

# 표준편차의 변동을 고려한 신뢰성 최적설계

## Reliability Based Design Optimization with Variation of Standard Deviation

임 오 강† 김 형 육\* 최 은 호\*

Lim, O-Kaung Kim, Hyung-Wook Choi, Eun-Ho

(논문접수일 : 2007년 12월 10일 ; 심사종료일 : 2008년 6월 5일)

### 요지

확정론적 최적설계에서는 설계변수의 변동이나 불확실성 등을 최적화 과정에서 고려하지 않는다. 신뢰성 최적설계는 설계변수의 임의성을 체계적인 확률 및 통계이론을 적용하여 생산품의 안정성을 보다 정밀하고 합리적으로 다룬다. 본 논문에서 설계변수를 확률변수로 취급하여 실제 제작시의 제작오차를 고려한 표준편차를 주었으며, 설계변수의 평균에 대한 표준편차를 기준의 고정된 값을 사용하지 않고 평균과 표준편차의 관계가 오목함수로 나타나도록 하였다. 즉, 설계변수의 평균이 달라짐에 따라 표준편차도 변동계수만큼 변하도록 하였다. 신뢰성해석은 불변 2차 모멘트 방법을 이용하고 신뢰성을 구하는 방법은 신뢰도 지수 접근방법의 개선된 일계 2차 모멘트 방법을 이용하여 신뢰성을 구하였다. 두 가지 예제를 통해 확정론적 최적설계, 신뢰성 최적설계와 표준편차의 변동을 고려한 신뢰성 최적설계의 값을 비교하였다.

**핵심용어** : 신뢰성 최적설계, 신뢰도 지수, 신뢰성 조건법

### Abstract

Deterministic design optimization(DO) does not explicitly deal with a variety of factors from inherent randomness and uncertainties. Reliability based design optimization(RBDO) is necessary to use in engineering systems in order to guarantee quality and performance of product. In this paper, design variables are considered as random variables. Standard deviation according to change of design variables have changed as much as coefficient of variation. And, if the standard deviation is error of manufacturing, standard deviation-mean relation is concave form. We obtain reliability index using advanced first order second moment method(AFOSM). This paper is examined by solving two examples and the results are compares with DO, RBDO and suggested RBDO.

**Keywords** : reliability based design optimization, safety index, target performance

### 1. 서 론<sup>1)</sup>

설계변수와 시스템 파라미터의 임의성을 논리적인 확률 및 통계 이론에 적용하여 구조물의 안정성을 보다 합리적으로 예측하는 것을 신뢰성 최적설계라 한다. 신뢰성 최적설계에는 실험 계획적 방법, 민감도 이용 방법과 확률 제한조건을 이용한 방법으로 분류할 수 있다(Yang 등, 1999). 실험 계획적 방법은 시스템의 응답을 수식적으로 표현할 수 없을 때 통계적 수단을 이용하는 방법으로 계획된 실험 수행이 필요하고, 이산화된 변수를 이용하기 때문에 제한조건을 가진 문제나 연속 변수 최적설계에 적용하기 힘들며 비선형성이 강한 문제에는 적합

하지 않다(Phadke, 1986). 민감도 이용 방법은 각 성능 함수의 평균값과 분산값을 현재 설계점에서의 성능함수 민감도 값을 이용하여 극사적으로 구하므로 성능 함수와 제한조건의 정도가 높은 민감도 값을 요구한다. 확률 제한조건을 이용한 방법은 신뢰도 해석을 통해 구한 안전지수(safety factor)로 표현되는 제한조건식을 극사적으로 구성한 후 최적화 알고리즘을 이용하여 해를 구한다(Kiureghian 등, 1987). 확률 이용 방법들은 정확한 위반확률을 구하기 위해 많은 계산과 시간이 필요로 해서 실제 현장에 적용하는데 어려운 점이 있기 때문에 효율적으로 확률 제한조건을 이용할 수 있는 방법들이 연구되고 있다.

\* 책임저자, 정회원 · 부산대학교 기계공학부 교수  
Tel: 051-510-2306 ; Fax: 051-582-9164  
E-mail: oklim@pusan.ac.kr  
\* 부산대학교 기계설계공학과

• 이 논문에 대한 토론을 2008년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2009년 2월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

Balling 등은 기존의 최적화 알고리즘에서 구한해에서의 제한조건의 구배를 이용하여, 최적화의 후처리로서 목적함수인 설계변수 변화량의 노음(norm)을 최소화하면서 제한조건인 제작공차를 고려한 선형화된 부등제한조건을 만족하도록 하는 정식화를 제시하였다(Balling 등, 1986). Bennet 등은 목적함수로서 중량을 고려하였고, 제한조건으로 기존 최적해의 정보를 이용하여 벌칙이 부과된 부등제한조건 및 후처리가 아닌 최적화 과정에 설계변수의 변화를 고려한 부등제한조건을 이용하는 정식화를 제시하였다(Bannet 등, 1990). Ramakrishnan 등은 목적함수로서 원래 목적함수의 분산을 사용하고 제한조건 함수로서 원래 제한조건함수의 평균을 취하였다(Ramakrishnan 등, 1991).

기존의 연구에서는 대부분 제한조건이 설계변수의 변화에 대하여 강건해지도록 하는 알고리즘을 제공하지 않고 있다(Yang 등, 2005). 이러한 단점을 극복하기 위하여 본 논문에서는 제한조건을 수정하여 새로운 정식화를 구성하였다. 즉, 설계변수를 확률변수로 취급하고 실제 제작시의 제작 오차를 고려하여 표준편차를 주었고, 설계자가 원하는 신뢰도의 설계 변수를 찾기 위해 유용영역내의 초기치를 이용하고 최적설계 단계마다 불변 2차 모멘트 방법(Melchers, 1987)을 이용한 신뢰도 해석을 수행하여 목표 신뢰도(Hasofer 등, 1974 ; Choi, 1998)에 해당하는 설계변수를 구하도록 하였다. 각 단계별 설계변수의 평균에 관한 표준편차를 기존의 고정된 값을 사용하는 방법과 달리 설계변수의 평균이 달라짐에 따라 표준편차도 변동계수만큼 선형적으로 변하도록 하였다. 또한 표준편차가 제작상의 오차라 할 때 현재 사용되고 있는 개별 공차의 개념을 도입하여 평균과 표준편차의 관계가 오목함수의 형태로 나타나도록 하여 신뢰도 해석에 신뢰성을 높였다. 두 가지 예제를 통하여 신뢰도 최적설계와 확정론적 최적설계의 값을 비교하였고, 매회 개선된 표준편차를 이용한 신뢰성 설계가 고정된 표준편차를 이용한 설계보다 강건한 설계임을 나타내었다.

## 2. 신뢰도 해석

### 2.1 신뢰도 지수

통계학적으로 이론적인 신뢰성 평가는 불확실성을 내포하고 있는 요인들을 기본 확률 변수 벡터로 표시하고, 이들 확률 변수의 결합 확률 밀도 함수를 다중 적분의 수치계산을 필요로 한다. 그러나 신뢰성 평가를 다중 적분으로 직접 구하는 것은 수치 해석적 관점에서 어렵기 때문에 성능 평가 함수를 1차 또는 2차로 근사하는 해석적인 방법을 사용하고

있다. 근사적 해석을 위해서는 한계상태식  $g(x)$ 를 Taylor 급수 전개를 통해 선형 근사화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} g(x) &\approx g(\mu) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{\mu} (x_i - \mu_i) + H(x) \\ &= a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + H(x) \\ &= g_1(x) + H(x) \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)로부터 한계상태식의 평균  $\mu_g$ 와 분산  $\sigma_g^2$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_g = g(\mu) \quad (2)$$

$$\sigma_g^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{\mu} \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{\mu} \sigma_i \sigma_j \quad (3)$$

식 (2), (3)으로부터 구한 평균과 분산을 이용하여 신뢰도 지수  $\beta$ 를 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{g(\mu)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{\mu} \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{\mu} \sigma_i \sigma_j}} \quad (4)$$

### 2.2 신뢰도 해석 방법론

신뢰성 최적설계는 제약조건의 신뢰도를 제약조건으로 가지는 최적설계로 정식화하는 것이다. 이때 확률변수의 분포 특성에 따라 확률변수의 상한값과 하한값은 요구되는 신뢰도 지수만큼 설계영역을 변경하여 제약조건의 강건화를 얻을 수 있다. 신뢰도 해석 방법론은 제약조건의 해석적 방법의 차이로 두 가지 방법으로 나누어진다. 제약조건의 신뢰도지수를 계산하고 설계자가 원하는 파괴확률인 목표신뢰도 지수와 비교하여 위배여부를 판별하고 설계변수를 개선하는 과정을 수행하는 신뢰도 지수 접근방법(Reliability index approach, RIA)과 허용 위배확률로부터 계산된 목표 신뢰도 지수를 만족하는 점에서의 한계상태식 최소값을 목표성능치라 하고, 이를 바탕으로 해를 개선하는 과정을 수행하는 목표성능치 접근방법(Performance measure approach, PMA)이 있다.

신뢰도지수 접근 방법은 표준 정규 공간에서 파괴표면에 접하는 점들 중에서 원점과 가장 짧은 거리로 정의함으로써 구할 수 있다. 여기서 최대 파괴 가능점(Most probable failure point, MPP)에서의 1차항까지 급수 전개를 이용하여 신뢰성 해석을 수행하면 일계 신뢰성 방법(First order reliability method, FORM)이라 정의하고, 2차항까지 급수 전개식을 적

용하면 이계 신뢰성방법(Second order reliability method, SORM)이라고 한다. Hasofer와 Lind는 일계 신뢰성 방법에서 직접적으로 파괴 확률을 구하지 않고 수치적 반복법으로 신뢰도지수를 구하는 방법을 제안하였다(Hasofer 등, 1974). Rackwitz와 Fiessler는 비정규분포 확률변수를 포함하는 한계 상태 방정식에 대해 모멘트법을 이용하여 신뢰성 지수를 평가하기 위한 등가의 정규 분포 확률변수로 치환하는 변환법을 제시하였다(Rackwitz 등, 1978).

본 논문에서는 불변 2차 모멘트 방법(AFOSM)으로 신뢰도해석을 수행하였고, 신뢰도는 신뢰도지수 접근방법에서 Hasofer-Lind방법과 Racwitz-Fiessler방법을 합친 HL-RF방법(Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler method)을 사용하였다.

### 3. 표준편차의 변동을 고려한 신뢰성 최적설계

#### 3.1 변동계수에 의한 표준편차 변화

통계학적으로 확률변수  $X$ 에 대한 평균은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mu_x = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (5)$$

여기서,  $n$ 은 확률변수  $X$ 에 관한 총 표본의 개수를 나타낸다. 평균  $\mu_x$ 에 대한 분산과 표준편차  $\sigma^2$ 은 각각 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(X_1 - \mu_x)^2 + (X_2 - \mu_x)^2 + \dots + (X_n - \mu_x)^2}{(n-1)} \\ &= \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$S.D = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^2} \quad (7)$$

표준편차는 치수의 평균인  $\mu_x$ 를 가공할 수 있는 가공능력을 의미한다. 즉, 표준편차가 작으면 가공 정밀도가 뛰어나다는 의미이다. 그리고 확률변수  $X$ 의 변동성에 대한 지표인 변동계수(Coefficient of Variation, CoV)는 아래와 같이 평균과 표준편차의 비로 정의된다.

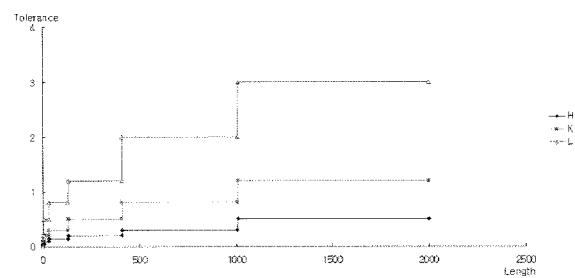
$$CoV = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (8)$$

설계변수의 변동계수가 일정할 경우에 최적설계 수행 시 입력값인 평균이 줄어들면 표준편차가 줄어들게 되고, 커지면 표준편차가 커지는 비례관계를 가지게 된다. 이와 같이

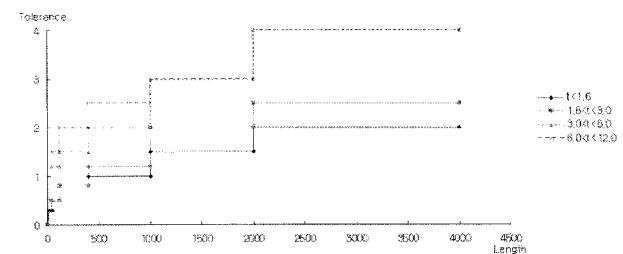
확률변수의 평균이 변함에 따라 변동계수에 비례적으로 변하는 표준편차를 줄으로써 통계학적으로 더 정밀한 신뢰도 해석을 수행할 수 있다.

#### 3.2 자연로그 함수에 의한 표준편차 변화

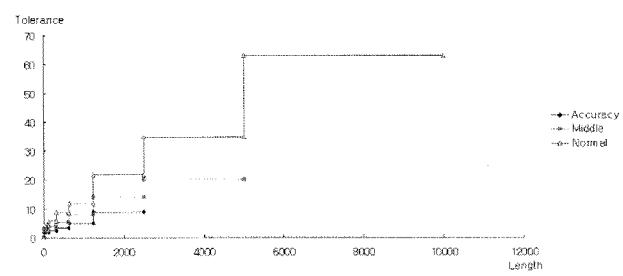
설계변수인 평균의 간격이 아주 좁으면 즉, 초기점의 변동이 아주 작으면 표준편차를 고정하여도 무방하다. 그러나 초기점으로부터 약 10% 이상 변한다고 가정하면 고정된 표준편차는 신뢰성 해석에 큰 오차가 발생된다. 또 설계변수가 변함에 따라 표준편차가 변하여도 각 치수마다 매번 실험을 거듭해 보지 않는 이상 정확한 표준편차의 값을 구하기는 어렵다. 따라서 표준편차가 평균의 변화에 비례적으로 변한다는 것 역시 정확한 표준편차 값이라 할 수 없다. 여기서 표준편차를 기계 가공 오차라 할 때, 오차는 치수가 클수록 크고 작을수록 작다. 치수가 작다는 것은 거의 0에 가까운 형상이 존재한다는 의미인데 그 치수에 대해서는 아주 큰 오차를 나타낸다. 기계 가공 공차는 허용 오차를 나타내는데 그 특성을 살펴보면 Fig. 1과



(a) Permissible deviation without tolerance indication

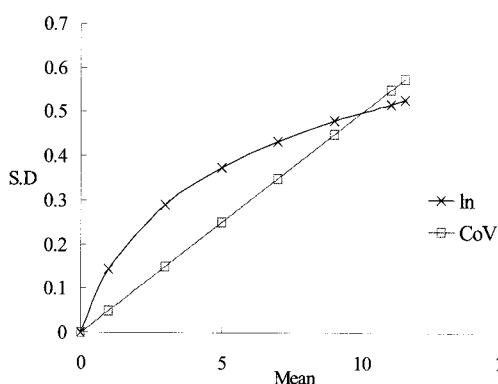


(b) Tolerance indication for shearing of metal plates



(c) Tolerance indication for steel castings

Fig. 1 Tolerance of korean standard

Fig. 2 Typical  $\sigma$ - $\mu$  diagram at korean industrial standards

같이 치수와 공차는 지수적으로 증가함을 알 수 있다. 제작 오차는 공차가 증가하는 지점에 있지 않는 이상, 변동이 주어지더라도 주변값의 공차는 거의 비슷한 값을 가지고 있다. 또 치수가 0에 가까워질수록 치수에 비해 큰 공차를 가진다. 따라서 중심값으로부터 유선으로 나타내어보면 전체적인 그래프의 형상은 오목한 형태로 나타내어진다.

본 연구에서는 표준편차를 제작상의 오차라 간주하고 기계 설계 규격집(Jung, 2004)의 설계 제작 공차의 추이를 따라 아래 식과 같이 평균과 표준편차의 관계를 오목한 함수라 설정하였다.

$$\sigma = A \cdot \ln(\mu + 1) \quad (9)$$

여기서 상수  $A$ 는 초기값의 평균과 표준편차로 구할 수 있다. 만약 초기값의 평균이 10이고, 표준편차가 0.5이면  $A$ 는 약 0.2058이고, 변동계수를 고려한 표준편차와 식 (9)에서 제안한 표준편차를 도식적으로 나타내면 Fig. 2와 같다. 실험을 통한 분석으로 나온 표준편차를 구하기가 실제로 어렵기 때문에 이론적으로 타당한 오목한 형태의 함수식을 사용하여 설계변수인 평균이 변함으로서 표준편차의 변동을 더 정확히 나타낼 수 있다.

#### 4. 수치예제

##### 4.1 사각 단면의 단면 최적설계

사각형 단면을 가지고 외팔보의 형상을 Fig. 3에 도시하였고, 설계에 필요한 데이터를 Table 1에 제시하였다. 최적화를 위한 설계변수는 보 단면의 폭에 대한 설계변수  $w$ 와 높이에 대한 설계변수  $h$ 로 설정하였다.

목적함수는 부피 최소화이고, 제약조건은 변위 제약조건이다.

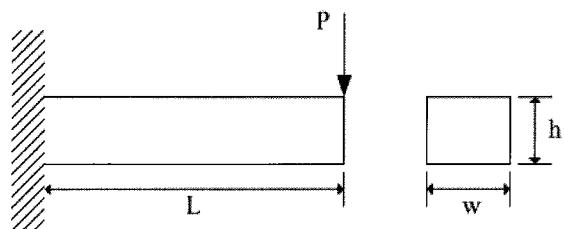


Fig. 3 Design variable of cantilever

Table 1 Design data for cantilever

Design data	Value
Length, $L$	1m
Young's modulus, $E$	20GPa
Load, $P$	5kN
Allowable displacement, $\delta_a$	2mm

$$f(h, w) = h \cdot w \cdot L$$

$$g = \delta - \delta_a \leq 0$$

신뢰성 최적설계를 위한 정식화는 변위에 대한 제약조건을 확률론적 제약조건으로 변화시켜 다음과 같은 신뢰성 기반 최적설계 문제로 정의하였다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && \text{Volume} \\ & \text{subject to} && \Pr[\delta_a \geq \delta] \geq 0.9987 \end{aligned}$$

여기서 확률제한조건의 목표 신뢰도지수,  $\beta_{target}$ 은 3의 값을 가지며 신뢰도지수  $\beta$ 가 3인 경우는 0.0013의 파괴확률을 갖는다. Table 2는 초기 설계변수의 평균과 분산이다.

신뢰도 해석은 Hasofer-Lind의 개선된 일계이차모멘트법(Hasofer 등, 1974)을 사용하였고, 최적화 알고리즘은 반복

Table 2 Mean and standard deviation of design variable for cantilever

Design variable	Mean	Standard deviation
$h$	0.2	0.005
$w$	0.1	0.005

Table 3 Comparison of optimum design for cantilever

	Item	Deterministic	RBDO (Fixed S.D.)
Design variables	$h$ [mm]	177.8	191.4
	$w$ [mm]	88.9	95.7
Constrain	$\delta$ [mm]	-2.0	-1.5
Object	Volume( $m^3$ )	0.0158	0.0183
Response	$\beta$	0.00046	3.0052
	Reliability	0.5000	0.9987

Table 4 Mean and coefficient of variation of design variable

Design variable	Mean	CoV	Coefficient A
w	0.1	0.05	0.05246
h	0.2	0.025	0.02742

Table 5 Comparison of RBDO according to variation of standard deviation

Parameters	RBDO(CoV)	RBDO(Present)
Design variables	h(mm)	190.9
	w(mm)	95.2
Object	Vol.(m <sup>3</sup> )	0.0182
Response	$\beta$	3.005
		3.002

이차계획법(Lim 등, 1986)을 선택하였다. 14회의 스텝을 거쳐 최적해를 도출하고 각 스텝의 부문제 반복수는 10번이내에 수렴하였다. 신뢰도 해석을 수행하여 Table 3과 같은 개선하였고, 각 스텝의 부문제 반복수는 10번이내에 수렴하였다. 신뢰도 해석을 수행하여 Table 3과 같이 개선되었다. 신뢰성 최적설계 결과, 최적해는 설계변수  $h$ 의 경우 191.4mm로 확정론적 최적해보다 13.6mm증가하였고,  $w$ 는 6.8mm로 증가하였다. 신뢰도가 50%에서 99.87%로 49.87%가 향상되었다.

변동계수에 비례적으로 감소하는 표준편차를 사용한 것과 평균과 표준편차가 식 (9)의 관계를 가지는 것을 비교하여 신뢰성 최적설계를 수행하였다. 표준편차 변동 수치를 Table 4에 제시 하였고, 그 결과를 Table 5에 나타내었다. 표준편차의 변동을 고려한 경우가 Table 3의 고정된 표준편차를 적용한 경우보다 설계변수 치수와 신뢰도 지수에서 근소한 값으로 작게 나타난다. 이것은 표준편차가 평균에 비례적 또는 오목한 형태로 변동하기 때문에 설계변수의 평균이 줄어듬에 따라 표준편차가 근소하게 감소하였다. 비례적으로 감소하는 표준편차의 최적해에서  $h$ 는 190.9mm,  $w$ 는 95.2mm였고, 식 (9)의 관계를 이용한 신뢰성 최적설계의 최적해에서  $h$ 는 191.1mm,  $w$ 는 95.6mm로 표준편차를 0.005로 고정한 선형 연구(Lee 등, 2001)보다 개선되었고, 신뢰도 지수는 각각 3.005와 3.002로 시스템의 파괴확률은 약 0.13%의 확률로 향상되었다.

#### 4.2 위성 안테나 브래켓

위성체 안테나는 위성 발사 시와 정지궤도 상에서의 동작 환경이 지상과는 매우 달라 발사 시 강한 진동에 따른 내성, 진공 및 극심한 온도 변화에 따라 열적 변형 최소, 지지대 및 구조물의 고강도 등과 같은 기계적 특성이 충분히 고려되어야 한다. 특히, 위성 안테나 지지대 부품의 하나인 브래켓

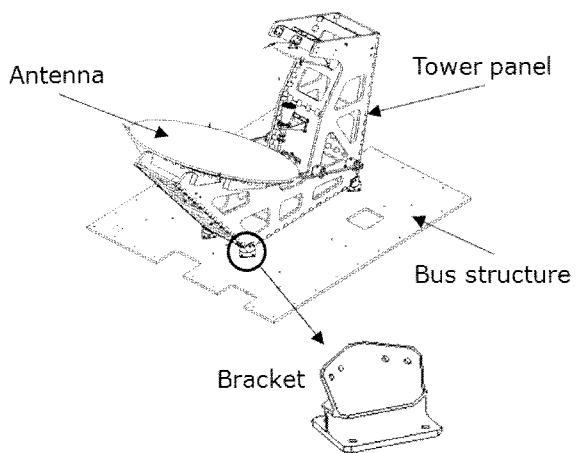


Fig. 4 Satellite antenna system

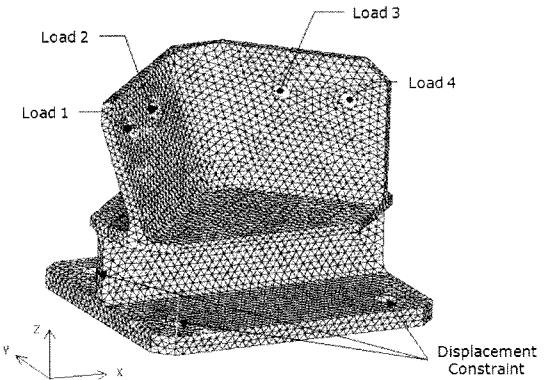


Fig. 5 Finite element model

은 안테나의 지지구조물과 본체 연결구조물을 상호 연결시켜 주는 주요한 부품으로 충분한 강성과 강도를 유지해야 한다(Lim 등, 2003). 위성체 안테나의 시스템 구조와 브래켓의 형상은 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 5는 브래켓의 유한요소 해석 모델로써 구조물에 체결되는 4개의 구멍에 Table 6과 같이 하중이  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ 방향으로 작용하고, 지지부에 고정되는 4개의 구멍은 병진 운동을 고정시키는 조건을 적용하였다. 브래켓의 재질은 알루미늄 합금인 AL 7075-T7351이고 규격은 QQ-A-250/12이며, 두께는 2.0, 2.5인치로 구성된 판형상이다. 재료의 물성치를 Table 7에 나타내었다.

설계변수는 2개로 모델의 두께이다. 설계변수의 초기치는 현 모델의 두께인  $t_1$ 은 5mm,  $t_2$ 는 6mm 그리고 설계변수의 상한과 하한은 각각 4.5mm와 6.6mm로 하였다. 목적함수는 부피최소화, 제약조건은 항복 응력이다. 근사식의 구성을 위하여 설계변수가 2개이며, 3수준 직교배열표로 9번의 실험을 실시하였다. 근사식의 형태는 2차 모형으로 식 (10)과 같고, 계수는 Table 8에 나타내었다. 최적해는 수정된 반복 이차 계획법인 PLBA를 사용하여 도출하였다(Lim 등, 1986).

Table 6 Bracket of load condition

Location	$F_x$ [N]	$F_y$ [N]	$F_z$ [N]
Load 1	8.8	745.1	1800.3
Load 2	270.1	325.5	123.8
Load 3	45.0	-41.5	-369.2
Load 4	100.5	-72.8	1879.8

Table 7 Material properties of Al 7075-T7351

Design data	Value
Ultimate tensile strength, $\sigma_u$	448MPa
Yield strength, $\sigma_y$	359MPa
Young's modulus, $E$	71.016GPa
Shear modulus of elasticity, $G$	24.821GPa
Poissons ratio, $\nu$	0.33
Density, $\rho$	2795.67kg/m <sup>3</sup>

$$f(x) = [A] + [B]X + X^T[C]X \quad (10)$$

목표 신뢰도지수,  $\beta_{target}$ 은 4.0이고 표준편차를 0.1, 변동계수는 0.02으로 두었다. 아래와 같은 신뢰성 기반 최적설계 문제로 정식화하였다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && \text{Weight} \\ & \text{subject to} && \Pr[(\sigma_a - \sigma) \geq 0] \geq 0.99997 \end{aligned}$$

6회의 스텝을 거쳐 최적해를 도출하였고, 그 결과를 Table 9에 나타내었다. 초기값에 대한 신뢰도 지수는 6.84로 제한조건에 거의 만족함을 알 수 있다. 확정론적 최적해에서 신뢰도 지수는 거의 0에 가까워야 하나 3.38이라는 신뢰도 지수가 나왔다. 이것은 신뢰성 해석을 위한 정확한 데이터가 주어지지 않은 허용응력의 차이로 인한 한계상태식의 근사 오차이다.

신뢰성 최적설계에서 비례적으로 감소하는 표준편차의 최적해에서 설계변수  $t_1 = 4.739\text{mm}$ ,  $t_2 = 5.492\text{mm}$ 이고, 식 (9)의 관계를 이용한 신뢰성 최적설계의 최적해는  $t_1 = 4.749\text{mm}$ ,  $t_2 = 5.528\text{mm}$ 로 확정론적 최적설계 결과에 가까운 해가 나왔다. 그 이유 역시 근사화의 오차로 인해 발생한 경계지점에서의 신뢰도 지수 생성뿐만 아니라 표준편차가 매우 작은 값을 가지므로 높은 신뢰도를 나타낸 통계학적으로 타당하다.

Table 9 Comparison of optimum design

Parameters	Initial	Deter.	RBDO (CoV)	RBDO (Present)
Design variables	$t_1$ [mm]	5.0	4.690	4.749
	$t_2$ [mm]	6.0	5.380	5.528
Object	Weight [Kg]	0.253	0.236	0.244
Constraint	Stress [MPa]	264.0	300.3	279.3
Response	$\beta$	6.84	3.380	4.004
				4.005

## 8. 결 론

본 연구에서는 순차 설계영역을 이용하여 불확실성, 변동성을 고려한 신뢰성 최적설계를 수행하였고, 설계변수를 확률변수로 취급하고 실제 제작시의 제작 오차를 고려하여 표준편차를 주었고, 설계자가 원하는 신뢰도의 설계변수를 찾기 위해 유용영역내의 초기치를 이용하고 최적설계 단계마다 불변 2차 모멘트 방법을 이용한 신뢰도 해석을 수행하여 목표 신뢰도에 해당하는 설계변수를 구하도록 하였다. 각 단계별 설계변수의 평균에 관한 표준편차를 기준의 고정된 값을 사용하는 방법과 달리 설계변수의 평균이 달라짐에 따라 표준편차도 변동계수만큼 선형적으로 변화도록 하였다. 또한 표준편차가 제작상의 오차라 할 때 현재 사용되고 있는 개별 공차의 개념을 도입하여 평균과 표준편차의 관계가 오목함수의 형태로 나타나도록 하여 신뢰도 해석에 신뢰성을 높였다. 두 가지 예제를 통하여 신뢰성 최적설계와 확정론적 최적설계의 값을 비교하였고, 매회 개선된 표준편차를 이용한 신뢰성 설계가 고정된 표준편차를 이용한 설계보다 강건한 설계임을 도출하였다.

- 1) 확정론적 최적설계보다 목적값은 3% 더 크게 나오나 설계 시스템의 신뢰도는 49%이상의 향상을 나타내었다.
- 2) 설계변수만이 확률변수일 경우 최적해가 제약조건의 경계에 나타나는 것이 아니라 신뢰도지수만큼 멀어진 점에서 최적해가 나옴을 알 수 있다.
- 3) 신뢰도 해석 시 표준편차를 평균에 대한 변동계수와  $\sigma = a \cdot \ln(\mu + 1)$ 의 관계를 가지는 것으로 대치하여 넣어줌으로써 신뢰도 해석 시 보다 높은 신뢰성을 가질 수 있었다.

Table 8 Coefficient of approximate formula

Item	[A]	[B]	[C]
Objective	$0.27778 \times 10^{-1}$	$\begin{bmatrix} +0.35000 \times 10^{-1} \\ -0.55556 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.66667 \times 10^{-3} & 0.92593 \times 10^{-3} \\ 0 & 0.45732 \times 10^{-13} \end{bmatrix}$
Stress constraint	$0.16491 \times 10^{-4}$	$\begin{bmatrix} -0.39467 \times 10^3 \\ -0.50556 \times 10^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.27333 \times 10^2 & 0.25000 \times 10^1 \\ 0 & 0.23148 \times 10^1 \end{bmatrix}$

## 참 고 문 현

- Balling, R.J., Free, J.C., Parkinson, A.R.** (1986) Consideration of Worst-Case Manufacturing Tolerance in Design Optimization, *ASME Journal of Mechanics, Transmission and Automation in Design*, 108, pp.438 ~441.
- Bannet, J.C., Lust, R.V.** (1990) Conservative Methods for Structural Optimization, *AIAA Journal*, 28(8), pp.1491~1496.
- Choi, J.H.** (1998) Study on Tolerance and Reliability Analysis of Mechanical Systems with Uncertainty, *KSME*, 22(1), pp.215~226.
- Han, H.S., Park, T.W.** (1996) Robust Design of Mechanisms Using the Response Surface Analysis, *KSPE*, 13(10), pp.56~61.
- Hasofer, A.M., Lind, N.C.** (1974) Exact and Invariant Second Moment Code Format, *Journal of Eng. Mech.*, 100(1), pp.111~121.
- Jung, H.K.** (2004) Korean Industrial Standards databook, Sungahndang.
- Kiureghian, A.D., Lin, H.Z., Hwang, S.J.** (1987) Second-Order Reliability Approximation, *Journal of Eng. Mech.*, 113(8), pp.1208~1225.
- Lee, B.C., Jung, D.H.** (2001) Enhancement of Computational Efficiency of Reliability Optimization Method by Approximate Evaluation of Sub-Optimization Problem, *KSME*, 25(10), pp.1597~1604.
- Lim, O.K., Arora, J.S.** (1986) An Active Set RQP Algorithm for Engineering Design Optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 57(1), pp.51~61.
- Lim, O.K., Lee, J.O., Hwang, T.K.** (2003) Optimum Design of Bracket for Satellite Antenna, *KSME spring conference*, pp.451~455.
- Melchers R.E.** (1987) *Structural Reliability Analysis and Prediction*, Ellis Horwood Limited.
- Phadke, M.S.** (1986) *Quality Engineering Using Robust Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Rackwitz, R., Fiessler, B.** (1978) Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences, *Journal of Computers and Structures*, 9(5), pp.489~494.
- Ramakrishnan, B., Rao, S.S.** (1991) A Robust Optimization Approach Using Taguchi's Loss Function for Solving Nonlinear Optimization Problems, *ASME*, 32-1, pp.241~248.
- Yang Y.S., Kim B.J., Lee J.O.** (2005) Modified Single Loop Single Vector Method for Stability and Efficiency Improvement in Reliability-Based Design Optimization, *COSEIK*, 18(10), pp.51~59.
- Yang, Y.S., Seo, Y.S., Lee, J.O.** (1999) *Structural Reliability Engineering*, Seoul Univ., Publisher, Seoul.