

뉴트럴 타입 시간 지연을 갖는 네트워크 기반 시스템의 샘플치 퍼지 제어기 설계

Sampled-data Fuzzy Controller for Network-based Systems with Neutral Type Delays

주영훈

Young Hoon Joo

군산대학교 전자정보공학부

요 약

본 논문은 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 기반 시스템의 안정도 분석 및 샘플치 퍼지 제어기 설계 방법에 관하여 논의한다. 먼저 대상이 되는 비선형 네트워크 시스템을 T-S (Takagi-Sugeno) 퍼지 모델로 표현한다. 제안하는 샘플치 퍼지 제어기를 모델링하는 퍼지 규칙과 같은 멤버쉽 함수를 가지게 설계한다. Lyapunov-Krasovskii의 안정화 이론을 도입하여 이를 바탕으로 뉴트럴 형태의 시간 지연을 갖는 T-S 퍼지 시스템의 안정도를 판별한다. T-S 퍼지 시스템의 안정도 조건을 제시하고 선형 행렬 부등식의 형태로 표현한다. 제안된 선형 행렬 부등식의 해를 통하여 샘플치 퍼지 제어기의 이득 값을 설계한다. 마지막으로, 본 논문에서 제안한 방법의 적용 가능성과 일반성을 평가하기 위하여 수치적인 예를 적용한다.

Abstract

This paper presents the stability analysis and design for a sampled-data fuzzy control system with neutral type of time delay, which is formed by a nonlinear plant and a sampled-data fuzzy controller connected in a closed loop. The sampling activity and neutral type of time delay will complicate the system dynamics and make the stability analysis much more difficult than that for a pure continuous-time fuzzy control system. Based on the fuzzy-model-based control approach, LMI(linear matrix inequality)-based stability conditions are derived to guarantee the nonlinear networked system stability. An application example will be given to show the merits and design a procedure of the proposed approach.

Key Words : Fuzzy modeling, T-S fuzzy model, nonlinear networked system, sampled-data control

1. 서 론

우리는 제어기와 플랜트가 네트워크상의 페루프의 구조로 이루어진 시스템을 네트워크 시스템이라고 한다. 네트워크 시스템에는 시스템의 특징상 시간 지연 현상이 발견된다. 이러한 시간 지연을 포함한 네트워크 시스템은 시간지연에 의해 시스템의 성능이 떨어지고, 심지어는 시스템이 불안정해 질수도 있다. 따라서 이러한 시간 지연현상이 반드시 포함되는 네트워크 시스템의 안정도 해석에 관한 연구가 주요 관심사가 되어 왔으며, 활발한 연구가 진행되어 왔다 [1-5].

산업계에서 실제로 가동되는 시스템이나 공정은 연속적인 시간상에서 운용되므로 연속 시간으로 표현되는 제어기를 설계하고 이를 네트워크상에 연결하는 것은 매우 자연스럽다. 하지만 연속 시간으로 표현되는 제어기 설계와 구현

은 실제의 산업현장에서 사용하기에는 어려움이 존재한다. 따라서 현대의 컴퓨터 산업분야가 급속히 발전하고 있으므로 이를 이용하여 강력한 성능의 샘플치 제어기를 구현 및 활용한다면 제어기의 성능을 향상시킬 수 있다.

Fridman[3] 에 의해서 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 선형 시스템의 안정도 분석 및 제어기 설계에 관한 이론이 제안되었고, 이를 토대로 Utkin [4]은 불확실성을 포함하는 선형 뉴트럴 시스템에 관한 연구가 이루어졌다. 지금까지 연구 되어온 시간 지연을 포함하는 네트워크 시스템에 관한 다양한 결과를 비선형 뉴트럴 시스템에 맞게 적용시켰다. 뉴트럴 시스템이란 상태 변수 뿐 만 아니라 상태 변수의 일차 미분항에도 시간지연이 포함되는 시스템을 의미한다. 이러한 뉴트럴 시스템의 제어기 설계를 위하여 우리는 T-S 퍼지 제어 이론과 Lyapunov-Krasovskii의 이론을 도입한다. T-S 퍼지 시스템 [7-8] 은 수학적으로 해석이 어려운 비선형 시스템의 모델링에 유용하며, 동시에 선형 제어 이론의 도입에 유리하다. 또한 도입된 Lyapunov-Krasovskii의 안정화 이론을 이용하면 본 논문에서 제안하고자 하는 뉴트럴 시스템의 안정도 조건을 구할 수 있다.

본 논문에서는 지금까지 고려된 설계 기법을 이용하여

접수일자 : 2007년 9월 10일

완료일자 : 2007년 12월 3일

본 연구는 학술진흥재단(KRF-2007-521-D00159) 프로젝트에 의해 일부 지원 받았음.

뉴트럴 타임 지연을 가지는 네트워크 시스템 시스템의 제어를 설계하고자 한다. 먼저 비선형 뉴트럴 시스템을 T-S 퍼지 모델로 모델링한다. 모델링된 시스템과 멤버십 함수를 공유하는 샘플치 퍼지 제어를 설계한다. 제안된 샘플치 퍼지 제어기와 비선형 시스템을 합친 상태 방정식을 안정화 시키는 제어를 설계한다. 선형 행렬 부등식을 이용하여 제어기 설계의 조건과 제어기 이득값을 설계한다. 임의의 비선형 시스템에 대하여 본 논문이 제안한 이론이 타당한지를 모의 실험한다.

2. 문제 설정

2.1 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템

본 논문에서는 다음의 시변 시간 지연 $\tau(t)$ 와 $g(t)$ 을 가지는 비선형 뉴트럴 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) - f_1(\dot{x}(t-g(t))) &= f_2(x(t), x(t-\tau(t)), u(t)) \\ x(t) &= \phi(t), \quad t \in [-h, 0] \\ y(t) &= g(x(t)). \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 는 상태변수, $u(t) \in R^m$ 는 제어 입력이며, $\phi(t)$ 는 연속적인 벡터 초기 함수이다. h 는 시간 변동 시간 지연 $\tau(t)$ 와 $g(t)$ 의 상위 경계이며, f_1, f_2, g 는 비선형 함수이다.

Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델은 다음과 같은 퍼지 규칙을 사용하여 비선형 시스템을 나타낸다.

Rule i :

$$\begin{aligned} \text{IF } z_1 \text{ is } \Gamma_1^i, \dots, \text{ and } z_n \text{ is } \Gamma_n^i, \\ \text{THEN } \dot{x}(t) - D\dot{x}(t-g(t)) &= Ax(t) + A_d x(t-\tau(t)) \\ &+ Bu(t), \quad (1 \leq i \leq c) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\Gamma_h^i (h=1, 2, \dots, c)$ 는 i 번째 규칙에서 h 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, c 는 퍼지 규칙의 개수를 표시한다. A, A_d, B, C 와 그리고 D 는 알려진 차원의 행렬이며, $z_h(t)$ 는 h 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, c 는 퍼지 규칙수를 나타낸다.

중심값-평균 비퍼지화, 곱셈추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 퍼지 추론 규칙 (2)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) - \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t)) D_i \dot{x}(t-g(t)) \\ = \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t)) [A_i x(t) + A_{di} x(t-\tau(t)) + Bu(t)], \end{aligned} \quad (3)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t)) C_i x(t)$$

여기서, $w_i(x(t)) = \prod_{h=1}^n \Gamma_h^i(z_h(t))$,

$$\mu_i(x(t)) = \frac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^c w_i(x(t))}, \quad \text{그리고 } \Gamma_h^i(x_h(t)) \text{는 } h \text{번째 전}$$

건부 변수 $z_h(t)$ 의 퍼지 집합 Γ_h^i 에 대한 소속도이다.

2.2 샘플치 퍼지 제어기

본 논문에서는 다음과 같은 샘플치 퍼지 제어를 설계한다. c^2 개의 퍼지 규칙과 함께 (2)에서 사용된 퍼지 모델을 바탕으로 샘플치 퍼지 제어기의 퍼지 규칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Rule } j : \\ \text{IF } z_1 \text{ is } \overline{\Gamma}_1^j, \dots, \text{ and } z_n \text{ is } \overline{\Gamma}_n^j, \\ \text{THEN } u_j(t) K_j x(t_k), \quad (t_k < t \leq t_{k+1}) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\overline{\Gamma}_h^j (h=1, 2, \dots, c^2)$ 는 j 번째 규칙에서 h 번째 전반부 변수의 퍼지 집합이며, K_j 는 j 번째 규칙의 퍼지 제어기 이득 값이며, 본 논문에서 설계하여야 하는 값이다. $t_s = t_{k+1} - t_k$ 는 샘플링 주기이며, $t_k = \alpha t_s$ 이며, $\alpha = 0, 1, 2, \dots, \infty$ 인 상수이다. 플랜트와 마찬가지로 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 샘플치 퍼지 규칙 (3)의 전역 동특성은 다음과 같다.

$$u(t) = \sum_{i=1}^{c^2} \overline{\mu}_i(x(t_k)) K_i x(t_k), \quad t_k < t \leq t_{k+1} \quad (5)$$

여기서 $\overline{w}_i(x(t_k)) = \prod_{h=1}^{c^2} \overline{\Gamma}_h^i(z_h(t_k))$,

$$\overline{\mu}_i(x(t_k)) = \frac{w_i(x(t_k))}{\sum_{i=1}^{c^2} w_i(x(t_k))}, \quad \text{그리고 } \overline{\Gamma}_h^i(x_h(t_k)) \text{는 } h \text{번째}$$

전반부 변수 $z_h(t)$ 의 퍼지 집합 $\overline{\Gamma}_h^i$ 에 대한 소속도이다.

일반적으로 샘플러와 ZOH는 이상적이라고 가정하므로, 다음의 식이 만족한다.

$$u(t) = u(t_k) \quad t_k < t \leq t_{k+1}. \quad (6)$$

식 (5)를 이용하여 퍼지 샘플치 제어기 (4)를 다시 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_{j=1}^{c^2} \sum_{k=1}^c \overline{\mu}_j(x(t_k)) \overline{\mu}_j(x(t_k)) K_{jk} x(t_k) \\ &= \sum_{j=1}^{c^2} \sum_{k=1}^c \overline{\mu}_j(x(t_k)) \overline{\mu}_j(x(t_k)) K_{jk} x(t-t_s(t)) \quad (7) \\ &= \sum_{j=1}^{c^2} \sum_{k=1}^c \overline{\mu}_j(x(t_k)) \overline{\mu}_j(x(t_k)) G_j K_{jk} x(t-t_s(t)) \end{aligned}$$

여기서 $t_s(t) = t - t_k \leq t_s$ 이다. (7)과 같은 형태의 퍼지 샘플치 제어기로 변환한 이유는 본 논문에서 다루고자 하는 안정화 조건 및 제어기 이득값 설계의 과정이 단순해지고 이해하기 쉽기 때문이다.

참고 1. 멤버십 함수 $\overline{\mu}_i(x(t_k))$ 가 미리 결정되어진다면, 샘플치 퍼지 제어기 (4)와 (6)은 동치이다.

참고 2. 연속시간 시스템에서 이산시간 시스템으로의 변환은 적절히 선택한 샘플링 시간이 소위 샘플링 이론을 만족하는 경우에 한하여 일대일 대응이다. 만약 샘플링 이론을 만족하지 않는 샘플링 시간을 선택한다면 정확한 $u(t) = u(t_k)$ 을 유지하기 어렵다.

본 논문에서는 입력 제어 변수 $u(t) = 0$ 일때의 뉴트럴

T-S 퍼지 시스템 (3)의 안정도를 확인하고, 샘플치 퍼지 제어기 (6)을 이용하여 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)을 안정화 시키는 것을 목적으로 한다.

본 논문에서의 결론을 유도하기 위하여 다음의 가정 1, 2를 가정한다.

가정 1. 행렬 D 는 다음을 만족한다.

$$D \neq 0, \|D\| < 1.$$

가정 2. $\tau(t)$ 는 미분 가능한 함수이며, 모든 시간 $t \geq 0$ 에서 다음을 만족한다.

$$0 \leq \tau(t) \leq h, \dot{\tau}(t) \leq d < 1.$$

위의 가정 1은 $\dot{x} - D\dot{x}(t-g(t)) = 0$ 이 항상 안정함을 나타낸다.

3. 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템의 안정도 해석 및 제어기 설계

3.1 안정도 해석

이 장에서는 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)의 안정도에 대해 논의한다. 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)의 안정도를 판별하기 위한 충분조건을 제시한다. 본 논문의 결론을 유도하기 위해서 다음의 보조 정리 1을 이용한다.

보조정리 1 [7]. 적정한 행렬 X, Z 에 대해서 주어진 행렬 $a \in R^a, b \in R^b, N \in R^{a \times b}$ 는 다음의 부등식을 만족한다.

$$-2a^T N b \leq \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & Y-N \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix},$$

여기서 $\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \geq 0$ 이다.

[6]에서 유도된 모델 변환을 이용하면, 식 (3)은 다음과 같이 변환할 수 있다. [6]에서 제안한 모델 변환은 현재까지 알려진 모델 변환 중에서 가장 좋은 안정도 조건을 유도할 수 있다는 것이 알려져 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) - \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t)) D_i \dot{x}(t-g(t)) \\ = \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t)) [A_i x(t) + A_{di} x(t-\tau(t)) + B_i u(t)], \\ \dot{x}(t) - \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t)) D_i \dot{x}(t-g(t)) \\ = \sum_{i=1}^c \mu_i(x(t)) [A_i x(t) + A_{di} x(t-\tau(t)) + B u(t), \\ - \int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}(s) ds] \end{aligned} \quad (8)$$

다음의 정리 1은 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)의 안정도를 양한정 대칭 행렬의 존재로 보여준다.

정리 1. 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)은 다음의 선형 행렬 부등식을 동시에 만족하는 양한정 대칭 행렬 $R, Q, S, Y_1, Y_2, Y_3, Z_1, Z_2, Z_3, P_1$ 과 임의의 적합한 차원을 가진 행렬 P_2, P_3 이 존재하면 제어입력 $u(t) = 0$ 일때 안정하다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Psi P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_{di} \end{bmatrix} - Y^T & P^T \begin{bmatrix} 0 \\ D \end{bmatrix} \\ * & -(1-\dot{\tau}(t))S & 0 \\ * & 0 & -(1-\dot{g}(t))Q \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} R & Y \\ * & Z \end{bmatrix} > 0, \quad 1 \leq i \leq c.$$

여기서

$$\Psi = P^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_i & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & A_i \\ I & -I \end{bmatrix} P + hZ + \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & hR + Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Y = [Y_1 \ Y_2], Z = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ * & Z_3 \end{bmatrix} \text{이다.}$$

증명) 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)의 안정도 해석을 위해서 본 논문에서는 Lyapunov-Krasovskii의 안정화 이론과 디스크립터 모델 변환 [6]을 이용한다. 먼저 디스크립터 모델 변환 [3]을 이용하면 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)은 다음과 같은 형태로 변환할 수 있다.

$$\begin{aligned} E \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^c \mu_i \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \sum_{i=1}^c \mu_i \begin{bmatrix} -y(t) + D_i \dot{x}(t-g(t)) + (A_i + A_{di})x(t) \\ - \sum_{i=1}^c \mu_i \begin{bmatrix} 0 \\ A_{di} \end{bmatrix} \int_{t-\tau(t)}^t y(s) ds \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$ 이며, $E = \text{diag}\{I, 0\}$ 이다.

안정도 해석을 위하여 다음의 Lyapunov 함수를 고려한다.

$$\begin{aligned} V &= \bar{x}^T E P \bar{x} + \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t y^T(s) R y(s) ds d\theta \\ &+ \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) S x(s) ds + \int_{t-g(t)}^t y^T(s) Q y(s) ds \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} > 0$ 이고, P_1, R, S, Q 는 양한정 대칭 행렬이다. 논문에서 제안된 Lyapunov 함수는 모든 시간 t 에 대해서 $V > 0$ 을 만족한다. (10)의 좌변의 첫째항은 모델 변환 한 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)의 안정도 해석을 위하여 고려된 항이며, 2, 3 번째는 상태변수의 시간 지연 $\tau(t)$ 에 각각 독립적이고 종속적인 안정도 해석을 위해 필요하며, 마지막 항은 상태변수 미분의 시간지연 $g(t)$ 에 독립적인 안정도 해석을 위한 조건이다.

Lyapunov 안정도 조건에 따라 우리는 $\dot{V} < 0$ 을 만족하는 조건을 구하면 된다. 이를 위해 Lyapunov 함수 (10)의 시간 t 에 관하여 미분 하면 다음과 같다. 유도과정의 편의를 위해 각각의 항에 따른 미분을 따로 구해보면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} (\bar{x}^T E P \bar{x}) = 2\bar{x}^T(t) P_1 \dot{x}(t) = 2\bar{x}^T P^T \begin{bmatrix} \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix}$$

리아프노프 함수의 다른 항들의 미분 항을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \left\{ \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t y^T(s) R y(s) ds d\theta \right\} = \dot{\tau}(t) y^T(t) R y(t) - \int_{t-\tau(t)}^t y^T(s) R y(s) ds$$

$$\frac{d}{dt} \left\{ \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) S x(s) \right\} = x^T(t) S x(t) - x^T(t-\tau(t)) S x(t-\tau(t))$$

$$\frac{d}{dt} \left\{ \int_{t-g(t)}^t y^T(s) Q y(s) \right\} = y^T(t) Q y(t) - y^T(t-g(t)) Q y(t-g(t))$$

위에서 전개한 각각의 항을 미분한 값을 바탕으로 우리가 구하고자 하는 전체 Lyapunov 함수의 시간 t 에 관한 미분을 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V \leq & \bar{x}^T \Phi \bar{x}(t) + \int_{t-h}^t y^T(s) R y(s) ds \\ & - (1-\dot{\tau}(t)) x^T(t-\tau(t)) S x(t-\tau(t)) \\ & - \eta(t) - (1-\dot{g}(t)) y^T(t-g(t)) Q y(t-g(t)) \end{aligned}$$

여기서

$$\eta(t) = -2 \int_{t-\tau(t)}^t \bar{x}^T P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_{di} \end{bmatrix} y(s) ds \text{ 이다.}$$

보조 정리 1에 $N = P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_{di} \end{bmatrix}$, $a = y(s)$, $b = \bar{x}(t)$ 를 대입하여 $\eta(t)$ 를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \eta(t) & \leq \int_{t-\tau(t)}^t \begin{bmatrix} y(s) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & Y - [0 \ A_{di}] P \\ Y^T - P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_{di} \end{bmatrix} & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(s) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} ds \\ & = \int_{t-\tau(t)}^t y^T(s) R y(s) ds + \int_{t-\tau(t)}^t \bar{x}^T(t) Z \bar{x}(t) ds \\ & \quad + 2 \int_{t-\tau(t)}^t y^T(s) (Y - [0 \ A_{di}] P) \bar{x}(t) ds \\ & = \int_{t-\tau(t)}^t y^T(s) R y(s) ds + \tau(t) \bar{x}^T(t) Z \bar{x}(t) \\ & \quad + 2 \int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(s) (Y - [0 \ A_{di}] P) \bar{x}(t) ds \\ & \leq \int_{t-\tau(t)}^t y^T(s) R y(s) ds + x^T(t) (Y - [0 \ A_{di}] P) \bar{x}(t) ds \\ & \quad - x^T(t-\tau(t)) (Y - [0 \ A_{di}] P) \bar{x}(t) ds + h \bar{x}^T(t) Z \bar{x}(t) \end{aligned}$$

위에서 정리한 값을 이용하여 논문에서 제안한 Lyapunov 함수의 시간 t 에 관한 미분을 정리하면, 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} V \leq \xi^T(t) \Phi \xi(t)$$

여기서 $\xi(t) =$ 이다.

따라서 선형행렬 부등식 (8) 이 만족되면, $\dot{V}(t) \leq 0$ 이 만족된다. 결과적으로 Lyapunov-Krasovskii의 이론에 따라서 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)은 안정하다.

참고 3. 보조정리 1은 행렬 곱의 형태의 항을 풀이하기 위해 도입하였다. 현재까지 행렬 곱의 항을 풀어내기 위하여 알려진 부등식 중에서 가장 넓은 범위를 포괄하는 결과로 알려져 있다. 흔히 지금까지 사용되어온 다음의 부등식의 형태보다 좋은 결과를 얻을 수 있다.

$$-2c^T d \leq c^T X c + d^T X^{-1} d, \quad \forall X > 0.$$

따라서 보조정리 1을 이용한 본 논문의 정리 1은 가장 넓은 안정도 조건을 나타나게 된다.

3.2 제어기 이득값 설계

이 장에서는 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)을 안정화시키기 위한 샘플치 퍼지 제어기 이득 값 K_{jk} 를 설계한다. 샘플치 퍼지 제어기 (6)을 설계하는 방법은 위에서 우리가 구한 안정도 조건의 확장된 형태로 볼 수 있다. 다음의 정리 2는 본 논문의 핵심 정리이다.

정리 2. 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템 (3)을 안정화 시키는 제어기 이득 값 $K_{jk} = G_j K_k$, $G_j = W X_1^{-1}$, $K_k = N X_1^{-1}$ 이며, 다음의 선형 행렬 부등식을 만족시키는 양한정 대칭 행렬 $R, Q, S, Y_1, Y_2, Y_3, X_1, X_2, X_3, P_1$ 과 임의의 적합한 차원을 가진 행렬 P_2, P_3 이 존재한다.

$$\begin{bmatrix} X_2 + X_2^T & * & * & * & * & * \\ \Psi_1 & -X_3 - X_3^T & * & * & * & * \\ C^T N^T P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_{di} \end{bmatrix} - Y^T - (1-\dot{\tau}(t)) S^{-1} & * & * & * & * & * \\ * & P^T \begin{bmatrix} 0 \\ D \end{bmatrix} & 0 & -(1-\dot{g}(t)) Q^{-1} & * & * \\ X_2 & X_3 & 0 & 0 & -(1-\dot{g}(t)) Q^{-1} & * \\ \tau(t) X_2 & \tau(t) X_3 & 0 & 0 & 0 & -(1-\dot{\tau}(t)) S^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

$$\begin{bmatrix} R & Y \\ * & Z \end{bmatrix} > 0 \quad (12)$$

여기서,

$$\Psi_1 = X_3 - X_2^T + X_1 (A_o + A_D) + C^T W^T \text{ 이다.}$$

증명) 샘플치 퍼지 제어기 이득 값 K_{jk} 을 구하기 위해서 우리는 정리 1과 비슷한 과정을 반복한다. 정리 1에서 주어진 선형 행렬 부등식으로부터 제어기 이득값을 바로 구할 경우, $P_2 LC$ 와 $P_3 LC$ 의 항들에 의해서 전체 행렬 부등식이 비선형 행렬 부등식이 된다. 따라서 우리는 정리 1의 결과인 선형 행렬 부등식 (4)의 양쪽에 $diag(P^{-1}, S^{-1}, Q^{-1})^T$, $diag(P^{-1}, S^{-1}, Q^{-1})$ 를 곱하고 Schur Complement를 하고 나면 구하고자 하는 선형 행렬 부등식 (5)를 얻을 수 있다. ■

4. 모의실험

제안된 샘플치 퍼지 제어기의 성능 평가를 위하여 다음과 같은 트럭 트레일러 모델을 이용한다[8].

$$\begin{aligned} \dot{b}x_1(t) & = -a \frac{v\bar{t}}{L t_0} x_1(t) - (1-a) \frac{v\bar{t}}{L t_0} x_1(t-\tau(t)) \\ & \quad - (1-b) \dot{x}_1(t-g(t)) + \frac{v\bar{t}}{L t_0} x_1, \\ \dot{b}x_2(t) & = a \frac{v\bar{t}}{L t_0} x_1(t) + (1-a) \frac{v\bar{t}}{L t_0} x_1(t-\tau(t)) \\ & \quad - (1-b) \dot{x}_2(t-g(t)) \\ \dot{b}x_3(t) & = \frac{v\bar{t}}{t_0} \sin[x_2(t)] + a \frac{v\bar{t}}{2L} x_1(t) \\ & \quad + (1-a) \frac{v\bar{t}}{2L} x_1(t-\tau(t)) - (1-b) \dot{x}_3(t-g(t)) \end{aligned}$$

여기서, $l = 2.8$, $L = 5.5$, $v = -1.0$, $\bar{t} = 2.0$, $t_0 = 0.5$ 이다.

상기 비선형 시스템의 T-S 퍼지 모델은 다음과 같다.

Rule 1 :

IF $\theta(t)$ is about 0,

THEN $\dot{x}(t) = A_1x(t) + A_{d1}x(t-\tau(t)) + B_1u(t) + D_1\dot{x}(t-g(t))$

Rule 2 :

IF $\theta(t)$ is about $-\pi$,

THEN $\dot{x}(t) = A_2x(t) + A_{d2}x(t-\tau(t)) + B_2u(t) + D_2\dot{x}(t-g(t))$

여기서 각각의 행렬은 다음과 같다.

$$A_1 = \begin{bmatrix} -a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a \frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{v\bar{t}}{t_0} & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a \frac{dv^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{dv\bar{t}}{t_0} & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \frac{v\bar{t}}{lt_0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 1-b & 0 & 0 \\ 0 & (1-b) & 0 \\ 0 & 0 & (1-b) \end{bmatrix}, \quad D_2 = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 1-b & 0 & 0 \\ 0 & (1-b) & 0 \\ 0 & 0 & (1-b) \end{bmatrix}$$

$$A_{d1} = \begin{bmatrix} -(1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{d2} = \begin{bmatrix} -(1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{dv^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$d = \frac{10t_0}{\pi} \text{이다.}$$

정리 2의 선형행렬 부등식을 MATLAB을 이용하여 적합한 해를 구한 후, 이를 바탕으로 제어기 이득값 K_{jk} 를 구해 보면 다음과 같다.

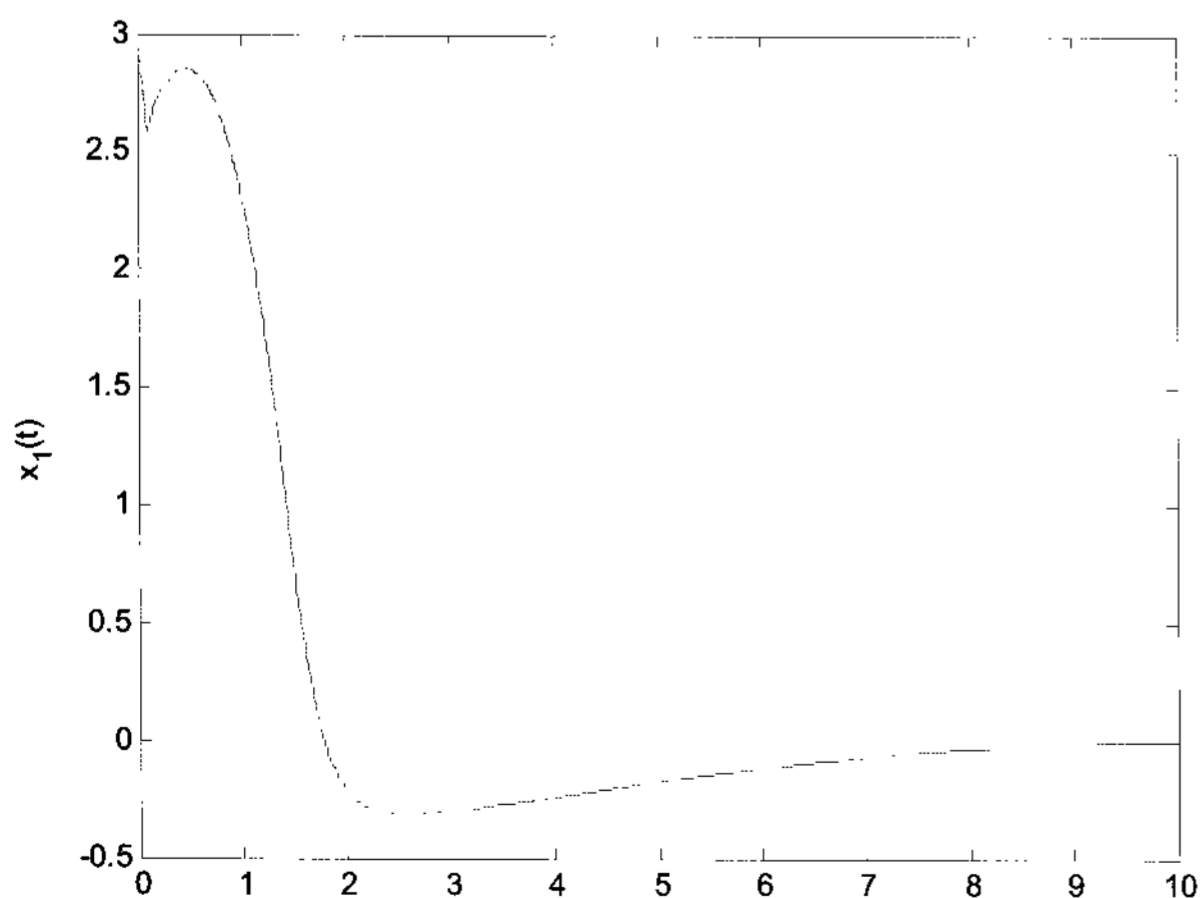


그림 1. 상태 변수 $x_1(t)$ 의 시스템 응답

Fig. 2. Closed loop system response of state $x_1(t)$

$$K_{11} = [1.5483 - 0.4684 \ 0.0458], \quad K_{12} = [1.4154 - 0.2144 \ 0.0458]$$

$$K_{21} = [1.5495 - 0.4795 \ 0.0469], \quad K_{22} = [1.4246 - 0.2423 \ 0.0512]$$

설계된 샘플치 퍼지 제어기를 뉴트럴 T-S 퍼지 시스템에 적용한 결과는 그림 1-3과 같다. 그림에서 보여지듯이 시스템 변수 $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ 의 시스템 응답은 오차는 시간이 지날수록 0에 수렴함을 알 수 있다.

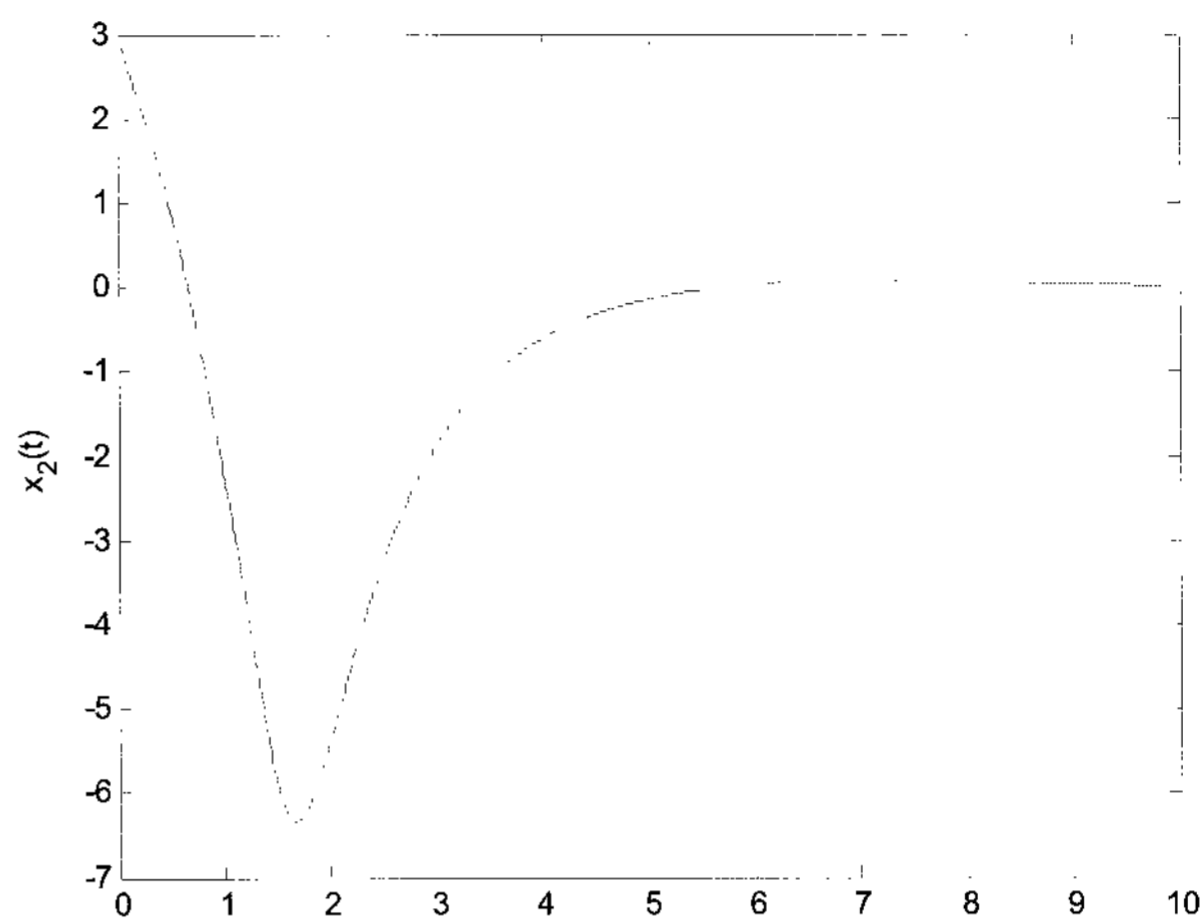


그림 2. 상태 변수 $x_2(t)$ 의 시스템 응답

Fig. 2. Closed loop system response of state $x_2(t)$

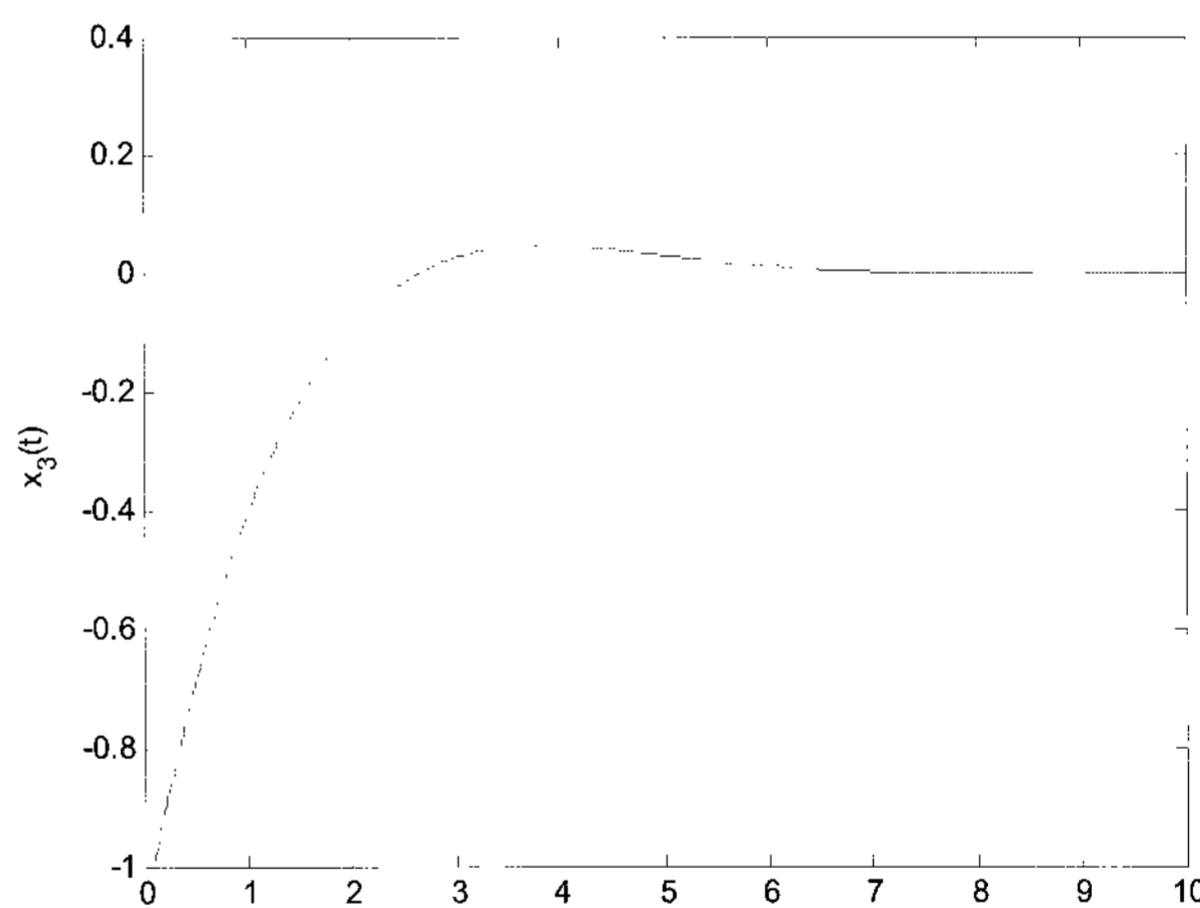


그림 3. 상태 변수 $x_3(t)$ 의 시스템 응답

Fig. 3. Closed loop system response of state $x_3(t)$

5. 결 론

본 논문은 비선형 뉴트럴 시스템에 관한 네트워크 기반 샘플치 퍼지 제어기 설계에 대해서 논의하였다. 먼저 비선형 뉴트럴 시스템을 T-S 퍼지 모델로 모델링하고 이를 바탕으로 샘플치 퍼지 제어기를 설계하였다. 비선형 뉴트럴 시스템의 안정도 판정 및 제어기 설계를 위하여 Lyapunov-Krasovskii의 안정도 이론을 도입하였다. T-S 퍼지 뉴트럴 시스템의 샘플치 퍼지 제어기 이득 값 설계를 위한 선형 행렬 부등식 조건을 제시하였다. 선형 행렬 부등식의 해를 통하여 퍼지 샘플치 제어기의 이득 값을 설계할

수 있으면, 설계된 제어기 이득 값을 이용하여, T-S 뉴트럴 퍼지 시스템을 안정화 시킬 수 있음을 증명하였다. 마지막으로, 간단한 모의실험을 통해서 제안된 방법의 타당성을 증명하였다.

참 고 문 헌

- [1] H. J. Lee, J. B. Park, and Y. H. Joo "Robust control for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy systems with time-varying input delay," *ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control*, vol. 127, pp. 302-306, 2005.
- [2] E. Fridman, "New Lyapunov-Krasovskii functionals for stability of linear retarded and neutral type systems," *Systems and Control Letters*, vol. 43, pp. 309-319, 2001.
- [3] E. Fridman and U. Shaked, "A descriptor system approach to H_∞ control of linear time-delay systems," *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 47, pp. 253-270, 2002.
- [4] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding mode," *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol 22, pp.212-222, 1997
- [5] Y. S. Moon, P. G. Park, W. H. Kwon, and Y. S. Lee, "Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems," *Int. J. Control*, vol. 74, pp. 1447-1455, 2001.
- [6] X. Jiang and Q. L. Han, "Delay-dependent stability for uncertain linear systems with interval time-varying delay," *Automatica*, vol. 42, pp. 1059-1065, 2006.
- [7] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs," *IEEE Trans. Fuzzy Syst*, Vol 6, pp.250-265, 1998
- [8] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Tran. Syst.*, Vol SMC-15, pp. 116-132, 1985

저 자 소 개



주영훈(Young Hoon Joo)

2008년 제 18권 제 1호 참조