학술잡지 Mathematika v Shkole에 게재된 Boltyanski & Gleizer의 연구, '수학교육의 필수적인 결과의 설계'에 관련된 연구들을 중심으로, 1980년대에 수학교육의 차등화 연구의 특징적인 측면들을 살펴보기로 하자.

(1) '중등학교에서 수학 교수 방법론'에 제시된 연구

'중등학교에서 수학 교수 방법론'은 모스크바국립사범대학교 교수들이 중심이 되어 기술한 수학교육 이론서로, 1985년에 출판되었다. 수준별 교육에 관련된 내용은 '수학 교수의 조직'이라는 장에 제시되어 있으며, Chikantseva교수에 의해 기술되었다.

Chikantseva(1985, pp.228-229)는 '최근에 교육의 개선과 관련하여, 수업시간에 교육의 차등화 개념이 널리 보급되고 있다. 교육의 차등화는 집단 활동의 환경에서 학생들의 흥미, 재능을 발현시킬 수 있는 최적의 조건들을 만든다'고 수학교육에서 차등화의 의의를 주장하면서, 수학수업에 관련된 차등화의 두 가지 방법을 제시하였다. 첫 번째 방법은 다양한 변형의 문제들에 대한 자립(自立)작업을 활용하는 것이다. 이때 문제의 변형들은 내용의 복잡성 정도에 따라 구분되며, 같은 변형에서 뒷 번호의 문제는 앞 번호의 문제보다 어렵다.

문제의 다양한 변형을 이용한 자립활동의 방법은 현재까지 교수-학습 자료의 개발에서 폭넓게 활용되고 있다. 예를 들어, 러시아의 교수학적 자료에는 일반적으로 한 가지 문제 상황에 대한 네 가지 변형의 문제들이 제시된다. Veselovskii & Ryabchinckya(2001)의 교수학적 자료(기하학 10학년)에서 변형 1과 변형 2는 유사한 난이도이며, 변형 3과 변형 4는 유사한 문제들이지만 변형 1과 변형 2보다는 약간 어려운 문제들이다. Veselovskii & Ryabchinckya(2001)의 교수학적 자료에 제시된 문제 상황의 변형 1, 2, 3, 4의 예는 다음과 같다.

변형 1

1. 정육면체 $ABCDA_1B_1C_1D_1$가 주어졌다(<그림 1>). 평면 AA_1B_1와 AA_1D_1의 교선을 구하여라.

2. 평면사각형 ABCD와 삼각형 AMD는 한 평면에 놓여있지 않다(<그림 2>). 평면 BAM과 AMD는 어떤 직선을 따라 교차하는가?

변형 2

1. 정육면체 $ABCDA_1B_1C_1D_1$가 주어졌다(<그림 1>). 평면 AB_1C_1과 BB_1C의 교선을 구하여라.

2. 평면사각형 ABCD와 삼각형 AMD는 한 평면에 놓여있지 않다(<그림 2>). 평면 BCD와 CDM은 어떤 직선을 따라 교차하는가?

변형 3

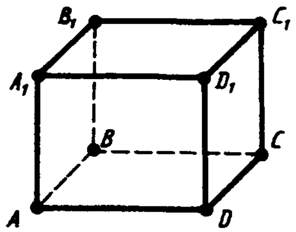
1. 정육면체 $ABCDA_1B_1C_1D_1$가 주어졌다(<그림 1>). 평면 AD_1D와 $B_1A_1D_1$의 교선을 구하여라.

2. 평면사각형 ABCD와 삼각형 AMD는 한 평면에 놓여있지 않다(<그림 2>). 평면 ABC와 BAM은 어떤 직선을 따라 교차하는가?

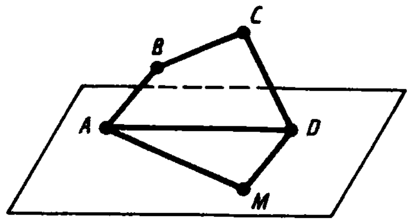
변형 4

1. 정육면체 $ABCDA_1B_1C_1D_1$가 주어졌다(<그림 1>). 평면 ABC와 B_1BC의 교선을 구하여라.

2. 평면사각형 ABCD와 삼각형 AMD는 한 평면에 놓여있지 않다(<그림 2>). 평면 ADC와 MDA는 어떤 직선을 따라 교차하는가?



<그림 1>



<그림 2>

수학수업에 관련된 차등화의 두 번째 방법은 조언 카드를 이용하는 것이다. 조언 카드에는 문제해결을 위한 계획 수립, 문제해결의 틀, 유사한 문제 등이 적혀있다. 조언 카드를 이용한 수학수업에서는 학급의 모든 학생들에게 같은 문제가 제시되며, 문제의 풀이를 문제해결자에게 필요한 도움을 중심으로 몇 단계로 나누어진다. 수업시간에서 교사는 조언 카드를 이용하여 학생들에게 추가적인 문제를 제시할 수도 있고, 필요한 도움을 제공할 수도 있다.

살펴본 바와 같이, '중등학교에서 수학 교수 방법론'에는 수학교육의 차등화의 의의가 기술되어 있고, 차등화의 구체적인 방법으로 자립작업에서 다양한 변형의 문제를 활용하는 방법, 적절한 도움을 제공하기 위해 조언 카드를 이용하는 방법이 제시되어 있다. 한 가지 주목할 것은, 수학교육의 차등화에서 자립작업과 개인차를 고려한 도움은 중요한 핵심 개념으로, 후에 많은 연구자들에 의해 이에 관련된 연구들이 다양하게 진행되었다는 점이다.

(2) Boltyanski & Gleizer의 연구

Boltyanski & Gleizer는 '학교 교육의 차등화 문제에 대해'라는 글을 러시아 교육부에서 발행한 수학교육 학술잡지 Mathematika v Shkole에 1988년에 게재하였다. Smirnova(1994)에 의하면, Boltyanski & Gleizer는 수학 교수-학습 과정에서 학생들을 세 집단으로 나눌 것을 주장하였다. 첫 번째 집단에는 자신의 전인적인 계발의 일부로만 수학이 필요하며, 미래 생산 활동에서도 수학이 미미한 정도의 역할을 하게 되는 학생들이 속하며, 두 번째 집단에는 미래의 자신의 직업 활동에 수학이 중요한 도구로 사용될 수 있는 학생들이 속하며, 세 번째 집단에는 수학 또는 수학에 인접한 학문영역을 미래의 자신의 활동의 바탕으로 선택하는 학생들이 속한다.

학생들을 동질인 집단들로 나누는 것은 수학교육의 차등화 구현에서 중요한 문제가 되며, 특히 학급을 동질인 집단들로 나누는 기준에 관련된 문제는 현재까지도 많은 연구자들의 주된 관심사가 되고 있다. 학생 개개인에 대한 수학의 의미, 장래의 직업 활동에서 수학의 쓰임을 기준으로 삼아 학생들을 동질인 집단으로 나누었던 Boltyanski & Gleizer의 시도는 수학교육학 연구의 한 방향을 결정짓는 의미로운 연구였다고 할 수 있다.

(3) '수학교육의 필수적인 결과의 설계'에 대한 연구

수학교육의 필수적인 결과, 즉 수학교육을 통해서 학생들이 필수적으로 획득해야 하는 수학적 지식의 양과 수준에 관한 논의는 러시아교육학술원 산하의 학술조사연구소, 러시아 초등・중등학교 관리국을 중심으로 이루어졌다.

이들 기관의 연구 결과는 1985년에 학술잡지 Mathematika v Shkole에 네 편의 논문으로 게재되었다. 첫 번째 논문인 '교육의 필수적인 결과의 설계'(Kusnetsova, Reshetniov & Firsov, 1985a)에서는 수학교육의 필수적인 결과의 의미, 이들의 교육적인 의의 등이 제시되었고, 나머지 세 논문(Kusnetsova, Reshetniov & Firsov, 1985b, 1985c, 1985d)에서는 4학년에서 10학년에 이르는 모든 수학교과 내용에 대해 구체적으로 필수적인 결과들이 기술되어 있다.

후에 이를 확장, 발전시켜 1989년에 Firsov 외 6인(1989)이 '수학교육의 필수적인 결과의 설계'라는 제목으로 237쪽 분량의 책을 발간하였다. '수학교육의 필수적인 결과의 설계'에는 5-11학년의 수학 교과내용에 관련된 필수적인 결과의 기술에 대한 이론적 배경, 필수적인 결과의 기술, 필수적인 결과를 고려한 교수-학습 과정의 조직이 기술되어 있으며, 부록으로 평가의 예시가 제시되어 있다.

Firsov 외 6인(1989, pp.3-4)은 이러한 연구들의 필요성과 관련하여, '전통적인 교수방법은 심각한 재구성이 필요하다. 최상 수준에서의 획득을 규정하는 교수과정 및 교수방법으로의 방향 설정은 많은 학생들에게는 적절하지 않다. 가장 약한 학생들에게 주의깊게 모든 것을 가르치자는 해법 또한 받아들이기 어렵다. 만약 그렇게 한다면, 학교를 졸업하는 모든 학생들의 수학적 준비의 수준이 낮아지게 될 것이며, 과학기술 발전의 동량이 될 많은 인재들을 잃게 될 것이다. 이러한 어려운 상황의 해결책은, 개개의 학생들에게 필수적인 수학적 준비의 수준을 명확히 추출하여, 이를 바탕으로 교육

의 차등적 접근을 실현하는 것'이라고 하였다. 즉 모든 학생들에게 최대의 내용을 최상의 수준에서 획득하도록 요구하는 것은 학생들의 수학적 준비 수준의 저하를 초래할 것이므로, 수학교육의 차등화를 중심으로 수학교수방법을 재구성해야 한다는 것이다. 특히 수학교육의 차등화를 구현하기 위해, 학생들의 필수적인 수학적 준비의 수준, 즉 학생들에게 요구되는 필수적인 수학적 준비의 수준을 명시할 것을 강조하고 있다.

Firsov 외 6인(1989, p.4)에 의하면, '개개의 학생들은 이 수준을 도달해야 할 의무가 있으며, 더 진행해 나갈 권리가 있음을 인식시켜야 한다. 이 권리는 상응하는 가능성에 의해 뒷받침되어야 한다는 단서를 붙일 필요는 없으며, 수학에 약하거나 흥미가 적은 학생에 대해서는 자신들이 알고 있는 필수수준을 지나 더 진행하지 않아도 될 권리가 있음을 알려야 한다'고 주장하면서, 차등화된 수업에서 학생들은 자신이 도달해야 하는 필수수준을 의무로써 명확하게 인지해야 함을 강조하였다.

한편, Firsov 외 6인(1989, p.4)은 필수적인 준비 수준이 차등화된 접근의 기본 요소임을 주장하고, '필수적인 준비 수준의 도달은 교육에서 중요한 긍정적인 순간이다. 필수적인 수준의 과제를 수행한 학생은 존경받을 만하다. 그리고 학생에게 있어서, 필수적인 준비 수준의 도달은 수학 또는 수학적 지식의 활용에 관련된 다른 교과목의 학습을 계속 진행할 수 있음을 의미하는 징표가 된다'고 하면서, 필수적인 준비 수준의 도달이 가지는 교육적인 의미를 규정하였다.

'수학교육의 필수적인 결과의 설계'에는 학습의 결과로 학생들이 획득해야 하는 최소 필수 능력들, 최소 필수 능력에 상응하여 학생들이 풀어야 하는 문제의 수준이 구체적으로 규정되어 있다. 예를 들어, 7-9학년 대수에서 학생들이 획득해야 하는 최소 필수 능력에 대한 기술의 예를 하나 살펴보자 (Firsov 외 6인, 1989, pp.116-117).

학생들은 정확한 값, 근사값에 대한 산술연산을 수행할 수 있어야 하며, 제곱근의 근사값을 구할 수 있어야 하며, 사인, 코사인, 탄젠트의 값을 계산할 수 있어야 하며, 식에 의해(계산기를 활용하는 것도 포함하여) 계산할 수 있어야 하며, 계산의 결과를 어림하고 평가할 수 있어야 한다. 다음과 같은 내용과 수준의 문제를 푸는 능력은 모든 학생들에게 필수적이다[2].

◦ 다음 계산을 암산으로 수행하여라(1-5).

1. $2 \cdot 6^2$; $\left(-2 \cdot \frac{1}{4}\right)^2$; $5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2$; $(3^3-23)^2$; $-3^2 \cdot 2$

2. 5^{-2}; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$; $2 \cdot 3^{-1}+5^0$; $\frac{2}{5^{-2}}$

3. $\sqrt{8^2-28}$; $\sqrt{0.64}+3\sqrt{\frac{1}{9}}$

4. $2\sqrt[3]{-27}$; $\frac{1}{2}\sqrt[4]{81}$

5. $3 \cdot 9^{\frac{1}{2}}$; $25^{-\frac{1}{2}}$

2) '수학교육의 필수적인 결과의 설계'에는 기술한 능력에 관련된 예시 문항이 39개가 제시되어 있지만, 본 연구에서는 이들 중 15개만을 소개할 것임.

∘ 식의 값을 구하여라(6-9).

6. x=0.5일 때 $\frac{x+12}{3x-4}$

7. a=-0.2일 때 $5a^3$

8. $y=\frac{1}{2}$일 때 $\frac{2y}{1-y^2}$

9. x=4일 때 $\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}$

∘ 식에 의해 y값을 계산하여라(10-13).

10. k=3.5, m=-2일 때 $y=1.2k-0.5m$

11. $a=2\frac{1}{2}$, $x=\frac{2}{3}$일 때 $y=\frac{ax}{a+x}$

12. a=12, b=5일 때 $y=\sqrt{a^2+b^2}$

13. k=3, l=0.3, m=2일 때 $y=\frac{kl^2}{m}$

∘ 연산을 수행하여라(14, 15).

14. $1.2 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-2}$

15. $\frac{4.8 \cdot 10^3}{1.2 \cdot 10^5}$

살펴본 바와 같이, '수학교육의 필수적인 결과의 설계'에는 학생들이 획득해야 하는 최소 필수 능력들이 나열되었고, 이에 상응하여 학생들이 해결해야 하는 문제의 내용과 수준이 상세하게 제시되어 있다. 특히 학생들이 획득해야 할 필수 수준이 구체적인 수학문제의 형태로 제시되었다는 것은 우리나라의 경우와는 큰 차이가 있다. 우리나라의 수학과 교육과정에 필수적인 내용이 학습목표의 형태로 기술되며, 이에 대한 용어와 기호가 규정되고, 교수・학습상의 유의점에서 학습 내용의 취급 수준이 간략하게 기술되어 있다.

'수학교육의 필수적인 결과의 설계'는 러시아 교육부의 심의를 거쳐 20만부이상이 러시아 전역에 배포되었으며, '수학교육의 필수적인 결과의 설계'는 러시아의 수준별 교육의 구현, 활성화를 위한 중요한 전환점이 되었고, 현재까지 수준별 교육에 관련된 다양한 연구에 인용되고 있다.

3. 1990-1995년의 수학교육의 차등화에 대한 연구

1990년대에 러시아에서는 수학교육의 차등화에 관련된 다양한 연구들이 수행되어, 학술지 게재 논문, 박사학위 논문, 교사용 참고도서 등의 형태로 폭넓게 출판되었다. 이를 바탕으로, 러시아 연방 교육부에서는 2004년에 수학을 비롯한 16개 교과에 대해 차등화된 교육을 고등학교 수준에서 실시하기 위한 교육과정을 고시하였는데(러시아 연방 교육부[3], 2004), 여기에는 고등학교의 교과목들에 대해 기본 교육과정과 심화 교육과정이 별도로 제시되어 있다.

3) Ministerstvo oburazovaniya Rossiiskoi Federatsii

1990-1995년에 Matematika v Shkole에 게재된 연구들을 분류하면, 첫째 차등화의 본질 및 유형에 대한 기초 연구들, 둘째 계열별 차등화에 관련된 연구들, 셋째 수준별 차등화에 관련된 연구들로 나눌 수 있다. 이들을 자세히 살펴보자.

가. 차등화에 관련된 기초 연구들

수학교육의 차등화에 관련된 기초 연구로, 학교 수학교육에 관련된 주요 개념들을 개관하면서 차등화의 본질 및 핵심 개념들을 지적한 Abramov 외 6인의 연구, 수준별 차등화와 계열별 차등화의 본질 및 구현 방법을 명료하게 제시한 Dorofeev, Kuznetsova, Suvorova, Firsov의 연구, 수학 교실에서 차등화의 구현 방법을 학생의 수학적 활동이라는 측면에서 고찰한 Gusev의 연구를 살펴보자.

(1) Abramov 외 6인의 연구

Abramov 외 6인(1990)은 수학교육학에 관련된 다양한 연구들을 분석하여, 학교에서 지도되는 수학교과의 내용, 수학교육의 차등화, 수학교육의 학술적 연구, 수학 교사교육, 교육용 도서의 출판, 학교 수학교육의 경제적 지원 및 관리의 국가적 체계 등을 중심으로 학교 수학교육을 개관하였다.

Abramov 외 6인(1990, p.7)에 의하면, '교육의 차등화에서는 다양한 징표들(내용, 학습 요구의 수준, 흥미, 교육의 형태 등등)에 의해 구별되는 비교적 안정적인 또는 임시적인 학습 집단들을 구성하게 된다. ...차등화는 학생들의 개인적인 요구들을 충실하게 반영하도록 하며, 학생들의 흥미와 재능의 계발을 촉진시키고, 교육목표의 달성을 촉진시킨다. 차등화된 교육 여건에서 학생은 자신의 성향에 따라 교과목의 선택, 교육 수준의 선택의 권리를 가진다. 그리고 학생들의 준비 수준 및 흥미의 동질성은 교사가 효과적으로 작업할 수 있게 한다'고 주장하였다. 차등화에서는 학생들의 다양한 특징들을 중심으로 동질인 집단들을 만들고, 이들 집단 학생들의 요구, 흥미, 성향을 고려하여 교수-학습 과정을 구성하게 된다. 그 결과, 교육목표의 달성이 촉진되고, 학생의 지적 능력이 높은 수준에서 계발되며, 교사의 교육활동이 체계적이고 효과적으로 수행될 수 있는 교수-학습 체계가 구현된다고 할 수 있다.

Abramov 외 6인(1990, p.8)은 차등화의 대표적인 형태로 수준별 차등화를 꼽으며, '수준별 차등화에서는 집단의 모든 학생들에게 기초적 수준(주어진 집단에 대해)의 과제들을 지속적으로 보충하며, 동시에 개개인에게 적합한 개별화된 과제를 제공해야 한다'고 주장하였다. 즉 수준별 차등화의 구현에서는 집단의 모든 학생들에게 필요한 과제들, 개인차를 고려한 과제들이 중요한 역할을 한다는 것을 알 수 있다.

Abramov 외 6인(1990, p.8)은 수준별 차등화의 구현과 관련하여, '수학에 강한 학생들은 자립작업이 필요하며, 약한 학생들에게는 적극적인 도움이 필요하다'고 하면서, 수학교육의 차등화 구현 과정에서 자립작업과 학생에게 적절한 도움의 역할을 강조하였다.

한편, Abramov 외 6인(1990)은 교육의 내용 및 형태에 따른 차등화를 언급하면서, 다양한 교육과정, 다양한 수준의 교과서 및 참고도서를 활용한 차등화된 수학교육의 형태를 기술하였다.

Abramov 외 6인의 연구를 통해, 차등화에 관련된 많은 핵심 개념들이 추출, 체계화되었다. 이를 정리하면, 첫째 차등화는 다양한 징표들에 의해 구별되는 집단의 구성에 관련되므로, 학생 개개인의 특성을 고려하게 되는 개별화와는 다른 개념임이다. 둘째, 차등화된 교육에서는 유사한 징표들에 의해 구분되는 동질인 집단을 대상으로 교육이 이루어지므로, 학생의 성취수준 뿐만 아니라 교사의 교육활동도 효과적으로 수행될 수 있다. 셋째, 수준별 차등화에서 학생들에게 필수적인 과제들, 개인차를 고려한 과제들이 중요한 역할을 한다. 넷째, 수준별 차등화의 구현에서 자립작업의 조직, 적절한 도움의 양이 중요한 도구가 된다.

(2) Dorofeev, Kuznetsova, Suvorova, Firsov의 연구

Dorofeev, Kuznetsova, Suvorova & Firsov(1990, p.15)는 '차등화란 변화하는 환경에의 적응가능성을 보장하는 교육적 준비의 어떤 최소한도를 개인이 획득하며, 자신의 성향에 가장 적합한 방향으로 집중할 수 있는 가능성과 권리를 얻는 것'이라고 규정하면서, 교육의 차등화는 다양한 재능과 흥미를 가진 학생들을 최대로 계발시키며, 높은 지적 수준에 도달할 수 있는 기회를 공평하게 제공하기 위한 담보가 된다고 강조하였다. 그러므로 교육의 차등화를 수학에 흥미가 있는 학생들, 고등학교 수준의 학생들에게만 국한하여 생각하면 안 되며, 모든 학년의 모든 학생들을 대상으로 해야 한다.

Dorofeev, Kuznetsova, Suvorova & Firsov는 차등화를 수준별 차등화와 계열별 차등화로 나누었다. Dorofeev, Kuznetsova, Suvorova & Firsov(1990, p.15)에 의하면, '한 학급에서 같은 교육과정과 교과서로 배우면서도 학생들은 다양한 수준에서 학습 자료를 획득한다. 이때, 필수적인 준비의 수준이 중요하다. 이 수준의 도달은 교과 내용의 획득에 필요한 최소의 요구를 학생이 완수했음을 입증한다. 그리고 이것을 바탕으로 학습 자료의 획득이 좀 더 높은 수준에서 이루어지게 된다'고 주장하면서, 이에 관련된 차등화를 수준별 차등화라고 하였다. 이로부터, 수준별 차등화는 같은 교육과정, 교과서를 이용하여 수업이 진행되는 수학교실에서 학생들 집단의 다양한 차이를 고려하는 교수-학습 체계에 관련되며, 필수적인 준비 수준이 수준별 차등화의 구현에서 중요한 개념임을 알 수 있다.

Dorofeev, Kuznetsova, Suvorova & Firsov(1990, p.16)는 '수준별 차등화는 교육의 결과의 설계에 근거한다: 필수적인 준비의 수준을 명확히 추출하기, 이를 바탕으로 학습 자료 획득의 더 높은 수준을 형성하기. ...교육의 필수적인 결과의 도달은 학생 개개인의 후속적인 교육목표를 수정하고 학생의 작업 내용을 재구성하는 객관적인 준거가 된다: 높은 수준에서 자료를 획득하도록 학생의 노력을 방향 설정하기 또는 중요한 기본적인 지식과 능력의 형성 작업을 계속하기'와 같이 기술하면서, 필수적인 결과의 도달을 중심으로 수준별 차등화를 구현하는 구체적인 방법을 제시하였다. 즉 수준별 차등화에서 교사는 학생들의 필수적인 결과의 성취를 진단하여, 이에 도달하였으면 학생이 더 높은 수준에서 학습을 진행하도록 방향을 설정하며, 그렇지 않으면 바탕이 되는 지식들, 능력들의 획득을 위한

작업을 지속적으로 수행하도록 한다.

Dorofeev, Kuznetsova, Suvorova & Firsov(1990, pp.16-17)는 수준별 차등화의 성공적이고 효과적인 구현을 위한 몇몇 조건들을 제시하였다. 첫째, 교육의 필수적인 결과, 학습자료 획득의 수준에 관련된 정보가 학생들에게 개방되어야 한다. 수준별 차등화의 성공은 학생들의 인지적인 적극성에 관련되므로, 학생들이 자신의 학습활동에 대한 구체적인 목표 수준을 인지하는 것은 중요하며, 이것은 긍정적인 학습동기의 형성에도 큰 영향을 끼치게 된다.

둘째, 요구의 수준과 교육의 수준사이에 일정한 불일치가 존재해야 한다. 즉, 가르치는 수준과 자료 획득의 필수적인 수준을 동일시해서는 안 되며, 가르치는 수준은 필수적인 수준보다 높아야 한다. 그렇지 않으면, 필수적인 수준에 도달하지 못하게 되며, 학생들은 앞으로 더 나아가지 못하게 될 것이다.

셋째, 교육에서 학생들의 수준 상승에서 순차성이 보장되어야 한다. 즉, 필수적인 준비의 수준에 도달하지 못한 학생들에게 더 높은 수준의 요구를 하면 안 된다는 것이다.

넷째, 평가의 내용에 수준별 접근이 반영되어야 한다. 평가에서는 교육의 필수적인 결과에 대한 모든 학생들의 도달 여부가 확인되어야 하며, 더 높은 수준에서의 학습 자료 획득이 추가적으로 확인되어야 한다. 이때 필수적인 결과에 대해서는 '통과-부족'과 같이 평가하는 것이 바람직하며, 높은 수준의 획득에 대해서는 수, 우 등과 같은 점수로 평가하는 것이 바람직하다.

다섯째, 획득 수준의 선택에 있어 자율성이 보장되어야 한다. 학생들은 자신이 어떤 수준에서 자료를 획득할 것인가를 스스로 결정할 권리를 가져야 한다. 이러한 방법을 통해, 학생들은 인지적인 요구, 자기평가의 능력, 자기 활동의 계획과 조절을 경험할 수 있으며, 이를 통해 차등화된 교육의 효율성을 높일 수 있다.

한편, Dorofeev, Kuznetsova, Suvorova & Firsov(1990, p.15)에 의하면, 계열별 차등화는 '이것은 내용에 의한 차등화이다. 이것은 다른 학생 집단들을 학습 자료의 진술의 깊이, 지식의 양, 물음에 포함된 전문 용어에 따라 구분되는 다른 교육과정으로 교육시키는 것을 가정'하는 것에 관련된다고 하였다. 고등학교에서 선택중심으로 계열별 교육과정을 운영하는 것은 계열별 차등화의 예가 된다.

고등학교에서 계열별 선택중심의 교육과정 구성에서 중요한 문제가 '수학은 모든 고등학생들에 대해 필수인가'라는 것이다. 러시아에서 수학은 계열에 관계없이 필수로 부과되며, Dorofeev, Kuznetsova, Suvorova & Firsov(1990)는 고등학생에게 부과되는 수학교과 내용을 계열별 차등화의 관점에서 세 가지(과정 A, 과정 B, 과정 C)로 구분하였다.

과정 A는 일반교육의 일부로 수학을 배우지만, 수학이 자신의 미래 직업 활동에서는 직접 활용되지는 않는 학생들, 예를 들어 어학 계열, 예체능 계열, 기타 신체적 활동이 중심이 되는 분야에 관심 있는 학생들을 위한 과정이다. 이 과정은 인문적 성격을 지향하며, 지적 계발, 인간 활동에 관련된 수학의 소개, 현대 사회의 적응을 위해 필요한 지식과 능력의 배양을 지향한다.

과정 B는 자신의 미래 활동에서 수학이 탐구 도구로 활용되는 직업 영역에 관련된 학생들, 예를

들어 자연과학 및 인문과학 계열인 화학, 생물, 지질, 역사, 사회학, 경제학 등의 영역에 관련된 분야에 관심있는 학생들을 위한 과정이다. 이들 학문 영역의 수학화는 현대수학의 일부 내용이 관련되며, 수학의 다른 영역들은 실제로는 거의 사용되지 않는다. 결국, 과정 B를 설계할 때에, 이들 학문 영역에 관련된 학생들에게는 수학이 필요하지만, 그렇다고 가장 중요한 교과목은 아니라는 사실을 고려해야 한다. 과정 B에서는 학생들이 관련 학문영역에 수학이 어떻게 활용되는가에 대한 표상을 가지며, 대학에서 이들 학문영역에 관련된 수학의 학습을 위해 충분한 수학적 지식들을 획득하도록 보장해야 한다.

과정 C는 가장 엄밀하고 확장된 형태의 수학내용을 포함하며, 수학 계열, 물리 계열, 컴퓨터 계열과 관련된 분야에 관심이 있는 학생들을 위한 과정이다. 역사적으로 물리적 현상의 수학화는 수학발전의 중요한 계기를 제공했으며, 현재에도 물리는 수학적 도구들, 수학적 사고와 밀접하게 연결되어 있으므로, 수학 계열과 물리 계열을 함께 묶을 수 있다. 그리고 정보과학은 이산수학, 수리논리 등과 같은 수학적 대상, 수학적 사고 방법에 근거하므로, 컴퓨터 계열도 수학 계열과 함께 묶을 수 있다.

수준별 차등화와 계열별 차등화는 수학교육의 현실에서 공존하며, 서로 강조점을 달리하며 학교교육의 전 과정에서 서로를 보완하게 된다. 살펴본 바와 같이, Dorofeev, Kuznetsova, Suvorova & Firsov는 수학교육의 차등화 개념을 정교화 하였고, 수준별 차등화 및 계열별 차등화의 특징들을 기술하고, 이들의 구현 방법에 관련하여 구체적이고 명료하게 방향을 제시하였다.

(3) Gusev의 연구

Gusev(1990)는 학생들의 학습활동에 대한 개별화된 접근을 바탕으로, 수학교실에서 차등화를 효과적이고 성공적으로 구현하는 것에 관련된 세 가지 방안을 제시하였다. 첫째, 학교 현장에 만연해 있는 명령 중심의 교육 방식을 버리고, 학생들이 수학적 발명을 스스로 행하도록 돕거나 수학적 발명에 학생의 역할을 높일 수 있도록 도와주어야 한다. 교사는 학생에게 적당한 양의 도움을 줄 수 있어야 하며, 이때 도움은 명령이 아니라 행동하거나 탐색할 때의 방향제시의 역할을 해야 한다.

둘째, 활동의 관점으로 수학교육에 접근해야 한다. 많은 학생들은 '...증명하여라', '...생각하여라', '...주의깊게 읽어라', '...구하여라' 등과 같은 표현이 포함된 문제에 접했을 때, '이들 문제에 대해 자신이 무엇을 해야 하는가', '해결을 위해 어떻게 해야 하는가'라는 물음을 이해하지 못하며, 해결 방법을 탐색하지 못하는 경우가 종종 있다. 이러한 문제에 대한 해결을 수학적 활동의 관점에서 모색할 수 있다. 수학적 활동의 바탕은 '분석', '종합'이며, 이들 개념을 이용하여 인간의 다양한 활동들을 해석할 수 있다. 그러므로 수학교실에서 학생들이 자신의 학습 활동에 '분석'과 '종합'을 사용할 수 있는 능력을 형성하는 것은 차등화된 수학교육의 성공적인 구현을 위해 필요한 조건이다.

셋째, 차등화된 교육을 보장하기 위해선, 교과내용을 명료하게 인식해야 한다. 이에 관련하여, Gusev는 새로운 수학적 정보들을 여러 수준의 수학문제의 사슬로 체계화하였다: 필수적인 이론적 내

용에 관련된 문제들, 후속적인 학습 자료에 활용되는 내용을 포함한 문제들(이들 문제는 모든 수준의 수학교육에 항상 포함됨), 어려운 문제들이나 흥미로운 사실들을 포함하는 문제들의 해결에 사용되는 문제들(이들 문제는 심화학습에서 사용됨), 학습하는 수학적 대상에 대한 새로운 정보를 제공하지만 이들과 함께 다룰 수 없는 문제들(이들 문제의 해결을 위해선 후에 다루는 새로운 사실이나 방법이 필요함).

살펴본 바와 같이, Gusev는 차등화의 효과적인 구현을 위해, 학생들의 개별적인 수학적 활동(분석, 종합), 학생 개개인에 대한 도움, 다양한 수준으로 개별화된 학습과제를 개발 및 활용 방안을 제시하였다. 이를 통해, 수학교육의 차등화의 구현을 뒷받침할 수 있는 교수학적 연구의 중요한 방향들을 제시하였다.

나. 계열별 차등화에 관련된 연구들

계열별 차등화에 관련된 연구들 중에서 러시아, 프랑스, 일본, 미국의 교육을 분석하여 계열별 차등화의 구현을 위한 몇몇 원리를 제시한 Kolyagin, Tkacheva, Fedorova의 연구, 고등학교의 공간기하학의 내용을 인문 계열, 응용 계열, 자연과학 계열로 나누어 차등화된 교육내용의 구성을 시도한 Smirnova의 연구를 자세히 살펴보자[4].

(1) Kolyagin, Tkacheva, Fedorova의 연구

Kolyagin, Tkacheva & Fedorova(1990)는 교육의 개별화를 구현하는 한 방법으로 차등화를 규정하였으며, 러시아의 다양한 교육기관 및 교육형태, 프랑스, 일본, 미국의 교육제도를 분석하여, 계열별 차등화에 관련된 다섯 가지 원리를 제시하였다.

첫 번째, 학생들이 단일화된 충분한 기초교육을 받고, 자신의 성향이 확실히 결정된 후에, 그때 비로소 다양한 방향에 따른 교육이 도입되어야 한다. 즉, 계열별 차등화는 높은 연령의 청소년 교육에 관련되며, 기초교육의 과정에 다양한 직업군들에 대한 정보 제공 또는 교육이 이루어져야 한다.

둘째, 교육의 높은 단계에서는 교육의 많은 방향들이 보장되어야 하며, 다양한 유형의 교육기관들을 통해 지속적인 교육의 기회가 보장되어야 한다. 계열의 선택에서 학생들은 자신의 성향, 재능을 최대한 활용할 수 있는 가능성을 가져야 하며, 이를 위해 다양한 방향으로의 교육이 보장되어야 한다. 이를 통해, 학생들은 사회에 빨리 적응할 수 있으며, 자신의 일에 관심과 흥미를 가지는 사회 구성원을 기를 수 있다.

셋째, 각각의 교과목에 대해, 교육의 다양한 방향들을 교육목표, 문제들의 유사성을 중심으로 블록으로 통합하고, 각 블록마다 단일 프로그램을 만든다.

---

4) 기술한 연구들 이외에, 계열별 차등화에 관련하여 Korolkov, Zlotskii, Farkov, Bashmakov 등과 같은 연구자들이 다양한 주제의 연구를 수행하였음.

넷째, 교육과정이나 교과서를 만들거나 교육의 형태, 방법을 선택할 때에, 주어진 유형의 활동 성향이 있는 학생들의 발달적인 특성들을 고려해야 하며, 학생의 계열 선택에 오류가 있는 경우에 계열을 바꿀 수 있는 가능성도 남겨두어야 한다.

다섯째, 수학은 모든 계열(수학-물리 계열, 공학 계열, 인문 계열 등)의 필수교과목에 포함되어야 한다. Kolyagin, Tkacheva & Fedorova(1990, p.26)는 '수학교과가 인문계열에는 필요하지 않다고 하는 의견이 있다. 그러나 이것은 아주 잘못된 생각이다. 지금 전 세계는 학술 지식의 수학화 시대에 진입해 있으며, 광범위한 정보과학의 시대에 진입해 있다. 게다가 수학은 다른 어떤 교과목보다도 논리적 사고의 계발을 도우며, 비판력, 일반화 능력, 분석과 종합 능력과 같은 학술적 사고 능력의 계발을 돕는다'고 주장하면서, 계열별 차등화에서 수학교과가 항상 필수교과에 포함되어야 함을 강조하였다.

살펴본 바와 같이, Kolyagin, Tkacheva & Fedorova는 계열별 차등화를 구현하는 과정에서 심각하게 고려해야 하는 문제들을 중심으로 다섯 가지 원리를 구체적으로 제시하였으며, 러시아에서 계열별 차등화의 이론적, 실제적 연구의 방향을 제시하였다.

(2) Smirnova의 연구[5]

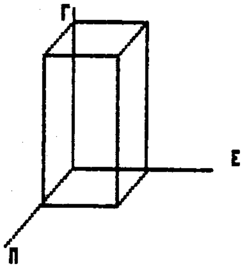
Smirnova(1994)는 고등학교 수준의 공간기하학 교과에서 계열별 차등화의 구현을 위해, 인문 계열, 응용 계열, 자연과학 계열로 나누었다. 인문 계열은 외국어, 역사, 철학, 문학 등의 영역에서 특성화된 학교나 심화학급을 포함하게 되며, 응용 계열은 공학, 경제, 생산 등과 같은 분야에서 수학의 응용적 활용의 측면을 지향하는 것에 관련되며, 자연과학 계열은 수리-물리의 특성화된 학교 또는 심화학급을 포함하게 된다.

Smirnova는 이들 계열의 교육 내용을 구성하는 세 축으로 인문, 응용, 자연과학을 규정하고, 이들 축을 중심으로 세 계열의 교육내용, 교육방법, 학생들의 활동에 관련된 논의를 제시하였다.

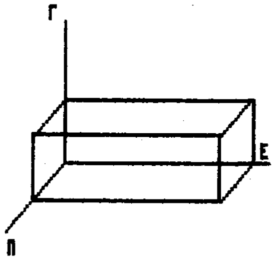
인문 축은 공간기하학에 관련된 역사적인 자료들, 철학적인 성격의 자료들, 세계관 형성에 관련된 자료들로 구성되며, 응용 축은 수학의 응용 요소들, 간교과적(間教科的) 성격의 내용들로 구성되며, 자연과학 축은 수학 심화학습, 현대 수학의 요소들로 구성된다.

각 계열의 학습 내용 구성에서는 이들 세 축에 해당하는 내용들이 모두 포함되며, 포함 비율은 각 계열별로 차이가 난다. Smirnova는 인문 계열, 응용 계열, 자연과학 계열의 학습내용 구조를 <그림 3>, <그림 4>, <그림 5>와 같이 제시하였다. 그림에서 x축(n이 적혀있는)은 응용, y축(E가 적혀있는)은 자연과학, z축(r이 적혀있는)은 인문을 의미한다. <그림 3>에 제시된 인문 계열은 인문의 내용들이 중심을 이루며, 응용 계열, 자연과학 계열이 함께 내용을 구성한다.

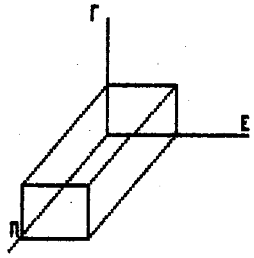
5) Smirnova의 연구는 Matematika v Shkole에 논문으로 게재된 것은 아니지만, 계열별 차등화를 수학교과목에 대해 체계적으로 구현한 대표적인 연구로 인정받기 때문에, 본 연구에서 연구대상으로 삼아 분석하였음.



<그림 3>

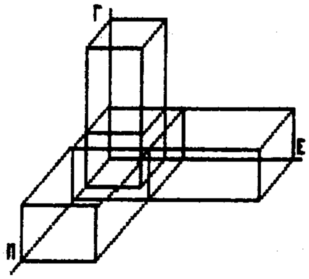


<그림 4>



<그림 5>

<그림 3>, <그림 4>, <그림 5>를 하나의 축에 그리면, <그림 6>을 얻게 된다. <그림 6>을 살펴보면, 자연과학 계열과 응용 계열에서 인문 분야는 그 비중이 서로 같으며, 인문 계열의 자연과학은 응용 계열의 자연과학보다 작으며, 인문 계열의 응용 분야는 자연과학 계열보다 작다.



<그림 6>

Smirnova는 기술한 것과 같은 개념을 바탕으로, 인문 계열의 10-11학년 기하교과서, 자연과학 계열의 10-11학년 기하교과서를 출판하였으며, 이들 교과서는 현재 러시아의 많은 학교에서 활용되고 있다.

다. 수준별 차등화에 관련된 연구들

수준별 차등화에 관련된 연구들 중에서 '수학교육의 필수적인 결과' 개념을 중심으로 수준별 차등화의 구현 방법을 모색한 Kapinosov의 연구, 학급을 기본수준 집단과 상위수준 집단으로 나누고, 이들 집단의 차이에 상응하는 구체적인 교수-학습 자료를 개발한 Mindyuk의 연구, 수준별 집단에게 집단 활동과 개인별 활동을 적절히 활용하여 수준별 차등화의 구현을 시도한 Uteeva의 연구를 구체적으로 살펴보자[6].

6) 기술한 연구들 이외에, 수준별 차등화에 관련하여 Pichurin, Romashko, Simakova, Timoshuk, Grudenov 등의 연구자들이 다양한 주제의 연구를 수행하였음.

(1) Kapinosov의 연구

Kapinosov는 '수학교육의 필수적인 결과' 개념을 중심으로 수준별 차등화의 구현 방법을 모색하였다. Kapinosov(1990, p.17)는 '학습 주제들에 대한 학생들의 준비의 하한으로 부과되는 필수적인 결과의 획득은 진척의 속도가 느린 학생들의 힘에 적합하며, 이 학생들에 의한 필수적인 결과의 획득의 조건은 지식과 능력에서의 결손을 극복하는 것이다. ...그러나 참고 서적들을 분석해 보면, 필수적인 결과의 획득을 위한 과제들이 충분하지 않다'고 주장하면서, 차등화된 수학교육에서 필수적인 결과의 도달이 중요한 개념이지만, 이에 상응하는 교수학적인 연구들이 부족함을 지적하였다.

Kapinosov는 학생들을 필수적인 결과의 수준에 도달시키기 위해, 연습훈련 과제들, 단원평가 과제들(필수적인 결과에 도달했는지 아닌지만 평가하기 위한)을 개발하였다. 즉 각 학년의 수학교과 내용을 10개의 블록으로 나누고, 각 블록별로 단원평가 과제를 개발하였다.

학생들이 필수적인 결과를 획득할 수 있도록, Kapinosov가 사용한 교수-학습 체계를 구체적으로 살펴보자. 각 주제의 이론적인 자료들은 큰 묶음으로 모아서 함께 학습하였으며, 이를 통해 이론의 학습에 필요한 시간을 상당히 단축시켰다. 이때 이론적인 자료들과 함께, 이들을 평이한 문제 상황에 활용하는 방법이 소개되었다.

이론적 자료의 묶음을 학습한 후에, 학생들은 2-4시간에 걸쳐 필수적인 결과의 수준의 능력들을 연습하게 된다. 그 후, 단원평가에 포함되는 모든 과제들의 풀이의 예시를 교사와 함께 검토하고, 학생들은 자립적으로 상응하는 연습문제들을 해결하게 된다. 이때 연습훈련 과제들이 사용되며, 학생들은 2-4시간 정도 개별적으로 필수적인 결과의 획득에 관련된 작업을 수행한다. 마지막으로 교사는 학생들이 필수적인 결과의 수준에 도달했는지 아닌지를 단원평가 과제들을 이용하여 확인하게 된다.

필수적인 결과의 획득에 관련된 작업이 끝난 다음, 학생들은 다양한 내용과 수준의 과제물을 이용하여 차등화된 학습을 진행해 간다. 필수적인 결과의 수준에 도달하지 못한 학생들은 필수적인 결과의 도달에 관련된 보충학습 자료를 받으며, 필수적인 결과의 수준에 도달한 학생들은 좀 더 복잡한 계산이나 변형과정이 필요한 문제들, 필수적인 수준의 몇몇 문제들을 결합시킨 문제들, 필수적인 결과의 수준을 벗어난 문제들을 다룬다. 특히 Kapinosov는 이들 문제를 이용해 진척이 빠른 학생들의 개별화된 교수-학습 방안도 구체적으로 제시하였다.

살펴본 바와 같이, Kapinosov는 '수학교육의 필수적인 결과' 개념을 바탕으로, 모든 학생들이 이를 도달하기 위한 연습훈련 과제들, 단원평가 과제들을 이용한 교수방법을 제시하였고, 진척이 빠른 학생들에 대해서는 필수적인 결과의 수준을 넘어선 다양한 문제들을 활용하여 개별화된 교수-학습 환경을 제공할 것을 주장하였다.

(2) Mindyuk의 연구

Mindyuk(1991)는 학급을 기본수준 집단과 상위수준 집단으로 나누었으며, 학업 성취의 결과에 따라 집단 간의 이동이 가능하도록 하였다. 수업에서 새로운 개념 및 성질을 도입하고, 칠판에 몇몇 연

습문제와 풀이를 소개하는 단계에서는 모든 학생을 대상으로 같은 내용을 지도하였다. 그런 다음에, 학생들은 차등화된 자립작업을 수행하게 된다. 이를 위해, 교사는 기본수준 집단과 상위수준 집단에게 내용, 수준, 제시 형태에서 차이가 있는 과제를 부여한다.

기본수준 집단에게 제시되는 과제는 대부분 반복연습 중심의 평이한 문제들로 구성되며, 단계적으로 난이도가 높아지도록 구성되었다. 상위수준 집단에게 제시되는 과제는 여러 단원에서 배운 개별적인 요소들 사이의 관련성을 설정 또는 확인하거나 비정형적인 방법들을 사용해야 해결되는 문제들로 구성되었다. 각 집단에 제시된 문제들은 간단한 문제로부터 시작하여 점점 복잡하고 어려운 문제를 순차적으로 해결할 수 있도록 제시하였다. 주제 '다항식의 덧셈과 뺄셈'과 관련하여 이들 집단에게 제시한 자립작업의 문제들은 다음과 같다.

기본수준 집단에게 제시된 과제

1. 다음 다항식들의 덧셈과 뺄셈을 완성하여라.

(a) $(2x-3y)+(4x-8y)=2x-3y+4x-8y=$

(b) $(2x^4+7x^3)-(x^4-3x^3)=2x^4+7x^3-x^4+3x^3=$

2. 주어진 식들에서 플러스 또는 마이너스 뒤에 있는 괄호를 열어라.

(a) $3a^2+(a+4)$ (b) $7x^3+(-x^2-3x)$

(c) $17bc-(b-c)$ (d) $4y^3-(y^2-y+1)$

3. 괄호를 열고, 동류항들을 간단히 하여라.

(a) $8a+(3b-5a)$ (b) $5x-(3-x)$

(c) $(3x+6)+(12-2x)$ (d) $(2.5a-4)-(9.5a+2)$

4. 다음 식들을 간단히 하여라.

(a) $(12a+3b)+(2a-4b)$ (b) $(a^2+2a-1)+(3a^2-a+6)$

(c) $(4xy-3x^2)-(-xy+5x^2)$ (d) $(x^2-xy+y^2)-(-2x^2-xy-y^2)$

5. 식들을 간단히 하고, a가 4일 때 식의 값을 구하여라.

(a) $(a^2-2a+3)-(a^2-5a+1)-4$

(b) $(5a-6)-(3a+8)+(6-a)$

6. 임의의 a에 대해 식 $(2a+5)+(a-1)-(3a+2)$의 값이 2와 같다는 것을 증명하여라.

7. 연필이 a원이고 공책은 b원이다. 사샤는 연필 3자루와 공책 한 권을 샀고, 뻬쨔는 연필 4자루, 공책 10권을 샀고, 보랴는 연필 2자루, 공책 6권을 샀다. 학생들 각각은 돈을 얼마씩 지불하였는가? 모두 합하면 얼마나 지불하였는가?

8. $A=5x^2-y$, $B=3y+x^2$이라 하자. 다음 식을 간단히 하고, 이들의 결과를 비교하여라.

(a) $A+B$ (b) $A-B$ (c) $B+A$ (d) $B-A$

상위수준 집단에게 제시된 과제

1. 주어진 다항식들의 합과 차를 만들고, 이를 간단히 하여라.

(a) $4b^2+2b,\ b^2-2b$ (b) $5x^2+6xy,\ x^2-12xy$

2. 다음 식들을 간단히 하여라.

(a) $(42x+106y)-(17x-84y)+(14x-y^2)$

(b) $\left(\frac{1}{3}a^2+\frac{1}{2}b-1\right)+\left(\frac{1}{4}b-\frac{1}{6}a^2+6\right)-\left(\frac{3}{4}b-a^2\right)$

(c) $0.3xy-(1.6x^2+xy-0.2y^2)+(0.4x^2-0.5y^2)$

3. $A=5a^2-ab+12ab^2,\ B=4a^2+8ab-b^2,\ C=9a^2-11b^2$이라 하자. 다음 식들을 만들고, 간단히 하여라.

(a) $A+B-C$ (b) $A-B+C$ (c) $-A+B+C$

4. 식 $(a^2-6ab+9b^2)+(3a^2+ab-7b^2)-(a^2-5ab+2b^2)$의 값은 b에 종속되지 않는다는 것을 증명하여라.

5. 임의의 x, y에 대해 다항식 $\frac{1}{3}x^2-xy+0.5y^2-1,\ \frac{2}{3}x^2+xy+0.5y^2+16$의 합은 양수임을 증명하여라.

6. 다음에서 얻어진 등식이 항등식이 되도록 하기 위해 M에 넣을 다항식을 구하여라.

(a) $M+(3x^2+6xy-y^2)=4x^2+6xy$ (2) $(6a^2-b)-M=5a^2+ab+12b$

7. 여행자들이 첫째 날은 akm를 갔고, 다음 날부터는 그 전날보다 각각 5km씩 더 많이 이동했다. 여행자들은 4일 동안 얼마만큼의 거리를 이동했는가?

8. 어떤 네 자리수가 1로 시작하여 1로 끝난다. 이 수에서 가운데 두 숫자의 자리를 서로 바꾸었다. 이때 처음 수와 얻어진 수의 차가 90의 배수라는 것을 증명하여라.

집단별로 자립작업을 수행하고 난 다음에, 집단들 중의 한 집단이 교사와 함께 얻어진 답들을 확인하고, 얻어진 결과를 토론하며, 가장 합리적인 풀이 방법을 도출한다. 그러면 교사는 이 집단에 새로운 과제를 제공하고, 다른 집단과의 작업을 시작한다. 물론 교사가 한 집단과 작업을 하는 동안에 다른 집단들은 자립작업을 수행한다.

기술한 것과 같은 차등화된 수업 방법을 몇몇 학교에서 실험적으로 실시한 결과를 종합하여, Mindyuk(1991, p.15)는 '각 집단에게 다양한 수준의 과제를 제공함으로써 각 집단은 자신의 힘에 맞는 과제를 수행하게 되고, 자신들의 학습 부담을 유연하게 조절할 수 있는 가능성을 가지게 되었으며, 수업 시간을 효과적으로 사용할 수 있게 되었다'고 주장하면서, 수준별 과제를 통해 학생들이 자신의 가능성에 따라 학습을 진전시키는 것뿐만 아니라, 수업시간을 좀 더 효과적으로 활용할 수 있음을 강조하였다.

한편, 학생들의 정의적 측면과 관련하여, Mindyuk(1991, p.15)는 '학생들의 가능성을 고려한 수준별

과제는 학급 분위기를 바람직하게 만들었다. ...모든 학생들은 자신의 수학적 힘에 신뢰를 가지게 되었으며, 새로운 문제에 대해 공포감을 가지지 않았게 되었고, 익숙하지 않은 상황에서 자신의 힘을 사용하는 모험을 하게 되었다'고 하였다. 즉 자립작업에서 수준별 과제의 사용은 문제해결에서 성공의 경험을 학생들에게 제공하며, 이를 통해 학생들은 자신에 대한 신뢰, 자립성, 적극성을 계발하는 좋은 기회를 가질 수 있음을 알 수 있다.

(3) Uteeva의 연구

Uteeva(1995, p.32)는 '학생들의 학습 활동의 차등화된 형태로 차등화된 과제를 이용한 자립작업을 생각할 수 있다. 차등화된 과제는 학생들의 유형적인 집단, 즉 교과목에 대한 지식, 능력, 이들의 획득 수준이 동일한 집단에 대한 특징들을 고려하여 구성된 과제'라고 규정하면서, 학급의 학생들을 유형적인 집단 A, B, C, D로 나누고, 각 집단에 상응하는 차등화된 집단별 과제, 차등화된 개인별 과제를 제시하였다.

집단 A는 정규 교육과정을 넘어선 학생들이며, 집단 B는 지식과 능력이 우수한 수준인 학생들이며, 집단 C는 지식과 능력이 최소(필수) 수준인 학생들이며, 집단 D는 최소 수준에 도달하지 못한 학생들이다.

한편 이들 집단에 상응하여 차등화된 학습활동을 조직하기 위해, Uteeva는 두 가지 형태의 차등화된 집단별 과제, 두 가지 형태의 차등화된 개인별 과제를 개발하였다. 집단별 과제는 같은 집단의 학생들이 3-4명씩 조를 이루어 함께 수행하며, 개인별 과제는 개별적으로 수행하게 된다.

Uteeva(1995, p.33)는 '경험을 통해 알 수 있듯이, 수학 수업의 어떤 단계에서라도 차등화된 형태의 활동을 성공적으로 조직할 수 있다'고 주장하면서, 새로운 주제를 학습하는 단계, 능력을 정착시키고 형성하는 단계, 지식과 능력을 확인하는 단계, 숙제의 단계에 상응하는 집단별 과제, 개인별 과제들을 소개하였다. 예를 들어, 주제 '이차함수'에 관련된 지식과 능력을 확인하는 단계에 활용된 개인별 과제의 내용을 살펴보면, 다음과 같다.

변형 A(집단 A에 제시된)

1. 함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 (1, 0), (-2, 0), (-1, -2)를 지나도록 하는 a, b, c값을 구하여라.
2. 함수 $y=|-2(x+2)^2|-3$의 그래프를 그려라.
3. 꼭지점의 좌표가 (2, 4)이고 점 (3, 6)을 지나는 이차함수의 식을 구하여라.
4. 함수 $y=2a+1$, $y=(a-6)x^2-2$이 교차하지 않도록 하는 a값을 구하여라. 그러한 임의의 a값에 대해 상응하는 그래프들을 한 그림에 그려라.

변형 B

1. 함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 (1, 2), (2, 10)을 지나도록 하는 a, b값을 구하여라.
2. 함수 $y=|-2x^2+3|$의 그래프를 그려라.
3. 꼭지점이 (-1, 2)인 이차함수 $y=x^2+px+q$의 식을 구하여라.
4. 함수 $y=(a+5)x^2+x+a-3$의 그래프가 x축과 좌표의 부호가 서로 다른 점들에서 만나도록 하는 a값을 구하여라.

변형 C

1. 함수 $y=ax^2$이 점 (100, 10); (-10, -1000)을 지나도록 하는 a값을 각각 구하여라.
2. 함수 $y=-2(x+2)^2-3$의 그래프를 그려라.
3. 포물선 $y=-x^2-8x+9$의 꼭지점의 좌표를 구하여라.
4. 함수 $y=x^2-6x+c$의 그래프가 x축과 한 점에서 만나도록 하는 a값을 구하여라.

변형 D

1. 함수 $y=2x^2$의 그래프가 점 (1, 2), (-2, 8), (0, 5)를 지나는가?
2. 함수 $y=-2x^2+3$의 그래프를 그려라.
3. 포물선 $y=5x^2+9x-2$의 꼭지점의 좌표를 구하여라.
4. 함수 $y=3x^2+ax-1$의 그래프가 점 (-2, 1)을 지나도록 하는 a값을 구하여라.

Mindyuk의 연구와 Uteeva의 연구에서 수준별 차등화를 구체적인 학습 자료의 수준으로 구현하려 시도했다는 것은 차등화 논의의 새로운 방향을 제시하였다고 할 수 있다. 한편, Uteeva의 연구에서 학생들을 유형적인 특징을 중심으로 네 집단으로 나누고, 차등화된 학습 자료를 집단별 과제와 개인별 과제로 나누어 개발하였고, 수학 수업의 모든 단계에서 차등화된 접근을 시도했다는 측면에서 Mindyuk의 연구와 비교하면, Uteeva의 연구가 체계적이고 발전적으로 수학교육의 차등화를 수학 교실에서 구현하려고 했음을 알 수 있다.

4. 결 론

러시아는 1980년대부터 수학교육의 차등화에 관련된 연구가 진행되어 지금까지 많은 연구 결과와 경험을 축적하고 있다. 본 연구에서는 1980년대에서 1995년까지의 수학교육학 영역에서 차등화된 교육에 관련된 러시아의 연구들을 분석하였고, 이를 통해 수학교육 차등화의 개념, 핵심 변인들을 규명하고, 차등화된 수학교육의 구현 방법을 고찰하였다.

1980년대 러시아의 수학교육의 차등화에 관련된 연구들을 차등화에 관련된 핵심 개념들의 추출,

이들 개념의 체계적 연구의 시작으로 규정지을 수 있다. 1980년대의 대표적인 연구로, '중등학교에서 수학 교수 방법론'에 제시된 수학교육의 차등화 연구, Boltyanski & Gleizer의 연구, '수학교육의 필수적인 결과의 설계'에 관련된 연구들을 고찰하였다. '중등학교에서 수학 교수 방법론'에서는 수학교육에서 차등화의 의의, 차등화의 구현 방법들(자립작업에서 다양한 변형의 문제 활용, 적절한 도움의 제공)이 제시되어 있다. Boltyanski & Gleizer의 연구에서는 학생들을 동질인 집단들로 나누는 방법이 제시되었고, '수학교육의 필수적인 결과의 설계'에는 학생들이 획득해야 하는 최소 필수 능력들, 이에 상응하여 학생들이 해결해야 하는 문제의 내용과 수준이 상세하게 제시되었다.

1980년대에 이루어진 이들 연구를 통해, 수학교육의 차등화의 개념 및 의의가 구체화 되었고, 문제의 다양한 변형, 자립작업, 적절한 도움, 최소 필수 능력, 필수적인 준비 수준 및 내용이라는 개념들이 추출되어, 그 이후의 수학교육의 차등화 연구의 핵심 개념들로 발전하였다.

1990-1995년의 연구들은 차등화의 본질 및 유형에 대한 기초 연구들, 계열별 차등화에 관련된 연구들, 수준별 차등화에 관련된 연구들로 분류할 수 있으며, 본 연구에서는 이들에 관련된 대표적인 몇몇 연구들을 구체적으로 분석, 고찰하였다. 차등화에 관련된 기초 연구들(Abramov 외 6인의 연구, Dorofeev, Kuznetsova, Suvorova & Firsov의 연구, Gusev의 연구)에서는 차등화의 본질, 핵심 개념들이 체계적으로 정리되었으며, 수준별 차등화와 계열별 차등화의 본질 및 구현 방법을 명료하게 제시되었고, 수학 교실에서 차등화의 구현 방법에서 학생의 수학적 활동의 특징이 정리되어, 수학교육의 차등화 개념이 수학교실에 정착될 수 있는 튼튼한 기반을 제공하였다.

한편, 계열별 차등화에 관련된 연구들(Kolyagin, Tkacheva & Fedorova의 연구, Smirnova의 연구)에서는 여러 나라의 계열별 차등화의 사례를 분석하여 계열별 차등화를 위한 기본 원리들이 제시되었고, 특히 고등학교의 공간기하학을 인문 계열, 응용 계열, 자연과학 계열로 나누어 차등화된 교육과정을 구성하려는 시도가 체계적으로 이루어졌다.

수준별 차등화에 관련된 연구들(Kapinosov의 연구, Mindyuk의 연구, Uteeva의 연구)에서는 이전의 연구들에서 추출된 핵심 개념들을 중심으로 수학교실에서 차등화된 교육의 구현 방안이 실질적으로 논의되었다. 특히 '수학교육의 필수적인 결과' 개념을 중심으로 수준별 차등화의 구현 방법, 학급을 기본수준 집단과 상위수준 집단으로 나누어 이들에 상응하는 교수-학습 자료를 개발하는 방법, 수준별 차등화에 대한 학생들의 정의적 측면, 다양한 수준의 집단에 집단 활동과 개인별 활동을 적절히 활용하여 차등화의 구현하는 방법 등이 구체적으로 분석되었다.

본 연구에서 얻어진 결과를 통해, 우리나라의 수준별 교육에 대한 연구를 활성화시킬 수 있는 다양한 관점, 기초자료들을 제공할 수 있을 것이며, 수학교과의 수준별 교육의 효과적인 정착을 위한 새로운 방향 모색의 계기를 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

교육인적자원부 (2007). <u>수학과 교육과정</u>, 서울: 대한교과서주식회사.

나귀수 · 최승현 (2002). <u>제7차 교육과정에 따른 수학과 교수학습 방법 및 개발 연구</u>, 서울: 한국교육과정평가원.

박경미 외 (1999). <u>제7차 교육과정 개정에 따른 수학과 수준별 교육과정 적용 방안과 교수-학습 자료 개발 연구</u>, 서울: 한국교육과정평가원.

이의원 · 김진상 · 이명희 (2001). 단계형 수준별 교육과정과 교재의 재구성 방안, <u>한국수학교육학회 시리지 E <수학교육 논문집></u> **12**, pp.125-139.

최승현 (2001). <u>제7차 교육과정에 따른 수학과 성취기준, 평가기준, 예시도구 개발연구</u>, 서울: 한국교육과정평가원.

최승현 (2004a). <u>제7차 교육과정의 현장 운영 실태 분석(II)</u>, 서울: 한국교육과정평가원.

최승현 (2004b). <u>수학과 교육과정 실태 분석 및 개선 방향 연구</u>, 서울: 한국교육과정평가원.

최현근 · 황우형(1997). 수학 수업에서 능력별 반편성의 효율성에 관한 연구, <u>대한수학교육학회논문집</u> **7(2)**, pp.303-314.

홍은표 · 이수현 (2003). 수학교과 수준별 교수-학습 자료에서 MathML과 XSLT의 활용, <u>한국수학교육학회 시리지 A <수학교육></u> **42(5)**, pp.683-696.

Abramov A.M. 외 6인 (1990). Kontseptsiya razvitiya shkolnogo matematicheskogo obrazovaniya, *Matematika v Shkole* **1**, pp.2-13.

Chikantseva N.I. (1985). Individualizatsiya i differentsiatsiya pri obuchenii, In Eds. Cherkasov R.S. & Stolyar A.A., *Metodika prepodavaniya matematiki v srednei shkole*, Moskva: Prosveshenie.

Dorofeev G.V., Kuznetsova L.V., Suvorova S.B. & Firsov V.V. (1990). Differentsiatsiya v obuchenii matematike, *Matematika v Shkole* **4**, pp.15-20.

Firsov 외 6인 (1989). *Planirovanie obyazatelnyh rezultatov obucheniya matematike*, Moskva: Prosveshenie.

Goncharov N.K. (1963). Eshe ras o differentsirovannom obuchenii v starshih klassah obsheoburazovatelnoi shkoly, *Sovetskya Pedagogika* **2**, pp.39-50.

Gusev V.A. (1990). Individualizatsiya uchebnoi deyatelnosti uchashihsya kak osnova differentsirovannogo obucheniya matematike v srednei shkole, *Matematika v Shkole* **4**, pp.27-31.

Kapinosov A.N. (1990). Urovnevaya differentsiatsiya pri obuchenii matematike v V-IX klassah, *Matematika v Shkole* **5**, pp.16-19.

Kolyagin Yu.M., Tkacheva M.V. & Fedorova N.E. (1990). Profilnaya differentsiatsiya obucheniya matematike, *Matematika v Shkole* **4**, pp.21-27.

Kusnetsova L.V., Reshetniov N.N. & Firsov V.V. (1985a). Planirovanie obyazatelnyh rezultatov obucheniya, *Matematika v Shkole* **2**, pp.14-17.

Kusnetsova L.V., Reshetniov N.N. & Firsov V.V. (1985b). Obyazatelnye rezultaty obucheniya, *Matematika v Shkole* **2**, pp.17-20.

Kusnetsova L.V., Reshetniov N.N. & Firsov V.V. (1985c). Obyazatelnye rezultaty obucheniya, *Matematika v Shkole* **3**, pp.18-28.

Kusnetsova L.V., Reshetniov N.N. & Firsov V.V. (1985d). Obyazatelnye rezultaty obucheniya, *Matematika v Shkole* **4**, pp.26-31.

Mindyuk M.B. (1991). Sostavlenie i ispolzovanie raznourvnevyh zadanii dlya differentsirovannoi raboty s uchashimisya, *Matematika v Shkole* **3**, pp.12-14.

Ministerstvo oburazovaniya Rossiiskoi Federatsii (2004). *Federalny Komponent Gocudarstvennogo Standarta Obshego Obrazovaniya*, Moskva: Ministerstvo Obrazovaniya Rossiiskogo Federatsii.

Smirnova I.M. (1994). *Nauchno-metodicheskie osnovy prepodavaniya geometrii v usloviyah profilnoi differentsiatsii*, Moskva: Prometei.

Uteeva R.A. (1995). Differentsirovannye formy uchevnoi deyatelnosti uchashihsya, *Matematika v Shkole* **5**, pp.32-35.

Veselovskii S.B. & Ryabchinckya V.D. (2001). *Didakticheskie materialy*, Moskva: Prosveshenie.

An Analysis of Various Russian Studies in an Early Stage Related with Differentiated Mathematics Education

Han, Inki
Dept. of Mathematics Education, Gyeongsang National University, 660-701, Korea
E-mail: inkiski@gsnu.ac.kr

In this paper we analyze various russian studies related with differentiated mathematics education. Especially we work on the studies published in 1980-1995 years. As a result, we find that many studies are carried out with various view points in different directions, draw out essential variables, embodiment methods of differentiated mathematics education in Russia.

* ZDM Classification : D20
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40
* Key Words : differentiated mathematics education, individual difference