

대규모 시스템을 위한 LMI기반 비집중화 슬라이딩 모드 정적 출력 궤환 제어기 설계

An LMI-based Decentralized Sliding Mode Static Output Feedback Control Design Method for Large Scale Systems

최한호*
(Han Ho Choi)

Abstract : In this paper, we consider the problem of designing decentralized sliding mode static output feedback control laws for a class of large scale systems with mismatched uncertainties. We derive a sufficient condition for the existence of a linear switching surface in terms of constrained linear matrix inequalities(LMIs), and we parameterize the linear switching surfaces in terms of the solution matrices to the given constrained LMI existence conditions. We also give an LMI-based algorithm for designing decentralized switching feedback control laws. Finally, we give a design example in order to show the effectiveness of our method.

Keywords : Linear Matrix Inequality(LMI), static output feedback, sliding mode control, switching surface, large scale system, decentralized control, uncertain system

I 서론

문헌상에 주어진 [1,2]를 포함한 대부분의 비집중화 슬라이딩 모드 제어기들은 상호연관 행렬이나 불확실성이 정합 조건을 만족시키며 모든 상태 정보가 이용 가능하다 라는 매우 제한적인 구속조건 아래에서 제안되었다. 최근에 [4]에서 이러한 제한을 고려하여 비집중 슬라이딩 모드 정적 출력 궤환 제어기의 존재조건을 제시하였다. 그러나 [4]에서 주어진 존재조건은 기존의 알고리즘으로 풀기 어려운 형태의 비선형 행렬식이라 제어기의 설계가 쉽지 않다. 본 논문에서도 대규모의 상호연관 시스템을 위한 비집중 슬라이딩 모드 정적 출력 궤환 제어기 설계 문제를 고려한다. 본 논문에서는 슬라이딩 모드 동역학이 안정함을 보장하는 선형 슬라이딩 평면의 존재를 위한 충분조건을 구속조건을 갖는 LMI형태로 유도하고 선형 슬라이딩 평면을 위한 공식식을 제시한다. 그리고 비집중 슬라이딩 모드 제어기 설계 방법을 설계 예와 함께 제시한다.

II 시스템 모델과 문제 설정

우리는 다음과 같은 동역학 방정식으로 표현 가능한 N 개의 부시스템을 갖는 상호연관 대규모 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A_i x_i + \sum_j \Delta A_{ij}(t) x_j + B_i [u_i + H_i(t) u_i + f_i(t)] \\ y_i &= C_i x_i, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 $x_i \in R^{n_i}$ 은 상태이고 $u_i \in R^{m_i}$ 은 제어 입력이고, $y_i \in R^{p_i}$ 는 출력이고, A_i, B_i, C_i 는 적절한 차원을 갖는 공칭

시스템 행렬들이고 $\Delta A_{ij}(t)$ 는 불확실한 상호연관 행렬이고 $B_i, H_i(t)$ 는 입력행렬의 불확실성이고 $f_i(t)$ 는 외란을 의미한다. 위의 시스템 방정식은 다음을 만족시킨다고 가정한다.

A1: $\Delta A_{ij}(t), H_i(t), f_i(t)$ 는 시간에 대하여 연속이다.

A2: 입력행렬 B_i 는 rank가 m_i 이고 $m_i < n_i$ 이다.

A3: 출력행렬 C_i 는 rank가 p_i 이고 $p_i < n_i$ 이다.

A4: $\|\Delta A_{ij}(t)\| \leq \delta_{ij}, \|H_i(t)\| \leq \phi_i < 1, \|f_i(t)\| \leq \rho_i(y_i, t)$ 를 만족시키며 상수 δ_{ij}, ϕ_i 와 함수 $\rho_i(y_i, t)$ 는 알려져 있다.

스위칭 평면을 $\sigma(x) = Sx = 0$ 로 정의하자. 여기에서 $x = [x_1^T, \dots, x_N^T]^T$ 이고 S 는 적절한 차원을 갖는 상수 행렬이다. 시스템 (1)의 비집중화 슬라이딩 모드 제어를 위해서 스위칭 평면은 다음의 형태를 취해야 할 것이다.

$$\sigma^T = [\sigma_1^T, \dots, \sigma_N^T] = [x_1^T S_1^T, \dots, x_N^T S_N^T]$$

즉 행렬 S 는 다음의 형태를 취해야 한다.

$$S = \text{Diag}(S_1, \dots, S_N) = \text{Diag}(G_1 C_1, \dots, G_N C_N)$$

여기에서 $S_i \in R^{m_i \times n_i}, G_i \in R^{m_i \times p_i}$ 이다. 결국 이전의 결과들로부터 우리는 스위칭 평면이 다음과 같은 성질들을 만족시켜야 함을 알 수 있다.

P1: S 는 $S = \text{Diag}(S_1, S_2, \dots, S_N), S_i \in R^{m_i \times n_i}$ 의 형태이다.

P2: $S_i = G_i C_i$ 를 만족시키는 G_i 가 존재한다.

P3: $S_i B_i$ 는 비특이 행렬이다. 간편성을 위하여 $S_i B_i = I$ 이다.

P4: 스위칭 평면에 구속된 슬라이딩 모드 동역학 시스템은 광역적으로 안정하다.

결국 시스템(1)에 대하여 성질 P1-P4를 만족시키는 행렬 G_i 를 구하고 비집중화 제어기를 설계하는 알고리즘을 제안

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2007. 11. 12., 채택확정 : 2008. 1. 31.

최한호 : 동국대학교 전기공학과(hhchoi@dongguk.edu)

하는 것으로 문제를 설정할 수 있다.

III. 슬라이딩 평면의 존재 조건

정리 1: S_i, G_i 가 다음처럼 주어진다고 가정하자.

$$S_i = G_i C_i = [K_i A_i^T + (B_i^T C_i^T C_i B_i)^{-1} B_i^T C_i^T] C_i \quad (2)$$

여기에서 $A_i \in R^{p_i \times (p_i - m_i)}$ 는 $B_i^T C_i^T A_i = 0, A_i^T A_i = I$ 를 만족시키는 행렬이다(만약 $p_i = m_i$ 이면 $A_i = 0$), K_i 는 다음의 행렬식을 만족시킨다.

$$X_i > 0, \begin{bmatrix} (\bar{A}_i - \bar{B}_i K_i \bar{C}_i) X_i + * & * & * \\ \mu_i \gamma_i I & -\mu_i I & 0 \\ (\bar{D}_i - \bar{B}_i K_i \bar{C}_i) X_i & 0 & -\mu_i I \end{bmatrix} < 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \bar{A}_i &= \Phi_i^T A_i \Phi_i - \Phi_i^T A_i B_i (B_i^T C_i^T C_i B_i)^{-1} B_i^T C_i^T C_i \Phi_i \\ \bar{B}_i &= \Phi_i^T A_i B_i, \quad \bar{C}_i = A_i^T C_i \Phi_i, \quad \gamma_i = \sqrt{\sum_j \sum_k \delta_{jk} \delta_{jk}} \\ \bar{D}_i &= \Phi_i - B_i (B_i^T C_i^T C_i B_i)^{-1} B_i^T C_i^T C_i \Phi_i \end{aligned} \quad (4)$$

그리고 $\Phi_i \in R^{n_i \times (n_i - m_i)}$ 는 $B_i^T \Phi_i = 0, \Phi_i^T \Phi_i = 0$ 을 만족시키는 행렬이고 *는 대칭성에 의해 유추할 수 있는 행렬블록이다. 그러면 (2)의 S_i 는 성질 P1-4를 만족시킨다.

증명: (2)의 S_i 는 P1-3을 만족시킴을 쉽게 알 수 있다. 그러므로 P4를 만족시키는 것을 보이기만 하면 된다. (1)은 $x = [x_1^T, \dots, x_N^T]^T, u = [u_1^T, \dots, u_N^T]^T, y = [y_1^T, \dots, y_N^T]^T$ 를 정의하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x} = [A + \Delta A(t)]x + B[u + H(t)u + f(t)], \quad y = Cx \quad (5)$$

여기에서 $A, \Delta A(t), B, H(t), f(t), C$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} A &= \text{Diag}(A_1, \dots, A_N), \Delta A(t) = \begin{bmatrix} \Delta A_{11}(t) & \dots & \Delta A_{1N}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta A_{M}(t) & \dots & \Delta A_{NN}(t) \end{bmatrix}, \\ B &= \text{Diag}(B_1, \dots, B_N), H(t) = \text{Diag}(H_1(t), \dots, H_N(t)), \\ C &= \text{Diag}(C_1, \dots, C_N), f(t) = [f_1^T(t), \dots, f_N^T(t)]^T \end{aligned} \quad (6)$$

다음과 같은 변환행렬과 그와 연계된 벡터 z 를 정의하자.

$$M = \begin{bmatrix} \Phi^T \\ (B^T B)^{-1} B^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^T \\ B_g \end{bmatrix}, \quad z = Mx = \begin{bmatrix} \Phi^T x \\ B_g x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기에서 $\Phi = \text{Diag}(\Phi_1, \dots, \Phi_N)$ 이다. (7)은 변환행렬 M 의 역행렬이 $M^{-1} = [\Phi, B]$ 로 주어짐을 의미한다. 위의 변환행렬과 벡터를 사용하면 (5)로부터 다음과 같은 regular form을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \hat{A}_{11}(t) & \hat{A}_{12}(t) \\ \hat{A}_{21}(t) & \hat{A}_{22}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} [u + H(t)u + f(t)] \\ y &= C\Phi v + CBw \end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned} \hat{A}_{11}(t) &= \Phi^T [A + \Delta A(t)] \Phi, \quad \hat{A}_{12}(t) = \Phi^T [A + \Delta A(t)] B \\ \hat{A}_{21}(t) &= B_g [A + \Delta A(t)] \Phi, \quad \hat{A}_{22}(t) = B_g [A + \Delta A(t)] B \end{aligned} \quad (8)$$

[1,3]의 방법을 이용하여 다음처럼 등가입력을 구할 수 있다.

$$u_{eq}(t) = -[I + H(t)]^{-1} \{GC[A + \Delta A(t)]x + f(t)\}$$

여기에서 가정 A4에 의해 $I + H(t)$ 는 비특이입이 항상 보장됨에 유의해야 한다. $\sigma = \dot{\sigma} = 0$ 으로 놓고 $u(t)$ 를 $u_{eq}(t)$ 로 대체하여 슬라이딩평면에서 다음이 성립하고

$$w = -GC\Phi v = -[K\Lambda^T + (B^T C^T CB)^{-1} B^T C^T] C\Phi v$$

결국 슬라이딩 동역학이 다음처럼 주어짐을 알 수 있다.

$$\dot{v} = \Phi^T [A + \Delta A(t)] \Phi v - \Phi^T [A + \Delta A(t)] BGC\Phi v \quad (9)$$

여기에서

$$\begin{aligned} G &= \text{Diag}(G_1, \dots, G_N), \quad K = \text{Diag}(K_1, \dots, K_N), \\ A &= \text{Diag}(A_1, \dots, A_N) \end{aligned} \quad (10)$$

(9)는 다음 리아푸노프 부등식을 만족시키는 양한정행렬 P_s 가 존재하면 안정하다.

$$[\hat{A}_{11}(t) - \hat{A}_{12}(t)GC]P_s + * < 0 \quad (11)$$

[5]의 결과는 다음이 성립하면 (11)이 성립함을 의미한다.

$$\begin{aligned} &[\Phi^T A\Phi - \Phi^T ABGC]P_s + P_s [\Phi^T A\Phi - \Phi^T ABGC]^T \\ &+ \Phi^T \Delta A(t) \Delta A^T(t) \Phi + P_s (\Phi - BGC\Phi)^T (\Phi - BGC\Phi) \\ &P_s < 0 \end{aligned} \quad (12)$$

가정 A4가 다음을 의미하므로

$$\Delta A(t) \Delta A^T(t) \leq \Gamma^2, \quad \Gamma = \text{Diag}(\gamma_1 I, \dots, \gamma_N I)$$

다음을 만족시키는 P_s 는 (12)도 역시 만족시킴을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} &[\Phi^T A\Phi - \Phi^T ABGC]P_s + P_s [\Phi^T A\Phi - \Phi^T ABGC]^T \\ &+ \Gamma^2 + P_s (\Phi - BGC\Phi)^T (\Phi - BGC\Phi) P_s < 0 \end{aligned} \quad (13)$$

[3]의 Schur complement lemma를 이용하면 (3)은 다음의 리카치 부등식이 성립함을 의미한다.

$$\begin{aligned} &[\Phi^T A\Phi - \Phi^T ABGC] \hat{X} + \hat{X} [\Phi^T A\Phi - \Phi^T ABGC]^T \\ &+ \Gamma^2 + \hat{X} (\Phi - BGC\Phi)^T (\Phi - BGC\Phi) \hat{X} < 0 \end{aligned} \quad (14)$$

여기에서

$$\hat{X} = \text{Diag}(\hat{X}_1, \dots, \hat{X}_N), \quad \hat{X}_i = \frac{1}{\mu_i} X_i \quad (15)$$

이고 X_i, μ_i 는 (3)을 만족시키는 해 행렬이다. 결국 (11)이 $P_s = \hat{X} > 0$ 으로 만족된다. 이는 슬라이딩 모드 동역학이 안정함을 의미한다. $\nabla \nabla \nabla$

주 1: [3]의 방법과 같이 본 논문에서 제안된 방법도 H_{∞}, H_2 나 최소 감쇠율 구속조건 등의 성능지수들을 슬라이

평면 설계에 포함시킬 수 있는 장점이 있다. 예로 다음을 사용하면 슬라이딩모드 동역학의 최소감쇠율 α 를 보장하는 슬라이딩 평면을 설계할 수 있다.

$$X_i > 0, \begin{bmatrix} (\overline{A}_i + \alpha I - \overline{B}_i K_i \overline{C}_i) X_i + * & * & * \\ \mu_i \gamma_i I & -\mu_i I & 0 \\ (\overline{D}_i - \overline{B}_i K_i \overline{C}_i) X_i & 0 & -\mu_i I \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

주 2: [3]에 주어진 projection lemma와 [6]의 결과를 이용하여 (3)의 구속조건을 갖는 LMI는 다음의 LMI (17) 그리고 비선형 구속조건 $\text{Diag}(X_i, \mu_i) = \text{Diag}(Y_i^{-1}, \eta_i^{-1})$ 과 동치임을 보일 수 있다.

$$\begin{aligned} \Pi_i^T \begin{bmatrix} \overline{A}_i X_i + * & * & * \\ \mu_i \gamma_i I & -\mu_i I & 0 \\ \overline{D}_i X_i & 0 & -\mu_i I \end{bmatrix} \Pi_i < 0 \\ \Xi_i^T \begin{bmatrix} Y_i \overline{A}_i + * & * & * \\ \gamma_i Y_i & -\eta_i I & 0 \\ \eta_i \overline{D}_i & 0 & -\eta_i I \end{bmatrix} \Xi_i < 0, \quad (17) \\ \begin{bmatrix} X_i & I \\ I & Y_i \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} \mu_i & 1 \\ 1 & \eta_i \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned}$$

여기에서 Π_i, Ξ_i 는 각각 $[\overline{B}_i^T, 0, \overline{B}_i^T], [\overline{C}_i, 0]$ 의 널 공간의 기저(bases of the null spaces)들로 이루어진 행렬들이다.

IV. 정적 출력 제한 제어기

보조정리 1: (3)을 만족시키는 해가 존재한다고 가정하자. 그리고 S 가 (2)처럼 주어진다고 하자 그러면 다음을 만족시키는 양한정 행렬 P 가 존재한다.

$$\Phi^T (AP + PA^T + I^2 + P^2) \Phi < 0, \quad B^T = SP \quad (18)$$

증명: P 를 다음처럼 정의하자.

$$P = \begin{bmatrix} \Phi^T \\ B^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{X} & -\hat{X} \Phi^T S^T \\ * & I + S \Phi \hat{X} \Phi^T S^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi^T \\ B^T \end{bmatrix} \quad (19)$$

여기에서 \hat{X} 는 (15)에서 정의된 행렬이다. [3]의 Schur complement lemma는 (19)의 P 가 양한정임을 의미한다. (14)와 $GCB = SB = I$ 를 이용하여 (19)의 P 가 (17)을 만족시킴을 알 수 있다. $\nabla \nabla \nabla$

위의 보조정리 1을 이용하여 다음을 증명할 수 있다.

정리 2: (3)을 만족시키는 해가 존재한다고 가정하고 다음과 같은 비집중화 정적 출력 제한 제어기가 사용되었다고 가정하자. 그러면 폐회로 시스템은 안정하다.

$$u_i = -\delta_i \sigma_i - \frac{1}{1 - \phi_i} \rho_i(y_i, t) \frac{\sigma_i}{\|\sigma_i\|} \quad (20)$$

여기에서 $\sigma_i = S_i x_i$ 이고 δ_i 는 다음을 만족시키는 상수이다.

$$\delta_i > \varrho / 2(1 - \phi_i) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \varrho = \lambda_{\max} \{ B_g [W - W \Phi (\Phi^T W \Phi)^{-1} \Phi^T W] B_g^T \} \\ W = AP + PA^T + I^2 + P^2 \end{aligned} \quad (22)$$

증명: 리아푸노프 함수를 $V(x) = x^T P^{-1} x$ 로 하자. 그러면 다음을 얻을 수 있다.

$$\dot{V} = 2x^T P^{-1} [A + \Delta A(t)] x + 2x^T P B [u + H(t)u + f(t)]$$

보조정리 1에 의해 $x^T P^{-1} B = x^T S^T = \sigma^T$ 를 얻고 A4를 이용해 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} x^T P^{-1} B u &= \sum_i \sigma_i^T u_i \\ &= - \sum_i \left[\delta_i \|\sigma_i\|^2 + \frac{1}{1 - \phi_i} \rho_i(y_i, t) \|\sigma_i\| \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} x^T P^{-1} B H(t) u &= \sigma^T H(t) u = \sum_i \sigma_i^T H_i(t) u_i \\ &\leq \sum_i \phi_i \left[\delta_i \|\sigma_i\|^2 + \frac{1}{1 - \phi_i} \rho_i(y_i, t) \|\sigma_i\| \right] \end{aligned} \quad (24)$$

$$x^T P^{-1} B f(t) = \sum_i \sigma_i^T f_i(t) \leq \sum_i \rho_i(y_i, t) \|\sigma_i\| \quad (25)$$

또한 [5]의 결과, A4를 이용하여 다음을 얻을 수 있다.

$$2x^T P^{-1} \Delta A(t) x = x^T P^{-1} I^2 P^{-1} x + x^T x \quad (26)$$

결국 (22)-(26)를 이용해 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq x^T P^{-1} \varphi^{-1} x - 2 \sum_i (1 - \phi_i) \delta_i \sigma_i^T \sigma_i \\ &\leq x^T P^{-1} (W - \varrho B B^T) P^{-1} x \end{aligned} \quad (27)$$

[3]의 결과는 $Q = -P^{-1} (W - \varrho B B^T) P^{-1} > 0$ 을 의미한다. 그러므로 $\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(Q) \|x\|^2$ 가 성립하고 이는 x 가 0으로 수렴함을 의미한다. $\nabla \nabla \nabla$

V. 설계 알고리즘

정리 1-2는 (3)을 풀어 성질 P1-4를 만족시키는 슬라이딩 평면을 구하고 (20)을 이용하여 제어기를 설계할 수 있음을 의미한다. (3)을 포함하는 일반적인 행렬 부등식을 풀기 위한 LMI 기반 알고리즘이 많이 소개되어 있고 이들이 성공적으로 적용되고 있다. 이들 가운데 [6]를 참조하여 다음과 같은 알고리즘을 통해 제어기를 설계할 수 있겠다.

비집중화 슬라이딩 모드 제어기 설계 알고리즘:

Step 1: $i = 1$ 로 하고 Step 2로 간다.

Step 2: $k = 0, X_i^{(0)} = Y_i^{(0)} = I, \mu_i^{(0)} = \eta_i^{(0)} = 1$ 로 놓고 다음 LMI 최적화 문제의 해 $(X_i^{(1)}, Y_i^{(1)}, \mu_i^{(1)}, \eta_i^{(1)})$ 을 구한다.

$$L_i(k) : \min_{ject} O_i(k) = \text{Tr} (X_i^{(k)} Y_i + Y_i^{(k)} X_i + \mu_i^{(k)} \eta_i + \eta_i^{(k)} \mu_i)$$

Step 3: $k = k + 1$ 로 하고 최적화 문제 $L_i(k)$ 의 해 $(X_i^{(k+1)}, Y_i^{(k+1)}, \mu_i^{(k+1)}, \eta_i^{(k+1)})$ 를 구한다.

Step 4: 만약 $k > 0$ 이고 최적값 $O_i^*(k)$ 이 주어진 작은 값 ϑ 에 대하여 $|O_i^*(k) - O_i^*(k-1)| \leq \vartheta$ 를 만족시키면 Step 5로 가고 그렇지 않으면 Step 3으로 간다.

Step 5: $O_i^*(k) \approx 2n_i - 2m_i + 2$ 이면 Step 6로 간다. 그렇지 않으면 빠져나온다.

Step 6: $X_i = X_i^{(k+1)}, \mu_i = \mu_i^{(k+1)}$ 로 하여 다음의 LMI를 만족시키는 K_i 를 구한다.

$$\begin{bmatrix} (\overline{A}_i - \overline{B}_i K_i \overline{C}_i) X_i + * & * & * \\ \mu_i \gamma_i I & -\mu_i I & 0 \\ (\underline{D}_i - \underline{B}_i K_i \underline{C}_i) X_i & 0 & -\mu_i I \end{bmatrix} < 0$$

Step 7: $i < N$ 이면 $i = i + 1$ 으로 하고 Step 2로 간다. 아니면 Step 8로 간다.

Step 8: 공식 (2)와 K_i 를 가지고 G_i, S_i 를 구한다.

Step 9: 공식 (20)을 가지고 제어기를 구한다.

주 3: 모든 $k > 0$ 에 대하여 [6]를 참조하여 다음이 성립함을 보일 수 있다.

$$O_i^*(k) \geq O_i^*(k+1) \geq 2n_i - 2m_i + 2$$

이는 위의 알고리즘이 수렴함을 의미한다. 그리고 Step 2, 3, 6은 모두 단순한 LMI 최적화 문제이므로 [7]에 주어진 것처럼 Matlab을 이용하여 간단하게 구현하여 쉽고 효율적으로 제어기를 설계 할 수 있다.

VI. 수치적 예

다음의 자료를 갖는 시스템 (1)을 고려하자.

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, & C_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, & B_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, & C_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\Delta A_{11}(t) = \Delta A_{22}(t) = 0,$$

$$\Delta A_{12}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0.5\zeta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5\zeta_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Delta A_{21}(t) = \begin{bmatrix} -\zeta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\zeta_2 \\ 0 & \zeta_1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$H_1(t) = H_2(t) = 0, f_1(t) = \zeta_3, f_2(t) = \zeta_4$$

여기에서 $|\zeta_i| \leq 1$ 이다. 본 논문에서 제안된 설계 알고리즘을 통해 다음의 제어기를 얻을 수 있다.

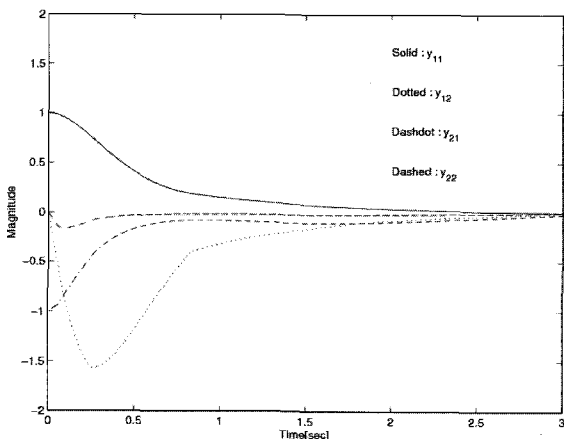


그림 1. (28)과 (29)의 폐회로 응답.
Fig. 1. Closed-loop responses of (28) and (29).

$$\begin{aligned} u_1(t) &= -5G_1 y_1 - \text{Sign}(G_1 y_1), \\ u_2(t) &= -5G_2 y_2 - \text{Sign}(G_2 y_2) \end{aligned} \quad (29)$$

여기에서 G_1, G_2 는 다음처럼 주어진다.

$$G_1 = [2.059, 1], \quad G_2 = [-0.217, 1.217]$$

그림 1은 (29)를 사용했을 때의 시뮬레이션 결과를 보여준다. 시뮬레이션시 $\zeta_i = \sin t, x_{12} = x_{13} = x_{22} = x_{23} = 0, x_{11} = 1, x_{21} = -1$ 로 하였다.

VII. 결론

본 논문에서는 정합조건을 만족시키지 않는 불확실성을 갖는 대규모 시스템의 비집중화 슬라이딩모드 정적 출력 제한 제어기 설계문제를 고려했다. 스위칭평면의 존재조건을 유도하였고 슬라이딩모드 정적 출력 제한 제어기의 설계를 위한 LMI-기반 알고리즘을 제시하였다. 본 논문에서는 LMI기법으로 풀기 쉬운 형태로 존재조건을 유도함으로써 [4]에 비해 어느 정도 conservativeness가 증가할 수 있음에 유의해야 한다.

참고문헌

- [1] H. Khurana, S. I. Ahson, and S. S. Lamba, "On stabilization of large-scal control systems using variable structure system theory" *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 31, pp.176-178, 1986.
- [2] X. Xu, Y. Wu, and W. Huang, "Variable structure control approach of decentralized model reference adaptive systems," *IEE Proc. Pt. D*, vol. 137, pp. 302-306, 1990.
- [3] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, "Linear Matrix Inequalities in system and Control Theory, Philadelphia," SIAM, 1994.
- [4] X.-G. Yan, C. Edwards, and S. K. Spurgeon, "Decentralised robust sliding mode control for a class of nonlinear interconnected systems by static output feedback," *Automatica*, vol. 40, pp. 613-620, 2004.
- [5] L. Xie and C. E. DeSouza, "Robust H_∞ control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 37, pp. 1188-1191, 1992.
- [6] L. El Ghaoui, F. Oustry, and M. AitRami, "A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 42, pp. 1171-1176, 1997.
- [7] 최한호, "LMI 기반 제어기 설계를 위한 간단한 지침서," 제어 · 자동화 · 시스템공학회지, 제 11 권, 제 2 호, pp. 54-66, 2005.

최한호

제어 로봇 시스템학회 논문지 2007년 제 13 권 제 9 호 참조.