

## 철근콘크리트 구조의 비선형 해석을 위한 재료 모델 Material Models for Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures



김재요\*  
Jae-Yo Kim



박홍근\*\*  
Hong-Gun Park



신현목\*\*\*  
Hyun-Mock Shin

### 1. 서 론

철근콘크리트구조물의 비선형 해석을 위해서는 콘크리트 재료의 복잡한 거동특성을 명확히 규명하고 이를 적절히 나타낼 수 있는 재료모델을 사용하여야 한다. 철근콘크리트구조물은 하중이 작용함에 따라 인장균열, 압축파괴 등이 발생하며, 구조물 내부의 각 위치에서 하중조건에 따라 서로 상이한 거동을 보인다<그림 1>. 특히, 다양한 재료들의 복합체인 콘크리트의 재료 특성으로 인하여, 압축거동과 인장거동이 매우 상이하며, 인장강도가 압축강도에 비하여 현저히 작고, 횡압축력의 크기에 따라 다른 파괴양상-취성 혹은 연성파괴-이 발생한다.

이러한 거동특성을 나타내기 위해서는 압축파괴, 인장균열, 전단파괴 뿐만 아니라 다축압축에 의한 강도증가, 인장균열에 의한 압축강도의 감소 등의 하중작용조건에 따른 콘크리트의 거동변화를 고려하여야 한다<그림 2>.

철근콘크리트 부재의 정밀해석을 위해서, 유한요소기법(Finite Element Method)이 매우 효과적인 해석기술로 사용될 수 있으며, 특히 컴퓨터 기술의 발전과 함께 적용성이 크게 증가하고 있다. ABAQUS, ANSYS, DIANA, LUSAS, ADINA 등 다양한 범용 구조해석 프로그램들을 통하여, 복잡한 철근콘크리트구조물에 대한 비선형 유한요소 해석의 적용이 일반화되고 있다. 비선형 유한요소해석을 위해서는 복잡한 콘크리트의 거동을 효과적으로 나타낼 수 있는 재료모델이 요구되며, 지금까지 철근콘크리트의 해석을 위한 많은 콘크리트 재료모델들이 제안되었고 실제 해석에서 적용되어 왔다.

이 원고에서는 콘크리트의 응력-변형률 관계를 정의하는 구성모델(constitutive models), 콘크리트의 파괴 및 거동 양상에 가장 큰 영향을 줄 수 있는 균열모델(crack models)과 철근-콘

크리트 간의 부착 모델(bond model) 등에 대하여 최근까지의 주요 개발 내용들을 정리하고자 한다.

### 2. 콘크리트 구성 모델

#### 2.1 소성모델(plasticity model)

Chen and Chen<sup>1)</sup> 이 후, 콘크리트의 응력-변형률에 대한 비선형 거동을 나타내기 위하여 다양한 소성모델들<sup>2-7)</sup>이 개발되었다. 소성이론은 오랜 기간 동안의 연구를 통하여, 수학적 이론이

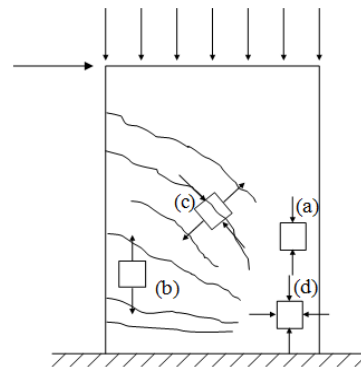


그림 1. 철근콘크리트 전단벽

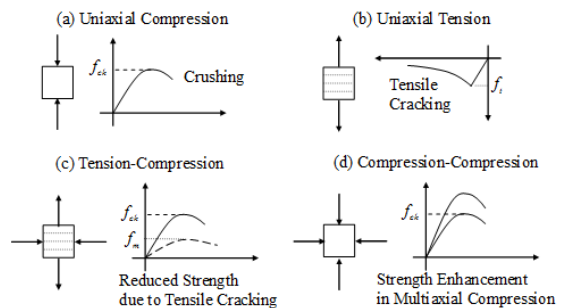


그림 2. 콘크리트 거동(그림 1 참조)

\* 정희원, 광운대학교 건축공학과 조교수  
kimjyo@kw.ac.kr

\*\* 정희원, 서울대학교 건축학과 부교수

\*\*\* 정희원, 성균관대학교 사회환경시스템공학과 교수

명확하게 정립되어 있어 수치해석에 대한 적용이 용이하다. 소성 모델은 응력불변량(stress invariant)들의 다양한 조합에 의하여 모든 응력상태에서 비교적 정확히 콘크리트의 다축압축거동을 나타낼 수 있다. 콘크리트의 파괴를 응력불변량으로 정의하는 이유는, 응력의 좌표축의 방향성과 관계없이 재료의 등방성 구조 성질을 균일하게 나타내기 위함이다.

일반적으로, 소성이론은 세 가지의 핵심 개념들로 구성된다: 항복면(yield surface), 소성흐름법칙(plastic flow rule), 경화법칙(hardening law). 항복면이 정의되고, 응력 상태가 항복면 내에 존재하는 경우를 탄성 상태라 한다. 응력 상태가 항복면에 도달하면 소성변형이 발생하기 시작하며, 소성변형은 소성흐름법칙에 의하여 정의된다. 소성흐름에 의해 재료 내부의 미세구조가 변화함에 따라 탄성영역의 크기나 위치가 변화하게 되며, 이는 경화법칙에 의하여 재정의된다. 응력 상태의 변화와 소성흐름에 의하여 발생한 소성변형에 따라 지속적으로 변화하는 탄성영역의 경계를 하중면/loading surface)이라 하며, 재료에서 가능한 최대 경계를 파괴면(failure surface)이라 한다.

소성모델에서, 총 변형률은 복구 가능한 탄성 부분과 복구 불가능한 소성부분으로 분리된다.

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p \tag{1}$$

응력상태는 탄성계수와 탄성변형률에 의하여 정의된다.

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e \epsilon_{kl}^e = D_{ijkl}^e (\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^p) \tag{2}$$

$f = 0$ 의 함수 형태로 표현되는 항복기준을 만족하는 응력상태는 응력 공간에서 항복면을 형성한다<그림 3>. 항복 함수  $f$ 의 부호에 따라,  $f < 0$ 은 탄성응력상태,  $f = 0$ 은 소성상태로 정의하며,  $f > 0$ 은 소성이론에서 불가능한 응력 상태이다.

다축 응력상태에서의 콘크리트 강도는 1축 응력상태에서의 인장 혹은 압축강도를 독립적으로 적용할 수 없으며, 응력상태의 각 성분의 상호작용을 고려하여 결정하여야 한다. 따라서, 응력상태의 함수로서 정의된 많은 콘크리트의 항복/파괴기준들이 제안되어 왔다.<sup>8,9)</sup> 이러한 기준들은 일반적으로 1변수~5변수 모델로 분류할 수 있다. 1변수 모델은 Rankine 기준, Tresca 기준, von Mises 기준이 있으며, 각각 최대인장, 최대전단, octahedral 전단응력을 기준으로 사용한다. 2변수 모델로 Mohr-Coulomb 기준과 Drucker-Prager 기준이 있으며, 이 파괴기준들은 응력불변량에 의하여 정의되고 3축 압축력(hydrostatic pressure)이 증가함에 따라서 강도가 증가하는 콘크리트의 압축거동을 나타낼 수 있다. 이밖에 Willam-

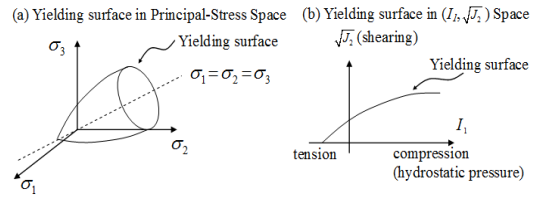


그림 3. Drucker-Prager 기준

Warnke 기준(3변수 모델), Ottosen 기준(4변수 모델), Extended Leon 기준(5변수 모델) 등이 있다.

압축항복기준으로서 가장 간단한 형태의 Drucker-Prager 기준은 다음과 같다<그림 3>.

$$f = \hat{\sigma} - \bar{\sigma} = 0 \tag{3}$$

$$\hat{\sigma} = A_1 I_1 + A_2 \sqrt{3J_2} + A_3 \tag{4}$$

where,  $I_1 = \sigma_{ii}$ , and  $J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$ .

$\hat{\sigma}$ 는 응력불변량에 의하여 정의된 유효응력(effective stress)이며, 상수  $A_1, A_2, A_3$ 는 실험값을 이용하여 결정된다. 항복면(혹은 하중면) 함수  $\bar{\sigma}$ 는 1축응력-소성변형률 곡선에 의하여 결정된다<그림 4>. 결과적으로 다차원의 응력 변화는 유효응력으로 1차원화되며, 이 유효응력이 1축 응력-변형률 곡선인 항복면 함수를 따르게 된다. Drucker-Prager 기준은 등압응력(hydrostatic stress) 성분  $I_1$ (1차 응력 불변량)과 편차응력(deviatoric stress) 성분  $J_2$ (2차 편차응력불변량)의 조합에 의하여 콘크리트의 횡(압축)구속에 의한 압축강도의 증가 현상을 나타낼 수 있다.

최근의 소성모델에서 항복기준 및 하중면의 적용 방법에 따라 단일기준(single-criterion)/단일면(single-surface) 소성모델과 다중기준(multi-criteria)/다중면(multi-surface) 소성모델로 나눌 수 있다. 단일기준 소성모델은 보다 복잡하고 발전된 단일 항복기준을 사용한다.<sup>3,4,6)</sup> 하나의 기준과 하나의 매개변수를 사용하기 때문에 수치계산이 간편하다. 그러나, 하나의 등방적인(isotropic) 기준을 사용함으로써, 비등방적인 특성을 갖는 인장균열 거동 및 인장과 압축의 상이한 거동 특성을 나타내는데

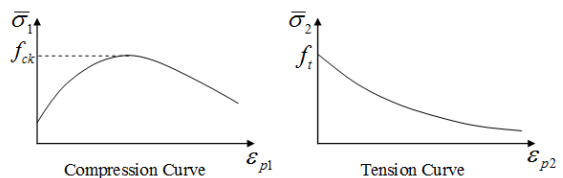


그림 4. 1축 응력-소성 변형률 곡선

한계가 있어서, 주로 철근콘크리트 구조의 압축거동을 나타내는데 사용된다.

다중기준 소성모델에서는 기존의 항복기준을 각 응력상태에 각각 독립적으로 적용시킨다.<sup>5,7)</sup> 콘크리트의 압축파괴와 인장균열을 독립적으로 그리고 동시에 규정할 수 있도록 2개 이상의 항복 기준 및 각각에 대한 항복면들을 정의<그림 4>하고, 응력 상태는 모든 항복기준을 만족시킬 수 있어야 한다.

$$f_1 = f_2 = f_3 = \dots = 0 \tag{5}$$

$$f_i = \hat{\sigma}_i - \bar{\sigma}_i \tag{6}$$

콘크리트의 소성변형률은 소성 포텐셜 함수( $g$ )의 변화량 (gradient)으로 정의하며, 이에 필요한 규칙을 소성흐름법칙 (plastic flow rule)으로 정의한다.

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \tag{7}$$

다축 압축 실험결과<sup>10)</sup>에 따르면, 소성변형률의 체적 성분은 하중 작용 초기의 수축에서 콘크리트의 압축손상이 진행되어 최대 강도 이후 강도가 감소함에 따라서 급속히 팽창(dilatation)으로 변화한다. 이러한 체적 변형률의 비상관성(non-associativeness)은 압축지배응력상태에서 두드러지게 나타난다. 응력 상태나 해석모델의 적용 범위에 따라, 소성 포텐셜을 별도로 정의한( $f \neq g$ ) 비상관 소성흐름법칙(non-associative flow rule)을 적용하거나,<sup>6,11,12)</sup> 비상관성을 무시하고 항복 함수를 소성 포텐셜로 이용하는( $f = g$ ) 상관 소성흐름법칙(associative flow rule)을 적용하기도 한다.<sup>5,7)</sup>

### 2.2 소성-손상모델(plasticity-damage model)

소성모델은 본래 금속재의 거동을 나타내기 위하여 제안되었으며, 콘크리트와 같이 구성요소의 연결고리(bond)의 파괴보다는 금속재와 같이, 변형에 의한 분자구조의 미끄러짐 파괴(slip failure)에 관련된 재료의 해석에 보다 적합할 수 있다. 콘크리트에 큰 횡압축력(high confining pressure)이 작용하는 경우, 재료의 거동 양상은 취성거동에서 연성거동으로 변화하고 소성 변형이 비선형 거동을 지배하게 되므로 소성모델의 적용성이 우수하다. 그러나, 횡압축력이 작은 일반적인 응력상태의 콘크리트 응력-변형률의 비선형 관계는 주로 미세균열의 발생 및 확산에 의하여 발생하므로, 미세균열에 의한 손상에 따른 강성 저하를 고려하기 위하여 손상모델을 적용하기도 한다.<sup>13,14)</sup>

손상모델은 내부 상태 변수(internal state variables)의 정의를 통하여, 미세균열의 확대 및 변형률 경화 현상 등에 의한 비선형 거동을 나타낸다. 그러나, 손상모델만으로는 콘크리트의 여러 거동 특성들 - 복구 불가능한 영구 변형, 압축에서의 비탄성 체적 팽창, 균열 열림/닫힘 효과 등 -을 나타낼 수 없다. 따라서, 콘크리트의 비선형 거동은 미세균열 뿐만 아니라 영구 변형에 의하여 발생하므로, 두 가지의 상이한 역학 특성을 동시에 나타낼 수 있는 구성모델로서 소성모델의 소성 변형 개념과 손상모델의 강성 저하 개념을 결합한 소성-손상모델이 제안되었다<그림 5>.

소성-손상모델에서, 식 (2)의 응력상태는 다음과 같이 변경된다:

$$\sigma_{ij} = (1 - \omega) D_{ijkl}^e \epsilon_{kl}^e = (1 - \omega) D_{ijkl}^e (\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^p) \tag{8}$$

여기서  $\omega$ 는 손상 변수(damage variable)로서, 하중이력에 의하여 결정된다. 식 (8)에서  $\omega = 1$ 이면 소성모델과,  $\epsilon_{kl}^p = 0$ 이면 손상모델과 동일한 개념이 적용된다.

일반적으로, 소성-손상모델은 두 가지로 분류된다. 첫째, 유효(비손상) 응력 공간에서 정의되는 소성모델에 의한 손상-소성모델<sup>15-21)</sup>로서, 균열 사이에 존재하는 비손상 면적("전체 면적 - 균열 면적"로 정의)에 대한 유효 응력(effective stress)  $\bar{\sigma}_{ij}$ 을 기반으로 한 소성개념과 전체변형률( $\epsilon_{kl}$ ) 혹은 소성변형률( $\epsilon_{kl}^p$ )에 의한 손상개념을 결합시킨 모델이다. 둘째, 공칭(손상) 응력 공간에서 정의되는 소성모델<sup>22-25)</sup>로서, 균열(손상) 면적을 포함한 전체 면적에 대한 응력인 공칭 응력(nominal stress 혹은 Cauchy stress)  $\sigma_{ij}$ 을 기반으로 한 소성개념과 전체변형률( $\epsilon_{kl}$ )이나 소성변형률( $\epsilon_{kl}^p$ ), 혹은 두 가지 변형률 모두에 의한 손상개념을 결합시킨 모델이다. 즉, 유효 응력에 의한 소성-손상모델과 공칭 응력에 의한 소성-손상모델의 항복 함수는 각각  $f(\bar{\sigma}_{ij})$ 와  $f(\sigma_{ij})$ 로 정의된다. 유효 응력 및 공칭 응력과 변형률의 관계는 다음과 같다.

$$\sigma_{ij} = (1 - \omega) \bar{\sigma}_{ij} = (1 - \omega) D_{ijkl}^e (\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^p) \tag{9}$$

소성 개념을 적용하기 위한 항복 함수에 손상 변수  $\omega$ 를 포함하지 않는 유효 응력 기반 소성-손상모델의 경우, 단일해로의 수렴성에

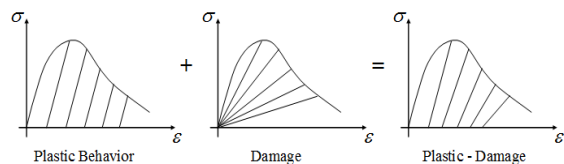


그림 5. 콘크리트 소성-손상 모델

대하여 수치해석적으로 보다 안정적인 것으로 알려져 있다.<sup>20)</sup>

식 (8)과 같이, 손상 변수  $\omega$ 가 스칼라값으로 정의되는 경우 콘크리트의 등방 손상이 가정되며, 이러한 등방 손상-소성 모델 (isotropic damage model)은 단순한 형태로 인한 수치해석 적용의 편의성으로 널리 이용되고 있다. 이에 반해, 손상 변수를 텐서 (tensor) 형태로 정의하는 비등방 손상-소성 모델(anisotropic damage model)<sup>16,17,21,26-28)</sup>은 콘크리트의 미세균열에 의한 균열 손상의 점진적인 확대를 보다 정확하게 나타낼 수 있어, 최근 많은 연구들이 진행되고 있다.<sup>29,30)</sup> 그러나, 등방 손상 모델에 비하여 이론적으로 복잡하며, 수치해석적으로 많은 계산이 요구된다. 2차원 면요소에 대한 가장 단순한 형태의 비등방 손상모델은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\underline{\sigma} = \underline{D}^{damaged} \underline{\epsilon} \quad (10)$$

$$\underline{D}^{damaged} = \begin{bmatrix} (1-w_1)E & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & (1-w_2)G \end{bmatrix} \quad (11)$$

### 2.3 미소면모델 (microplane model)

미소면 모델에서는 응력과 변형률의 관계가 부재 내의 모든 가능한 방향으로의 면(미소면)에 작용하는 응력과 변형률 벡터 사이의 관계에 의하여 결정된다. 기존의 모델들은 응력과 변형률의 불변성(invariance)에 기초하여 부재의 대표응력과 대표변형률 사이의 직접적인 관계에 의하여 구성된다. 그러나 미소면 모델은 부재를 각 방향의 미소면으로 나누고, 부재의 대표응력이나 대표 변형률은 대표(macro)와 미소(micro) 간의 변형률 또는 응력의 불변성을 만족시킨다는 가정 하에 모든 미소면에서의 미소응력 또는 미소변형률들의 합으로서 구한다<그림 6 및 7>.

Bazant<sup>31,32)</sup>에 의하여 개발된 미소면 모델에서, 부재의 대표변형률 벡터  $\underline{\epsilon}$ 의 축변환에 의하여 각 미소면 상의 변형률 벡터  $\underline{\epsilon}_i$ 를 구하고, 이  $\underline{\epsilon}_i$ 는 체적(volumetric) 변형률  $\epsilon_v$ , 비체적(deviatoric) 변형률  $\epsilon_D$ , 접선(tangential) 변형률  $\epsilon_T$ 로 분리된다.

$$\epsilon_N = \epsilon_{ij} n_i n_j \quad (12)$$

$$\epsilon_T = \epsilon_{ij} n_j - \epsilon_N n_i = (\delta_{ij} - n_i n_j) n_k \epsilon_{jk} \quad (13)$$

이 변형률들은 각각의 응력-변형률 구성 관계에 의하여 체적응력  $\sigma_v$ , 비체적응력  $\sigma_D$ , 전단응력  $\sigma_T$ 에 대응되며, 이 응력들의 조합에 의하여 미소면 상의 응력 벡터  $\underline{\sigma}_i$ 를 얻는다. 각 미소면들의 응력 벡터들의 벡터 합에 의하여 대표응력 벡터  $\underline{\sigma}$ 를 얻을 수 있다.

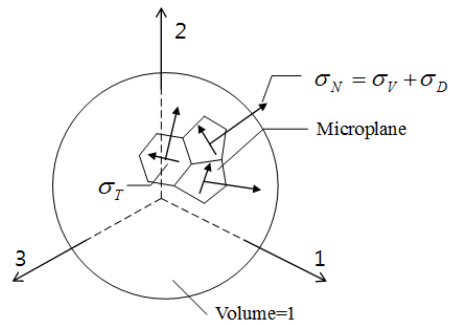


그림 6. 구형의 미소면

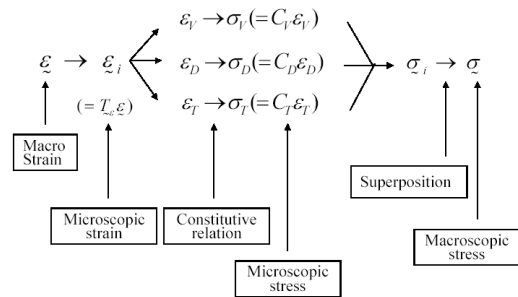


그림 7. 미소면모델의 개념

$$\sigma_{ij} = \sigma_v \delta_{ij} + \frac{3}{2\pi} \int_S \sigma_D n_i n_j dS \quad (14)$$

$$+ \frac{3}{2\pi} \int_S \frac{\sigma_T}{2} (n_i \delta_{rj} + n_j \delta_{ri} - 2n_i n_j n_r) dS$$

미소면 모델은 단순화된 응력-변형률 곡선의 조합으로서 콘크리트와 같이 다양하고 복잡한 거동을 나타낼 수 있다는 데 큰 장점을 가지고 있다. 또한 강도 측면에서 재료의 거동을 나타내는 데 치중하는 소성모델 등 기타 재료모델에 대하여 응력, 변형률을 적절히 나타낼 수 있는 길을 열어주고 있다. 그러나, 소성모델이나 소성-손상모델에 비하여 해석을 위하여 보다 많은 재료 변수 및 모델 변수가 필요한 단점이 있다.<sup>33)</sup>

소성모델 혹은 손상-소성모델에 미소면모델의 개념을 적용한 재료모델들<sup>34,35)</sup>도 개발되었다.

## 3. 콘크리트 균열 모델

### 3.1 균열 표현 방식에 의한 분류

콘크리트의 거동에 가장 큰 영향을 미치는 인장균열거동을 나타내는 방법에 따라서 이산균열모델(discrete crack model)<sup>36)</sup>과 분산균열모델(smearred crack model)<sup>37)</sup>로 대별될 수 있다.

이산균열모델은 독립적인 균열을 개별적으로 모델링하는 방법으로서, 재료의 거동에 지배적인 균열의 발생과 전파를 표현하기에 적합하다. 균열 끝단 절점의 응력이 콘크리트 인장 강도에 도달하게 되면, 그 절점은 두 개의 절점으로 분할되고 균열이 해당 절점으로 전파되는 것으로 가정한다<그림 8>. 실제 균열의 발생 및 전파 메커니즘을 정확히 나타낼 수 있으나, 유한요소해석에 적용 시 균열 발생 및 전파의 기준과 요소의 재분할 등 수치해석적으로 매우 복잡한 단점이 있다.

분산균열모델은 균열 발생 후에도 콘크리트를 균열이 분산되어 있는 연속체로 가정하여 고정된 요소에서 균열을 인장변형률로 치환함으로써 유한요소해석에 쉽게 사용할 수 있는 방법이다. 응력-변형률의 구성 조건이 계산되는 적분 지점에서의 응력이 균열 발생기준에 도달할 경우 균열이 발생한 것으로 가정하며, 균열은 해당 적분지점에서의 강성행렬 일부 성분 및 응력의 감소로 표현된다. 균열이 비교적 넓은 부분에 분산되어 발생하는 철근콘크리트 부재의 해석에서 비교적 정확한 해석 결과를 나타낼 수 있는 장점이 있으며, 대부분의 개발된 재료모델은 분산균열모델에 속한다. 그러나 요소의 크기 및 위치 등에 따라 해가 달라질 수 있는 단점이 있다.

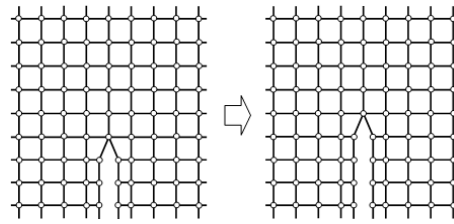


그림 8. 초기 이산균열 모델

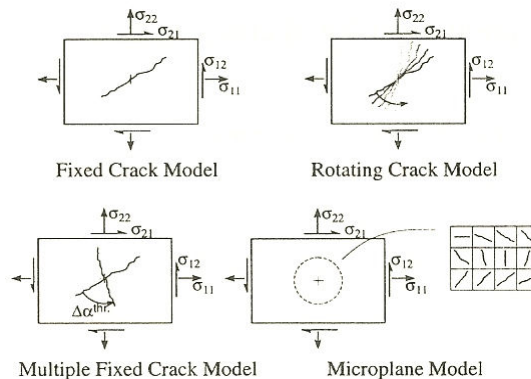


그림 9. 균열 방향 정의에 의한 균열 모델 분류

### 3.2 균열 방향 정의에 의한 분류

콘크리트의 인장균열은 수많은 미세균열의 열림과 닫힘, 결합 및 전파에 의하여 발생하며, 이러한 복잡성으로 인해 인장균열의 발생 및 진행 방향을 정확히 예상하기는 어렵다. 따라서 유한요소해석을 위한 콘크리트 재료모델들에서는 이상화된 균열방향을 가정하는데, 인장균열의 방향을 정의하는 방법에 따라 고정균열 모델(fixed crack model)<sup>37,38)</sup> 회전균열모델(rotating crack model)<sup>39,40)</sup> 다중고정균열모델(multiple fixed crack model)<sup>41,48)</sup> 미소면모델(microplane model)<sup>31,32)</sup>로 나눌 수 있다<그림 9>.

고정균열모델은 주응력 방향에서 인장균열이 발생하면 균열의 방향이 정해진다. 이후 하중이력동안 저장된 초기 균열방향 및 그 직교방향에서만 균열이 발생하는 것으로 가정하며, 균열 후 인장거동은 이 고정된 방향에서의 인장, 전단응력-변형률 관계에 의하여 정의된다. 그러나 실제 철근콘크리트에서는 인장균열 이후에도 콘크리트의 응력상태는 지속적으로 변하기 때문에, 주인장균열방향은 초기 균열방향에서 벗어난 방향으로 점진적으로 회전하므로, 인장균열방향이 고정되어 있는 고정균열모델은 이러한 인장균열의 점진적인 방향성의 발전을 정확히 나타내기 어렵다. 또한, 주응력 방향의 변화에 따라, 고정된 균열면에서 발생하는 전단에 대한 별도의 고려가 이루어져야하며, 콘크리트의 강도를 과대평가할 수 있다.

회전균열모델은 초기균열이 발생한 후에도 응력상태의 변화에 따라 인장균열과 그에 따른 손상이 점진적으로 회전한다고 가정한다. 고정균열모델과 마찬가지로 주응력 방향에서 초기 균열이 발생하나, 이후 응력의 재분배에 의한 주응력 방향의 변화와 함께, 항상 주응력 방향과 직교를 유지하며 균열 방향이 회전한다. 따라서, 철근콘크리트에서 응력상태 변화에 따른 균열의 회전을 나타낼 수는 있으나, 한 방향에서의 균열에 의한 손상이 다른 방향으로 지속적으로 전이된다는 것은 콘크리트의 실제 균열 현상과 부합하지 않으며, 주기하중을 받는 경우 동시에 다른 방향에서 발생할 수 있는 다중의 균열과 독립된 균열 손상, 균열의 닫힘/재발생 등을 정확히 나타낼 수 없다.

다중고정균열모델은 초기 균열 발생 이후 하중 이력동안 초기 균열 방향이 고정된다는 점에서 고정균열모델과 동일한 개념이지만, 콘크리트의 동일 지점에서 다른 방향의 여러 균열들이 발생한다는 점에서 차이가 있다. 균열 발생 후 일정한 각도 (threshold angle,  $\Delta\alpha^{thr}$ ) 이상 떨어진 방향에서 새로운 균열이 발생하는 것을 허용하며, 각 방향들의 균열 정보는 지속적으로 저장된다. 즉, 초기균열의 발생 후에 일정 각도 이상으로 균열이 회전하거나, 새로운 독립적인 균열이 발생할 수 있다.  $\Delta\alpha^{thr}$ 이 90°인 경우 고정균열모델과 동일하고,  $\Delta\alpha^{thr}$ 이 0°인 경우 회전균열모델과 동일한 개념이다. 고정균열과 회전균열의 단점을 보완하여, 실제 다중의 균열과 독립된 균열 손상, 균열의 닫힘/재발

생 등을 비교적 정확히 나타낼 수 있어서 특히 지진 등 동하중에 대한 시간이력해석을 하는 경우에 유리하다.<sup>46)</sup>

미소면모델에서는 재료 강성의 저하나 손상이 미리 정해진 방향들의 미소면에서 결정된다. 전체 응력이 각 미소면에서의 수직 응력과 접선응력으로 구성되고, 각 미소면에서의 균열 정보에 의하여 전체 균열이 정의되며, 균열 정보는 각 미소면에서 정의된다. 응력 상태의 변화에 따른 균열의 회전 및 고정된 균열손상 이력을 나타낼 수 있는 장점이 있으나, 해석에 사용되는 미소면의 수에 따라 균열의 방향 및 영향의 결과가 달라질 수 있으며, 해석 결과의 정확성을 보다 향상시키기 위해서 많은 수치해석량이 필요한 단점이 있다.

#### 4. 콘크리트-철근 부착 모델

철근콘크리트에서 철근은 균열을 억제하고, 균열 발생 후에는 균열 콘크리트의 연결 역할(bridge effect)을 한다. 인장균열이 집중되면서 파괴가 발생하는 무근콘크리트와 달리, 철근콘크리트는 균열이 분산되어 발생한다. 균열 발생 단면에서는 철근이 모든 인장력을 부담하지만, 지속적인 균열 발생과 함께 균열 단면 사이의 콘크리트는 부착에 의해 철근으로부터 전달되는 인장력의 일부를 부담하게 되며, 철근콘크리트의 응력-변형률 관계에서 인장 강성을 증가시키는 콘크리트의 인장 강화(tension stiffening) 현상이 발생한다<그림 10>. 이러한, 인장 강화 현상은 콘크리트의 인장연화응력<그림 10(a)>과 부착응력<그림 10(b)>의 합으로 정의할 수 있다. 철근 콘크리트 부재 내의 국부적인 파괴 및 에너지 소산 작용 등을 적절한 나타내기 위해서는 이러한 철근과 콘크리트의 상호 작용, 특히 부착(bond) 거동에 대한 모델링이 요구된다.

부착 모델 적용을 위한 철근 요소 모델은 모델링 스케일에 따라 <그림 11>과 같이 리브스케일(rib-scale), 철근스케일(bar-scale), 부재스케일(member-scale)의 3가지로 분류할 수 있다. 리브스케일<sup>42)</sup>의 경우, 철근 리브의 개별적인 모델링을 통하여 철근과 콘크리트 간의 상호작용을 직접적으로 나타낼 수 있으나, 콘크리트 골재보다 작은 크기의 요소로 분할됨으로써 재료모델 적용을 위한 요소의 균질성(homogeneous) 가정에 대한 이론적 근거가 취약하다.<sup>43)</sup> 또한, 많은 수치해석량 요구로 인하여, 큰 규모의 철근콘크리트 구조에 대한 유한요소해석 적용이 어렵다. 철근스케일<sup>44)</sup>의 경우, 콘크리트와 철근 모두 연속체로 가정하고, 상호작용은 리브에 대한 고려 없이 철근 전체에 대하여 균일한 것으로 가정함으로써, 리브스케일 모델보다 큰 사이즈의 요소 분할이 가능하며 수치해석 요구량을 감소시킬 수 있다. 콘크리트와 철근 사이에서 부착 등의 상호작용을 나타내기

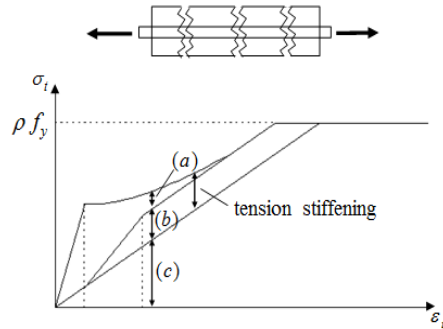


그림 10. 철근콘크리트의 응력-변형률 관계 : (a) 인장연화응력; (b) 부착 응력; (c) 철근 응력

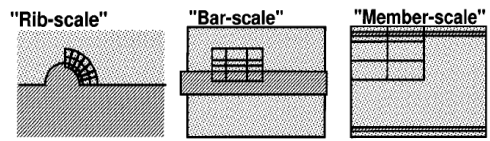


그림 11. 철근 요소 모델링 스케일 분류

위하여, 두께가 “0”으로 정의된 접촉면 요소(interface element)를 사용하거나, 접선 방향 거동을 나타내는 1차원 부착 관계식들이 적용된다. 부재스케일<sup>45)</sup> 모델에서 철근은 콘크리트 요소에 매립되거나(embedded) 분산된(smear) 것으로 모델링되며, 일반적으로 무근 콘크리트 요소의 2차원 혹은 3차원 구성모델과 철근요소의 1축 응력-변형률의 중첩에 의하여 적용된다. 부재스케일 모델에서는 콘크리트와 철근 사이의 부착 미끄럼(bond slip)이나 다우얼 작용(dowel action)을 직접적으로 나타낼 수 없으나, 철근의 작용에 따른 균열 사이의 하중 전이를 나타내는 인장 강화(tension stiffening) 현상을 적용함으로써 콘크리트-철근 간의 상호작용 효과를 나타내고자 한다.

<그림 12>는 일반적으로 사용되는 콘크리트와 철근 간의 부착 응력-미끄럼 변형 관계를 보여준다. Eligehausen et al.<sup>46)</sup>은 다양한 인발시험 결과들을 바탕으로, 부착 응력과 미끄럼 변형의 관계식을 제안하였다<그림 12(a)>.

$$\tau = \tau_{\max} \left( \frac{\delta}{\delta_1} \right)^{0.4} \tag{15}$$

최대 부착 응력  $\tau_{\max}$  도달 이후, 미끄럼의 증가와 함께 철근-콘크리트 접촉면에서의 부착응력은 감소한다.

CEB-FIP 모델<sup>47)</sup>에서는 부착 응력-미끄럼 변형에 대한 관계를 세 구간으로 분리하고 있다<그림 12(b)>: 화학적 부착(adhesion) 지배 구간, 기계적 맞물림(mechanical interlock)

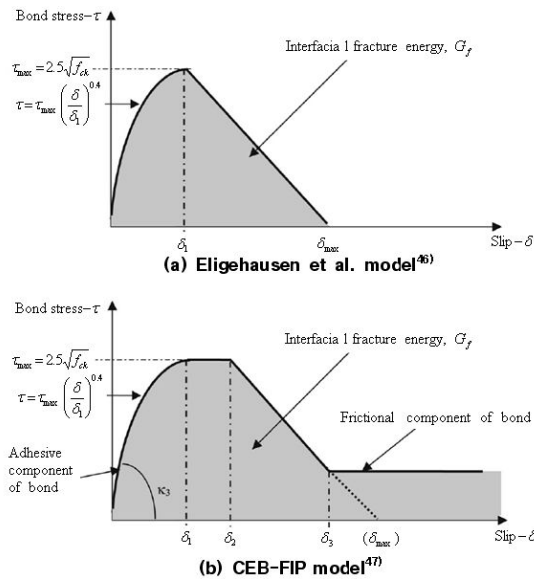


그림 12. 부착 응력-미끄림 변형 관계

지배 구간, 마찰(friction) 지배 구간. 초기에는 콘크리트와 철근의 화학적 부착 작용에 의하여 부착응력이 증가하고(미끄림 0 -  $\delta_1$  구간), 최대 부착 응력에 도달한 후 잠시동안 최대 응력을 유지하며 부착 응력의 증가 없이 미끄림이 발생한다( $\delta_1 - \delta_2$  구간). 화학적 부착력이 더 이상 부착에 저항하지 못하면, 콘크리트와 철근의 접촉면에서의 기계적 맞물림에 의한 저항이 시작된다( $\delta_2 - \delta_3$  구간). 큰 미끄림 변형이 발생한 경우( $\delta_3$  이후 구간), 기계적 맞물림에 의한 전단 저항력이 소멸되면서, 콘크리트와 철근의 접촉면에는 마찰에 의한 부착 효과만 존재하게 된다.

## 6. 결 론

철근콘크리트구조물의 비선형해석을 위한 유한요소기법 적용을 위하여, 콘크리트의 복잡한 거동 특성을 나타낼 수 있는 구성 모델과 콘크리트의 손상 및 파괴에 대한 주요 지배조건인 균열에 대한 모델, 그리고 철근-콘크리트 간의 상호작용에 대한 적절한 모델이 요구된다. 이들에 대한 많은 연구가 진행되어 왔고 여러 재료모델들이 개발되어 왔으나, 다양한 응력상태에서의 콘크리트의 복잡한 거동특성을 정확히 나타내기 위해서는 더욱 많은 개선이 필요하다. 특히, 콘크리트 균열 거동 - 균열에 따른 비등방적 손상, 균열의 발생/단립/회전/전파 특성 및 영향, 균열에 따른 영구소성변형률의 물리적 작용 등 - 의 명확한 규명과 재료모델의 적용이 선행되어야 할 것이다. 또한, 정밀한 해석을 위하여 보다 많고 복잡한 변수 및 구성식이 사용되고 있어, 하드웨어적인 전산 시스템의 발전으로 인한 수치해석 시간의 단축 및 해

석능력의 증가와는 별도로, 단일해로의 수렴성을 향상시킬 수 있는 수치해석적인 고려가 수반되어야 한다. □

## 참고문헌

- Chen, A. C. T. and Chen, W. F., "Constitutive Relations for Concrete," *Journal Engr. Mech. Div.*, ASCE, Vol. 101, No. 4, 1975, pp. 465 ~ 481.
- Chen, E. S. and Buyukozturk, O., "Constitutive Model for Concrete in Cyclic Compression," *Journal Engr. Mech. Div.*, ASCE, Vol. 111, 1985, pp. 797 ~ 814.
- Etse, G. and Willam, K., "Fracture Energy Formulation for Inelastic Behavior of Plain Concrete," *J. Engrg. Mech.*, ASCE, Vol. 120, No. 9, 1994, pp. 1983 ~ 2011.
- Menetrey, P. and Willam, K., "Triaxial Failure Criterion for Concrete and Its Generalization," *ACI Struct. Journal*, ACI, Vol. 92, No. 3, 1995, pp. 311 ~ 318.
- Park, H. and Klingner, R. E., "Nonlinear Analysis of RC Members Using Plasticity with Multiple Failure Criteria," *Journal of Struct. Engr.*, ASCE, Vol. 123, No. 5, 1997, pp. 643 ~ 651.
- Grassl, P., Lungren, K., and Gylltoft, K., "Concrete in Compression: a Plasticity Theory with a Novel Hardening Law," *Int. J. of Solids and Struct.*, Vol. 39, No. 20, 2002, pp. 5205 ~ 5223.
- Park, H. and Kim, J. Y., "Hybrid Plasticity Model for Reinforced Concrete in Cyclic Shear," *Engrg. Struct.*, Vol. 27, No. 1, 2005, pp. 35 ~ 48.
- Chen, W. F., *Plasticity in Reinforced Concrete*, McGraw-Hill, USA, 1982.
- Jirasek, M. and Bazant, Z. P., *Inelastic Analysis of Structures*, John Wiley & Sons, Ltd., West Sussex, PO19 1UD, England.
- Smith, S. S., Willam, K. J., Gerstle, K. K., and Sture, S., "Concrete over the Top, or: Is There Life after Peak?," *ACI Mat. Journal*, ACI, Vol. 86, No. 5, 1989, pp. 491 ~ 497.
- Kang, H. and Willam, K., "Localization Characteristics of Triaxial Concrete Model," *Journal Engrg. Mech.*, ASCE, Vol. 125, No. 8, 1999, pp. 941 ~ 950.
- Park, H. and Kim, J. Y., "Plasticity Model Using Multiple Failure Criteria for Concrete in Compression," *Int. J. Solids and Struct.*, Vol. 42, No. 8, 2005, pp. 2303 ~ 2322.
- Kachanov, L. M., *On Rupture Time Under Condition of Creep*, *Izvestia Akademi Nauk USSR, Otd. Techn. Nauk, Moscow*, Vol. 8, 1958, pp. 26 ~ 31.
- Mazars, J. and Pijaudier-Cabot, G., "Continuum Damage Theory-Application to Concrete," *J. Eng. Mech.*, Vol. 115, 1989, pp. 345 ~ 365.
- Simo, J. C. and Ju, J. W., "Strain- and Stress-Based Continuum Damage Models," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 23, 1987, pp. 821 ~ 869.
- Ju, J. W., "On Energy-Based Coupled Elasto-Plastic Damage Theories: Constitutive Modeling and Comput-

- ational Aspects," *Int. J. Solids and Struct.*, Vol. 25, 1989, pp. 803~833.
17. Yazdani, S. and Schreyer, H. L., "Combined Plasticity and Damage Mechanics Model for Plain Concrete," *J. Eng. Mech.*, ASCE, Vol. 116, No. 7, 1990, pp. 1435~1450.
  18. Lee, J. and Fenves, G. L., "A Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures," *J. Eng. Mech.*, ASCE, Vol. 124, 1998, pp. 892~900.
  19. Gatuingt, F. and Pijaudier-Cabot, G., "Coupled Damage and Plasticity Modeling in Transient Dynamic Analysis of Concrete," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 25, 2002, pp. 1~24.
  20. Grassl, P. and Jirasek, M., "Damage-Plastic Model for Concrete Failure," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 43, 2006, pp. 7166~7196.
  21. Cicekli, U., Voyiadjis, G. Z., and Abu Al-Rub, R. K., "A Plasticity and Anisotropic Damage Model for Plain Concrete," *Int. J. Plasticity*, Vol. 23, 2007, pp. 1874~1990.
  22. Bazant, Z. P. and Kim, S. S., "Plastic-Fracturing Theory for Concrete," *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, Vol. 105, 1979, pp. 407~428.
  23. Ortiz, M., "A Constitutive Theory for the Inelastic Behavior of Concrete," *Mech. Mater.*, Vol. 4, No. 1, 1985, pp. 67~93.
  24. Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S., and Onate, E., "A Plastic-Damage Model for Concrete," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 25, 1989, pp. 299~326.
  25. Kratzig, W. and Polling, R., "An Elasto-Plastic Damage Model for Reinforced Concrete with Minimum Number of Material Parameters," *Comput. Struct.*, Vol. 82, 2004, pp. 1201~1215.
  26. Voyiadjis, G. Z. and Abu-Lebdeh, T. M., "Plasticity Model for Concrete Using the Bounding Surface Concept," *Int. J. Plasticity*, Vol. 10, 1994, pp. 1~21.
  27. Meschke, G., Lackner, R., and Mang, H., "An Anisotropic Elastoplastic-Damage Model for Plain Concrete," *Int. J. Numer. Methods Engr.*, Vol. 42, 1998, pp. 703~727.
  28. Carol, I., Rizzi, E., and Willam, K., "On the Formulation of Anisotropic Elastic Degradation," *Int. J. Solids and Struct.*, Vol. 38, 2001, pp. 491~546.
  29. Voyiadjis, G. Z., Taqieddin, Z. N., and Kattan, P. I., "Anisotropic Damage-Plasticity Model for Concrete," *Int. J. Plasticity*, 2008(in Press).
  30. Cervenka, J. and Papanikolaou, V. K., "Three Dimensional Combined Fracture-Plastic Material Model for Concrete," *Int. J. Plasticity*, 2008(in Press).
  31. Bazant, Z. P. and Prat, P. C., "Microplane Model for Brittle-Plastic Material," *J. Engng Mech.*, ASCE, Vol. 114, No. 10, 1988, pp. 1672~1702.
  32. Bazant, Z. P., Xiang, Y., and Prat, P. C., "Microplane Model for Concrete," *J. Engng Mech.*, ASCE, Vol. 122, No. 3, 1996, pp. 245~254.
  33. Fichant, S., La Borderie, C., and Pijaudier-Cabot, G., "Isotropic and Anisotropic Descriptions of Damage in Concrete Structures," *Mech. of Cohesive-Frictional Mater.*, Vol. 4, 1999, pp. 339~359.
  34. Park, H. and Kim, H., "Microplane Model for Reinforced-Concrete Planar Members in Tension-Compression," *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol. 129, No. 3, 2003, pp. 337~345.
  35. Ngo, D. and Scordelis, W. C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams," *ACI J.*, Vol. 64, No. 1, 1967, pp. 152~163.
  36. Rashid, Y. R., "Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels," *Nuclear Engrg. and Design*, Vol. 7, No. 4, 1968, pp. 334~344.
  37. Okamura, H. and Maekawa, K., *Nonlinear Analysis and Constitutive Modelsof Reinforced Concdrete*, Tokyo Gihodo, Japan, 1991.
  38. Cope, R. J., Rao, P. V., Clark, L. A., and Norris, P., *Modeling of Reinforced Concrete Behaviour for Finite Element Analysis of Bridge Slabs*, Numerical Methods for Nonlinear Problems, Taylor et al.(ed), 1980, pp. 457~470.
  39. Vecchio, F. J. and Collins, M. P., "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected Shear," *ACI J.*, Vol. 83, No. 2, 1986, pp. 219~231.
  40. de Borst, R. and Nauta, P., "Non-Orthogonal Cracks in a Smeared Finite Element Model," *Engrg. Computations*, Vol. 2, 1985, pp. 35~46.
  41. Ingrassia, A. R., Gerstle, W. H., Gergely, P., and Saouma, V., "Fracture Mechanics of Bond in Reinforced Concrete," *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol. 110, No. 4, 1984, pp. 871~890.
  42. Cox, J. V. and Herrmann, L. R., "Development of a Plasticity Bond Model for Steel Reinforcement," *Mech. Cohesive-Frictional Mater.*, Vol. 3, 1998, pp. 155~180.
  43. Pijaudier-Cabot, G., Mazars, J., and Pulikowski, J., "Steel-Concrete Bond Analysis with Nonlocal Continuous Damage," *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol. 117, No. 3, 1991, pp. 862~882.
  44. Filippou, F. C., "A Simple Model for Reinforcing Bar Anchorages under Cyclic Excitations," *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol. 112, No. 7, 1986, pp. 1639~1659.
  45. Eligehausen, R., Popov, E. P., and Bertero, V. V., *Local Bond Stress-Slip Relationship of Deformed Bars under Generalized Excitations*, Report No. UCB/EERC-83/23, Earthquake Engineering Reserch Center, Berkely, University of California. 1983.
  46. CEB-FIP, *CEB-FIP Model Code 1990*, Comite Euro-Internationl Du Beton, Paris, 1991, pp. 87~109.
  47. Kim, T. H., Lee, K. M., Yoon, C. Y., and Shin, H. M., "Inelastic Behavior and Ductility Capacity of Reinforced Concrete Bridge Piers under Earthquake. I: Theory and Formulation," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 129, No. 9, 2003, pp. 1199~1207.