

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-B.2008.32.6.413

## 유동 섭동에 의한 난류예혼합화염의 열발생 모델에 관한 연구

조 주 형<sup>†</sup> · 백 승 옥<sup>\*</sup>

(2007년 11월 20일 접수, 2008년 4월 15일 심사완료)

### A Heat Release Model of Turbulent Premixed Flame Response to Acoustic Perturbations

Ju Hyeong Cho and Seung Wook Baek

**Key Words :** Heat Release Model(열발생모델), Turbulent Premixed Flame(난류예혼합화염), Combustion Instabilities(연소불안정), Flame Transfer Function(화염전달함수)

#### Abstract

The unsteady heat release characteristics play a significant role in combustion instabilities observed in low emissions gas turbine combustors. Such combustion instabilities are often caused by coupling mechanisms between unsteady heat release rates and acoustic perturbations. A generalized model of the turbulent flame response to acoustic perturbations is analytically formulated by considering a distributed heat release along a curved mean flame front and using the flame's kinematic model that incorporates the turbulent flame development. The effects of the development of flame speed on the flame transfer functions are examined by calculating the transfer functions with a constant or developing flame speed. The flame transfer function due to velocity fluctuation shows that, when a developing flame speed is used, the transfer function magnitude decreases faster with Strouhal number than the results with a constant flame speed at low Strouhal numbers. The flame transfer function due to mixture ratio fluctuation, however, exhibits the opposite results: the transfer function magnitude with a developing flame speed increases faster than that with a constant flame speed at low Strouhal numbers. Oscillatory behaviors of both transfer function magnitudes are shown to be damped when a developing flame speed is used. Both transfer functions also show similar behaviors in the phase characteristics: The phases of both transfer functions with a developing flame speed increase more rapidly than those with a constant flame speed.

#### 기호설명

$A_f$  : 화염면 면적  
 $F$  : 화염전달함수  
 $\Delta h_R$  : 반응열

$l_t$  : 난류길이척도(turbulent length scale)  
 $M_1$  : 유동 마하수  
 $Q$  : 열발생량(heat release rate)  
 $r$  : 반경좌표  
 $r_b, r_t$  : 화염 기저부(base)와 끝(tip)의 반경  
 $Str$  : Strouhal 수 (식(3)에 정의)  
 $S_T$  : 난류화염속도  
 $t$  : 시간

<sup>†</sup> 한국기계연구원

E-mail : antocho@kimm.re.kr

TEL : (042)868-7083 FAX : (042)868-7284

\* 한국과학기술원 항공우주공학전공

- $T$  : 난류시간 ( $=l_r/u'$ )  
 $u, v$  : 축, 반경방향 유동속도  
 $x$  : 축좌표(axial coordinate)  
 $\langle \rangle$  : 앙상블 평균  
 $\xi$  : 축방향 화염위치  
 $\omega$  : 각주파수  
 $\bar{(\ )}$  : 시간평균  
 $(\ )'$  : 난류섭동  
 $(\ )^a$  : 주기적섭동(acoustic oscillation)

## 1. 서 론

항공기 엔진이나 발전용 가스터빈 연소기 등에서 종종 발생하는 연소불안정 현상은 소음 및 시스템의 구조적 변형을 일으켜 시스템의 성능을 저하시키고 수명을 단축시키는 문제점을 야기한다. 이런 연소불안정성은 화염과 유동이 상호작용에 의해 자체 여기된(self-excited) 피드백 회로(feedback loop)를 형성하여 그 결과로 시스템 내부의 음압(acoustic pressure)이 증폭되는 경우에 발생하는 것으로 알려져 있다.<sup>(1)</sup> 유동의 섭동은 압력변동에 의한 음파(acoustics mode), 또는 유속의 변화에 의한 와동(vorticity mode), 또는 온도/밀도 변동과 관련된 엔트로피(entropy mode)의 형태를 취하게 된다.

연소불안정을 야기하는 요인들은 여러 가지가 있었으나 몇 가지를 예로 들면 음압과 입자속도의 변화에 따른 화염면의 변동,<sup>(2-4)</sup> 유체의 속도로 전파되는 와동에 의한 열발생량의 변동 및 지연<sup>(5-7)</sup> 그리고 당량비(equivalence ratio) 변동에 따른 화염속도의 변동 및 이로 인한 열발생량의 변동<sup>(8-12)</sup> 등이 연소불안정의 원인이 될 수 있다.

이와 같이 연소불안정은 화염의 열발생량 변동과 직접적으로 관련이 있으므로 열발생량 변동을 보다 정확하게 예측하기 위한 모델을 제시하기 위하여 그동안 많은 연구가 진행되었다. 이 중에서 층류화염에 당량비의 효과를 고려한 연구로는 Hubbard 와 Dowling,<sup>(13)</sup> Dowling 과 Hubbard,<sup>(14)</sup> Cho 와 Lieuwen<sup>(12)</sup> 등의 연구를 예로 들 수가 있다. You 등<sup>(15)</sup>은 triple decomposition technique 을 이용하여 난류화염의 random 한 특성을 열발생 모델에 고려하였으며 음파에 의한 당량비와 화염면적의 변동효과를 고려한 열발생

모델을 제시하였다. 그러나 화염전달함수를 유도하는 과정에서 난류화염의 속도를 화염의 위치에 상관없이 일정한 값으로 가정하였다. 이에 Lipatnikov 와 Sathiah<sup>(15)</sup>는 실험에 근거하여 화염면을 따라 속도가 증가하는 난류화염의 특성을 열발생 모델에 고려하였으며 그 결과를 난류화염속도가 일정한 경우와 비교하였다. 그러나 그들의 모델은 화염면적의 변동에 따른 효과만을 고려하였으며 전달함수를 계산하는 과정에서 수치해석의 편의를 위해 난류화염의 속도를 단순화한 근사식으로 대체하였다.

본 논문에서는 열발생에 미칠 수 있는 모든 섭동요인을 고려하고 Lipatnikov 와 Sathiah<sup>(16)</sup> 가 제시한 가변속도를 갖는 난류화염모델을 이용하여 통합적인 열발생량 모델을 유도하였다. 또한 화염면적의 섭동을 예측하는데 있어서 유동속도와 화염속도의 섭동을 모두 고려하였으며 유동속도에 의한 전달함수와 당량비에 의한 전달함수를 각각 유도하여 가변적인 화염속도가 이들 전달함수에 미치는 영향을 살펴보고자 한다.

## 2. 해 석

### 2.1 화염면의 섭동에 대한 모델링

화염면의 면적변화가 화염의 열발생량에 미치는 영향을 고찰하기 전에 이 절에서는 화염면의 형상을 결정짓는 G-equation 을 이용해서 난류화염의 평균적인 형상과 섭동된 화염면의 형상을 각각 구해보고자 한다. 연소기 형상은 Fig. 1에서 보여지는 바와 같이 축대칭이며 중심에 위치한 디스크의 끝부분에서 화염이 안정화되어 하류로 전파된다. triple decomposition technique 에 의해 G-equation 의 변수를 시간평균(time-averaged), 주기적 섭동(acoustic

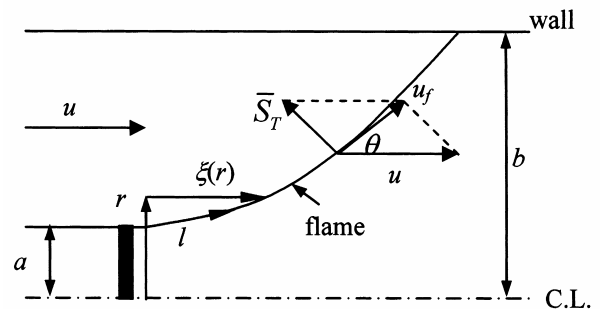


Fig. 1 Schematic of the flame geometry

perturbation), 그리고 난류특성을 갖는 random 한 부분으로 나눌 수 있으며 ( $G = \langle G \rangle + G' = \bar{G} + G^a + G'$ ) 앙상블 평균을 취함으로써 평균화염면과 선형화된 섭동 화염면을 다음과 같이 구할 수 있다. (You 등<sup>(15)</sup> 참조)

$$\bar{u} - \bar{v} \frac{d\bar{\xi}}{dr} - \bar{S}_T \left[ 1 + \left( \frac{d\bar{\xi}}{dr} \right)^2 \right]^{1/2} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi^a}{\partial t} + \left[ \bar{v} + \bar{S}_T \frac{d\bar{\xi}}{dr} \left\{ 1 + \left( \frac{d\bar{\xi}}{dr} \right)^2 \right\}^{-1/2} \right] \frac{\partial \xi^a}{\partial r} \\ = u^a - v^a \frac{d\bar{\xi}}{dr} - S_T^a \left[ 1 + \left( \frac{d\bar{\xi}}{dr} \right)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2)$$

위 식 (2)를 You 등<sup>(15)</sup>과 비교해 보면 화염속도의 섭동부분인  $S_T^a$  항이 추가되었다. 이 항은 화염면의 전파를 나타내는  $(S_L |\nabla G|^a)$  항을 화염면의 섭동부분 ( $\bar{S}_T (-\bar{n} \cdot \nabla G^a)$ ) 과 화염속도의 섭동부분 ( $S_T^a (-\bar{n} \cdot \nabla \bar{G})$ ) 으로 나누는 과정에서 발생하는 항이다. 따라서 화염면의 섭동  $\xi^a$  은 유동속도의 섭동  $u^a, v^a$  과 화염속도의 섭동  $S_T^a$  에 의해 결정된다. 식 (2)에서 섭동항들이 조화진동 (harmonic oscillation)을 따른다고 가정하고, 즉  $x^a(r, t) = \text{Re}[x^a(r) \exp(-i\omega t)]$  ( $x = \{\xi, u, v, S_T\}$ ), 난류화염속도를 층류화염속도로 대체 ( $S_T \rightarrow S_u$ ) 하면 Cho 와 Lieuwen<sup>(12)</sup>의 식 (3)과 동일한 식이 구해진다. 식 (2)를 화염면의 섭동항에 대해서 풀면 다음식을 얻는다.

$$\xi^a(r) = \int_{r_b}^r \frac{\beta(\eta) e^{iSrY(\eta, r)}}{f(\eta) \bar{S}_T(\eta)} (u_n^a(\eta) - S_T^a(\eta)) d\eta \quad (3)$$

$$Y(\eta, r) \equiv \int_{\eta}^r \frac{|f|_m \bar{S}_0 d\rho}{|r - r_b| |f(\rho) \bar{S}_T(\rho)}, \beta(r) \equiv \left[ 1 + \left( \frac{d\bar{\xi}}{dr} \right)^2 \right]^{1/2},$$

$$f(r) \equiv \frac{\bar{v}(r)}{\bar{S}_T(r)} + \frac{1}{\beta(r)} \frac{d\bar{\xi}}{dr}, Sr \equiv \frac{\omega |r - r_b|}{|f|_m \bar{S}_0},$$

$$|f|_m = \max |f(r)|, u_n^a \equiv \bar{u}^a \cdot \frac{\nabla \bar{G}}{|\nabla \bar{G}|} = \frac{u^a - v^a (d\bar{\xi}/dr)}{\beta(r)}$$

$u_n^a$  은 화염면에 수직인 속도성분의 섭동을 나타낸다.  $Sr$  은 Strouhal 수이며 무차원 주파수이다.

$\bar{S}_0$  은 기준화염속도로서 완전발달한 난류속도이다. 식 (1)로부터 평균화염면은 no slip 조건 ( $\bar{\xi}(r_b) = 0$ )을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{\xi}(r) = \int_{r_b}^r \frac{-\bar{u}\bar{v} \pm \bar{S}_T (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 - \bar{S}_T^2)^{1/2}}{\bar{S}_T - \bar{v}^2} dr \quad (4)$$

$+\bar{S}_T$  는 화염이 축의 중심에서 멀어지는 발산(diverging) 화염을,  $-\bar{S}_T$  는 화염이 축의 중심으로 모이는 수렴(converging) 화염을 나타낸다. 난류화염속도  $\bar{S}_T$  는 Lipatnikov 와 Sathiah<sup>(16)</sup>의 식 (3)에 의하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\bar{S}_T(r(t)) \equiv \bar{S}_{T,t}(t) = \bar{S}_0 \left[ 1 + \frac{T}{t} \left( \exp\left(-\frac{t}{T}\right) - 1 \right) \right]^{1/2} \quad (5)$$

위 식에서 시간  $t$  는 유동입자가 화염의 기저부에서 화염면을 따라 이동하는데 소요되는 시간이며  $T = l_t / u'$  는 난류시간(turbulent time)이다. Fig. 2는 식(5)로부터 시간  $t$  에 따른 난류화염속도분포를 보여주고 있다. 화염 기저부에서는 no slip 조건에 의해  $\bar{S}_T(t=0) = 0$  이며 시간에 따라 화염속도가 증가하여 완전히 발달된 속도에 접근함을 알 수 있다. 식 (5)에서  $\bar{S}_T$  는 시간에 대한 함수이지만 식 (3)과 (4)로부터 화염면의 평균 및 섭동값을 구하려면 화염속도를 반경  $r$  의 함수로 표현해야 한다. Fig. 1에 도시된 바와 같이  $dl = u_j dt$ ,  $u_j = \bar{u} \cos \theta$ ,  $dl = dr / \sin \theta$ ,  $\sin \theta = \bar{S}_T / \bar{u}$  를

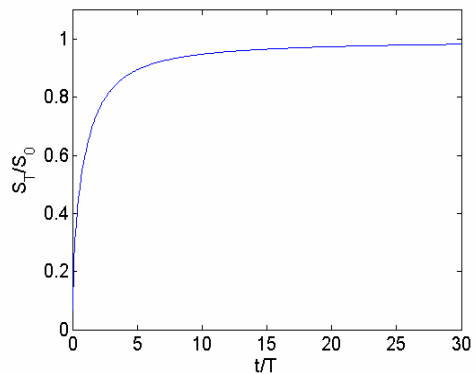


Fig. 2 Normalized flame speed that develops with time

이용하면 다음과 같이 시간에 따른 화염반경의 변화율을 구할 수 있다.

$$\frac{dr_f}{dt} = h(r_f, t); h(r_f, t) \equiv \bar{S}_{T,r}(t) \left[ 1 - \left( \bar{S}_{T,r}(t) / \bar{u}(r_f) \right)^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

$r_f$  는 화염면의 반경이다.  $\bar{S}_T \ll \bar{u}$  일 경우에 위의 식은 Lipatnikov 와 Sathiah<sup>(16)</sup>가 사용한  $dr_f/dt = \bar{S}_{T,r}(t)$  로 단순화된다. 축방향 평균속도  $\bar{u}$  가 일정하고 반경방향 평균속도가 무시할 만하다고 가정하면 ( $\bar{v} = 0$ ), 식 (4), (5), (6)으로부터 평균화염면의 위치를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{\xi}(r(t)) &= \int_0^t \left[ (\bar{u} / \bar{S}_{T,r}(t))^2 - 1 \right]^{1/2} (dr/dt) dt \\ &= [1 - (\bar{S}_0 / \bar{u})^2] \bar{u} t + (\bar{S}_0^2 / \bar{u}) T [\gamma + \Gamma(0, t/T) + \ln(t/T)] \quad (7) \end{aligned}$$

여기에서  $\gamma \approx 0.577216$  는 Euler 상수이고  $\Gamma(0, t) = \int_t^\infty x^{-1} e^{-x} dx$  는 incomplete gamma function 이다.

## 2.2 화염전달함수

화염으로부터 발생하는 전체열발생량  $Q$  는 화염면의 미소면적  $dA_f$  에서 발생하는 열발생량  $\rho S_L \Delta h_R dA_f$  를 화염면을 따라 적분함으로서 구해질 수 있다.

$$Q(t) = \int_{A_f} \rho S_L \Delta h_R dA_f \quad (8)$$

여기에서  $dA_f$  는 앙상블평균을 취하기 전의 순간화염면이기 때문에 화염속도로는 층류 화염속도  $S_L$  을 사용한다. 위 식에서 열발생량은 적분형태로 표현되기 때문에 화염면을 따라 화염속도, 밀도, 반응열 등이 변하는 경우를 고려할 수 있으며 이는 일정한 값을 사용하는 You 등<sup>(15)</sup>의 lump 형태 모델보다 일반적인 식임을 알 수 있다. 식 (8)에 앙상블 평균을 취하면 다음 식을 얻는다.

$$\langle Q(t) \rangle = \int_{A_f} \langle \rho \rangle \langle \Delta h_R \rangle \langle S_L dA \rangle = \int_{A_f} \langle \rho \rangle \langle \Delta h_R \rangle S_T dA_{(\xi)} \quad (9)$$

여기에서 비선형 섭동항들은 무시하였고 난류화염속도의 정의에 따라  $\langle S_L dA \rangle$  를  $S_T dA_{(\xi)}$  로 대체하였다. ( $A_{(\xi)}$  는 앙상블 평균을 취한 화염면의 면적임.) 식 (9)에 시간평균을 취하고 원래의 식에서 빼면 다음과 같이 열발생량에 대한 섭동식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{Q^a}{\bar{Q}} &= \left[ \int_{A_f(\bar{\xi})} \left( \rho^a \overline{\Delta h_R} \bar{S}_T + \bar{\rho} (\Delta h_R)^a \bar{S}_T + \bar{\rho} \overline{\Delta h_R} S_T^a \right) dA_{\xi} \right. \\ &\quad \left. + \int_{A_f(\xi^a)} \bar{\rho} \overline{\Delta h_R} \bar{S}_T dA_{\xi^a} \right] / \int_{A_f(\bar{\xi})} \bar{\rho} \overline{\Delta h_R} \bar{S}_T dA_{\xi} \quad (10) \end{aligned}$$

여기에서  $\bar{Q} = \int_{A_f(\bar{\xi})} \bar{\rho} \overline{\Delta h_R} \bar{S}_T dA_{\xi}$  는 평균 열발생량을 나타낸다. 위 식에 따르면 밀도, 반응열, 화염속도, 화염면적에 대한 변동이 열발생량의 변동에 영향을 미침을 알 수 있다. 반응열과 화염속도에 대한 변동은 당량비의 함수로서  $(\Delta h_R)^a = \frac{d(\Delta h_R)}{d\phi} \Big|_{\bar{\phi}} \phi^a$ ,  $S_T^a = \frac{d(S_T)}{d\phi} \Big|_{\bar{\phi}} \phi^a$  로 표현할 수 있다. 평균화염면의 면적은  $dA_{\xi} = 2\pi r \beta(r) dr$  로 나타낼 수 있으며 섭동된 화염면의 면적은  $dA_{\xi^a} = \frac{2\pi r}{\beta(r)} \frac{\partial \xi^a}{\partial r} \frac{d\xi}{dr} dr$  로 표현할 수 있다.  $\partial \xi^a / \partial r$  항은 식 (2)로부터 다음과 같이 유속, 화염속도, 화염면의 섭동으로 표현된다.

$$\frac{\partial \xi^a}{\partial r} = \frac{(u_n^a - S_T^a) \beta(r) + i \omega \xi^a}{f(r) \bar{S}_T} \quad (11)$$

따라서 식 (10)의 열발생량의 섭동은 밀도, 당량비, 입자속도, 화염면의 섭동에 관한 함수로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{Q^a}{\bar{Q}} &= \left[ \int_{r_b}^{r_s} r \beta \overline{\Delta h_R} \bar{S}_T \rho^a + r \bar{\rho} \left( \beta \frac{d(\Delta h_R S_T)}{d\phi} \Big|_{\bar{\phi}} - \frac{d\xi}{dr} \frac{\overline{\Delta h_R}}{f} \frac{dS_T}{d\phi} \Big|_{\bar{\phi}} \right) \phi^a \right. \\ &\quad \left. + r \frac{\bar{\rho} \overline{\Delta h_R}}{f} \frac{d\xi}{dr} \left( u_n^a + i S r \frac{|f|_m \bar{S}_0}{|r_i - r_b| \beta} \xi^a \right) dr \right] / \int_{r_b}^{r_s} \bar{\rho} \overline{\Delta h_R} \bar{S}_T \beta r dr \quad (12) \end{aligned}$$

화염면의 섭동  $\xi^a$  는 식 (3)에 의해 다시 유속과 당량비의 섭동으로 표현된다. 식 (12)에서

난류화염속도  $S_T$  를 층류화염속도  $S_L$  로 대체하면 Cho 와 Lieuwen<sup>(12)</sup>의 식 (14)와 같은 결과식을 얻는다. (문헌 12 와 본 연구에서 사용한  $\beta$ 는 약간 상이함에 유의.) 그들은  $\rho^a$  항을 무시하였는데 이는  $\rho^a = p^a / \bar{c}^2 \sim \bar{\rho}u^a / \bar{c}$ 로부터  $\rho^a / \bar{\rho} \sim M_1(u^a / \bar{u})$ , 즉 밀도섭동과 유속 섭동의 비가  $O(M_1) \ll 1$  이기 때문에 밀도섭동항을 무시하였다.

### 3. 결과 및 고찰

Fig. 2와 같이 하류로 갈수록 화염속도가 증가하는 경우에 평균화염면의 형상은 식 (6)과 (7)로부터 시간항을 소거함으로써 얻어지며 그 결과가 Fig. 3에 도시되어 있다. x 와 y 축은 연소기의 축과 반경길이를 disk 의 반경 a (Fig. 1 참조)로 무차원화한 것이다. 계산에 사용된 변수값으로는  $T = 4b / \bar{u}$  ( $l_t = 0.2b$ ,  $u' = 0.05\bar{u}$ ) 이 사용되었다. 화염속도가 일정한 경우에는 화염면이 직선을 나타내지만 (식(4)에서  $\bar{\xi} \sim r$  임.) 화염속도가 가변일 경우의 화염면은 기울기가 증가하는 곡선형태를 취하고 있다. 화염면의 전체길이는 화염속도와 유속의 비율  $\bar{S}_0 / \bar{u}$ 에 의해 주로 결정되며  $\bar{S}_0 = 0.09\bar{u}$  인 경우가  $\bar{S}_0 = 0.3\bar{u}$  인 경우보다 더 긴 화염을 보여주고 있다. Fig. 3에서 실선은 식 (6)에 의한 결과이고 원모양은  $\bar{S}_T \ll \bar{u}$  를 가정한 경우에  $dr_f / dt \approx \bar{S}_T$ 의 관계식을 이용한 결과이다.  $\bar{S}_0 = 0.3\bar{u}$  인 경우에 화염의 하류부분에서 관찰되는 약간의 차이를 제외하고는 두 결과가 거의 일치함을 볼 수 있다.

Fig. 4는 속도섭동에 의해 야기되는 화염면의 섭동을  $90^\circ$  위상간격으로 보여준다. 섭동면의 최대진폭은  $90^\circ$  와  $270^\circ$  에서 발생하며  $x/a = 0, 4, 8$  근처에서는 node 가 나타남을 볼 수 있다.

다음은 유동의 변동에 따른 열발생량의 변동을 알아보기 위하여 화염전달함수를 계산하고자 하며 혼합물유속의 변동(당량비 변동 무시)에 따른 전달함수와 당량비 변동에 따른 전달함수를 각각 계산하여 비교해보고자 한다. 연료와 공기의 혼합물에 섭동이 발생하는 경우에는 당량비의 섭동이 없으며 이때 식 (12)로부터 혼합물유속의 변동( $u^a / \bar{u}$ )에 의한 열발생량의 변동( $Q^a / \bar{Q}$ )을

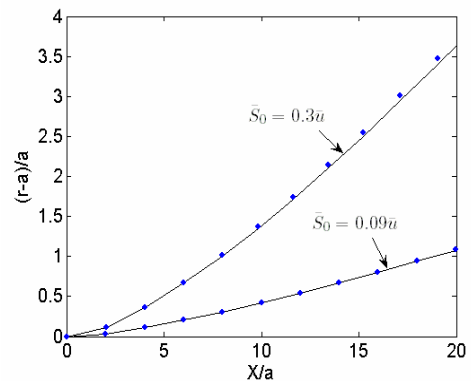


Fig. 3 Mean flame shapes with a developing turbulent flame speed. Solid lines : calculated using Eq. (6); Circles : approximated by  $dr_f / dt = \bar{S}_T$

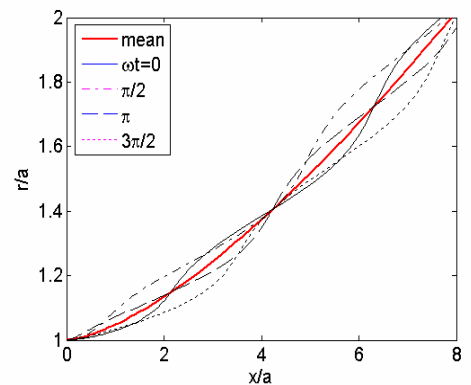
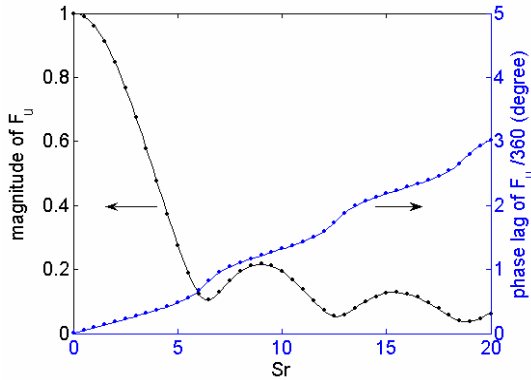


Fig. 4 Mean and fluctuating flame shapes for  $\bar{S}_0 = 0.3\bar{u}$

화염전달함수로 표현하면 다음과 같다.

$$F_u \equiv \frac{Q^a / \bar{Q}}{u^a / \bar{u}} = \frac{\int_{r_b}^{r_t} r \bar{\rho} \overline{\Delta h_R} d\bar{\xi} \left[ 1 + i Sr \frac{|f|_m \bar{S}_0}{|r_t - r_b|} \int_{r_b}^r \frac{e^{iSrY(\eta,r)}}{f(\eta)\bar{S}_T(\eta)} d\eta \right] dr}{\int_{r_b}^{r_t} \bar{\rho} \overline{\Delta h_R} (\bar{S}_T / \bar{u}) \beta(r) r dr} \quad (13)$$

위 식에서 유속섭동은 축방향으로만 발생하며 화염면을 따라 균일( $u^a = \text{constant}$ )하다고 가정하였다. 위 식으로부터 화염전달함수는 Strouhal 수와 평균화염면의 함수이며 화염면을 따라 적분하는 형태로 표현됨을 알 수 있다. 만약 난류화염속도와 다른 변수들이 화염면을 따라 일정한 값을 갖는다고 가정하면 식 (13)의 화염전달함수는 다음과 같이 간단한 산술식으로 표현될 수 있다.

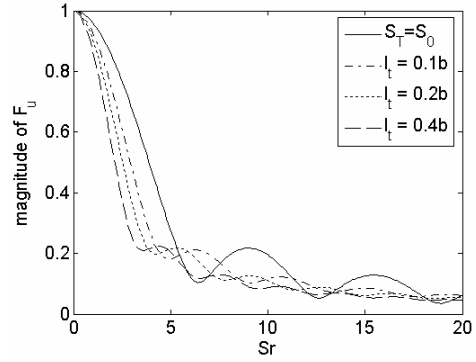


**Fig. 5** Comparison of the numerical results (lines) of the transfer function with the analytical solutions (circles) for constant flame speed. ( $b = 2a$ )

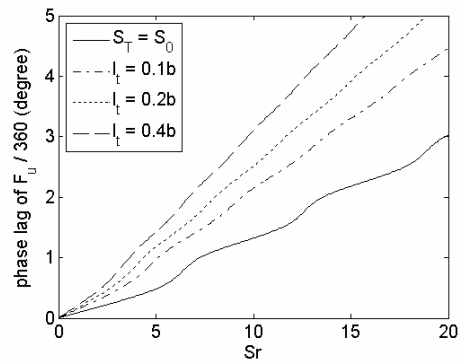
$$F_u = \frac{2}{1+a/b} \left[ \frac{1-a/b}{Sr^2} (e^{iSr} - 1) + \frac{1}{iSr} (e^{iSr} - a/b) \right] \quad (14)$$

위 식에서  $a=r_b$  와  $b=r_l$  는 각각 화염기저부와 끝부분의 반경이다. 위 식은 Schuller 등<sup>(4)</sup>의 식 (30)과 일치한다. (단 Schuller 등은 층류화염의 경우로서 Strouhal 수의 정의에  $S_L$  을 사용함) 화염속도가 화염면을 따라 변하는 경우에는 식 (13)에서 적분에 대한 수치해석을 수행해야 한다. 본 연구에서는 trapezoidal rule 을 이용하여 적분을 수행하였으며 수치해석의 정확도를 확인하기 위해서 화염속도가  $\bar{S}_0$  로 일정한 경우에 계산한 화염전달함수를 식 (14)와 비교하여 Fig. 5에 도시하였으며 두 결과가 잘 일치한다. 그림에서  $F_u$  의 크기는 열발생량 ( $Q^a/\bar{Q}$ ) 과 유속섭동 ( $u^a/\bar{u}$ ) 의 크기의 비를,  $F_u$  의 위상차는 열발생량과 유속섭동의 위상차를 나타낸다.

Fig. 6에서는 화염면을 따라 증가하는 화염속도를 이용한 화염전달함수의 계산결과를 보여주는데 다양한 화염속도분포에 따른 화염전달함수를 계산하기 위해서 화염속도에 영향을 미치는 요인 중에 하나인 난류길이척도(turbulent length scale),  $l_t$  를 변화시켜 보았다.  $l_t/b$  를 0.1, 0.2, 0.4 로 증가시키면  $Sr < 5$  일 때 화염전달함수 크기(Fig. 6(a) 참조)가 더 빨리 감소하며 이는 유속섭동이 열발생량에 미치는 영향이 감소함을 의미한다.

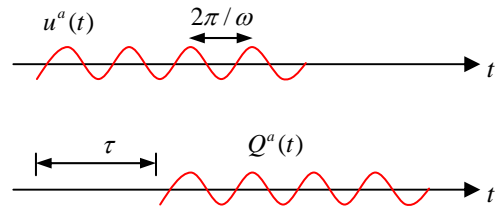


(a)



(b)

**Fig. 6** The effect of the turbulent flame development upon the flame transfer function  $F_u$ . ( $u^a = 0.05\bar{u}$ ,  $\bar{S}_0 = 0.1\bar{u}$ )



**Fig. 7** Constant time delay by the  $n-\tau$  model

$Sr > 5$  에서는 Strouhal 수에 대한 진동현상이 감소함을 확인할 수 있다. 화염전달함수의 위상(Fig. 6(b) 참조)은  $l_t$  가 증가함에 따라 더 빠르게 증가하며 더 선형적임을 볼 수 있다. 이는 주파수가 증가함에 따라 열발생량과 유속섭동의 위상차가 증가함을 보여준다. 위상차가 주파수에 대해 선형적으로 증가함을 수식으로 표현하면  $Q^a/u^a \sim \exp(i\omega\tau)$  ( $\tau = \text{const}$ ) 또는 시간의 함수로서  $Q^a(t) = nu^a(t-\tau)$  이다. 이는 잘 알려진  $n-\tau$  모델과 일치하며 Fig. 7에서처럼 유속 섭동이 가해지고 일정한 시간( $\tau$ )이 경과한 후에 열발생량 섭동이 일어난다는 의미로 해석된다. 이때 섭동주파수가

증가하여  $\tau > 2\pi/\omega$  가 되는 경우에는 지연시간 ( $\tau$ )이 섭동주기 ( $2\pi/\omega$ )보다 크므로 위상차가  $360^\circ$  이상이 되며, 주파수가 더 증가하면 지연시간동안 더 많은 주기가 반복되어 위상차는 Fig. 6(b)처럼 계속해서 증가함을 볼 수 있다.

이번에는 당량비 섭동에 의한 화염전달함수를 구하고자 한다. 당량비 섭동은 유체의 속도로 전파되므로 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{\phi^a}{\phi} = \left( \frac{\phi^a}{\phi} \right)_{base} \exp(i\omega \bar{\zeta} / \bar{u}) \quad (15)$$

$\phi_{base}^a$  는 화염기저부 ( $r = r_b$ )에서 당량비의 섭동을 나타낸다. 따라서 식 (12)와 (15)로부터 당량비 섭동에 따른 화염전달함수  $F_\phi$  를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_\phi(Sr) \equiv \frac{Q_\phi^a / \bar{Q}}{\phi_{base}^a / \phi} = \int_{r_b}^{r_i} r \bar{\rho} \bar{\phi} \left[ \beta \bar{S}_T(r) \frac{d(\Delta h_R)}{d\phi} \right]_{\bar{\phi}} e^{iSr \frac{|f|_m \bar{S}_0 \bar{\zeta}(r)}{\bar{u}|r-r_b|}} - i \Delta h_R Sr \left[ \frac{|f|_m \bar{S}_0}{|r_i-r_b|} \int_{r_b}^r \frac{\beta(\eta) (dS_T / d\phi)_{\bar{\phi}}}{f(\eta) \bar{S}_T(\eta)} e^{iSr \left( Y(\eta, r) + \frac{|f|_m \bar{S}_0 \bar{\zeta}(\eta)}{\bar{u}|r-r_b|} \right)} d\eta \right] dr \quad (16)$$

$$\int_{r_b}^{r_i} \bar{\rho} \Delta h_R \bar{S}_T \beta dr$$

식 (5)를  $\bar{S}_T = \bar{S}_0 G(t)$  로 표현하면 식 (16)에서  $(dS_T / d\phi)_{\bar{\phi}}$  는  $\frac{dS_T}{d\phi} \Big|_{\bar{\phi}} = G(t) \frac{\partial S_0}{\partial S_L} \Big|_{\bar{S}_L} \frac{\partial S_L}{\partial \phi} \Big|_{\bar{\phi}}$  로부터 구해질 수 있다. 완전 발달된 난류 화염 속도는  $S_0 = 1.81u^{0.41} S_L^{0.78} (l_f / \nu)^{0.2}$  (m/s)<sup>(17)</sup>로부터 구할 수 있으며 층류화염속도와 반응열은  $S_L(\phi) = A\phi^B e^{-C(\phi-D)^2}$  (m/s) ( $A = 0.6079$ ,  $B = -2.554$ ,  $C = 7.31$ ,  $D = 1.23$ ),  $\Delta h_R(\phi) = \frac{2.9125 \times 10^6 \phi}{1 + 0.05825\phi}$  (J/kg)<sup>(18)</sup>을 이용하면 Fig. 8에서와 같이 Strouhal 수에 따른  $F_\phi$  의 특성을 구할 수 있다. Fig. 8(a)를 보면 일정한 화염속도( $\bar{S}_T = \bar{S}_0$ )를 가정한 경우에 전달함수의 크기는  $Sr \sim 4$ 에서 최대가 됨을 알 수 있다. 즉 주어진 당량비 섭동에 대해서 열발생량의 섭동이 최대가 되는 시점이

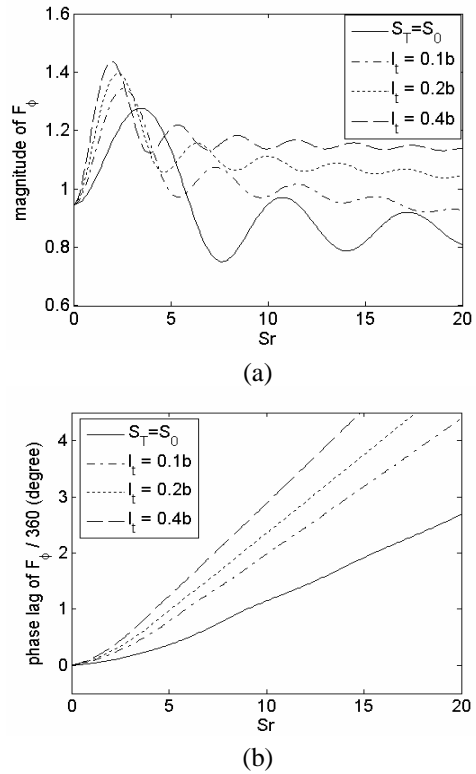


Fig. 8 The effect of the turbulent flame development upon the flame transfer function  $F_\phi$ . ( $u^a = 0.05\bar{u}$ ,  $\bar{S}_0 = 0.1\bar{u}$ )

$Sr \sim 4$ 이며 주파수가 더 증가함에 따라 열발생량 변동이 감소/증가하는 진동현상이 반복되며 그 진동폭은 줄어들게 된다.  $l_f$ 가 증가하게 되면 열발생량이 대체적으로 증가한다. 이는 유속 섭동에 의한 열발생량이 난류길이척도 증가에 따라 오히려 감소하는 경향(Fig. 6 참조)과 대조적인 결과를 보여준다.  $l_f$ 의 증가로 열발생량 ( $Q^a / \bar{Q}$ )이 유속섭동 ( $u^a / \bar{u}$ )의 1.4 배 이상까지도 증가하며( $l_f = 0.4b$ 인 경우) 열발생량이 최대가 되는 Strouhal 수는 감소한다.

#### 4. 결론

유동섭동이 난류화염의 열발생량에 미치는 영향에 대한 이론적인 모델을 제시하였다. 화염면을 따라 가변적인 난류화염속도를 적용하였으며 당량비의 변동효과도 고려하였다. 유속 섭동과 당량비 섭동에 따른 열발생량 변동을 각각의 화염전달함수를 통해 계산하였다. 유속 섭동에 의한 화염전달함수는

가변화염속도를 적용한 경우가 균일화염속도를 적용한 경우보다 낮은 주파수에서 더 빨리 감소하였다. 그러나 당량비 섭동에 의한 화염전달함수는 가변화염속도를 적용한 경우가 균일화염속도를 적용한 경우보다 더 빨리 증가하였고 최대 열발생량도 더 증가하였다. 두 전달함수에 대하여 가변화염속도를 적용한 경우에 Strouhal 수에 따른 화염전달함수의 진동폭이 감소하였다. 화염 전달함수의 위상차는 가변화염속도를 적용한 경우에 주파수에 따라 더 빨리 증가하고 보다 선형적임을 알 수 있었다. 결국 난류길이척도의 증가는 가변화염속도와 균일화염속도의 차이를 증대시킴을 알 수 있었다. 본 연구를 통해 가변화염속도가 화염 전달함수에 미치는 영향을 살펴보았는데 추후 연구과제로서 이러한 화염속도의 변화가 연소 불안정의 주파수와 증가율에 미치는 영향에 대한 연구가 수행되어야 할 것이다.

## 후 기

이 연구는 산업자원부 지원의 “미래형 자동차 배기가스 제로화 기술개발” 과제의 일부로 수행되었으며 연구비 지원에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Lieuwen, T. and Yang, V., 2005, *Combustion Instabilities in Gas Turbine Engines*, AIAA, Inc., Reston.
- (2) Fleifil, M., Annaswamy, A.M., Ghoniem, Z.A., and Ghoniem, A.F., 1996, “Response of a Laminar Premixed Flame to Flow Oscillations: A Kinematics Model and Thermoacoustic Instability Results,” *Combust. Flame* 106, pp. 487~510.
- (3) Ducruix, S., Durox, D., and Candel, S., 2000, “Theoretical and Experimental Determinations of the Transfer Function of a Laminar Premixed Flame,” *Proc. Comb. Inst.* 28, pp. 765~773.
- (4) Schuller, T., Durox, D., and Candel, S., 2003, “A Unified Model for the Prediction of Laminar Flame Transfer Functions: Comparisons between Conical and V-flame Dynamics,” *Combust. Flame* 134, pp. 21~34.
- (5) Schadow, K.C., Gutmark, E.J., Parr, T.P., Parr, D.M., Wilson, K.J., and Crump, J.E., 1989, “Large-Scale Coherent Structures as Drivers of Combustion Instability,” *Comb. Sci. Tech.* 64, pp. 167~186.
- (6) Yu, K.H., Troune, A., and Daily J.W., 1991, “Low-frequency Pressure Oscillations in a Model Ramjet Combustor,” *J. Fluid Mechanics* 232, pp. 47~72.
- (7) Broda, J.C., Seo, S., Santoro, R.J., Shirhattikar, G., and Yang, V., 1998, “An Experimental Study of Combustion Dynamics of a Premixed Swirl Injector,” *Proc. Comb. Inst.* 27, pp. 1849~1856.
- (8) Lieuwen, T. and Zinn, B.T., 1998, “The Role of Equivalence Ratio Oscillations in Driving Combustion Instabilities in Low NOx Gas Turbines,” *Proc. Comb. Inst.* 27, pp. 1809~1816.
- (9) Lieuwen, T., Torres, H., Johnson, C., and Zinn, B.T., 2001, “A Mechanism of Combustion Instability in Lean Premixed gas Turbine Combustors,” *J. Engr. Gas Turb. Power* 123, pp. 182~190.
- (10) Richards, G.A., and Janus, M.C., 1998, “Characterization of Oscillations During Premix Gas Turbine Combustion,” *J. Engr. Gas Turb. Power* 120, pp. 294~302.
- (11) Kendrick, D.W., Anderson, T.J., Sowa, W.A., and Snyder, T.S., 1999, “Acoustic Sensitivities of Lean Premixed Fuel Injectors in a Single Nozzle Rig,” *J. Engr. Gas Turb. Power* 121, pp. 429~436.
- (12) Cho, J.H. and Lieuwen, T., 2005, “Laminar Premixed Flame Response to Equivalence Ratio Oscillations,” *Combust. Flame* 140, pp. 116~129.
- (13) Hubbard, S. and Dowling, A.P., 1998, “Acoustic Instabilities in Premix Burners,” *AIAA Paper # 98-2272*.
- (14) Dowling, A.P., and Hubbard, S., 2000, “Instability in Lean Premixed Combustors,” *Proc. Instn. Mech. Engrs.* 214(A), pp. 317~332.
- (15) You, D., Huang, Y., and Yang, V., 2005, “A Generalized Model of Acoustic Response of Turbulent Premixed Flame and its Application to Gas Turbine Combustion Instability Analysis,” *Comb. Sci. Tech.* 177, pp. 1109~1150.
- (16) Lipatnikov, A.N. and Sathiah, P., 2005, “Effect of Turbulent Flame Development on Thermoacoustic Oscillations,” *Combust. Flame* 142, pp. 130~139.
- (17) Bray, K.N.C., 1990, “Studies of the Turbulent Burning Velocity,” *Proc. Roy. Soc. Lond.(A)* 431, pp. 315~335.
- (18) Abu-Off, G.M., and Cant, R.S., 1996, “Reaction Rate Modeling for Premixed Turbulent Methane-air Flames”, *Proceedings of the Joint Meeting of Spanish, Portuguese, Swedish and British Sections of the Combustion Institute, Madeira*.