한국학교수학회논문집 제 11 권, 제 1 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 11, Number 1, 31-54, March 2008

미적분 문제해결 과정에서 수학적 사고력 향상을 위한 몰입적 사고의 적용

이동권[1] · 고상숙[2] · 황농문[3]

수학적 사고력이 학생 스스로 문제를 해결하는 과정에서 가장 발달한다는 주장과 함께 이를 구현하는 방법론에 대한 연구도 꾸준히 이루어져왔다. 최근에 그 방법론으로 몰입적인 사고를 통한 학생의 학습 방법이 제안되었다. 이에 본 연구에서는 몰입적인 사고를 적용하여 학생들이 스스로 수학문제를 해결해 나갈 수 있는지를 알아보았다. 연구는 고등학교 교과과정인 미적분에 대한 선행학습을 하지 않은 중학교 3학년 학생들 10명을 대상으로 몰입적 사고를 통해서 학생 스스로 미적분 문제를 해결할 수 있는지와 그 과정에서 학생이 경험하는 수학학습 성취에 대한 탐구로 진행되었다. 학생들은 주어진 미적분 문제를 3일 동안 몰입적 사고를 적용하여 풀었다. 그 결과 2명이 스스로 해결하였고 7명이 힌트를 받고 해결하였다. 연구 결과 상당수의 학생이 장시간의 몰입적인 사고를 통하여 배우지 않은 문제들을 스스로의 능력으로 해결할 수 있음을 알게 되었다. 이 과정에서 학생들의 수학적 사고력이 발달되었고 학생들은 수학하는 즐거움과 성취감을 경험했을 것으로 기대되었다. 본 연구 결과는 몰입적 사고를 도입함으로써 교실에서 학생들 스스로 문제를 푸는 교수법의 개발에 하나의 가능성을 제시하였다고 볼 수 있으며 몰입을 통한 훈련으로 수학적 사고력 발달을 통한 실제 문제해결력에도 기여할 수 있음을 시사하고 있다.

주요용어 : 장기 명상적 사고, 몰입, 발견적 학습, 정성적 연구방법

Ⅰ. 서론

요즘 심리학, 긍정심리학 등 사회 현상학에선 몰입(flow)에 대한 관심이 매우 높다. 1970년대 이후 꾸준히 몰입을 주장해온 Csikszentmihalyi(1997)는 몰입이란 일에 집중하여 내가 나임을 잊어버릴 수 있는 심리적 상태로 곧 행복을 의미하며, 물 흐르는 것처럼 자연스럽고 편안한 느낌이라고 정의한다. 또한 황농문(2007a)은 문제해결에서의 장기간의 몰입 활동을 통해서 문제 해결력의 향상과 행복을 동시에 달성할 수 있다고 주장하였다. 수학교육에 관한 많은 연구에 따르면 학생들의 수학에 대한 선호도는 학년이 올라감에 따라 매우 낮아지

1) 서울대학교 대학원 재료공학부 (leedonk@snu.ac.kr)
2) 단국대학교 (sangch@dankook.ac.kr)
3) 서울대학교 재료공학부(nmhwang@snu.ac.kr)

고 있으며 2003 PISA[4]국제대회에서 우리나라 학생들의 수학적 성취도는 참가국 41개국에서 3위를 차지한 반면 자아개념과 자아효능감은 일본 다음으로 가장 낮았고, 불안감은 멕시코와 일본에 이어 매우 높은 것으로 나타났다. 즉, 우리나라의 수학하는 학습활동에서의 학생들의 행복감이 점점 사라지고 있는 것이다. 본 연구는 수학 문제 해결에 있어서 몰입적 사고를 적용하여 더욱 많은 사람들이 수학을 잘 이해하고 활용하여 그들의 삶의 질이 향상되길 바라는 학문적 관심에서 비롯되었다.

몰입적인 사고를 통한 문제해결 과정은 수학 교육사에서 역사적 발달순서로 교육해야 한다는 발견법과 밀접한 관련을 갖는다. 수학이란 인간의 필요에 의해서 생겨났으며 수학적 발견의 근원인 직관으로부터 시작하여 끊임없는 시행착오와 반성, 분석, 종합하는 인간 활동을 통해서 발전되어왔다(Lakatos, 1991). Poincare와 Klein과 같은 수학자들은 수학의 역사적 발달과정을 따라 직관적인 상태에서 점진적인 형식화단계를 거쳐 마지막에 연역적인 형식체계에 이르도록 지도하는 것이 자연스럽고 과학적인 지도방법이라고 주장하였다(우정호, 2000). 또한 Polya(1957)는 수학적 사고능력은 일반적인 사고방법, 발견술을 곧바로 가르쳐서는 개발되지 않으며 구체적인 문제를 실제로 해결하는 경험을 통해 터득될 수 있는 것임을 강조하였다. 오랜 시일을 거쳐 많은 문제를 해결하는 경험을 통해서만 문제해결 능력과 수학적 사고력이 개발될 수 있다고 주장하였다.

또한, 소위 'Moore 방법(the Moore-Method)'이라고 알려진 Robert Lee Moore의 수학 교수법은 그동안 널리 받아들여졌다고는 말할 수는 없지만, 그가 많은 뛰어난 수학자들을 배출함으로써 주목을 받아 왔으며, 대학뿐만 아니라 중·고등학교의 수학 교육자들에게 적지 않은 영향을 미쳤다. Moore는 해설 중심의 강의를 거부하고 학생 자신의 힘으로 주어진 정리의 증명을 발견하고 개념을 정의하는 등 수학을 '하는' 경험을 통해 교육을 실시하였다. Moore는 교육자가 우월한 지식을 학생들에게 부과하는 것을 금기시하고 학생들을 연구에 몰입하게 하여 새로운 개인적인 발견에 이르게 하며 학생 각자가 자신의 페이스로 나아가게 하였다(우정호 2000).

이처럼 학생 스스로 문제를 해결하는 교육이 강조되어 왔지만 모르는 문제를 학생이 스스로 푸는 것은 많은 인내력을 필요로 하기 때문에 실제 구현에 있어서는 많은 어려움이 있다. 이를 구현하는 방법으로 황농문(2007a)은 몰입을 통한 오랜 시간의 사고활동에 의한 수학학습 방법을 주장하였다.

본 연구에서는 몰입적 사고를 통하여 미적분에 대한 사전지식이 없는 중학생들이 스스로 미적분 개념을 발견하는 과정에서 나타나는 사고의 특징을 조사함으로써 수학교육에서 몰입적 사고의 적용을 시도하고자 한다. 이를 위해 학생이 몰입하는 과정에서 어떻게 수학적 개념을 형성해나가는지, 그들의 학습태도는 어떻게 변화하는지, 그리고 몰입과정에서 경험하는 학습의 방해요소는 무엇이며, 이 때 필요한 교사의 역할에 대해서도 파악하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

Csikszentmihalyi(1997)는 인생을 성공적으로 살기 위해서는 한 가지 일에 깊이 빠져드는 '몰입'이 필요하다고 이야기한다. 몰입하지 않고 맛보는 행복은 외부적인 상황에 대한 의존도가 높은 반면에 몰입에 의해 오는 행복은 스스로의 힘으로 만든 것이므로 더 값지다는 것

4) 2000년 이후 3년 주기로 실시하는 Programme for International Student Assessment의 약자

이다. 몰입을 쉽게 경험하기 위해서는 첫째, 목표가 명확해야하고 둘째, 문제의 난이도가 적정하여야 하며, 셋째, 결과의 피드백이 빨라야 한다는 것이다. 그에 의하면 모든 종류의 게임이 이 세 가지를 만족하기 때문에 쉽게 몰입할 수 있고 재미를 느낄 수 있다고 한다.

그러나 수학 문제 풀이의 경우에는 이 조건이 맞지 않는 경우가 많다. 학생들의 사고력을 최대한 향상시키는 방법으로는 자신의 능력보다 높은 난이도의 문제를 오래도록 생각해서 풀게 하는 것이 가능하다면 가장 좋은 경우라고 할 수 있지만 수학 문제 풀이는 기본적으로 자신의 수준에 비해서 난이도가 높고, 난이도가 높으면 풀기 어려워서 피드백이 느릴 수 있기 때문에 난이도가 높은 수학 문제 풀이에서 학생들이 몰입을 경험하기가 쉽지 않다. 여기서 황농문(2007b)은 난이도가 높은 문제에 몰입하는 방법을 장시간의 노력으로 가능하다고 주장한 점은 매우 고무적이다. 풀리지 않는 문제를 인내력을 가지고 계속해서 풀려고 노력하면 그 문제에 대한 몰입도가 상승하게 되어 높은 지적 능력을 발휘할 수 있다는 것이다. 따라서 본 연구에서는 3일 동안 학생들이 경험하는 몰입과정을 조사하였다.

1. 몰입을 위한 요소

의식의 세계[5]는 감정, 목표, 사고라는 세 요소가 따로 떨어진 경험의 가닥들로 의식을 통과하는 것이 아니라 늘 교섭하면서 서로 변화시킨다.

감정은 의식안의 상태를 말한다. 슬픔, 두려움, 떨림, 지루함 같은 바람직하지 못한 감정은 마음속에 심리적 엔트로피를 조성한다. 무질서를 뜻하는 엔트로피에 빠지면 우리는 바깥일에 집중하지 못한다. 내부의 질서를 세우는 데 온통 신경을 쏟아야하기 때문이다. 행복, 과단성, 민첩성 같은 바람직한 감정은 심리적 반엔트로피 상태이다. 이때 우리는 스스로를 되돌아보거나 추스르는 데 주의를 기울일 필요가 없으므로 우리가 선택한 과제에 집중할 수 있다.

우리는 주어진 과제에 관심을 쏟는 것을 지향점 또는 목표를 설정했다고 말한다. 목표를 얼마나 끈질기고 일관되게 추구하느냐는 동기부여가 얼마나 잘 되어 있느냐에 달려있다. 의도, 목표, 동기부여는 심리적 반엔트로피를 조성한다. 정신력을 한 곳에 집중시키고 작업의 우선순위를 조정하면서 의식 안에 질서를 세우는 것이다. 질서가 없으면 정신적 과정은 두서가 없어지고 감정의 질은 급격히 저하된다. 심리적 엔트로피는 딱히 할 일이 없을 때 하는 일에서 가장 높이 나타났다. 결국 내적 동기부여 (이것을 하고 싶다)든 외적동기부여(이것을 해야 한다)든, 목표를 가지고 있는 경우가 집중해야할 어떤 목표도 찾지 못하고 마지못해 일을 하는 상태보다 삶의 질을 끌어올려준다. 의도는 정력이 단기간에 투입되는 반면 목표는 좀 더 장기적으로 투입된다. 우리가 도달하려는 자아의 모습을 결정짓는 것이 바로 우리가 추구하는 목표이다.

의식의 내용으로 감정, 목표에 버금가게 중요한 것은 사고의 인지적 과정이다. 우리가 사고라고 부르는 것은 정신력에 질서가 갖추어지는 과정이기도 하다. 감정은 유기체를 접근이나 회피의 태세로 움직여서 주의를 집중시키며 목표는 바라는 대상을 제시하여 주의를 집중시킨다. 사고는 의미있는 방식으로 서로 연관되어있는 이미지의 연쇄를 낳아 유기체의 주의를 집중시킨다. 가장 기본적인 정신작용은 원인과 결과를 잇는 것이다. 손을 움직여서 침대에 걸린 방울을 딸랑딸랑 움직일 수 있다는 것을 처음 깨달을 때가 한 사람의 인생에서 원

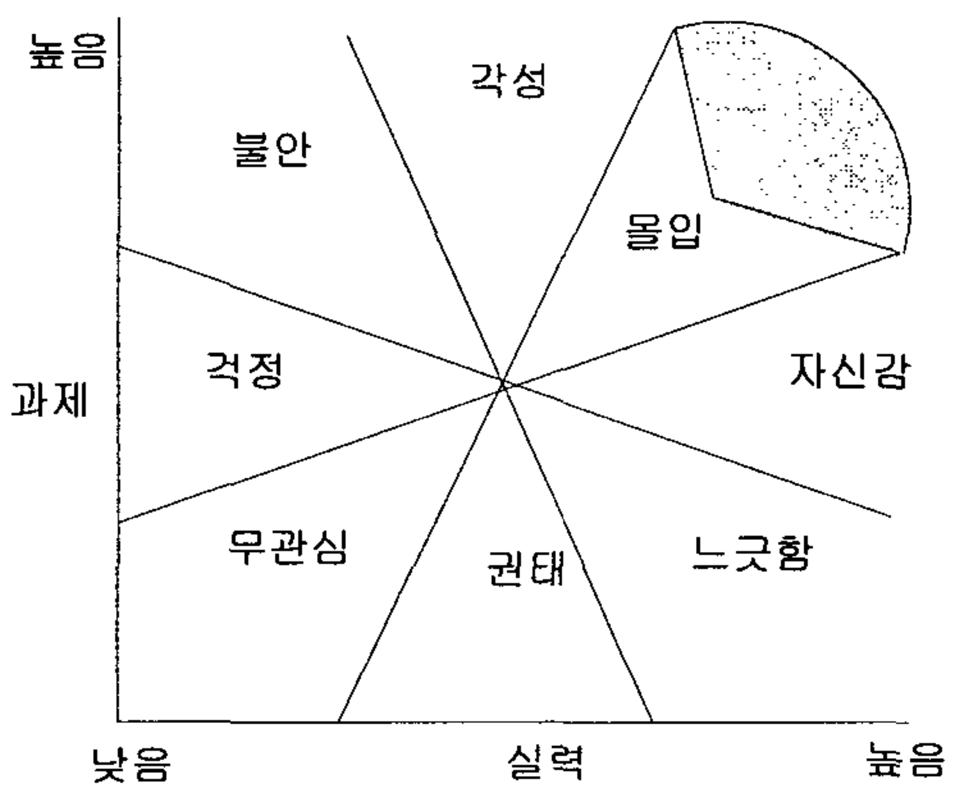
---

5) Csikszentmihalyi(1997, 2007)에서 인용되었다.

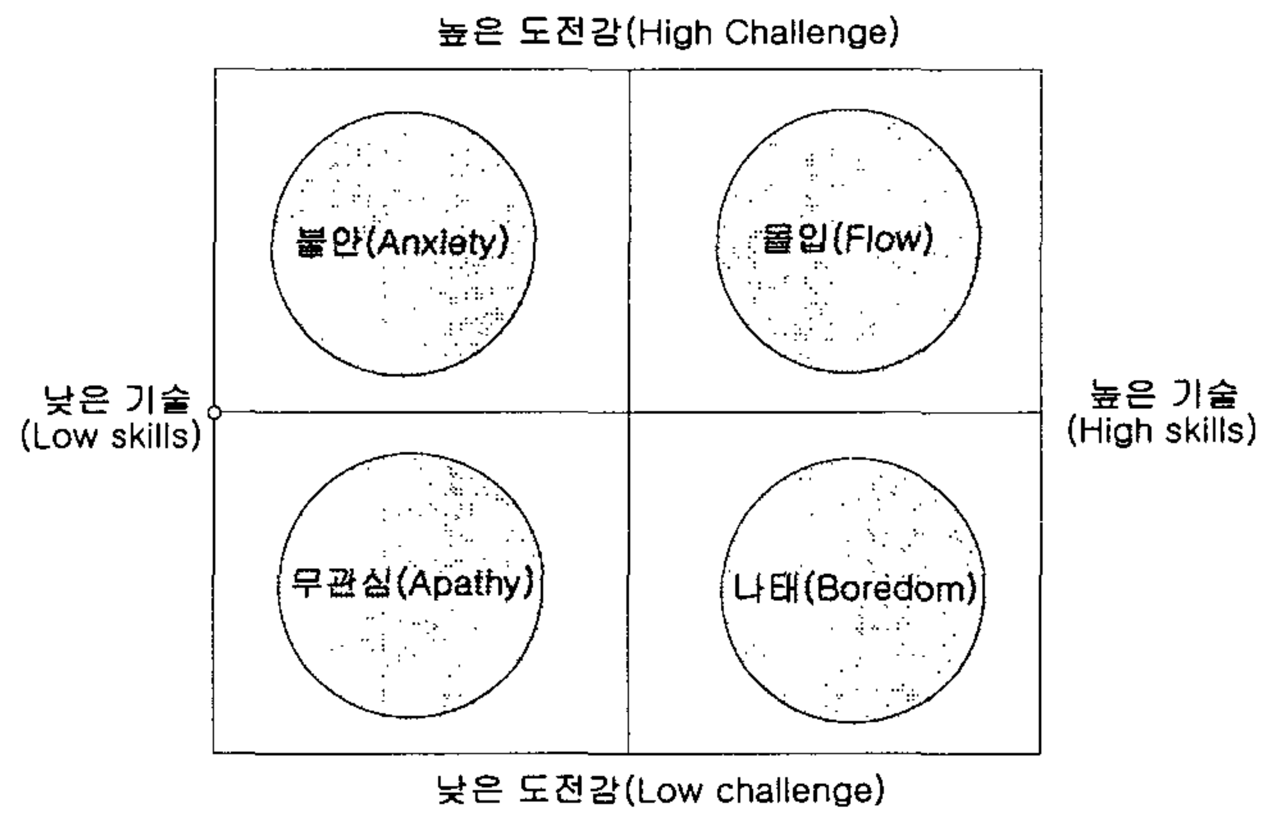
인과 결과가 처음으로 이어지는 순간이다. 훗날 우리가 하게 되는 사고의 대부분은 이런 단순한 연합에 토대를 둔 것이다. 원인에서 결과로 이어지는 단계들은 점점 추상화되어 구체적 현실로부터 떨어져 나온다. 수학자, 작곡가 등은 머리 속에서 운용되는 상징들 사이에 있을 수 있는 수많은 연합의 가능성을 동시에 고려하면서 작업한다.

정신작용을 깊이 있게 파고들려면 집중하는 법을 배워야한다. 집중하지 못하면 의식은 혼돈에 빠진다. 마음은 평상시에는 정보의 무질서상태에 놓여있다. 사고는 논리적인 인과관계에 따라서 가지런히 배열되는 것이 아니라 두서없이 꼬리에 꼬리를 물고 얽혀있다. 집중하는 요령을 터득하지 못하면 다시 말해 노력을 한 곳으로 모으지 못하면 사고는 아무런 결론에 이르지 못하고 지리멸렬한다. 공상은 마음에 드는 이미지들을 따다 붙여 마음의 내부에서 일종의 영화를 만드는 것인데 이런 공상을 하는데도 집중할 수 있는 능력이 필요하다. 집중하는 법을 배우지 못해서 공상에도 제대로 못 빠지는 아이들이 허다하다.

감정의 흐름을 거슬러야 할 경우 집중하기가 쉽지 않다. 수학을 싫어하는 학생은 한 자리에 가만히 앉아서 교과서에 실린 정보를 흡수하기가 여간 고역이 아니며 그렇게 하기 위해서는 강한 자극(시험에 붙어야 한다든가하는)이 필요하다. 정신적 과업이 어려울수록 집중하기도 그만큼 어려워진다. 그러나 자기가 하는 일을 좋아하고 그 일을 하겠다는 각오가 되어 있을 때는 객관적 어려움이 아무리 크다고 하더라도 별다른 갈등 없이 마음을 집중할 수 있다. 바로 여기에 우리 수학교육자들이 학생들의 수학적 성향을 키우는데 노력을 기울여야하는 이유가 있다([그림 1]과 [그림 2] 참조). 몰입은 크게는 불안과 나태(권태)를 극복한 더 높은 단계이고, 세부적으로는 자신감과 각성보다 더 높은 단계이다. 최인수(2007)는 Csikszentmihalyi[6]의 모델을 더욱 단순화한 오른쪽 [그림 2]를 제시하였다.



[그림 1] 과제와 실력의 관계에 따른 경험의 질(Csikszentmihalyi, 1997)



[그림 2] Flow Model(최인수, 2007)

6) 여러 대상자로부터 그들의 삶의 내용을 자료 수집하는 방법인 경험추출법(ESM)을 1970년대 최초로 고안하였다. 또한, 좀 더 과학적인 자료를 얻기 위해 몰입의 상태의 인간의 뇌를 조사하고 있는 중이나 자기공명촬영장치(MRI)와 같이 소음이 많은 기계 안에서 실질적으로 몰입을 경험하는 과정이 쉽지 않아 2007년 초청세미나에서 연구 수행의 어려움을 토로하였다.

몰입은 쉽지는 않지만 그렇다고 아주 버겁지도 않은 과제를 극복하는데 한 사람이 자신의 실력을 온통 쏟아 부을 때 나타나는데 행동력과 기회사이에 조화가 이루어질 때 우리는 바람직한 경험을 하게 된다(그림 1 참조). 수학자가 새로운 정리를 발견하고 그것을 완벽하게 증명해낼 때 일상적 삶에선 맛보기 어려운 심도 있는 참여와 몰입이 이루어진다. 보통 사람은 하루가 불안과 권태로 가득하지만 몰입의 경험은 이 단조로운 일상에서 벗어나는 최적의 경험, 곧 몰입은 두 변수(과제의 난이도와 실력정도)가 모두 높을 때 나타난다.

2. 수학 문제풀이에서 몰입에 드는 방법

앞서 언급하였듯이 일반적으로 수학문제의 난이도가 학생들의 수준에 비해서 높기 때문에 학생들이 수학문제를 풀면서 Csikszentmihalyi가 말하는 몰입을 경험하기는 어렵다. 이에 황농문(2007a)은 문제해결에서 몰입에 드는 방법을 제시하였다. Csikszentmihalyi가 말하는 몰입은 주로 짧은 시간에 이루어지는 빠른 사고(Fast thinking)의 몰입이라면 자신이 학문에서 경험하는 몰입은 장시간에 걸쳐 이루어지는 명상적인 사고 또는 느린 사고(Slow thinking)의 몰입이라고 구별하였다. 황농문은 몰입을 다음과 같이 정의하고 사고에 대한 노력을 지속함에 따라 몰입의 정도는 증가하고 3일이면 최대의 몰입에 진입할 수 있다고 주장한다. 최대의 몰입상태에서는 한 가지 목표만을 위하여 자기가 할 수 있는 최대의 능력을 발휘하는 비상사태가 발동된다. 자신을 초긴장상태로 만들어 모든 것을 잊고 오로지 한 가지 일에만 집중하기 때문에 잠재된 능력을 최대로 발휘하게 되는 것이다. 뉴턴이나 아인슈타인 등 훌륭한 많은 사람들의 업적의 비밀은 그들의 연구 방식인 몰입적 사고에 있으며, 적절한 방법에 노력을 더한다면 이들이 사용했던 몰입적 사고방식을 우리도 얼마든지 따라할 수 있다. 그는 천천히 생각하는 명상적 사고 훈련이 되어 있는 사람이라도 몰입을 처음 시도해보는 경우에는 최대의 몰입 상태에 들어가는데 일주일 정도 시간이 걸린다고 한다. 그러나 일단 몰입경험이 생기고 생각하는 주제에 대해 여러 번 몰입을 해서 익숙해지면 3일이면 충분히 최대의 몰입 단계에 도달할 수 있다고 한다. 문제 해결을 위해 3일간 몰입에 이르는 과정을 보면 다음과 같다.

(1) 제 1일: 잡념을 털어내고 문제에 집중하는 시기

설정된 문제를 분석하기 시작한다. 명상하듯이 마음을 차분히 가라앉히고 편안한 의자에 온 몸의 힘을 빼고 편안히 앉아 주어진 문제를 곰곰이 생각한다. 생각의 속도를 의식적으로 약간 늦춘다. 첫날은 이 문제만을 생각하려고 해도 다른 잡념이 떠오르며 집중이 잘 되지 않는다.

(2) 제 2 일: 아이디어가 움직이기 시작하는 시기

첫날과 마찬가지로 의식적인 노력을 통해 생각을 이어간다. 2일째는 1일째 보다는 덜 힘들다. 2일째는 잡념에 빼앗기는 시간이 줄어들면서 주어진 문제에 대해 생각하는 시간이 조금 길어진다. 지루하지만 첫날보다는 덜 지루하다. 2일째 오후나 저녁때쯤 되면 주어진 문제와 관련된 사항들이 아이디어처럼 머리에 떠오른다. 그러나 이것은 이전에 알고 있는 내용이어서 큰 도움이 되지 않는 경우가 많다. 대부분 대수롭지 않는 아이디어지만 첫날에 비해 더 좋은 아이디어이다. 이것은 의식의 깊은 곳에서 아이디어가 나오기 시작하고 있다는 징

조이다.

(3) 제 3일: 문제에 몰입하는 시기

세 번째 날은 2일째보다 주어진 문제를 생각하기가 쉬워진다. 중단없이 생각할 수 있는 시간이 꽤 길어졌다는 느낌이 든다. 그리고 시간이 흐를수록 생각하는 것이 힘들지 않고 지루하지 않게 느껴진다. 비교적 단순한 행동을 하면서도 주어진 문제에 대해 생각을 유지할 수 있고 다른 생각을 하다가도 다시 그 생각으로 돌아오기 쉬워진다. 계속 온몸의 힘을 빼고 명상하듯이 문제를 생각한다. 집중을 하다보면 적어도 3일째 오후부터는 이 문제와 관련된 아이디어가 떠오르기 시작한다. 이 아이디어가 새롭거나 대수로운 것은 아니다. 이미 이전에 알고 있었던 것을 이 문제와 관련된다는 생각에 새삼스럽게 끄집어낸 것에 불과하다. 그러나 이 아이디어는 문제를 해결하는데 중요한 사실임에는 틀림이 없다. 이제 힘든 과정은 거의 끝났다. 기분이 약간 좋아진 듯한 느낌이 들기 시작한다, 이 정도 수준에 이르면 몰입상태를 유지하는 것이 한결 쉬워진다. 왠지 자동적으로 몰입상태가 유지된다는 느낌을 받게 된다. 이때도 의식적인 노력을 해서 이 상태를 계속 유지하는 것이 중요하다.

고상숙(2008)은 수학교육에서 몰입의 가능성을 논의하면서 이 3일간의 몰입의 과정을 첫째 날을 돌입기. 둘째 날을 잉태기. 셋째 날을 산출기로 명명한 바 있다.

3. 몰입상태에서 문제해결

황농문(2007a)은 몰입상태의 문제해결에 필요한 아이디어가 과거의 위인들도 언급했듯이 다음과 같이 깊은 사고의 결과인 영감에 의한 것임을 밝히고 있다. 몰입상태에 들어가면 이때부터 주어진 문제에 대한 유용한 아이디어가 떠오르기 시작한다. 평소에는 쉽게 떠오르지 않는 기발한 생각들과 그리고 문제와 관련된 섬세한 사항까지 아주 명확하게 보인다. 프로기사들이 바둑을 둘 때는 바둑판 전체가 머리에 떠있다고 하는데 이처럼 문제와 관련된 수많은 정보들이 동시에 머리에 떠있는 느낌이다. 이렇게 되면 문제해결에 필요한 여러 복잡한 정보들의 연관성을 뇌에서 동시에 분석할 수 있게 되어 문제해결에 대한 아이디어가 쉽게 떠오르고 문제해결력이 상승한다. 이때의 문제해결력은 평소 자신의 지적 능력과는 명확하게 구별할 수 있을 정도로 상승한다. 평소와는 비교할 수 없는 집중력 때문에 마치 슈퍼맨이라도 된 듯한 느낌이 든다. 그런데 좋은 아이디어가 떠오를 때는 그 당시 생각하고 있던 것과 연결이 되어 떠오른다기보다는 전혀 논리적으로 연결이 되지 않은 채 갑자기 그리고 우연히 한순간의 영감에 의해 움직임이 생기는 듯한 느낌이 든다. 이는 창조성 연구에서 말하는 세렌데피디와 연관이 된다. 뉴턴뿐만 아니라 여러 학자들이 중요한 이론을 발견하였을 때 하나같이 그 생각이 갑자기 섬광이 스쳐가 듯 영감이 떠올랐다고 한다. 그러나 황농문은 그것은 우연히 떠오른 것이 아니고 그들이 그 문제에 대해서 오래도록 몰입하여 생각한 결과의 산물이라고 해석한다.

4. Moore의 학습지도 방법론

수학학습지도 방법중에 Robert Lee Moore가 주장한 'Moore 방법(the Mooer Method)'은 학생들 스스로의 발견에 의한 학습을 중요시하였으며 이는 몰입적인 사고에 의한 문제해결

과 같은 맥락으로 볼 수 있다. 이 방법은 대학원에서 뛰어난 수학자들을 배출함으로써 그 진가가 입증되었고 미국 Chicago 대학 수학과를 세계적인 수학 연구기관으로 만드는 데 큰 역할을 하였다.

Moore 교수방법[7]에는 학생들이 수학책에 기술된 정리와 증명에 대한 해설이 중심이 된 강의를 수동적으로 듣거나 책을 읽고 얻은 지식을 문제풀이에 그대로 적용하는 공부를 하는 것을 거부하였다. 그는 학생들의 창의적인 수학적 능력을 개발하고 논리적 추론을 바르게 하고 아이디어를 엄밀하게 표현하는 능력을 개발하고자 하였다. 자주 관리 제도를 도입하여 경쟁적인 분위기 속에서 관련된 자료를 읽거나 문헌에서 아이디어를 표절하지 않으면서 학생 자신의 힘으로 주어진 정리의 증명을 발견하고 개념을 정의하는 등 수학을 '하는' 경험을 통한 교육을 실시하였다. Moore는 학생들에게 정리를 스스로 증명하게 할 수 있다면 보다 깊고 지속적인 이해를 가능하게 할 뿐만 아니라, 학생들의 수학적 능력과 흥미가 강화될 것이라는 생각을 갖게 되었다. 정리가 너무 어려울 경우에는 보다 쉬운 보조정리로 정리를 분할해야 할 것으로 생각되었다. Moore는 내용의 주요한 흐름을 학생들 스스로 발견하도록 하는 그러한 방법이야말로 학생들을 연구하도록 만들 수 있을 뿐만 아니라 학생들에게 매력적이기도 할 것이라는 확신을 갖게 되었다. Texas 대학의 교수직에 임명되면서 그의 강의 방법을 기하학 기초론, 위상수학, 미적분, 고급미적분, 측도론 등 그의 모든 담당 과목에 적용하였다. Moore의 지도는 그의 지도를 받은 제자들의 박사학위 취득 이후의 연구 생산성이란 점에서 실로 괄목할 만한 결과를 가져왔다. 1915년부터 1954년까지 미국과 캐나다의 각 대학에서 배출된 이학박사 가운데 생산성 면에서 전국 상위 15%에 속하는 학자들과 그렇지 못한 학자들의 백분율은 U. C. Berkely, Chicago, Harvard, Princeton 대학이 각각 5%, 8%, 16%, 20%이었으나 Texas 대학은 25%이었다. 높은 생산성은 높은 자질과 관련되는 것이다.

Moore의 교수방법을 대학원의 위상수학 과정을 예로 들어 살펴보기로 한다. 그는 우선 수강생들의 선정에 유의하였다. 학급을 가능한 한 위상수학에 대한 지식이 없는 동질인 학급을 구성하기 위하여 다른 곳에서 이미 위상수학을 배웠거나 너무 많은 내용을 읽은 학생들은 배제하였으며, 경우에 따라서는 그러한 학생들을 위해 별도의 강의를 하였다. 학생들에게 위상 수학 책을 읽지 말고 자기 자신의 능력만을 사용하도록 주의를 주었다. 경쟁은 중요한 추진력의 하나이므로 가능한 한 공정하게 경쟁이 이루어지기를 바랐다. 먼저 공리적인 방법에 대한 자신의 견해를 간략하게 언급한 다음 위상공간의 무정의 용어와 공리를 제시하고 그 의미를 예시하기 위한 한 두 가지 보기를 들었다. 그 다음에 그가 집필한 책에 나오는 몇 가지 정의와 정리를 읽어주고 학생들에게 받아쓰게 하였다. 그리고 나서 학생들에게 스스로 정리의 증명을 찾아보고 정리의 전제가 약화되거나 생략되거나 부분적으로 생략될 수 없음을 보이는 예를 만들어 보도록 지시하였다. 그 다음 시간에 학생들에게 정리를 증명해 보도록 요구하였다. 이러한 Moore의 방법은 독립적인 자유로운 연구와 자발적인 참가의욕, 독특하고 자신감 있고 자기 주도적이며 의사교환 하고자 하는 욕구, 자발적인 자주관리 체제와 같은 엄격한 개성을 개발해 주었다. Moore의 표현대로 "가장 적게 강의를 들은 학생이 가장 좋은 가르침을 받는다"는 것이 입증된 것이다. Moore 방법의 본질은 공리적 접근법을 사용하여 학생들에게 수학하는 창조적인 노력의 즐거움과 자신감의 정신을 만들어 주는 것으로 Bourbaki(1950)가 강조하고 있는 유연하고 생산적인 조작적 탐구도구로서의 공

7) 우정호(2000)에서 인용되었다.

리적 접근법이다.

5. 수학의 근접발달 영역

Vygotsky(1978)는 학습 가능성에 대한 발달적 과정의 실제적 관계를 발견하고자 하면 이미 이전에 발달된 수준만을 결정하는 것을 넘어서서 앞으로 발달할 수 있는 수준을 측정해야 하며, 그러기 위해서 이미 완성된(completed) 어떤 발달적 주기의 결과로써 수립된 정신기능의 발달수준으로 실제적 발달 수준(actual developmental level)과 성인이나 좀 더 능력있는 또래들과 협동하여 문제를 해결함으로써 결정되는 잠재적 발달 수준(level of potential development)을 제안하고, 두 발달 수준간의 거리를 근접발달영역(ZPD)이라 정의하였다. 그리고 그는 학습의 기본적 형태는 근접발달영역을 창출하는 것, 즉 학습은 다양한 내적 발달과정들을 일깨운다는 것이고 이 내적 발달과정들은 아동이 자신의 환경 속에서 동료들과 협동해서 상호작용을 할 때만 진행될 수 있으며, 이 과정이 내면화되면 이것들은 아동의 독자적 발달 성취의 부분이 되며, 적절하게 조직화된 학습은 정신발달을 가져오고 학습과 분리할 수 없는 다양한 발달적 과정들로 나아가므로, 학습을 문화적으로 조직된 특히 인간에 있어서 심리적 기능을 발달시키는 과정의 필수적이고 보편적인 측면으로 보았다.

Vygotsky는 아동의 근접발달영역 내에서 이루어지는 성인이나 유능한 또래의 신호의 매개, 특히 언어를 통한 가르침과 그에 수반되는 상호작용이 아동의 인지발달을 가져오는데 매우 중요하다고 보았으며, 아동의 능력이나 발달 상태는 성인이나 유능한 또래와의 공동활동을 통해 가장 잘 드러난다고 보았다(한순미, 1999). 즉, 독립적인 개인보다 인식의 주체가 포함되어 있는 사회적인 맥락을 강조하고, 모든 지식은 공동체의 역사를 통해 누적된 문화의 형태로 존재하는 사회적 산물이며, 아동들은 상호작용적인 활동을 통하여 지식을 구성하게 된다는 것이다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

본 연구는 장시간의 몰입적 사고를 통하여 학생 스스로의 발견에 의해 미적분 문제를 해결해나가는 과정을 조사하고 더불어 이러한 사고력 향상을 위한 수학 교수 학습 방법에 대해서 논의하고자 한다. 정성연구는 연구주제에 대한 해석적, 자연주의적 접근을 수반하며, 초점에 있어서 복합적인 방법을 사용한다. 이는 정성 연구자들이 자연스런 상황에서 사물을 연구하고, 사람들이 그들에게 가져다준 의미에 의해 현상을 이해하거나 해석하려 시도한다는 것을 의미한다(Denzin & Lincoln, 1994). 정성연구의 이러한 정의를 고려할 때 미·적분 문제에서 이루어지는 몰입과정을 통하여 학생들이 수학적 개념을 어떻게 구성하여 문제를 해결해 나가는지에 관심을 가진 본 연구의 목적에 합당하다고 생각되어 정성연구 방법이 사용되었다.

미적분을 배우지 않은 학생들에게 미적분 문제를 제시하고 학생 스스로의 힘으로 오직 생각에 의해서 문제를 풀도록 제시하였다. 문제를 푸는 시간은 3일 동안 밤낮으로 해결하도록 하였다. 연구자는 학생들이 3일 동안 포기하지 않고 문제에 계속 도전할 수 있도록 격려와 조언을 해주었다.

1. 연구대상

본 연구의 목적은 고등학교 3학년 과정에서 배우는 미적분을 이에 대한 사전지식이 없는 학생들이 장기간의 몰입적 사고를 통하여 스스로 해결할 수 있는지를 연구하는 것이기 때문에 미적분을 배우지 않은 중학교 3학년 학생들을 연구대상으로 정하였다. 서울 중랑구의 Y 중학교 3학년 학생들 중에서 미적분을 배우지 않은 남학생 5명, 여학생 5명을 선발하였다. 대부분 특목고를 지원하는 학생들로 성적은 상위 10% 이내의 상위권 학생들이다. 3일간 연구자가 지켜본 학생 개인의 성향은 <표 1>과 같다.

<표 1> 연구대상 학생의 개인적 성향

남학생1(S1)	말수가 적고 생각을 깊게 함
남학생2(S2)	말이 많고 산만함
남학생3(S3)	쉽게 싫증을 내서 오랫동안 한 문제를 못 품
남학생4(S4)	성실하고 주어진 일에 최선을 다함
남학생5(S5)	말이 없고 조용함
여학생1(S6)	집중하여 열심히 풀려고 함
여학생2(S7)	집중하여 열심히 풀려고 함
여학생3(S8)	쉽게 포기함
여학생4(S9)	조용함
여학생5(S10)	산만하고 문제에 집중하지 못함

2. 연구절차

본 연구는 학생들이 배우지 않은 미적분 문제를 오랜 동안의 몰입적인 사고에 의해서 해결해 나가는 과정을 연구하기 위해서 2007년 5월 25일부터 27까지 경기도 모 수양관에서 3일 동안 진행 되었다. 첫날 학생들이 함수, 평균 속도, 기울기에 대한 기본 개념을 정확하게 이해하고 있는지 확인하고 개념이 부족한 학생들을 위해서 기본 개념에 대해서 복습하였다. 그리고 '$y=t^3$ 그래프의 위의 점 (2.8)에서의 접선의 기울기는 어떻게 될까?'라는 미분 문제를 내주었다.문제를 내준 뒤, 이 문제는 뉴턴이 해결한 문제로, 난이도가 대단히 높으니 생각을 천천히 하라고 거듭 주지시켰다. 평소 수학 문제를 풀듯이 생각을 급하게 하면 오래지 않아 머리가 아파서 포기하게 될 수 있으므로 명상을 하듯, 그리고 마음의 산책을 하듯이 천천히 생각하라는 것을 강조했다. 학생들은 연습장과 계산기 필기도구만 가지고 3일간 이 문제를 자신의 생각에 의해서 풀기 시작하였다. 3일간의 연구 절차는 <표 2>와 같다.

<표 2> 3일간의 몰입적 사고를 통한 미적분 풀이 연구절차

시간	연구 절차
2007년 5월25일	몰입 첫째 날
오후 7시~8시	평균 속도, 기울기, 함수에 대한 개념 정리 $y=t^3$ 그래프의 (2.8)점에서의 접선의 기울기를 구하는 문제 제시
오후 8시~11시	세미나실에서 몰입에 의한 문제풀이
오후 11시	취침
2007년 5월26일	몰입둘째 날
오전 8시~9시	기상 및 아침 식사
오전 9시~11시	세미나실에서 몰입에 의한 문제풀이
오전 11시~12시	야외에서 학생들 각자가 생각하기 좋은 공간을 찾아서 몰입에 의한 문제풀이
오후 12시~1시	점심 식사
오후 1시~5시	야외에서 몰입에 의한 문제풀이
오후 5시~7시	저녁 식사 및 휴식
오후 7시~11시	세미나실에서 몰입에 의한 문제풀이
오후 11시	취침
2007년 5월 27일	몰입 셋째 날
오전 8시~9시	기상 및 아침 식사
오전 9시~11시	세미나실에서 몰입에 의한 문제풀이
오전 11시~12시	점심 식사
오후 12시~2시	세미나실에서 몰입에 의한 문제풀이
오후 2시~3시	첫 번째 힌트 제공(정확한 값을 구하지 않아도 되고 비슷한 값을 구해 보아라) 두 번째 힌트 제공($y=t^3$ 그래프에서 (2.8)점과 다른 한 점을 선택하고 한 점을 (2,8)에 근접시키면서 평균 기울기를 구해 보아라)

3. 몰입유도를 위한 교사의 역할

몰입에 의해서 문제를 풀 때 생각하는 방법은 일반적인 문제를 풀 때와 다르다. 일반적으로 수학 문제를 풀 때는 문제를 보고 풀이 방법이 떠오르면 그대로 풀고 안 떠오르면 좀 생각해보다 포기하고 풀이 해답을 본다. 이런 문제풀이 방식으로는 몰입을 경험하기 어렵다. 그러나 몰입에 의한 문제 풀이 방법은 포기하지 않고 계속해서 풀릴 때까지 그 문제를 풀려고 끈기를 가지고 매달릴 때 이루어진다. 이 때 중요한 점이 생각하는 방법이다. 오래도록 생각을 해야 되기 때문에 스트레스를 받거나 생각하는 것이 힘이 들면 지쳐서 문제 풀기를 포기하게 된다. 오래 생각하기 위해서는 명상을 하듯이 천천히 생각을 해야 한다. 일반적으로 학생들은 수학 문제를 빨리 풀어야 된다는 생각을 갖고 있다. 그래서 생각하는 방법을

명상을 하듯이 장기적으로 천천히 사고(long-term slow thinking)할 수 있도록 교사는 계속해서 격려하여야 한다.

배우지 않은 내용을 학생 스스로 생각해서 푸는 경험은 참가 학생들이 처음 겪는 경험이었다. 이러한 이유로 학생들은 어떠한 방향으로 어떻게 생각하는지가 서툴러서 교사들이 올바르게 생각할 수 있도록 도와주는 안내자 역할은 해야 한다. 3일 동안 교사들이 가장 주의할 사항은 3일간 한 문제를 푸는 것은 매우 힘들기 때문에 학생들이 포기하지 않고 스트레스를 받지 않도록 계속 격려를 하고 용기를 북돋아 주는 것이다. 그리고 학생들이 조그마한 진전을 하면 칭찬을 해주어서 계속해서 생각을 할 수 있도록 도와주어야 한다.

4. 자료수집 및 분석

본 연구는 연구자는 참여자인 동시에 관찰자의 입장으로 학생들의 몰입의 과정을 도왔다. 관찰자로서의 중요한 역할은 몰입을 하는 학생들이 나타내는 행동을 묘사하는 것이다. 이는 독자들로 하여금 학생의 몰입의 과정을 이해할 수 있는 중요한 현장을 제공하는 것이므로 이 관찰 기록지를 중심으로 분석이 이루어졌다. 몰입을 관찰한 3일 동안 전 과정을 비디오로 녹화하였으며 녹화된 내용은 당일에 녹취록으로 보존하였으며 녹취록과 학생이 남긴 기록, 관찰자의 기록으로 이들 세 자료 출처를 고려하여 연구 분석이 이루어졌다.

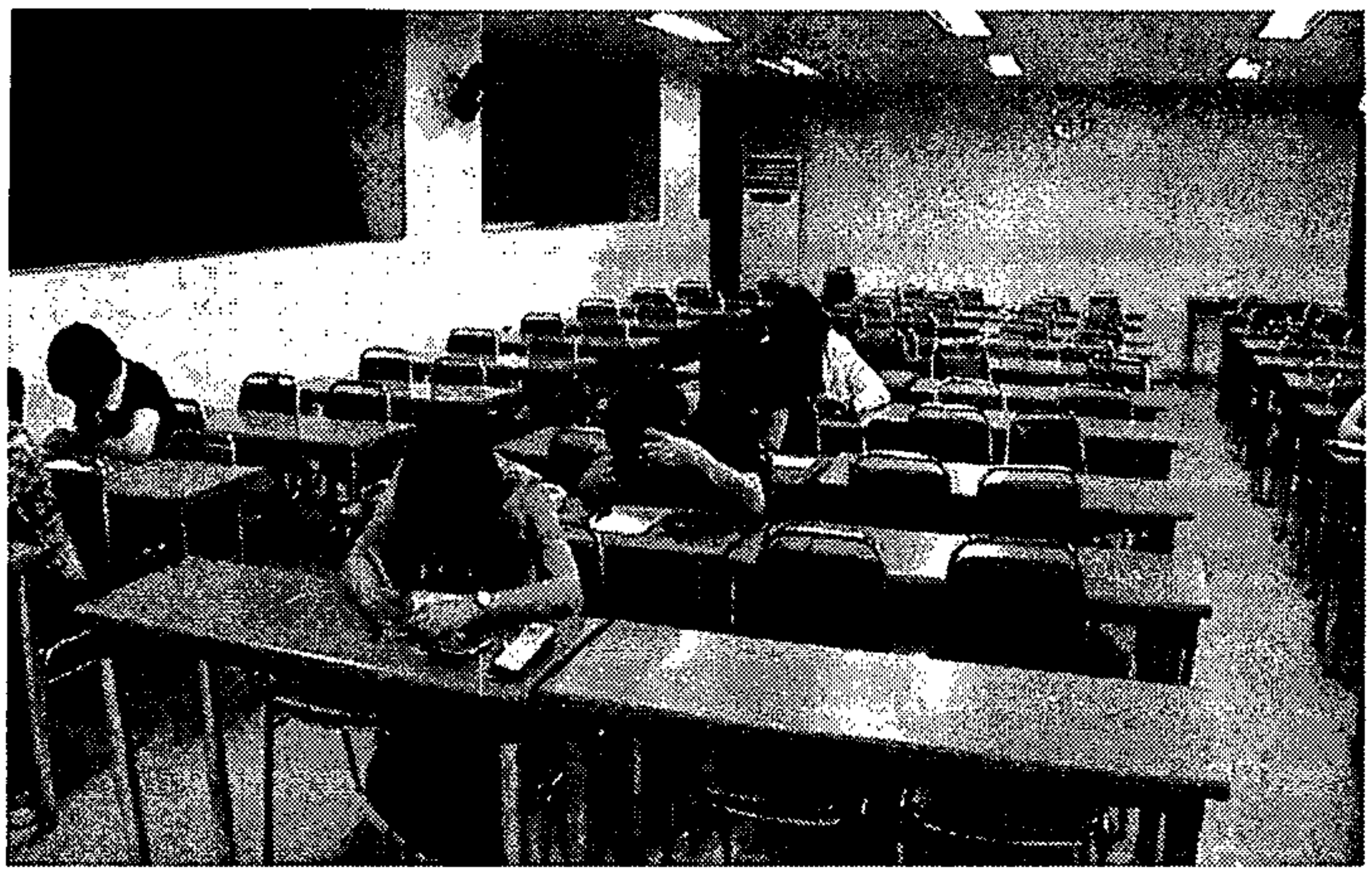
Ⅳ. 연구결과

연구자는 관찰자의 입장으로 연구주제에 대한 해석적, 자연주의적 접근을 통해 학생을 격려하고 꾸준히 자신의 과제를 수행해갈 수 있게 분위기를 조성하였다. 3일간의 몰입을 통해 이들 10명의 학생들의 학습과정은 두 가지로 분류되었다: 힌트없이 자신의 능력으로 문제를 해결하는 학생과 힌트를 통해 실마리를 얻어 그 후 스스로 문제를 해결하는 학생으로 구분되었다. 연구자의 관찰내용은 다음과 같다.

1. 몰입에 의한 미적분 문제해결 과정

1) 몰입에 의한 첫째 날 (2007년 5월 25일 관찰지)

첫째 날은 미분 문제를 제시하고 오후 8시부터 11시까지 3시간 동안 생각만으로 문제를 풀기 시작했다. 학생들은 처음 해보는 시도라 모두 흥미를 갖고 문제를 풀기 위해 노력을 하였다. 대부분의 학생들이 연습장을 펼쳐 놓고 수나 도형을 적으면서 생각을 하기 시작했다. 몇몇 학생은 필기도구를 내려놓고 팔짱을 낀 채 천장을 보거나 정면을 보고 또는 눈을 감고 생각하기도 하였다. 1시간이 지난 오후 9시에는 문제가 안 풀려서 집중력이 떨어지는 학생들이 나타나기 시작했다. 문제를 풀기 위해서는 계속 그 문제에 대해 생각을 해야 하는데 지친 학생들은 생각을 더 하지 못하고 교사에게 질문을 하거나 서로 장난을 치려고 하였다. 교사는 학생들이 스트레스를 받지 않고 편하고 천천히 생각하기를 당부하고 졸리면 참지 말고 자라고 하였다. 몇몇 학생들은 고개를 숙이고 잠을 자는 학생들도 나왔다. [그림 3]은 학생들이 세미나실에서 미분 문제에 몰입하고 있는 모습을 보여주고 있다. 학생들은 3일 동안 계속해서 한 문제만을 풀기위해 몰입을 하였다.



[그림 3] 세미나실에서 미분 문제를 풀기위해 몰입하고 있는 학생

10시 30분경 학생 S1이 푼 것 같다고 손을 들었다. 이 학생은 질문이나 잡담을 하지 않고 계속해서 곰곰이 생각만 하던 학생이었다. 다른 학생이 풀이 과정을 듣지 못하도록 세미나실 밖에서 확인 한 결과 정확하게 풀었음을 확인하였다. 학생 S1이 푼 풀이 과정은 고등학교에서 배우는 미분 풀이 방법과는 다른 방법이었다. 고등학교에서는 접점과 다른 한 점을 선택하고 다른 한 점을 접점에 무한히 접근시키는 방법으로 접선의 기울기를 구하는데 이 학생은 접점의 앞뒤로 두 점을 선택하여 이 두 점이 접점에 무한히 접근하는 방식으로 접선의 기울기를 구했다. 이는 학생이 스스로의 수학적 사고를 통해서 극한의 개념을 떠올려서 미분 문제를 해결했음을 말해준다. 미분 개념을 일반화시키기 위해서 이 학생에게는 $y=x^n$ 그래프 위의 임의의 점 (a, a_n) 에서의 접선의 기울기를 구하는 문제를 내주었는데 얼마 지나지 않아서 $nx^{(n-1)}$을 풀어내었다. 이것은 고등학교에서 배우는 다항 함수의 미분 공식이며 학생 스스로의 능력으로 발견해낸 것이라고 말해주자 놀라워하였다. 이 학생에게는 다음 문제로 $y=x^2$ 그래프에서 x 값이 0부터 2까지 변할 때 그래프의 아랫부분의 넓이를 구하는 적분 문제를 내주었다.

학생 S1이 문제를 풀자 다른 학생들이 경쟁심을 느껴서인지 더욱 초조하고 스트레스를 받는 분위기가 되었다. 문제가 안 풀리자 학생들은 시간이 갈수록 점점 더 힘들어 했고 이 분위기를 견디지 못하고 밖에 나가서 바람을 쐬고 오는 학생도 있었다. 교사는 학생들의 중압감을 덜어주기 위해 다른 사람을 의식하여 조급하게 빨리 풀려는 마음이 생기는 것은 오히려 문제 풀이를 더 어렵게 한다는 것을 거듭 설명해주고 학생들 각자 자신의 문제에만 집중할 것을 당부하였다.

오후 11시에 문제 풀이를 마치고 취침에 들어갔다. 몰입은 지속적인 생각으로 잠자기 직전까지 그 문제만을 생각 하면서 자는 것이 중요한데 대부분의 학생들은 서로 이야기를 나누다 1시 정도에 잠이 들었다. 승부욕이 강한 남학생 2명은 계속 문제를 풀려고 하다가 잠들었다.

2) 몰입에 의한 둘째 날 (2007년 5월 26일 관찰지)

아침 식사 후 세미나실에서 오전 9시부터 11시까지 2시간 동안 전날의 미분 문제를 계속해서 생각에 의해서 풀기 시작했다. 학생들이 전날 늦게 잔 탓에 오전에 세미나실에서 생각할 때는 졸리고 힘들어했다. 잠을 자는 학생도 많았고, 짜증내며 견디기 힘들어하는 학생도 있었다. 이미 문제를 푼 학생이 있다 보니 이로 인해 더 스트레스를 받는 것처럼 보였다. 교사는 학생들이 최대한 스트레스를 받지 않고 편안하게 문제에 대해서 생각하도록 유도했다.

오전 11시부터 오후 5시까지 점심 식사를 하고 야외에서 자신이 생각하기 좋은 장소를 찾아서 혼자서 문제 풀이에 몰입하도록 하였다. 각자 마음에 드는 곳에 앉아 혼자 생각하게 하니 스트레스가 줄어들며 한결 편안하게 생각에 빠져드는 것으로 보였다. 학생들이 점점 생각을 차분하고 느리게 하는 방법을 익혀 나가는 것으로 보였다. 일부 학생은 긴장감이 떨어져 집중하지 않는 모습이 드러나기도 했다. 첫날에 비해 집중력이 더욱 높아진 것으로 보였다. 교사는 한 사람씩 방문하여 생각을 천천히 하는 법을 설명해주고 학생들이 계속해서 문제 풀이에 몰입할 수 있도록 지도를 해주었다. 시간이 지남에 따라서 필기도구를 내려놓고 편한 자세로 눈을 감고 문제를 머릿속으로 생각하는 학생이 늘어났다. [그림 4]에서 학생들이 몰입이 잘 되는 장소를 찾아서 문제 풀이에 몰입하고 있는 모습을 보여주고 있다.

오후 12시경 학생 S6가 문제를 풀었다고 하였다. 확인해본 결과 제대로 문제를 풀었다. 그러나 이 학생은 학원에서 극한의 개념을 배웠다고 하였다. 극한의 개념을 알면 미분 문제를 푸는데 훨씬 수월하였을 것으로 보인다. 그럼에도 불구하고 그 배운 개념을 이용하여 미분 문제를 풀기까지는 오랜 시간을 필요로 했다. 이 학생에게도 앞의 학생과 마찬가지로 $y=x^n$그래프 위의 임의의 점 (a, a_n)에서 접선의 기울기를 구하는 문제를 내주었는데, 2시간 정도 후에 풀어냈다. 자신이 스스로 만든 것이 고등학교에서 배우는 미분 공식이라고 말해주자 매우 신기해하면서 믿기지 않아 했다. 이 학생에게도 앞서와 마찬가지로 적분 문제를 내주었다.

[그림 4] 학생들이 각자 몰입하기 좋은 장소를 찾아서 몰입하는 모습

오후 2시쯤에 학생 S1이 적분 문제를 풀었다고 하였다. 확인한 결과 근사한 답을 얻었으나 정확한 답을 얻지 못하였다. 넓이를 잘게 쪼개는 구분구적법을 생각해 내었지만 이를 무한하게 잘게 쪼개는 법을 생각해 내지 못해서 정확한 답을 구하지 못한 것이었다. 그러나 올바른 방향으로 생각을 잘 하고 있으므로 이 방향으로 계속해서 생각을 하면 풀 수 있을 것이라고 격려를 해주었다.

저녁을 먹은 후에 오후 7시에서 11시까지 세미나실에서 모여서 문제를 풀기 시작했다. 세미나실에 모이니까 학생들은 다시 서로 신경을 쓰기 시작했다. 이들 중 학생 S1과 S6가 문제를 풀었기 때문에 나머지 학생들은 더욱 초조해하였다. 학생들은 크게 세 부류로 나누어졌는데, 우선 문제를 푼 두 학생은 여유롭게 다음 문제를 편하게 생각하였다. 나머지 학생 중 일부 학생은 더욱 자극을 받아 문제를 꼭 풀겠다는 심정으로 계속해서 문제와 씨름을 했다. 그리고 나머지 학생은 포기하거나 짜증을 내기 시작했다.

오후 11시에 문제 풀이를 마치고 취침에 들어갔다. 학생들은 일찍 잠을 자지 않고 떠들며 놀다가 새벽 3시에 잠들었다. 일찍 자리에 들어 생각하면서 조용하게 잠드는 게 중요한데, 통제하기가 힘들었다. 오늘 문제를 푼 학생 S6는 몰입에 의한 문제 해결을 경험해서 그런지는 몰라도 연구자의 지도에 따라 친구들과 어울려 놀지 않고 혼자서 일찍 잠이 들었다.

3) 몰입에 의한 셋째 날 (2007년 5월 27일 관찰지)

아침 식사 후 세미나실에서 오전 9시부터 11시까지 2시간 동안 전날의 미분 문제를 계속해서 생각에 의해서 풀기 시작했다. 학생들의 문제 풀이 과정을 살펴본 결과 일부 학생들이 함수, 평균 속도, 기울기에 관한 기본 개념이 약한 것이 드러나서 다시 복습할 기회를 가졌다. 둘째 날과 마찬가지로 전날 늦게 잠을 자서 학생들이 문제에 집중을 하지 못하고 힘들어 했다. 책상에 엎드려 잠을 자는 학생이 많았다. 점심을 먹고 오후 12시부터 2시까지 문제를 풀었다. 학생들이 정신을 차리고 집중해서 문제를 풀기 시작했으나 해결한 학생은 나오지 않았다. 2시에 첫 번째 힌트를 내주었다. 정확한 값을 구하려고 하지 말고 비슷한 값을 구해도 된다고 하였다. 20분 후에 한 학생이 풀었다고 손을 들었다. 확인한 결과 문제를 풀었다. 더 이상 푸는 학생이 나오지 않자 2시 40분에 두 번째 힌트를 내주었다. 그래프 위의 접점 (2, 8)과 임의의 한 점을 잡아 평균 기울기를 구하고 임의의 점을 접점에 무한이 가까이 갈 때의 평균 기울기를 구해보라고 하였다. 이 힌트를 받고 6명의 학생이 답을 구했다. 한 명의 학생이 답을 구하지 못했는데, 기울기와 함수에 관한 기본 개념이 가장 부족한 학생이었다. 적분 문제가 주어진 학생들은 문제를 풀지 못하였는데 답을 가르쳐주지 않고 이 연구 과정이 끝난 이후에도 스스로 생각에 의해서 풀 것을 당부하였다.

2. 몰입을 통한 학생들의 행동양식의 특징

1) 학생 스스로 미분 문제를 해결

연구 결과 미분을 배우지 않은 중학교 3학년 학생 10명 중 2명이 스스로의 힘으로 미분 문제를 풀었고, 첫 번째 힌트를 받은 다음 한명이 풀었으며 두 번째 힌트를 받고 6명이 풀었다. 이 학생들의 성적이 상위권이지만 장시간의 생각에 의한 몰입은 처음 하는 학생들이다. 처음 몰입을 시도하기 때문에 시행착오도 많이 있었다. 그럼에도 2명이 스스로의 힘으로 미분을 풀 수 있었다. 이는 많은 학생들이 적절한 사고 훈련을 받으면 미분을 배우지 않고

스스로 터득할 수 있음을 시사하고 있다. 또한 상위권의 학생들조차 이런 오랫동안의 생각에 의한 문제 풀이는 처음 해본다고 한다. 즉 국내의 수학교육 현장에서 학생들이 문제를 오랫동안 생각해서 스스로 풀게 하는 교육이 등한시 되고 있는 것이다. 이번 연구 결과는 올바르게 생각을 오래도록 하면 학생들이 스스로 많은 문제를 해결할 수 있음을 보여주고 있다. 미분과 같이 난이도가 높은 문제도 학생들이 스스로 풀 수 있으므로 이보다 난이도가 낮은 문제들은 더욱 많은 학생이 풀 수 있을 것이다. 그럼에도 전통적인 교실 수업은 학생들 스스로 생각에 의해서 풀게 하기 보다는 교사가 풀이 방법을 설명해주고 그 방법을 적용해서 문제를 푸는 방식으로 이루어지고 있다. 미분 역시 교사가 학생들에게 직접 가르쳐주고 있는 것이 일반적이다. 이는 학생이 스스로 미분을 터득할 수 있는 기회를 박탈하고 있는 것과 마찬가지다. Polya는 학습하는 최선의 길은 스스로 발견해 내는 것이라고 주장하였다. 효과적인 학습을 위해서는 가능한 한 생각할 시간을 충분히 주어 학습자 스스로 발견하도록 해야 하며, 교사는 이를 돕는 질문과 권고를 통해 산파역을 해야 한다는 것이다. Moore의 방법에서도 이미 증명되었듯이 학생 스스로 수학 문제를 풀었을 때 학생의 수학적 사고력이 최대한 발달하는 것이다. 본 연구에서 2명의 중학생이 미분 문제를 스스로 해결하였는데, 현행 수학교육에서는 입시에 따른 진도에 얽매여 이처럼 스스로 문제를 해결함으로써 길러지는 수학적 사고력과 자신감 등의 수학적 성향의 향상이 무시되고 있는 점은 안타까운 일이며 앞으로 입시위주의 교육에서 벗어날 수 있는 교육제도가 도입되어 다양한 교육적 효과를 누릴 수 있는 방법들이 활발히 사용될 수 있길 기대해본다. 7차 수학과 교육과정에서 주장하는 수학적 힘을 키우기 위해서도 먼저 학생 스스로 문제를 풀 수 있는 충분한 시간과 기회를 제공해서 몰입을 경험할 수 있게 하고 설명은 그 이후에 해도 늦지 않을 것이다.

2) 스스로 미분 문제를 해결한 학생의 특징

모든 학생들이 생각만으로 문제를 푸는 것이 처음이라 산만한 가운데 이 학생만 질문도 하지 않고 조용하게 문제에만 집중하고 있었다. 몰입 경험자로서 보기에도 생각을 제대로 하고 있는 것으로 보였으며, 이 학생이 맨 처음으로 문제를 풀 것으로 예상했었다. 문제를 내준지 2시간 30분 만에 풀었는데 그 동안 한마디도 안 하고 계속 생각만 했다. 3일 동안 가장 오래도록 집중하는 모습을 보여주었다. 인터뷰를 해본 결과 이 학생은 이전에도 사고력 위주의 생각을 깊게하는 방식으로 공부를 하였다고 했다. 그래서 수학이나 물리와 같이 생각하는 과목을 좋아하고 암기 과목은 잘못해서 전체 성적은 좋지 않다고 하였다. 이 학생에게 2일째 오전 9시에 적분 문제를 내주었는데, 오후 12시에 풀었다고 하였다. 풀이 방식은 삼각형으로 쪼개서 구하였는데 틀린 답이었다. 그 다음에는 더 잘게 쪼개서 풀어서 11/4라는 답을 냈는데 정답인 8/3에 매우 근접한 답이었었다. 구분구적법의 개념까지는 생각을 해내었는데 무한히 나누는 방법까지는 생각을 못하였다. 그러나 올바른 방향으로 생각을 하고 있어서 시간을 더 주면 충분히 적분 문제도 풀 것으로 생각되었다. 이 학생보다 성적이 더 좋은 다른 학생들은 문제를 못 풀고 있는데 유독 이 학생만이 빠르게 문제를 푼 이유는 수학학습 방법의 차이 때문인 것으로 보인다. 인터뷰 결과 다른 학생들은 문제가 풀리지 않으면 바로 풀이를 보고 익히는 방법으로 수학학습을 하였다. 그러나 이 학생은 문제가 안 풀리는 경우에 바로 풀이를 보지 않고 오래도록 생각해서 스스로 해결하는 방식으로 수학학습을 하였다고 한다. 따라서 이 학생이 머리가 좋기 때문에 문제해결에 성공한 것이 아니라 그동안의 오래도록 생각하는 사고력 위주의 학습방법에 의해 수학적 사고력이 발달하여 문

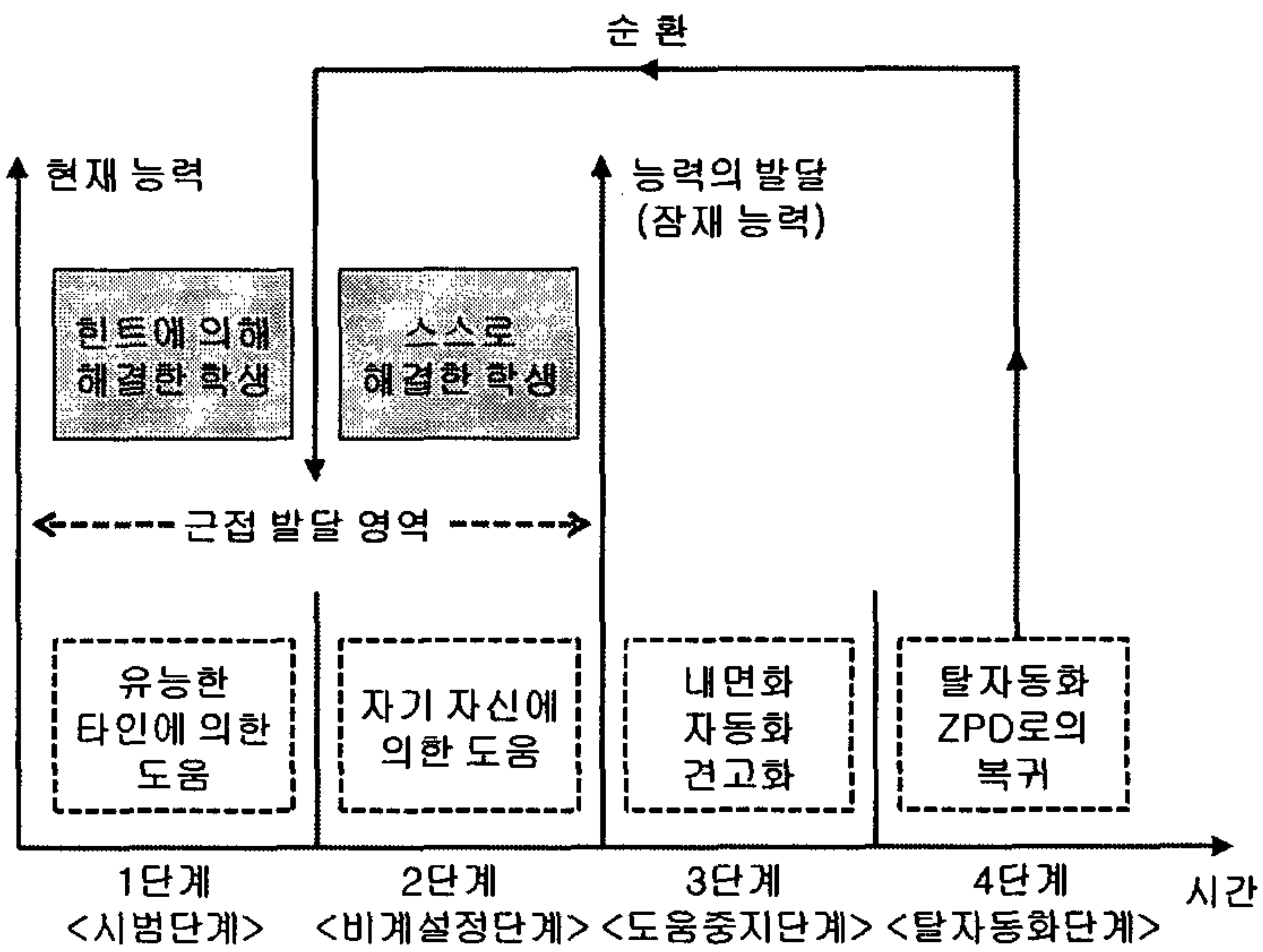
제해결에 성공한 것이다. 이 학생처럼 생각에 의해 문제를 해결하는 몰입을 경험하면 사고력이 발달하여 문제를 잘 풀 수 있게 되는 것이다. 즉 혼자 힘으로 문제를 푸는 연습을 많이 해야만 수학적 문제해결력이 상승한다는 것을 잘 보여주고 있는 것이다. 어떤 학습의 경험을 하느냐에 따라 사고력이 점점 발달할 수도 전혀 발달하지 않을 수도 있다. 본 연구에서 보여주었듯이 학생이 스스로 생각하는 시간을 많이 갖게 하는 교육이 몰입적 사고력을 발달시키는데 도움을 준다는 것을 알 수 있다.

3) 힌트를 받고 미분 문제를 해결한 학생

7명의 학생은 셋째 날 힌트를 받고 미분 문제를 해결하였다. 가장 이상적인 교육은 학생이 스스로 문제를 해결하는 경험을 하는 것이다. 그러나 실제 교육현장에서는 학생들의 수준에 차이가 있기 때문에 학생들의 문제를 해결하는 속도에 차이가 나게 된다. 수업 진도를 나가기 위해서는 어느 선에서 학생들의 생각하는 시간을 중단시키고 설명을 해주어야만 한다. 본 연구에서도 학생들에게 생각할 시간을 3일간 주었으며, 학생들간의 사고력 차이로 인해서 스스로 문제를 해결한 학생과 힌트를 통해 해결하는 학생들로 나뉘어졌다. 그러나 여기서 주목해야 되는 점은 문제를 해결하지 못한 학생들의 3일간의 몰입과정이 학생들에게 아무런 소득도 주지 못했는가? 하는 점이다. 뒤에서 자세히 설명하겠지만 이 학생들은 스스로 문제를 해결하지 못했음에도 3일간 문제를 풀기위해 몰입하는 과정에서 수학적 사고력이 가장 발달하는 경험을 하였다. 중요한 점은 문제를 해결하느냐 하지 못하느냐는 가시적인 성과보다는 문제를 해결하기 위해 자신의 능력에서 수학적 사고력을 얼마나 발휘하는 의미있는 시간을 보냈느냐이다. 본 과정의 모든 학생들은 3일간 자신의 수학적 능력을 최대한 발휘하는 시간을 가진 것이다. 그래서 문제를 풀지 못했더라도 각자의 학생들의 수준에서 수학적 사고력이 발달한 것이라 할 수 있다. 진도를 맞추기 위해서는 이런 학습들을 위해 어느 선에서 설명을 해주어야 한다. 이때 바로 문제의 답을 설명해주는 방법보다는 Vygotsky의 상호작용에 의한 근접발달영역 관점에서 접근하는 것이 학생들의 사고력 향상에 효율적이다. [그림 5]는 인지적 수행능력의 진전발달과정에서의 학생들의 근접발달영역(ZPD)을 보여주고 있다. 학생들의 사고력 수준에 따라 주어진 문제의 근접발달영역을 스스로 탐구해나갈 수도 있고 교사 또는 학생과의 상호작용이 필요한 경우도 있다.

본 연구에서도 스스로 해결하지 못한 학생들은 교사와의 상호작용을 통하여 근접발달영역을 탐구해나가는 학습 방법을 적용하였다. 즉 바로 설명을 해주는 것이 아니라 교사가 힌트를 제공하여 문제의 난이도를 조금씩 쉽게 만들어 주는 것이다. 셋째 날 문제를 해결하지 못한 학생들에게 첫 번째 힌트를 제공해서 문제의 난이도를 조금 낮추어주었다. 이 힌트를 받고 한 학생이 문제를 해결하였다. 힌트를 받았지만 그 학생의 입장에서는 나머지 부분은 자신의 능력으로 해결한 것이다. 두 번째 힌트를 통해서 문제의 난이도는 더욱 쉬워졌다. 이를 통해 6명이 문제를 해결하였다. 마찬가지로 이들도 일정 부분은 자신의 능력으로 문제를 해결한 것이다. 이처럼 힌트를 점차적으로 제공하여 학생들이 각자의 수준에서 문제를 해결하는 경험을 할 수 있다. 이는 교사와 학생간의 상호작용을 통한 학생의 근접발달영역에 맞게 문제를 해결해 나가는 과정으로 볼 수 있다. 때에 따라서는 학생들간의 문제에 관한 토론을 하도록 하는 것도 한 방법이다. 그 과정을 통해서 학생들은 지식의 내면화를 꾀하고 이를 자동화함으로써 학생들의 수학적 사고력이 강화될 수 있기 때문이다. 여기서 강조할 부분은 이러한 상호작용 이전에 학생들 개개인이 스스로 생각하는 시간을 충분히 갖는 것이 중요하다는 것이며 이 때 얻어진 경험은 수학에 대한 성취감과 자신감으로 그 이후 학습에

영향을 주는 귀중한 경험이 될 것이기 때문이다.



[그림 5] Gallimore &Tharp(1990)에서 본 연구에 참여한 학생들의 ZPD(색칠한 부분)

3. 몰입을 통한 학생들의 학습태도의 특징

1) 수학적 성취감

자신의 능력으로는 도저히 못 풀 것 같은 문제를 풀었을 때의 성취감은 이루 말할 수 없을 것이다. 이번 연구를 통해서 학생들은 이러한 성취감을 맛보았다고 토로하였다. 문제를 풀었을 때 기분을 물어보았을 때 학생들의 대답이었다.

[발췌문1]
R1(연구자) : 문제를 풀었어요. 지금 기분이 어때요?
S11 : 너무 좋아요.
S21 : 기분요? 지금 굉장히 좋아요.
S41 : 너무 좋죠. 성취감도 있고, 3일 만에 풀었으니까 노력도 많이 하고 좋죠.
S51 : 기분 좋죠. 3일 동안 고생했는데, 한 순간에 이렇게 딱 풀리니까..
S61 : 되게 뿌듯했어요. 어제는 하루 종일 생각해도 안 풀려서 힘들었는데, 오늘 금새 풀리니까 되게 뿌듯했어요.
S71 : 기분 좋죠. 풀었으니까 좋아요.
S81 : 되게 오랫동안 고민한 것을 푸니까 기분은 좋은데, 다 알고 나니 너무 간단한 거라서 허탈해요. 그래도 뿌듯해요.

위와 같이 학생들은 스스로 문제를 풀었을 때의 성취감을 느끼고 기뻐하였다. 문제를 답이나 풀이를 보고 풀면 이러한 성취감을 절대 맛 볼 수 없다. 단지 의무감에 의해서 수동적

으로 수학 문제를 푸는 것이다. 학생들이 스스로 문제를 풀 때만 성취감을 느낄 수 있다. 문제를 몰입을 통해서 스스로 푸는 경험을 많이 하면 할수록 성취감은 더욱 커져서 학생은 이 기분 좋은 감정에 이끌려서 문제 풀이를 능동적으로 할 수 있게 된다. 여기서 재밌는 점은 힌트를 받아서 푼 학생들도 스스로의 능력으로 풀었다고 생각한다는 점이다. 즉 학생들이 충분하게 생각할 시간을 가지고 문제를 풀게 하고, 풀지 못한 학생들에게는 힌트를 주어서 풀게 할 수가 있다. 이런 경우 힌트를 받고 푼 학생도 정말로 혼자 푼 학생과 같은 정도의 성취감을 맛보게 된다. 따라서 교사의 적절한 지도와 힌트 제시를 통해서 상당수 학생들에게 스스로 문제를 푸는 성취감을 맛볼 수 있게 할 수 있는 것이다. 이러한 성취감은 곧 수학하는 의미로 연결이 될 수 있기 때문에 매우 중요한 과정이다. 수학에 대한 선호도가 학년이 올라감에 따라 낮아지는 국내 수학교육현장에서 선호도를 끌어올리는 방법은 학생들에게 수학하는 의미를 경험하게 하는 방법 밖에는 없을 것이다.

2) 자기주도적 학습

학생들은 3일간 한 문제를 몰입해서 오래도록 생각하는 경험을 해보니 그 과정에서 자신의 수학실력이 발전하는 것을 스스로 실감한다고 말하고 있다.

[발췌문2]

R2 : 3일 동안 한 문제만 가지고 고민했었는데 어땠어요?

S22 : 처음 할 때는 되게 답답했었는데, 계속하니까 답답했던 것도 사라지고, 뭐랄까... 자기 스스로도, 말씀 해주신대로 나 스스로도 많이 발전한 걸 느낄 수 있는 것 같아요.

R3 : 힘들지 않았어요?

S23 : 힘은 들었는데, 정말 좋은 경험이었던 것 같아요. 이렇게 배우지도 않은 것을 이렇게 스스로 노력해서 풀었다는 것 자체가 뭐랄까 뿌듯해요.

R4 : 문제를 풀 때 모르면 해답을 보는 것과 이렇게 오랜 시간 노력해서 푸는 것이 무슨 차이가 있는 것 같아요?

S42: 해답을 보고 풀면, 모르면 또 해답을 보고 계속 그러는데 그래도 계속 모르는 거 같아요. 그런데 자기가 마음먹고 누가 이기나 한번 해보자 하고 스스로 풀면 자기가 자기 손으로 푼 거니까 기억에 오래 남고 진짜 평생 안 잊을 것 같아요.

R5 : 보통 공부할 때는 이렇게 오래 생각하나요?

S82: 아니요. 바로 답이나 풀이를 보고 공부해요.

R6 : 이렇게 오래 생각해서 풀어보니 도움이 되는 거 같아요?

S83:네

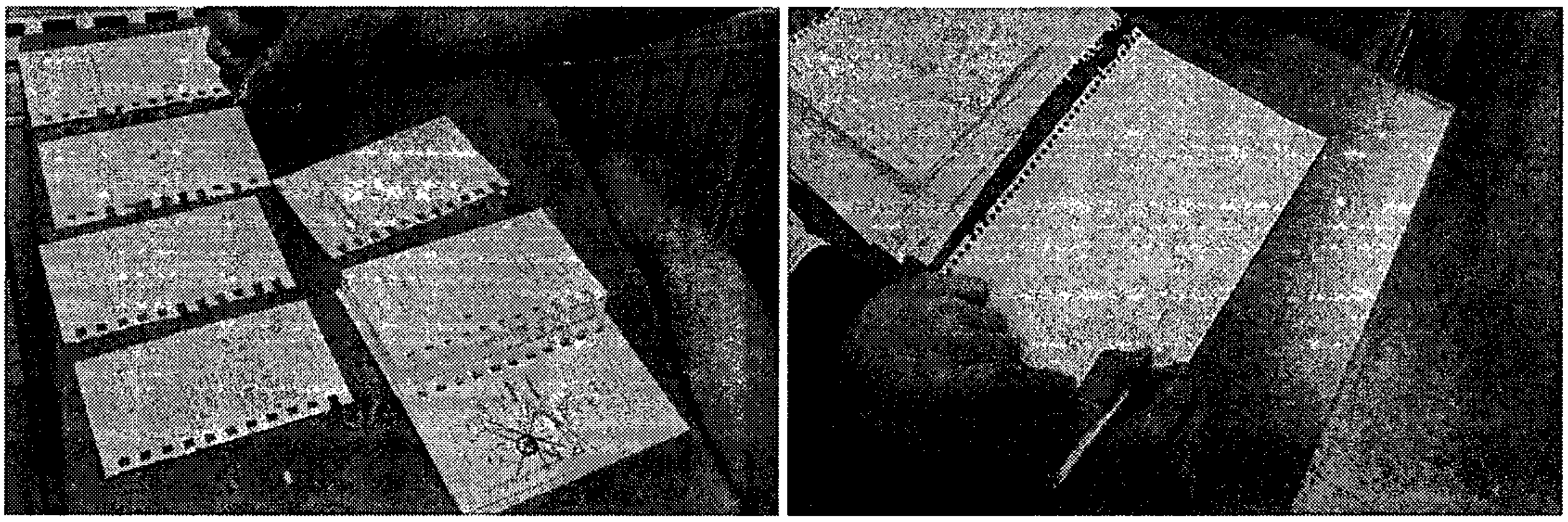
R7 : 어떤 면에서요?

S84: 내가 계속 새로운 생각을 해야 되니까, 단련이 되는 것 같아요.

R8 : 3일 동안 조용히 계속 문제랑 씨름했는데, 마지막에 힌트를 받고 풀어서 좀 속상하지 않았나요?

S52: 그렇지 않았어요. 제가 뭐 얼만큼 열심히 하느냐에 따라서 노력하느냐에 따라서 그렇게 자기가 성장하는 게 중요하니까 그만큼 제가 노력한 게 중요하니까요.

한 문제를 이렇게 오랜 시간 생각해보기는 모든 학생이 처음해보는 것이었다. 그런데 모두들 이렇게 수학 공부를 해보니 자신의 실력이 느는 것을 실감한다고 말하고 있다. 기존의 해답을 보고 이해하는 방법보다 스스로 생각해서 풀어보니 명확하게 스스로 생각해서 풀 때 자신이 사고를 많이 한다는 것을 느끼는 것이다. 이렇게 생각을 계속 하면 수학적 발견을 위한 자신의 수학적 사고력이 다각도로 발휘하게 되고 그것을 스스로 자각하는 것이다. 따라서 학생들에게 이렇게 스스로의 생각에 의해서 문제를 푸는 경험을 많이 하게 되면 학생 스스로도 어떤 학습 방법이 자신의 사고력을 발달시키는지를 저절로 깨닫게 되는 것이다. 학생 S6는 이틀째 문제를 해결하였는데, 문제를 해결하고 나서 자세가 많이 달라졌다. 이전에는 자신이 배우지 않은 문제를 스스로 풀 수 있다고 생각하지 못했다. 그러나 자신이 직접 경험을 하자 이제는 스스로 풀 수 있다는 것을 믿게 된 것으로 보인다. 그래서 다음 문제를 내주자 더욱 진지하게 그 문제에 오래도록 집중하는 모습을 보여주었다. 몰입적 사고를 통해서 자신의 수학적 능력을 믿고 수학을 스스로 하는 자기주도적 방법을 깨닫게 된 것이다. [그림 6]은 학생들이 문제를 풀기위해 여러 가지 방법들을 생각해내고 그것을 적은 노트를 보여주고 있다. 3일동안 학생들은 자신의 수학적 능력을 총 동원하여 문제를 공략하였다. 그 과정에서 여러 전략이 떠올랐을 것이고 그것들 노트에 적으면서 검증하였다. 학생들이 자신의 수학적 능력을 최대한 발휘하고 있다는 것을 잘 보여주고 있다.



[그림 6] 문제를 해결하기 위해 수학적 생각들을 노트에 적은 모습

3) 수학자와 같은 수학적 사고 경험

모르는 문제를 생각에 의해서 풀기 위해 학생은 계속해서 새로운 방법을 모색한다. 이 과정에서 수학적인 사고력이 계속해서 발달하게 된다. 처음으로 새로운 증명을 발견한 수학자와 같은 방식으로 수학적인 사고를 하고 있는 것이다. 이를 통해 몰입에 의한 수학적인 사고를 배우게 된다. 이는 설명을 들어서 이해하는 학습 방법으로는 절대 경험할 수 없는 것이다. 본 연구에서도 학생 S4는 이러한 경험을 이야기 하고 있다.

[발췌문3]

R9 : 이런 풀이는 수학이 아니라고 그랬는데 왜 그렇게 생각하죠?

S43 : 제가 생각하는 수학은 정말 논리적으로 딱딱 나오고 그래야 되는데 이것은 진짜 거의 근사치로 구하는 것 같아서 신기하기도 하고 황당하기도 하고...

R10 : 신기한 것 보다 황당한 표정인데요?

S44 : 사실 좀 황당한 느낌이에요, 진짜 이런 거면 첫날에 푸는 것도 무리가 아니었을 것 같은 생각도 들고...너무 어렵게 생각했던 것 같아요... 솔직히 말해서 고정관념을 깨면서 수학을 풀어야 되겠다는 걸 깨달았어요.

학생 S4는 힌트를 받고 문제를 푼 다음 어리둥절해 했다. 그 이유는 지금까지 자신이 생각한 수학과는 전혀 다른 수학을 보았기 때문이다. 자신이 알고 있는 수학으로는 아무리 생각해도 떠오르지 않는 새로운-학생의 말 그대로 고정 관념을 깨는-수학을 본 것이다. 만약 이 학생에게 바로 미분을 설명해주었다면 이러한 새로운 개념의 수학이라는 느낌을 받았을 것인가? 분명 아무런 비판 없이 받아들였을 것이다. 그러나 오랜 기간 그 문제를 생각을 하고 나서 풀이를 알게 되자 그것이 기존의 수학과는 다른 수학이라는 것을 스스로 느낀 것이다. 이는 음수의 개념, 무리수의 개념, 허수의 개념을 배울 때도 마찬가지로 적용이 될 것이다. 현재 교육은 음수, 무리수, 허수도 설명을 통해 가르친다. 학생들은 아무런 비판 없이 개념을 받아들여야 한다. 그러나 음수의 개념은 수학자들 사이에서도 정립이 되기까지 수세기가 걸렸다. 이를 학생들이 아무런 의문 없이 받아들이게 하는 현재의 교육 제도는 학생이 수학적인 사고를 경험하지 못하게 하는 것과 같다. 그렇기 때문에 이 학생도 본 연구를 통해서 처음으로 이러한 수학적인 사고를 접했기 때문에 이렇게 황당하다고 말하는 것이다. 만약 이 학생이 음수의 개념을 이러한 수학적인 사고를 통해 알게 되었다면 자신의 직관을 넘어서는 새로운 수학이 존재할 수 있다는 것을 알게 되어 미분이라는 새로운 수학을 접하게 되어도 당황하지 않고 수용하기가 쉬웠을 수도 있다. 이 학생은 이번 기회를 통해서 고정관념에 의존하지 않고 새로운 수학적인 사고를 수용하는 경험을 처음으로 하게 된 것이다. 이렇듯 학생 스스로 생각에 의해 문제를 해결하는 활동은 수학자가 새로운 수학적 사실을 발견할 때와 같은 수학적인 사고를 경험할 수 있게 해준다.

4. 몰입에서 방해 요소

3일간 학생들의 문제의 몰입에 있어서 가장 방해가 되는 요인은 옆의 친구들이었다. 사람은 옆에 누군가가 있으면 생각의 일정 부분이 그 사람을 의식하고 있어서 온전히 모든 생각을 문제에만 몰입 할 수 없는 것 같다. 교실에서 10명의 학생이 모여서 생각을 해야 했고 앞에서 연구자와 녹화 카메라가 학생들을 지켜보고 있는 상황에서는 문제에 집중하기가 더욱 어려웠을 것이다. 더욱이 학생들 서로 간에 경쟁 심리가 작용하기 때문에 한 학생이 풀면 나머지 학생들은 더욱 스트레스를 받았다. 2일째 야외에서 학생 각자가 원하는 장소에서 혼자서 생각하게 하자 주위에 대한 신경과 스트레스가 사라져 학생들이 편하게 문제만 생각하는 상태가 되었다. 본 연구 결과 문제에 몰입하기 위해서는 혼자만의 공간에서 가장 효율적인 것으로 나타났다.

또한 이번 연구에 참여한 학생들은 몰입적 사고를 처음 하는 학생들이었다. 그럼에도 불구하고 2명이나 미분 문제를 해결한 것은 몰입적 사고가 학생들의 문제 해결에 얼마나 강력한 도구가 되는지를 보여주고 있다. 이번 연구는 3일 동안 진행되었기 때문에 학생들이 많은 부담을 갖고 몰입적 사고를 하였다고 볼 수 있다. 몰입적 사고 훈련을 실제 적용할 때는 충분한 시간이 허락되는 방학 중에 일주일 또는 한 달의 충분한 시간을 갖고 부모나 교사의 안내에 따라 학생들이 스트레스를 받지 않고 편하게 생각할 수 있는 환경에서는 많은 학생들이 몰입적 사고의 성과를 경험할 수 있을 것으로 보인다.

5. 몰입적 사고를 유도하는 교사의 역할

본 연구에서 제시한 학생 스스로 문제를 풀게 하는 몰입적 사고과정에서 교사의 역할은 미비할 것으로 생각되기 쉬우나 본 연구를 진행하면서 교사의 역할이 매우 중요함을 알게 되었다. 본 연구를 통해 교사의 역할을 다음 4가지로 요약해볼 수 있다.

첫째, 교사는 학생들의 수준을 정확히 파악하여 학생에게 적합한 난이도의 문제를 내줄 수 있어야 한다. 그리고 학생이 스스로 문제를 푸는 과정에서 다양한 질문들을 하게 되는데 이에 대한 적절한 질문으로 학생이 계속해서 문제를 풀 수 있도록 도와 줄 수 있어야 한다. 그러기 위해서는 교사 또한 몰입적 사고의 경험이 있는 경우 학생을 적절히 돕는데 대처할 수 있고 학생들의 사고 수준을 파악하여 지도가 가능하기 때문이다. 이에 대해서 Polya는 교사가 어떻게 가르치느냐 하는 것이 무엇을 가르치느냐 하는 것보다 중요하다고 하였다. 교사 스스로 문제를 직접 해결하고 풀이를 분석해 봄으로써, 문제가 어떻게 해결되며 학생의 문제해결 활동을 어떻게 안내하고 도와줄 것인가에 대한 통찰을 얻을 수 있다. 학생은 스스로 문제를 푸는 동안 다양한 수학적인 사고를 경험한다. 이를 교사 또한 먼저 경험을 해야만 학생들을 지도 할 수 있는 것이다.

둘째, 교사는 학생들이 문제를 해결하는 과정에는 오랜 시간문제를 생각할 수 있도록 격려와 자극을 주어야 한다. 본 연구에서 나타났듯이 학생들은 경쟁 심리가 작용하여 문제가 안 풀리면 스트레스를 받고 심해지면 포기하는 것이 낫다고 생각할 수도 있다. 이 때 교사는 학생들에게 올바르게 생각하는 방법을 반복적으로 주지시켜서 학생이 스트레스를 받지 않고 생각할 수 있도록 도와주어야 한다.

셋째, 학생들이 푸는 문제와 생각하는 문제해결의 가치를 학생들에게 설명해주어서 학생들이 이러한 학습 방법이 가장 사고력이 향상되는 학습 방법임을 납득시킬 수 있어야 한다. 예를 들어 본 연구에서는 미분 문제는 그리스 시대부터 사람들이 탐구했던 문제로 뉴턴이 최초로 정립을 하였고 학생들은 지금 이 문제를 도전하고 있는 것이고 이를 풀면 뉴턴이 했던 과정을 똑같이 따라서 하는 거라는 동기 부여를 해주었다. 그리고 그 만큼 중요하면서 어려운 문제이므로 안 풀린다고 낙담하거나 스트레스를 받을 필요가 없고 몇날 며칠을 생각해도 가치 있는 문제이므로 편하게 생각할 것을 납득시켰을 때 학생들은 적극적으로 참여하였다.

넷째, 학생이 문제를 해결하였을 때는 충분히 칭찬을 해주어서 학생의 성취감을 최고로 끌어올려 줄 수 있어야 한다. 본 연구에서는 문제를 푼 학생에게 학생 스스로 미분 개념을 뉴턴과 같이 생각해낸 것이다는 점을 주지시키고 학생이 문제를 풀었다는 것에 큰 자부심을 느낄 수 있도록 격려를 해주었다. 그럴 경우 학생은 더욱 스스로 문제를 푸는 행위에 만족감을 느껴 다음 번 새로운 문제를 접해도 해답을 보지 않고 스스로 풀려는 욕구가 강해짐을 알 수 있었다.

V. 결 론

일반적으로 수학교육의 문제해결에서 Csikszentmihalyi가 언급했던 우리 의식에서 몰입에 영향을 주는 요소 즉, 감정, 목표, 사고 중에 목표는 문제해결로써 확실하고, 사고를 이끌어

가는 과정 또한 상세히 설명 가능하지만 반엔트로피 상태의 감정을 형성할 수 있는 환경조성은 언급되지 않고 다만 학생의 신념체제에 의해 조정될 수 있음(Schoenfeld, 1985)을 암시한다. 대부분의 연구에서 학생의 수학의 기초지식의 습득과 함께 반엔트로피 상태의 감정을 언급하지 않는 것으로 보아 학생의 이런 요소들이 이미 준비되어있다고 가정하는 것으로 보인다. 우리는 몰입적 사고를 요하는 문제해결에서 문제를 해결하는 목표를 세우고 이때, 인지적 영역의 사고발달과 정의적 영역의 감정을 격려하는 조화가 필요하며 이를 위해 사려깊은 교사의 교실환경 구성과 가정에서 부모의 이해와 격려가 중요하다는 것을 알 수 있다. 본 연구의 목적은 학생들이 장기간의 몰입적인 사고를 통하여 미적분을 배우지 않고 스스로 터득할 수 있다는 것을 입증하려는 것이었다. 연구 결과 10명의 학생 중 2명의 학생이 스스로 미분 문제를 해결하였다. 나머지 학생 중 7명은 힌트를 주자 쉽게 해결하였다. 이 학생들은 이번 연구를 통해서 장기간의 몰입적인 사고를 처음 시도해본 학생들이었다. 그럼에도 불구하고 2명이나 몰입적인 사고를 통하여 미분 문제를 스스로 해결할 수 있었고 후속적으로 제시된 넓이를 구하는 적분문제에서도 어느 정도 타당한 시도가 이루어졌다. 미적분 문제는 극한의 개념을 도입해야 하는, 기존의 수학지식의 틀을 변화해야만 생각해 낼 수 있는 매우 어려운 문제이다. 현재 수학교육에서는 이처럼 어려운 개념은 학생들이 스스로 터득하기는 어렵다고 보고 주입식으로 설명해주고 있다. 그러나 본 연구결과에서 보였듯이 몰입적인 사고를 통하여 학생들이 스스로 미분 문제를 해결할 수 있었다. 학생들에게 스스로 풀 기회를 주지 않고 학생들 혼자 힘으로 해결할 수 없다고 가정하고 바로 미분을 가르쳐주는 것은 학생들이 스스로 터득할 수 있는 기회를 박탈하고 있는 것이다. 본 연구 결과는 몰입적인 사고를 도입함으로써 교실에서 학생들 스스로 문제를 해결하는 교수법의 개발에 하나의 가능성을 제시하였다고 볼 수 있다.

특히 주목할 점은 미분 문제를 2시간 30분 만에 해결한 학생의 특징이다. 성적이 비슷한 다른 학생들은 모두 문제 해결의 실마리를 잡지 못하고 어려워하고 있을 때 이 학생은 매우 빠르게 문제를 해결하였다. 인터뷰 결과 이 학생과 다른 학생의 가장 큰 차이점은 공부 방법에 있었다. 이 학생은 이전부터 본 연구에서 제안하는 오랜 시간의 몰입적인 사고와 유사한 방법, 즉 한 문제를 끈질기게 오래도록 생각하는 방법으로 공부하였다고 한다. 반면에 다른 학생들은 수학 공부를 풀이방법이 떠오르지 않으면 바로 해답을 보는 방식으로 공부 하였다고 한다. 이는 뛰어난 수학적 사고력을 보여준 학생이 선천적으로 머리가 좋아서라기보다는 생각 위주의 공부 방법을 꾸준히 실천한 결과임을 알 수 있었다. 이 때 좀 더 효과적인 몰입의 진행과정을 격려해주어 성취감을 맛볼 수 있는 경험을 자주하게 된다면 이들 학생의 수학적 사고력은 꾸준히 발달하고 더 나아가 미래를 이끌어갈 우수한 인재로 성장하는데 튼튼한 기초가 될 것으로 기대된다.

또한, 난이도가 너무 높아 몰입적 사고에 어려움이 따를 때는 이런 학생들의 근접발달 영역을 파악하고 실마리를 제공해줌으로써 자신의 잠재적 능력을 현재 능력으로 이끌어갈 수 있는 기회를 가질 수 있게 돕는다면 몰입적 사고로의 가능성을 경험할 수 있을 것으로 보인다. 본 연구가 소수에 의한 사례연구일지라도 본 연구가 주는 시사점은 몰입적인 사고를 꾸준히 실천하면 많은 학생들이 이들 학생과 같은 우수한 수학적 사고력을 가질 수 있는 가능성을 제시한 것이며 후속연구에서 이런 성공적인 학습방법이 수학의 여러 영역에서뿐만 아니라 다른 교과에서도 시도된다면 몰입적 사고의 활성화를 통해 학생의 사고력 향상을 예측할 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

고상숙 (2008). 수학교육에서 몰입(flow)에 대한 가능성의 탐색. 수학교육논문집, 22(1), 1-11.

우정호 (2000). 수학 학습-지도 원리와 방법, 서울대학교 출판부.

최인수 (2007). ESM 그리고 Flow. 2007 Csikszentmihalyi 박사 초정 강연회. 한국심리상담연구소.

한순미(1999). 비고츠키와 교육. 서울: 교우과학사.

황농문(2007a). 특별한 몰입체험. 2007 Csikszentmihalyi 박사 초정 강연회. 한국심리상담연구소.

황농문 (2007b). 인생을 바꾸는 자기혁명 - 몰입, 랜덤 하우스.

Csikszentmihalyi, M. (1997). The Psychology of Optimal Experience, IL: Chicago Harpercollins Publisher.

Csikszentmihalyi, M. (2007). Finding flow. 몰입의 즐거움(이희재 역). 서울: 해냄출판사. (원서 1997년 출판).

Bourbaki, N.,(1950) The Acrchitecture of Mathematics: The Americal Mathematical Monthly

Denzin, N., & Lincoln, Y. (Eds.). (1994).Handbook of qualitative research. ThousandOaks, CA: Sage.

Gallimore, R., &Tharp, R. (1990). Teaching mind in society: teaching, schooling, and literate discourse. In L. C. Moll (Ed.), Vygotsky and education: Instructional Implications and applications of sociohistorical psychology(pp.175-205). Cambridge University Press.

Lakatos, I. (1991). The Logic of Mathematical Discovery, 수학적 발견의 논리 (우정호 역), 민음사(원본 1978년 출판).

Polya, G. (1986). How To Solve it? 어떻게 문제를 풀 것인가?(우정호 역).서울: (주)천재교육(원본 1957년 출판).

Schoenfeld, A. H (2002) Mathematical Problem Solving, 대한수학교육학회, 2002년도 동계 집중세미나 제36회,(원본 1985년 출판).

Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The Development of Higher Psychological Processes. Cambridge ,MA : Harvard University Press.

미적분 문제해결 과정에서 수학적 사고력 향상을 위한 몰입적 사고의 적용

Application of Long-term Slow Thinking(Flow) to Improve Mathematical Thinking Ability in the Process of Solving a Basic Calculus Problem

Lee, Dong-Kwon[8] · Choi-Koh, Sang-Sook[9] · Hwang, Nong-Moon[10]

Abstract

The discovery method is known to be the most effective in improving students' mathematical thinking. Recently, the long-term slow thinking(LST) is suggested as a possible method to implement the discovery method into the real classroom. In this concept, we examined whether students can solve such a problem, as appears to be beyond their ability, by themselves(LST) or not. 10 middle school students of the ninth grade were selected for the study, who had no previous experience on the infinite concept of calculus of the high school course. They had tried to solve a problem about the calculus by their LST for three days. Two of students solved the problem by themselves and seven of students solved it with help of hints. This result shows that if students are given the opportunity of LST for rather difficult mathematical problem with appropriate guidance of a teacher, they might solve it by themselves. That is, LST could be a possible method for implementation of the discovery method.

Key Words : Long-term slow thinking(LST), Flow, Discovery learning, ZPD, Differential, Qualitative method

8) Seoul National University (leedonk@snu.ac.kr)
9) Dankook University (sangch@dankook.ac.kr)
10) Seoul National University (nmhwang@snu.ac.kr)