

## 콘크리트구조물의 유한요소해석

### Finite Element Analysis of Concrete Structures



곽효경\*  
Hyo-Gyoung Kwak



김도연\*\*  
Do-Yeon Kim



하수준\*\*\*  
Soo Jun Ha



김재홍\*\*\*\*  
Jae Hong Kim

#### 1. 서 론

콘크리트구조물의 설계는 외력에 대한 각 부재의 변형 및 내력의 산정과 같은 구조 거동에 대한 확인으로부터 시작된다. 즉, 구조 해석은 구조물 전체 또는 구조 부재의 외부 입력에 대한 영향을 밝혀내는 것으로 구조 설계의 기본 출발점이 된다. 최근 들어 콘크리트의 고성능화 등 재료의 발전으로 부재의 단면이 작아지고, 미적 또는 기능적인 이유로 구조 형상이 복잡해짐에 따라 콘크리트구조물의 해석 기술 또한 날이 발전하고 있다. 이 특집 기사는 콘크리트 구조 해석에 필수적인 유한요소법에 관한 넓은 이해를 돕고자 마련하였다.

#### 2. 콘크리트구조물을 위한 유한요소법

구조물에 하중이 가해질 경우, 외력과 평형을 이루는 내부응력이 유발되면서 변형이 발생한다. 이와 같이 외부 입력에 대한 구조물의 변형과 응력분포 등 내부 거동을 파악하는 것을 구조 해석이라 한다. 컴퓨터를 이용한 유한요소법은 1940년대 연속체의 분할 개념으로 수학, 물리학 등 여러 학문 분야에서 시작된 이래<sup>10)</sup> 지금까지 공학 분야에서 획기적인 발전과 확산을 거듭한 수치 해석법으로, 현재 가장 널리 사용되고 있는 구조 해석 방법으로 자리매김하고 있다.<sup>2,8,12,13,22)</sup> 특히, 콘크리트구조물을 대상으로 한 유한요소 해석은 1967년 Ngo와 Scodelis가 발표한 철근콘크리트 보의 선형탄성해석을 시초로 지금까지 다양한 연구가 진행되어 재료의 구성관계, 요소 개발 및 해석 기법 등에 있어 비약적인 발전을 거듭해왔다.<sup>3,4,11)</sup>

유한요소법은 대상 구조물을 여러 요소로 분할(discretiz-

ation)하여 하중-변형 관계의 지배 미분방정식을 행렬방정식으로 치환함으로써 연속적인 해가 아닌 세분화된 각 절점에서의 해를 구하는 수치해석 방법이다. 따라서 유한요소법의 정확성은 기본적으로 분할된 유한요소가 구조물의 거동을 얼마나 잘 모사할 수 있는가에 따라 결정된다. 즉, 콘크리트 재료가 갖는 특성과 작용 하중의 영향을 잘 파악할 수 있는 적합한 요소를 선택하여야 하고, 나아가 각 요소는 콘크리트의 역학적 특성에 관한 성능을 효과적으로 예측할 수 있는 재료모델을 탑재해야 한다. 재료모델에 관한 내용은 다음 장에서 보다 자세히 다루고, 여기서는 다양한 목적의 해석을 위해 사용되는 유한요소에 대해 간략히 설명하고자 한다.

콘크리트구조물의 해석을 위해서는 외부 하중에 따라 콘크리트 부재가 어떤 응력상태에 놓이는지를 파악한 후 이에 대응하는 적절한 유한요소를 선택하는 것이 중요하다. 보와 기둥으로 구성된 골조 구조의 경우, 휨에 의한 축방향 인장과 압축 또는 이들의 복합된 거동이 지배하므로 보 요소(*beam element*) 또는 보 요소에 축방향 자유도가 추가된 프레임 요소(*frame element*) 등 1차원 요소를 사용하는 것이 바람직하다. 슬래브 또는 벽체와 같이 단면이 넓고 두께가 상대적으로 얇은 경우 평면응력상태에 놓이므로 2차원 요소인 평판 요소(*plate element*), 평면 요소(*plane element*) 또는 이를 조합한 셸 요소(*shell element*)가 적합하다. 평판 또는 셸 요소의 경우 3차원 응력상태에 놓이지만 전단에 대해서는 일반적으로 선형탄성으로 가정하므로 2차원 응력이 지배하는 요소라 할 수 있다. 그리고 매스콘크리트와 같이 3차원 거동에 대한 해석은 일정한 부피를 갖는 고체 요소(*solid element*)를 이용할 수 있다. <표 1>은 요소의 위상 차원 및 형상 함수의 차수에 따른 분류로, 대표적인 요소와 함께 정리하였다.

한편, 동일한 구조부재라도 해석 목적에 따라 각기 다른 요소로써 모델링 할 필요가 있다. 예를 들어, 철근콘크리트 보의 경우 중립축을 기준으로 하단에는 철근의 인장에 의한 항복이, 상단에는 콘크리트의 압축파괴가 전체 거동을 지배하므로 일반적인 극한하중 산정 시 앞서 언급한 보 요소와 단면을 여러 층으로 나눈

\* 정회원, 한국과학기술원 건설및환경공학과 교수  
khg@kaist.ac.kr

\*\* 한국원자력연구원 박사후연구원

\*\*\* 정회원, 한국과학기술원 스마트사회기반시설연구센터 연수연구원

\*\*\*\* 정회원, 한국과학기술원 건설및환경공학과 박사과정

표 1. 유한요소의 분류

차원	1차 요소 (linear element)	2차 요소 (quadratic element)	요소의 종류
1차원 요소			Truss element Beam element Frame element
2차원 요소			Plate element Plane element Shell element
3차원 요소			Solid element

적층단면(layered section)의 조합으로 해석이 가능하다. 하지만 보 요소의 경우 축방향 응력 성분만 존재하고, 기본적으로 철근과 콘크리트가 동일한 변위장을 갖는 것으로 가정하기 때문에 하단부에서 발생하는 균열이 복부로 진전하는 거동이나 부착-슬립 거동 등 복잡한 거동의 모사에는 한계점이 있다. 이 경우 2차원 평면응력 요소를 사용하게 되면 축방향 뿐만 아니라 보의 높이 방향으로도 모델링이 가능하여 균열이 복부로 진전되는 거동을 충분히 모사할 수 있다. 나아가 부착스프링을 사용하여 슬립에 따른 콘크리트와 철근의 상호관계를 추가적으로 모델링하면 보다 국부적인 단계에서 두 재료 계면에서의 거동을 예측할 수 있다. 또한, 콘크리트 댐과 같이 댐체 길이방향으로의 변형이 단

면에서 발생하는 변형에 비해 무시할 정도로 작을 경우 평면변형률 요소(plane strain element)를 사용하여 2차원 해석이 가능하며, 원자로 격납 구조물이나 액화천연가스(LNG) 저장탱크 등 구조물이 회전축을 중심으로 대칭일 때는 축대칭 요소(axis-symmetric element)를 이용하여 해석의 효율성을 증진시킬 수 있다.

한편, 철근은 콘크리트와의 다우얼(dowel) 효과를 무시하여 트러스와 같은 1축 응력요소로 가정할 수 있으며, 철근에 대한 모델링은 크게 분산(distributed), 매설(embedded), 이산(discrete) 모델로 분류할 수 있다<그림 1 참조>. 분산 모델은 철근의 영향이 콘크리트 내에 고르게 분포되어 있다고 보고, 콘크리트 요소에 철근의 강성을 균일하게 분포시키는 방법으로 벽체와 같이 철근이 넓은 영역에 걸쳐 균일하게 배근된 경우 적합하다. 이 모델은 기본적으로 콘크리트와 철근이 동일한 변위장을 갖는다고 가정하기 때문에 부착-슬립과 같은 두 재료 사이의 상호작용은 모사하기 어렵다. 매설 모델 또한 분산 모델과 같이 동일 변위장을 기반으로 유도되지만, 콘크리트 내 철근의 배근 위치에 대한 정보를 강성 계산 시 반영하여 철근의 방향성을 고려할 수 있다. 콘크리트 요소의 형상에 관계없이 철근을 매설할 수 있어 요소의 세분화가 용이한 장점이 있으나, 콘크리트 요소 내 철근의 위치를 규정하여야 하는 번거로움이 있다. 마지막으로, 이산 모델은 콘크리트와의 접합면에서의 부착-슬립 등에 의한 국부적인 거동 해석을 위해서 트러스 요소를 이용해 철근을 모델링

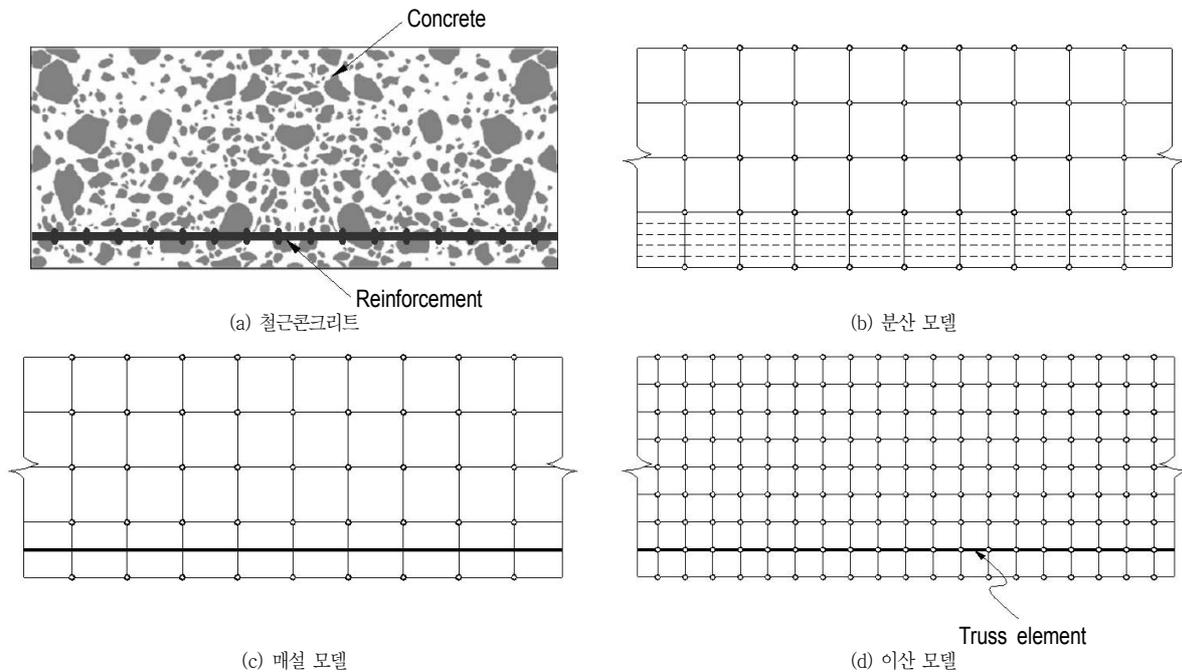


그림 1. 철근의 모델링

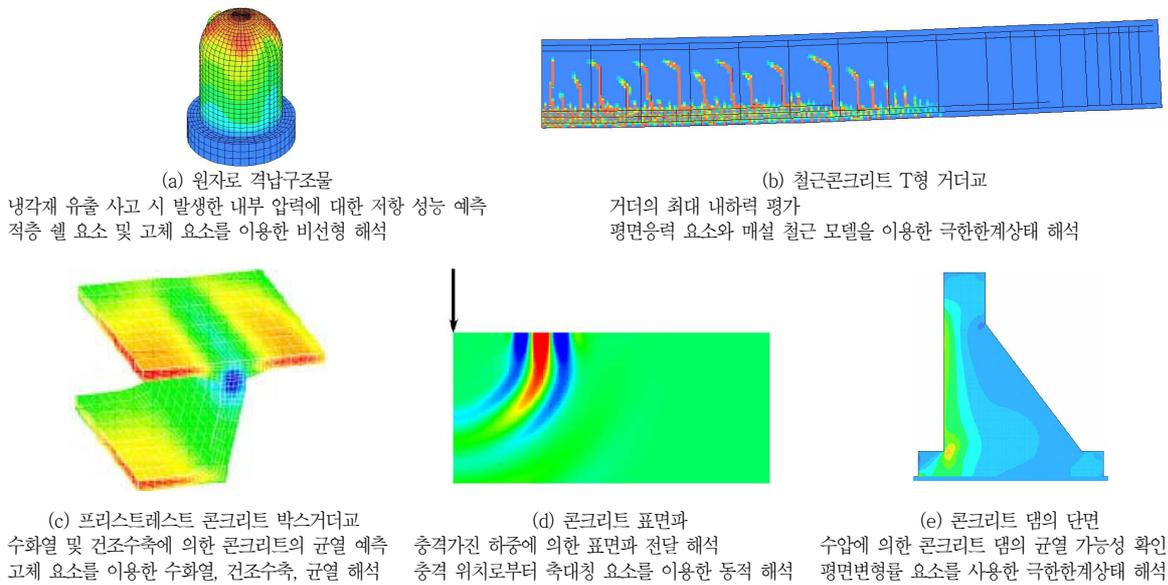


그림 2. 유한요소해석의 적용 예

하고 콘크리트 요소의 절점과 일치시키는 모델링 기법이다. 철근이 배근된 부분마다 콘크리트를 세분화하여야 하기 때문에 요소 수가 많아질 수 있으나, 철근과 콘크리트 절점을 스프링으로 연결하여 부착-슬립을 직접적으로 모사할 수 있는 장점이 있다. 지금까지 설명한 여러 유한요소들과 이를 콘크리트구조물의 해석 시 이용한 대표적인 적용 예들을 <그림 2>에 나타내었다.

### 3. 콘크리트의 비선형 거동

콘크리트구조물의 비선형 해석을 위해서는 앞서 언급한 유한요소의 강성행렬과 내력벡터의 구성에 필요한 재료모델을 정의하여야 한다. 콘크리트의 비선형 거동을 표현하기 위해서는, 외력이 작용할 때 재료가 받는 응력과 변형률 사이의 관계를 표현하는 구성관계(constitutive law)에 대한 정의가 기본적으로 필요하다. 또한, 콘크리트의 크리프, 수축 등 시간의존적 변형(time-dependent deformation)에 대한 정식화도 유한요소 해석에 반영해야 한다. 본 장에서는 이와 같은 콘크리트의 재료 비선형 거동과 시간의존적 거동, 나아가 비선형 평형방정식의 해법에 대해 기술하였다.

#### 3.1 재료의 구성관계

철근 및 긴장재는 앞서 언급한 바와 같이 비교적 가늘고 긴 형태로 주로 축력만 받는다고 가정할 수 있으므로, 일축응력상태의 응력-변형률 관계로 재료의 항복 및 파괴거동을 표현할 수 있다.

일반적으로 철근이 항복되기 전에는 선형탄성 거동을 한다고 가정하며, 항복 이후에는 <그림 3>에서 볼 수 있듯이, 저항 성능이 크게 감소하고 반복하중에 대해서 바우싱거(Bauschinger) 효과와 같은 비선형 거동을 보인다. 콘크리트 내에 매립된 철근은 콘크리트의 균열과 철근의 항복 등의 영향으로 인해 응력-변형률 거동이 철근 자체의 거동과 다르게 나타날 수 있으므로 철근비, 주변 콘크리트 특성, 횡보강 철근량 등을 고려하여 평균적인 개념에서 유도된 모델식을 통해 규정할 필요가 있다.<sup>18)</sup> 철근과 같은 방식으로, 경화율이 비교적 큰 긴장재의 구성관계 또한 정식화할 수 있다.

프레임 구조, 보의 휨 거동 등 콘크리트 부재에 일축 응력상태가 지배적이면(다른 두 축 방향의 응력이 무시할 수 있을 만큼 작을 때), <그림 4>과 같은 응력-변형률 관계에 따라 콘크리트의

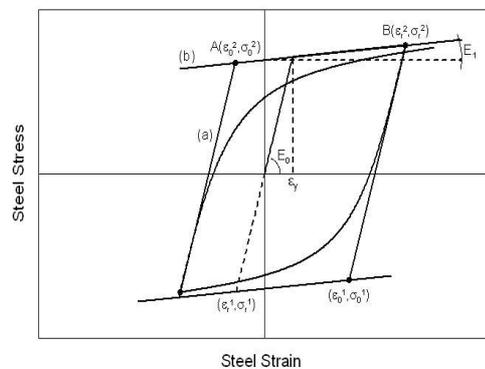


그림 3. 철근의 응력-변형률 관계

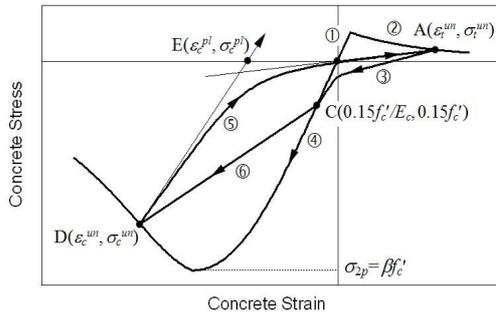


그림 4. 콘크리트의 응력-변형을 관계

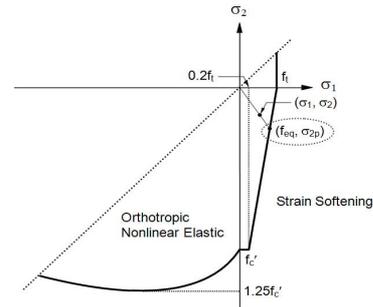


그림 5. 이축 응력상태에서 콘크리트의 파괴포락선

거동을 정의할 수 있다. 압축영역은 응력이 증가함에 따라 소성 변형이 증가하고, 압축강도를 넘어서면 파쇄(crushing)되어 더 이상의 압축응력을 부담하지 못한다. 준취성(quasi-brittle) 재료인 콘크리트의 균열거동은 파괴역학에 기반하여, 유한요소 내부의 가상균열의 균열폭 증가를 유한요소의 변형을 증가로 표현하는 분산균열(smearred crack) 모델이 주로 사용되고 있다<sup>4)</sup>. Hillerborg 등<sup>15)</sup>이 제안한 가상균열(fictitious crack) 모델이 가장 대표적이며, 균열띠(crack band) 모델도 이에 해당한다. 이와 같은 콘크리트의 균열거동은 인장응력-균열폭 관계로 정의할 수 있으므로, 유한요소 크기에 맞도록 변형률연화(strain softening) 곡선을 조정한 변형률기반(total strain-based) 모델로 정식화할 수도 있다.

전단벽, 슬래브, 쉘구조물 등과 같이 부재의 형상에 따라 일축 뿐만 아니라 다축 응력상태에서의 파괴기준 및 거동에 대한 구성 관계가 필요한 경우가 있다. <그림 5>는 Kupfer와 Gerstle<sup>16)</sup>이 제안한 파괴포락선을 나타낸다. 이 그림에서 보는 바와 같이 이축 응력상태에서의 강도는 압축-압축 응력상태에서는 일축 압축 강도에 비해 최대 25% 증가하지만, 인장-압축 응력상태에서는 일축 인장강도에 비해 현저히 감소한다. 또한, 콘크리트의 구성 관계도 단순히 일축 응력상태의 응력-변형률 곡선으로 설명할 수 없다. 이를 고려하기 위한 모델은 탄성기반 모델, 소성기반 모델, 미소역학 모델로 분류할 수 있다.

(1) 탄성기반 모델은 응력-변형률 관계에서 각 증분을 선형으로 가정하여 탄성론을 적용, 실험 결과를 바탕으로 적절히 보정하여 콘크리트의 비선형성을 표현한다. 콘크리트의 소성변형에 대한 이론상 결점에도 불구하고, 모델의 적용이 직관적으로 쉽게 이해할 수 있고 파괴 이전에는 비교적 정확한 예측이 가능하다. Darwin과 Pecknold<sup>14)</sup>가 제안한 등가일축변형률(equivalent uniaxial strain) 모델이 대표적이며, 실제 구조물의 해석에 널리 사용되고 있다.<sup>18)</sup>

(2) 소성기반 모델은 콘크리트의 소성변형을 탄성거동 후 소성흐름으로 표현함으로써, 분명한 소성이론에 바탕을 둔다. 정식

화가 상대적으로 복잡하지만, 다양한 변수로 경화구간을 표현하여 비탄성 거동의 표현이 비교적 정확하다.<sup>9)</sup> 또한, 손상이론(damage theory)을 도입하여 재하(unloading)에서 나타나는 핀칭효과(pinching effect)를 표현할 수 있다.

(3) 미소역학 모델은 콘크리트 재료의 손상 및 미세균열을 미소역학적으로 설명하여, 거시적인 재료의 거동을 표현한다. 비국소적으로 손상을 표현하는 미소평면 모델이 대표적이다<sup>5)</sup>. 이와 같은 모델은 삼축 응력상태의 콘크리트 거동을 표현하는 데 탁월한 성능을 보여준다.

철근콘크리트구조물의 해석을 위해서는, 지금까지 설명한 재료 자체의 특성뿐만 아니라 재료의 상호작용에 대한 고려도 필요하다. 균열이 발생 후 재분배된 콘크리트와 철근의 부착응력에 의해 두 재료 사이에 슬립이 발생한다. 두 재료의 계면에서 발생하는 부착-슬립(bond-slip) 관계는 실험결과로부터 해석을 통해 경험적으로 모델화하는 것이 일반적인 방법이다.

그 밖에도 콘크리트구조물에서 나타나는 여러 특성들도 추가적으로 고려할 필요가 있다. (a) 인장증강(tension stiffening) 효과: 콘크리트 균열은 국부적으로 발생하여, 주균열 사이 철근에 부착되어 있는 콘크리트는 인장 응력에 대해 국부적으로 저항한다. 인장증강 효과는 콘크리트의 변형률연화 곡선에 반영할 수 있으며, 주균열로 국부적으로 집중되는 인장응력으로 인한 철근의 국부항복 효과도 고려되어야 한다.<sup>7)</sup> (b) 균열면에서의 전단 저항: 균열면에서 발생할 수 있는 전단응력에 대해 노출된 골재의 저항 그리고 수직방향으로 배치된 철근의 저항, 즉 골재 맞물림(aggregate interlocking) 효과와 다우얼 작용(dowel action) 또한 검토가 필요하다. (c) 구속(confinement) 효과: 띠철근 등 횡방향 배근은 내부 콘크리트를 구속하여 압축강도를 증가시킨다. 특히, 철근콘크리트 기둥에 대한 해석 시 이에 대한 고려가 필요하다.<sup>19)</sup> (d) 압축강도 감소 효과: 인장-압축 응력상태에 있는 콘크리트에서, 균열이 진전함에 따라 압축응력에 저항하는 콘크리트의 유효단면적이 줄어들어 전체 압축강도는 감소한다. 압축장 이론(compression field theory)에 따라 이를 반영할 수 있다.<sup>21)</sup>

### 3.2 시간의존적 변형

콘크리트는 강재와 달리 시간에 따라 재료의 성질이 변화한다. 수경성 재료(hydraulic materials)인 콘크리트는 시멘트와 물의 수화반응에 의해 수화열(hydration heat)이 발생하는 발열 특성을 가지고 있으며 이와 같은 경화과정을 통해 강도와 탄성계수가 증가한다.<sup>17)</sup> 또한 콘크리트에서는 시간이 경과함에 따라 수분의 양이 달라져 시멘트 수화물의 체적이 감소하는 건조수축(drying shrinkage) 현상과 외력의 증감 없이 변형률이 증가하는 크리프(creep) 현상이 동시에 나타난다.<sup>6)</sup> 이와 같은 콘크리트의 시간 의존적 특성들은 시공단계뿐만 아니라 완공 후의 구조물의 거동에 큰 영향을 미치므로 구조물 해석 시에 반드시 고려되어야 한다.

수화열 해석은 열전달 해석과 열응력 해석으로 이루어지는데 열전달 해석은 시멘트의 수화과정에서 발생하는 발열, 대류, 전도에 의한 온도이력을 계산하는 과정이며 열응력 해석은 열전달 해석으로부터 산정된 온도이력을 바탕으로 응력을 계산하는 과정을 의미한다. 열전달 해석에서는, 일반적인 응력 해석에서의 변위장(displacement field) 대신 온도장(temperature field)과 외기대류 경계조건을 이용하여 열전달 평형방정식을 정식화할 수 있다. 특히 콘크리트의 수화열과 같이 내부발열량이 시간에 따라 변하는 경우에는 시간에 따른 온도변화를 고려한 비정상(transient) 열전달 해석이 필요하다. 임의의 시간에서의 온도 분포는 직접적분법을 이용하여 구할 수 있으며 콘크리트의 재료 상수가 온도 의존적인 경우에는 각 시간단계마다 반복계산을 수행하여 해를 구해야 한다.

수화열에 의한 콘크리트의 온도이력에 영향을 미치는 영향인자로는 열전도율(thermal conductivity), 비열(specific heat), 외기대류계수(convective heat transfer coefficient), 수화발열량(hydrate heat amount) 등이 있으며 열전도율은 열전도 행렬, 비열은 열용량 행렬, 외기대류계수는 열전도 행렬 및 열흐름 벡터의 형태로 반영된다. 한편 수화발열량은 수화열에 의한 열전달 해석에 있어 가장 중요한 변수 중 하나로 내부 발열 벡터의 형태로 반영되며 이를 묘사하는 대표적인 방법으로는 수화발열률(hydration heat rate) 모델과 단열온도상승(adiabatic temperature rise) 모델이 있다. 단열온도상승 모델은 <그림 6>에 나타낸 바와 같이 최대상승온도와 반응속도 등을 변수로 하여 지수함수 형태의 단열온도상승곡선을 정의하는 방법으로 이 곡선을 시간에 대해 미분한 후 비열과 밀도를 곱하여 단위체적당 내부발열량을 산정한다. 그러나 단열온도상승 모델은 거의 단열상태로 가정할 수 있는 매스콘크리트구조물의 수화열 해석에 적합한 방법으로 다른 종류의 구조물에 대해서는 수화발열량을 과대평가하므로 부적합할 수 있다. 이에 반해 수화발열률 모델은

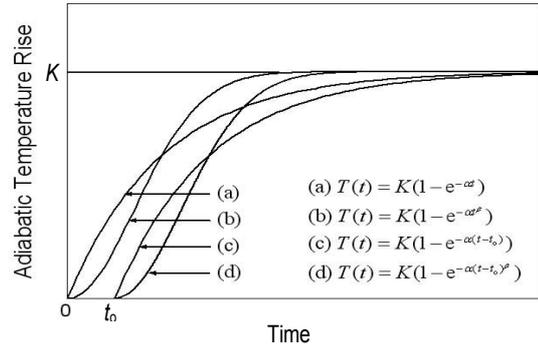


그림 6. 단열온도상승 모델

등가재령 또는 수화도의 함수로 수화발열률을 정의하는 방법으로 재령과 온도의 영향을 고려하므로 단열온도상승 모델이 가지고 있는 단점을 보완할 수 있다. 한편 최근에는 미세구조적인 관점에서 직접 수화반응을 수치적으로 모델링하는 방법과 시멘트의 조성광물 및 포졸란의 수화반응을 분리하여 수화발열량을 정의하는 방법에 대한 연구가 진행되고 있다.

수화열에 의한 열응력 해석에서 초기 변형률에 의한 하중은 콘크리트의 온도변화에 의해 나타나며 열전달 해석으로부터 산정된 온도이력과 열팽창계수를 이용하여 각 시간단계마다의 온도 하중 벡터를 구성한다. 한편 콘크리트의 강성행렬은 경화과정에서 발생하는 탄성계수의 변화를 고려하여 각 시간단계마다 재구성되어야 한다. 콘크리트의 탄성계수는 실험을 통해 직접 구하는 것이 가장 정확한 방법이나 이에 대한 실험이 곤란한 경우에는 제안된 탄성계수 모델식을 채택하기도 한다. 일반적으로 탄성계수 모델식은 압축강도에 대한 함수로 표현되며 ACI 209, CEB-FIP MC90, JCI, JSCE의 모델식이 널리 사용되고 있다. 이 외에도 탄성계수에 대한 온도와 재령의 영향을 고려하기 위해 속성도 또는 반응률상수 이론에 바탕을 둔 탄성계수 모델식을 사용하기도 한다.

한편 초기재령 뿐만 아니라 장기적인 관점에서 콘크리트구조물의 비선형 거동을 야기하는 중요 요인으로는 크리프와 건조수축을 들 수 있다. 크리프와 건조수축에 의한 구조물의 장기거동을 예측하기 위하여 각국의 규준에서는 여러 가지 모델식을 제안하고 있으며 이 중 ACI 209, B3, CEB-FIP MC90, NEN 6720 모델식이 가장 대표적으로 사용되고 있다. 이 모델식들은 시간에 따른 크리프계수(creep coefficient)와 건조수축 변형률(drying shrinkage strain)을 배합, 환경조건 등의 다양한 영향인자의 함수로 정의하고 있다.

콘크리트의 크리프에 대한 모델식을 이용한 수치적 방법은 <그림 7>에 나타낸 바와 같이 다수의 응력이력의 합에 대한 응답은 각각의 응력이력에 대한 응답의 합과 같다는 중첩의 원리를 이용

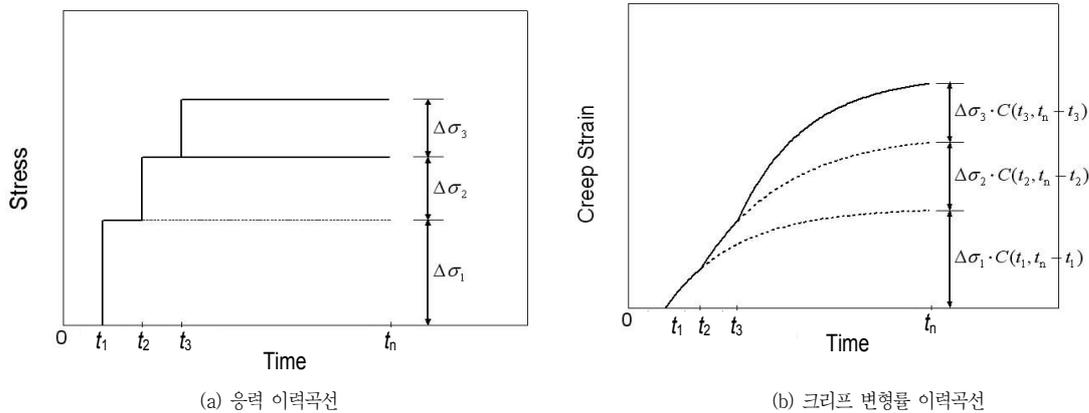


그림 7. 크리프 변형률의 중첩

하여 해석하는 방법이다. 이 때 여러 규준에서 제시하고 있는 크리프계수는 각 시간단계마다 크리프하중 벡터를 구성하는 데에 사용된다. 한편 크리프 변형률은 응력이력의 영향을 크게 받으므로 수치적 방법을 통해 이를 해석하기 위해서는 모든 시간단계에서의 응력을 저장해야 한다. 과거에는 구조물 해석 시에 기억용량 및 계산시간을 줄이기 위해 모든 응력이력을 저장할 필요가 없는 크리프 해석기법의 개발이 요구되었으나 최근에는 해석장치의 발달로 인해 모든 응력이력을 저장하는 기법을 사용하여도 큰 무리가 없다.

일반적으로 콘크리트의 건조수축 해석은 크리프 해석과 유사하게 여러 규준에서 제시하고 있는 건조수축 변형률을 각 시간단계마다 건조수축하중 벡터의 형태로 구성하여 수행한다. 그러나 각 국에서 규정하고 있는 건조수축에 대한 규정식은 평균적 변형도를 나타내는 식으로서 콘크리트 내의 각 위치의 습도 차이로 인해 유발되는 부등건조수축을 해석하는 데에는 적용할 수가 없다. 따라서 콘크리트의 수분확산 현상을 모델링함으로써 부등건조수축을 해석할 수 있는 기법에 관한 많은 연구가 수행되어 왔다. 이 해석기법에서는 수분확산 해석으로부터 산정된 공극내 상대습도 이력을 이용하여 건조수축 변형률을 계산하고 이를 각 시간단계마다 건조수축하중 벡터의 형태로 구성함으로써 응력해석을 수행하게 된다.

최근에는 고성능 감수제와 실리카폼 등과 같은 혼화재료들의 사용으로 고강도 및 고성능 콘크리트의 제조가 가능해지고 이러한 고기는 콘크리트의 실제 적용이 증가하면서 자기수축에 대한 인식이 높아지고 있으며 유한요소해석을 통한 자기수축의 영향 평가가 활발히 이루어지고 있다. 나아가 최근에는 콘크리트구조물의 내구성능 저하현상이 사회적인 문제로 부각되면서 열화문제를 방지하기 위해 염해, 탄산화, 동결융해 등에 의한 콘크리트 구조물의 열화 정도를 유한요소해석을 통해 평가하고 있다.

### 3.3 비선형 평형방정식에 대한 해법

콘크리트구조물은 재료의 특성상 사용하중과 같은 낮은 하중 하에서도 균열이나 크리프 등에 의해 비선형성이 나타날 수 있으므로, 유한요소 해석 시 비선형 평형방정식의 해법에 대한 선택과 적용이 중요하다. 정적해석을 위한 비선형 평형방정식의 해법으로는 증분법(Incremental method)과 반복법(iteration method)을 들 수 있다. 증분법은 전체 외력을 여러 단계로 세분화하고 각 단계에서 변위와 응력의 변화를 선형으로 가정하며, 점진적으로 이전 단계의 변위와 응력 상태를 이용하여 현 단계의 강성행렬을 구성한 후 이로부터 다음 단계의 변위와 응력을 순차적으로 구성해가는 방법이다. 하중단계를 세분화시킴에 따라 계산량은 증가하지만, 누적되는 오차를 줄일 수 있다. 반복법의 경우, 외력과 내력의 차이를 제거시키기 위해 접선강성(tangent-stiffness)을 이용하는 뉴턴-랩슨법(Newton-Raphson method), 변위와 함께 하중 또한 변수인 호장법(arc-length method) 등이 주로 사용된다. 경우에 따라서는 해의 수렴이 쉽지 않지만, 적절한 허용오차(tolerance) 이내로 외력과 내력을 일치시킨다면 해의 정확성은 확보할 수 있다. 또한, 하중 단계별로 증분법과 반복법을 혼합한 복합법도 비선형 해석을 위해 사용되고 있다. 최근에는 컴퓨터 연산속도가 비약적으로 빨라짐에 따라, 해의 수렴성을 고려할 필요가 없는 외연적 직접적분법을 이용한 준정적(quasi-static) 해석도 사용되고 있다.

콘크리트의 크리프 및 건조수축에 대한 해석의 경우, 일반적인 구조물의 고유주기에 비해 충분히 느린 변형이 유발되므로 관성저항에 의한 동적 거동을 무시할 수 있다. 따라서 정적해석과 비슷한 방식으로 콘크리트의 시간의존적 거동에 대한 비정상 해석(transient analysis)이 가능하다.

한편, 비선형 동적해석 시 모드중첩법(mode superposition

method)으로는 시간이력 해를 구할 수 없기 때문에 직접적분법(direct integration method)을 사용하여야 한다. 직접적분법은 현재 시간단계(t)의 거동으로부터 구조물의 동적 평형방정식을 이용하여 다음 시간단계(t+Δt)에서의 거동을 계산하고, 이를 다시 반복하여 전체 시간 구간에 걸친 거동을 점진적으로 구하는 방법이다. 평형방정식의 해를 구하는 시점에 따라, 현재 시간단계(t)에서 구하는 외연적(explicit) 방법과 다음 시간단계(t+Δt)에서 구하는 내연적(implicit) 방법이 있다. 외연적 시간적분법은 증분법과 마찬가지로 점진적으로 오차가 누적될 수 있으므로 시간간격에 따라 조건부 안정(conditionally stable) 해를 구하게 된다. 내연적 시간적분법은 각 시간단계에서 내력과 외력의 차이를 줄이기 위해 앞서 설명한 반복법을 사용함으로써, 수렴성은 약화되지만 무조건 안정(unconditionally stable) 해를 구할 수 있다. 참고로 <그림 8>에는 내연적 시간적분법의 흐름도를 도시하였다.

이와 같은 콘크리트의 비선형 해석은 해를 구하는 과정에서 많은 계산량이 필요하여, 해석시간을 줄이기 위해 최근에는 병렬처리 기법을 도입하고 있다. 병렬처리(parallel processing) 기법은 다수의 컴퓨터, 실제로는 중앙처리장치와 메모리로 최적화된 노드(node)에 계산을 분담시켜 해석 효율을 증가시킨다.<sup>1,20)</sup>

4. 유한요소해석 프로그램

4.1 상용 프로그램

유한요소법 등 많은 수치해석 기법들은 20세기 중반 컴퓨터의 개발 및 발전과 함께 비약적으로 발전하기 시작하였다. 유한요소법의 구현에 있어서, 개발 초기부터 현재까지 포트란(FORTRAN)이 가장 널리 사용되고 있으며, 다른 프로그래밍 언어에 비해 수치계산에 필요한 다양한 기능과 빠른 연산속도를 제공하기 때문에 앞으로도 계속 사용될 것으로 예상된다. 특히 포트란 90에서는 행렬의 기본적인 연산이 가능한 내장 함수들과 할당(allocate) 기능이 있어 대형 행렬 연산 시 메모리 사용을 최소화할 수 있다. 유한요소법의 발전 초기부터 NASA에서 개발된 NASTRAN(NASA STRuctural ANalysis), 캘리포니아-버클리 주립대학교에서 개발되고 있는 SAP(Structural Analysis Program) 및 FEAP(Finite Element Analysis Program) 등 대부분의 상용 프로그램이 포트란을 사용하여 개발되고 있다. 그 중, 콘크리트 관련 특화된 모델 또는 모듈을 탑재하고 있는 상용 유한요소 해석 프로그램은 <표 2>와 같으며, 이 외에도, ADINA, LUSAS, LS-DYNA, FEMAP, COMSOL, ALGOR 등 여러 목적에 따라 많은 유한요소 해석 프로그램이 개발되어 사용되고 있다.

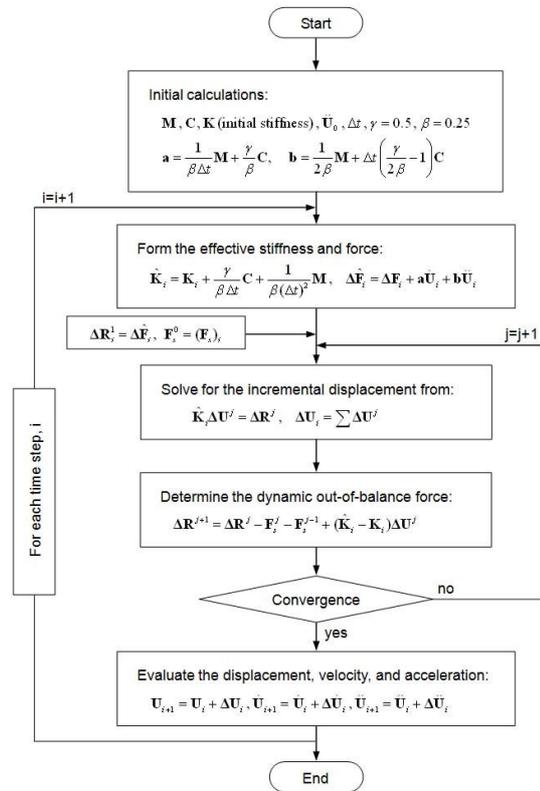


그림 8. 동적 비선형 해석 흐름도 예

4.2 건설 프로젝트 적용 예

현재 건설 프로젝트에서 상용 유한요소 해석 프로그램을 사용하는 필수적이며, 다음의 예제 <그림 9, 10, 11>과 같이 여러 목적으로 사용되고 있다.

표 2. 상용 유한요소 해석 프로그램

프로그램	ABAQU S 6.8	ANSYS 11.0	DIANA 9.2	MIDAS 2006	RM 2006
개발 업체	SIMULI A Inc.	ANSYS, Inc.	TNO Co.	MIDAS-IT Co.	TDV Co.
정적 해석	○	○	○	○	○
동적 해석	○	○	○	○	○
가상균열 모델 <sup>†</sup>	○	○	○	○	×
탄소성 모델 <sup>†</sup>	○	○	○	○	○
손상소성 모델 <sup>†</sup>	○	×	×	×	×
크리프 해석 <sup>‡</sup>	×	×	○	○	○
건조수축 해석 <sup>‡</sup>	×	×	○	○	○
수화열 해석 <sup>‡</sup>	×	×	○	○	×

<sup>†</sup> 콘크리트 비선형 해석 모델의 경우 특화 모델의 탑재 여부만을 표기하였으며, 사용자가 원하는 모델을 직접 작성하여 프로그램과 연동시킬 수도 있음.

<sup>‡</sup> 콘크리트 크리프, 건조수축, 수화열 해석을 위한 특화된 모듈의 탑재 여부를 표기한 것으로, 특화된 모듈이 없더라도 열전달-열응력 해석의 조합시키는 등 일반적인 유한요소 해석을 통해 수행할 수도 있음.

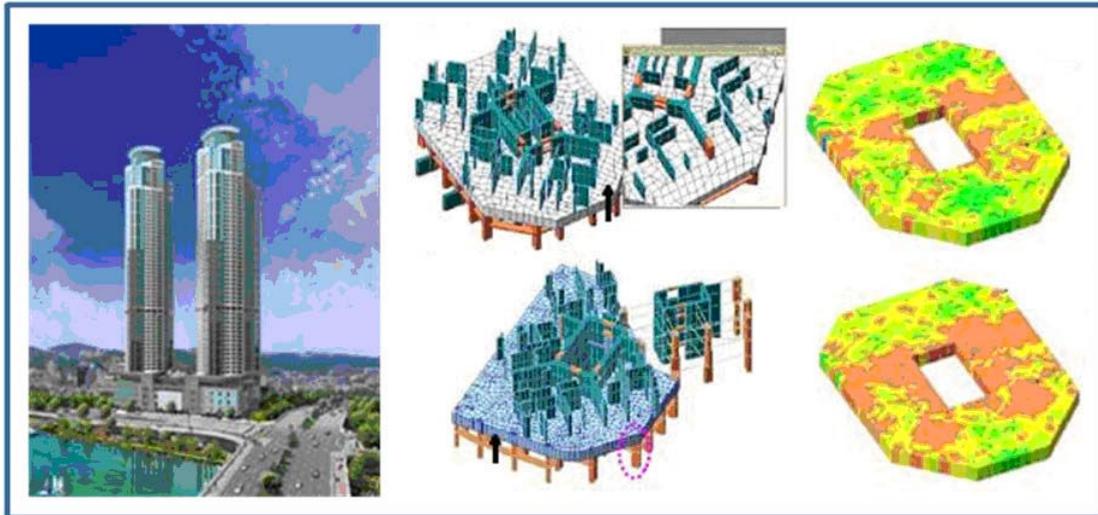


그림 9. 울산 태화강 엑소디움 프로젝트. 철근콘크리트로 이루어진 Transfer Plate의 응력 검토를 위해 MIDAS 프로그램을 사용 (Copyright 2008 ㈜CS구조엔지니어링)

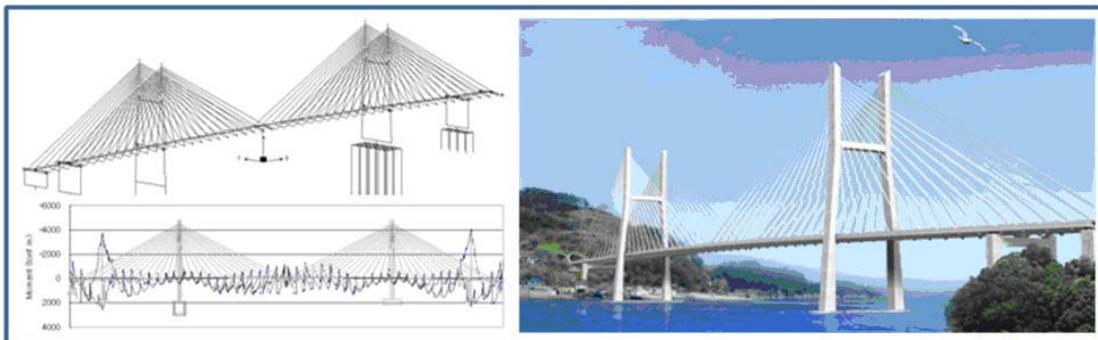


그림 10. 여수 제2돌산대교 프로젝트. 현수교의 바닥판에 작용하는 휨모멘트를 산정하기 위해 RM 프로그램의 사용(Copyright 2008 대림산업㈜)

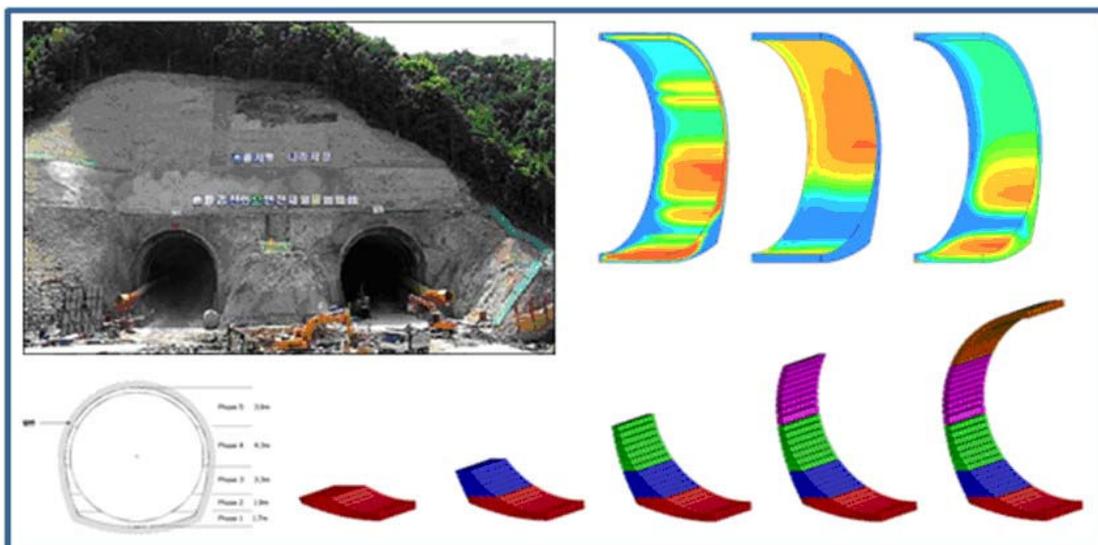


그림 11. 춘천 소양강댐 도수터널 프로젝트-도수터널에서 발생한 콘크리트의 초기 균열의 원인을 분석하기 위해 DIANA 프로그램을 사용 (Copyright 2008 삼성물산㈜)

## 5. 맺음말

콘크리트 구조 해석에 있어 유한요소법은 다양한 목적으로 널리 사용되고 있다. 또한, 미래에도 유한요소법은 콘크리트구조물의 상세 해석을 위한 핵심 도구로서의 역할을 수행할 것이다. 단순한 계산기 기능을 넘어서 유한요소법을 이용한 정확한 해석과 결과 검토를 위해서는, 지금까지 설명한 유한요소 및 콘크리트 재료모델에 대한 깊이 있는 이해가 필요하다. □

## 참고문헌

1. 권효경, 박준호, 김재홍, 병렬처리 시스템의 구축 및 활용, 구조설계 연구실 보고서, SDLAB-0601, 2006.
2. 최창근, 유한요소법, 테크노프레스, 2000.
3. American Concrete Institute(ACI), *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures*, Edited by K. Willam and T. Tanabe, SP-205, USA, 2001.
4. American Society of Civil Engineers(ASCE), *State-of-the-Art Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete*, Prepared by A. H. Nilson et al., USA, 1982.
5. Bazant, Z. P., Canner, F. C., Carol, I., Adley, M. D., and Akers, S. A., "Microplane Model M4 for Concrete. I: Formulation with Work-Conjugate Deviatoric Stress," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, No. 9, 2000, pp. 944~953.
6. Bazant, Z. P. and Wittmann, F. H., Editors, *Creep and Shrinkage in Concrete Structures*, John Wiley & Sons, 1982.
7. Belarbi, A. and Hsu, T. T. C., "Constitutive Laws of Concrete in Tension and Reinforcing Bars Stiffened by Concrete," *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 4, 1994, pp. 465~474.
8. Belytschko, T., Liu, W. K., and Moran, B., *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, Wiley, 2000.
9. Chen, W. F., *Plasticity in Reinforced Concrete*, McGraw-Hill, 1982.
10. Clough, R. W., "The Finite Element Method in Plane Stress Analysis," *Proceedings of the 2nd ASCE Conference on Electronic Computation*, Pittsburgh, PA, Sep, 1960.
11. Comite Euro-International du Beton(CEB), *RC Elements under Cyclic Loading, State of the Art Report*, Prepared by P. E. Pinto et al., Thomas Telford Services Ltd., 1996.
12. Cook, R. D., Malkus, D. S., and Plesha, M. E., *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, 4th ed., John Wiley & Sons Inc., 2002.
13. Crisfield, M. A., *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, Wiley, 1996.
14. Darwin, D. and Pecknold, D. A., "Nonlinear Biaxial Stress Strain Law for Concrete," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 103, No. 2, 1977, pp. 229~241.
15. Hillerborg, A., Modeer, M., and Petersson, P.-E., "Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements," *Cement and Concrete Research*, Vol. 6, Is. 6, 1976, pp. 773~781.
16. Kupfer, H. B. and Gerstle, K. H., "Behavior of Concrete under Biaxial Stresses," *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 99, No. 4, 1973, pp. 853~866.
17. Maekawa, K., Chaube, R., and Kishi, T., *Modelling of Concrete Performance: Hydration, Microstructure Formation and Mass Transport*, E & FN Spon, 1999.
18. Maekawa, K., Pimanmas, A., and Okamura, H., *Nonlinear Mechanics of Reinforce Concrete*, Spon Press, 2003.
19. Park, R., Priestley, M. J. N., and Gill, W. D., "Ductility of Square-Confined Concrete Columns," *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 108, No. ST4, 1982, pp. 929~950.
20. Sotelino, E. D., "Parallel Processing Techniques in Structural Engineering Applications," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 129, No. 12, 2003, pp. 1698~1706.
21. Vecchio, F. J. and Collins, M. P., "Compression Response of Cracked Reinforced Concrete," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 119, No. 12, 1993, pp. 3590~3610.
22. Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L., *The Finite Element Method*, 6th Edition, Butterworth-Heinemann, 2005.