

크랙을 가진 탄성지지된 유체유동 외팔파이프의 동적 안정성

Dynamic Stability of Elastically Restrained Cantilever Pipe Conveying Fluid with Crack

손인수* · 윤한익*

In-Soo Son and Han-Ik Yoon

(2007년 10월 4일 접수 ; 2008년 1월 15일 심사완료)

Key Words : Cantilever Pipe Conveying Fluid(유체유동 외팔 파이프), Stability(안정성), Critical Flow Velocity(임계유속), Elastically Restrained Pipe(탄성 스프링 지지 파이프), Open Crack(개구형 크랙)

ABSTRACT

The dynamic stability of elastically restrained cantilever pipe conveying fluid with crack is investigated in this paper. The pipe, which is fixed at one end, is assumed to rest on an intermediate spring support. Based on the Euler-Bernoulli beam theory, the equation of motion is derived by the energy expressions using extended Hamilton's Principle. The crack section is represented by a local flexibility matrix connecting two undamaged pipe segments. The influence of a crack severity and position, mass ratio and the velocity of fluid flow on the stability of a cantilever pipe by the numerical method are studied. Also, the critical flow velocity for the flutter and divergence due to variation in the support location and the stiffness of the spring support is presented. The stability maps of the pipe system are obtained as a function of mass ratios and effect of crack.

1. 서 론

비보존력을 받는 계의 동적 안정성에 관한 문제는 기계 및 토목공학 등의 여러 분야에서 많은 관심의 대상이 되어져 왔다. 특히, 파이프 배관계의 내부에 흐르는 유체의 영향에 의한 안정성 문제와 종동력을 받는 보 구조물의 진동특성 및 안정성에 관한 문제는 많은 연구자들에 의해 연구되어져 왔다^(1~5). 탄성지지된 파이프 혹은 보 구조물은 이송유체 및 종동력의 영향으로 Benjamin⁽⁶⁾이 제시한 플러터(flutter) 불안정뿐만 아니라 좌굴 불안정을 유발하기도 한다^(7,8). 또 크랙과 같은 결함은 구조물의 고유진동수 및 진동 특성을 변화시켜 구조물의 안정성에 큰 영향을 미친

다^(9,10). 따라서 내부 유체를 갖는 탄성지지된 파이프 구조물에 크랙과 같은 결함이 존재하는 경우 구조물은 매우 복잡한 안정성 문제가 된다. 이러한 시스템은 계의 불안정에 큰 영향을 미치는 요소들, 즉 이송유체, 탄성지지, 그리고 크랙을 모두 포함하고 있으므로 이들의 상호 연성관계에 의한 계의 동적 안정성을 파악하는 것은 매우 중요한 공학적 문제라 할 수 있다. 크랙이 구조물의 동적특성에 미치는 영향을 연구하기 위하여 초기에는 크랙이 존재하는 부분의 강성을 줄이는 방법⁽¹¹⁾에서 출발하여, 이후에는 크랙에 의해서 추가되는 에너지를 파괴역학적 변수를 사용하여 구한 유연행렬을 적용하는 방법을 주로 사용하고 있다^(12,13). Liu 등은⁽¹⁴⁾ 파이프 형태의 중공 축에 크랙이 존재하는 경우 크랙의 크기에 따른 보의 동특성을 연구하였으며, 최근 크랙과 끝단질량을 가진 외팔보에 종동력이 작용하는 경우 크랙과 끝단질량의 영향에 의한 계의 안정성에 관한 연구 결과도 발표되었다⁽¹⁵⁾.

* 교신저자 : 정희원, 동의대학교 기계공학과
E-mail : isson92@deu.ac.kr
Tel : (051)890-2239, Fax : (051)890-2239

* 정희원, 동의대학교 기계공학과

그러나, 위의 많은 연구들은 대부분 크랙이 없는 경우 파이프 시스템의 안정성 및 동적특성에 관한 연구였으며, 탄성지지된 유체이송 파이프에 크랙이 존재하는 경우, 크랙과 탄성지지 스프링의 위치변화 및 스프링 상수의 영향에 의한 계의 안정성 문제에 관한 연구는 거의 없는 실정이다. 따라서 이 연구에서는 크랙이 존재하는 경우 탄성지지된 유체유동 외팔 파이프의 안정성을 수치해석을 통하여 연구하였다. 특히 크랙의 크기와 위치, 탄성지지 스프링의 위치 변화 및 스프링 상수의 변화가 계의 플러터 및 좌굴 불안정을 유발하는 임계유속에 어떤 영향을 미치는가를 수치해석을 통하여 결과를 도출하고 고찰하였다. 계의 운동방정식은 확장된 해밀턴 원리를 이용하여 유도하였으며, 크랙은 비진전, 개구형 크랙이라고 가정하였다.

2. 이론

Fig. 1은 크랙과 유동유체를 가진 탄성지지된 외팔 파이프의 모델을 나타내고 있다. 여기서 K 는 파이프를 지지하고 있는 병진 스프링의 스프링 상수, L 은 파이프의 전체 길이, 그리고 U 는 유체의 속도이다. 또 x_c 와 x_k 는 각각 크랙의 위치와 파이프의 고정단으로부터 스프링의 지지점까지의 거리를 의미한다. Fig. 1(b)는 크랙이 존재하는 부분의 파이프 단면을 표현한 것이다. 여기서 a_c , $2b$ 는 각각 크랙의 깊이와 길이이다. 또, θ_c 는 전체 크랙의 반각이다.

2.1 크랙 모델링

같은 하중이 작용하는 구조물에서도 크랙이 존재하는 경우에 구조물의 자체 탄성 변형에너지 외에 크랙에 의한 변형에너지가 존재하고 이 부가되는 에너지만큼 추가적인 변형이 더 발생하게 된다. Castigliano의 정리에 의하여 크랙에 의해서 부가되는 변위와 크랙 위치에서의 유연행렬을 각각 다음과 같이 구할 수 있다^(12,14).

$$u_i = \frac{\partial}{\partial P_i} \int_{-b}^b \int_0^{a_c} J dy dz \quad (1)$$

$$C_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial P_j} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \left[\int_{-b}^b \int_0^{a_c} J dy dz \right] \quad (2)$$

여기서 $P_{i,j}$ 는 각각 i, j 방향에서의 힘이고, J 는 변형률 에너지를 밀도함수로서 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

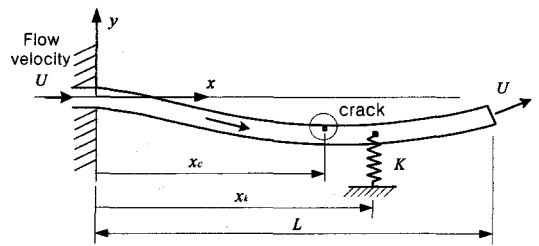
$$J = \frac{1}{E^*} (K_{IM})^2 \quad (3)$$

여기서 E^* 은 평면변형에 대하여 $E^* = E/(1-\nu^2)$ 로 표현되며, K_{IM} 과 ν 는 각각 모멘트에 의한 응력 집중계수와 Poisson 비를 나타낸다. 또, E 는 영계수이다. 중공축 원형단면인 경우 모멘트에 의한 응력 집중계수는 다음과 같다⁽¹⁴⁾.

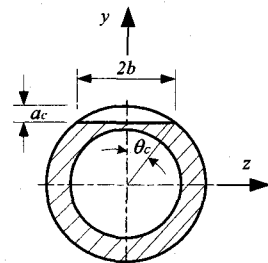
$$K_{IM} = \frac{M_b}{\pi R^2 t_p} \sqrt{\pi R \theta_c} F_b(\theta_c) \quad (4)$$

여기서 M_b 는 굽힘 모멘트이고, t_p 는 파이프의 두께, R 은 $(R_o + R_i)/2$ 를 의미한다. R_o 와 R_i 는 각각 파이프의 외경과 내경을 나타낸다. 또 $F_b(\theta_c)$ 와 A_t 는 각각 식 (5), (6)과 같다.

$$F_b(\theta_c) = 1 + A_t \left[4.5967 \left(\frac{\theta_c}{\pi} \right)^{1.5} + 2.6422 \left(\frac{\theta_c}{\pi} \right)^{4.24} \right] \quad (5)$$



(a) Cracked pipe conveying fluid with spring support



(b) Cross section of cracked pipe

Fig. 1 Geometry of analytical pipe model

$$A_t = \left(0.125 \frac{R}{t_p} - 0.25\right)^{0.25} \quad \text{for } 5 \leq \frac{R}{t_p} \leq 10,$$

$$A_t = \left(0.4 \frac{R}{t_p} - 3.0\right)^{0.25} \quad \text{for } 10 \leq \frac{R}{t_p} \leq 20$$

(6)

식 (3)~(6)을 식 (2)에 대입하면 유연행렬을 얻을 수 있으며, 해석에 필요한 스프링 상수는 식 (2)의 역수를 구함으로써 얻을 수 있다. 이 연구에서는 그 영향이 가장 큰 1과괴모드에 해당하는 항만을 고려한 것이다.

2.2 파이프와 유체의 에너지식

Fig. 1에서 보인 탄성지지된 파이프 및 유체의 에너지 식을 표현하면 각각 다음과 같다.

$$T_{pipe} = \frac{1}{2} m \left\{ \int_0^{x_c} \left(\frac{\partial y_1}{\partial t} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial y_2}{\partial t} \right)^2 dx \right\}$$

(7)

$$V_{pipe} = \frac{1}{2} EI \left\{ \int_0^{x_c} \left(\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} \right)^2 dx \right\}$$

$$+ \frac{1}{2} K_R \left\{ \frac{\partial y_2(x_c)}{\partial x} - \frac{\partial y_1(x_c)}{\partial x} \right\}^2 + \frac{1}{2} K y_k^2(x_k)$$

(8)

$$T_{fluid} = \frac{1}{2} M \left\{ \int_0^{x_c} \left[U^2 + 2U \left(\frac{\partial^2 y_1}{\partial x \partial t} \right) + \left(\frac{\partial y_1}{\partial t} \right)^2 \right] dx \right.$$

$$\left. + \int_{x_c}^L \left[U^2 + 2U \left(\frac{\partial^2 y_2}{\partial x \partial t} \right) + \left(\frac{\partial y_2}{\partial t} \right)^2 \right] dx \right\}$$

(9)

$$W_c = \frac{1}{2} M U^2 \left\{ \int_0^{x_c} \left(\frac{\partial y_1}{\partial x} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial y_2}{\partial x} \right)^2 dx \right\}$$

(10)

$$\delta W_{nc} = - M U^2 \frac{\partial y_2}{\partial x} \Big|_{x=L} \delta y_2 \Big|_{x=L}$$

(11)

여기서 T_{pipe} , V_{pipe} , 그리고 T_{fluid} 는 각각 외팔 파이프의 운동에너지 및 포텐셜 에너지, 그리고 유체의 운동에너지를 나타낸다. 식 (8)의 네 번째 항의 y_k 는 크랙이 존재하는 위치에 따라 즉, $0 \leq x_k \leq x_c$ 이면 y_1 , 그리고 $x_c \leq x_k \leq L$ 이면 y_2 이다. 또, 식 (10)과 (11)은 이송유체에 의한 보존력과 비보존력 성분에

의한 일을 의미한다. m , M 은 파이프와 유체의 단위 길이당 질량을 나타내며, K_R 은 크랙으로 인하여 추가되는 회전스프링 상수를 의미한다. EI 는 외팔 파이프의 굽힘 강성계수이다. 또 y_k ($k=1,2$)는 파이프의 횡변위로서 다음과 같다.

$$y_k(x,t) = \sum_{i=1}^n \phi_{ki}(x) d_i(t)$$

(12)

여기서 $d_i(t)$ 는 일반화 좌표, n 는 모드의 수, 그리고 k 는 크랙으로 인한 파이프의 분할구간 수를 의미한다. 또 파이프의 고유함수 $\phi_{ki}(x)$ 는 크랙이 존재하는 위치를 기준으로 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_{1i}(x) = A_1 \cos(\beta_i x) + A_2 \sin(\beta_i x) + A_3 \cosh(\beta_i x) + A_4 \sinh(\beta_i x) \quad ; (0 \leq x \leq x_c),$$

(13a)

$$\phi_{2i}(x) = B_1 \cos(\beta_i x) + B_2 \sin(\beta_i x) + B_3 \cosh(\beta_i x) + B_4 \sinh(\beta_i x) \quad ; (x_c \leq x \leq L)$$

(13b)

식 (13)의 미지수들은 크랙 위치에서의 연속조건과 파이프의 경계조건을 적용하여 각각 구할 수 있다.

2.3 운동방정식

계의 운동방정식은 앞에서 구한 계의 일과 에너지 식 (7)~(11)을 다음의 확장된 해밀턴 원리에 적용하여 유도하였다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T_{pipe} + \delta T_{fluid} - \delta V_{pipe} + \delta W_c + \delta W_{nc}) dt = 0$$

(14)

또, 운동방정식을 무차원화 하기 위하여 다음과 같은 무차원 매개변수와 좌표를 정의하였다.

$$\eta = \frac{y}{L}, \quad \tau = \sqrt{\frac{EI}{M+m}} \frac{t}{L^2}, \quad u = \sqrt{\frac{M}{EI}} LU,$$

$$k = \frac{KL^3}{EI}, \quad \beta = \frac{M}{M+m}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \xi_k = \frac{x_k}{L},$$

$$\xi_c = \frac{x_c}{L}, \quad a = \frac{\theta_c}{\pi}, \quad k_R = \frac{K_R L}{EI}, \quad q = \frac{d}{L}$$

(15)

여기서 a 와 ξ_c 는 각각 크랙의 크기와 그 위치를 나타내며, k 는 탄성지지된 병진 스프링 상수를, 그리고 ξ_k 는 파이프의 고정단으로부터 스프링 지점까지의 거리를 의미한다. 또 k_R 과 β 는 각각 무차원 회전 스프링 상수와 파이프와 유체의 질량비를 나타낸다. 식(15)의 무차원 매개변수를 이용하여 다음과 같이 무차원 운동방정식과 경계조건 및 크랙위치에서의 연속조건을 각각 구할 수 있다.

$$[M]\ddot{\mathbf{q}} + [C]\dot{\mathbf{q}} + [K]\mathbf{q} = 0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \eta(0, \tau) = 0, \quad \frac{\partial \eta(0, \tau)}{\partial \xi} = 0, \\ \frac{\partial^2 \eta(1, \tau)}{\partial \xi^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 \eta(1, \tau)}{\partial \xi^3} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} k_R \left[\frac{\partial \eta_2(\xi_c, \tau)}{\partial \xi} - \frac{\partial \eta_1(\xi_c, \tau)}{\partial \xi} \right] &= \frac{\partial^2 \eta_2(\xi_c, \tau)}{\partial \xi^2}, \\ \eta_1(\xi_c, \tau) = \eta_2(\xi_c, \tau), \quad \frac{\partial^2 \eta_1(\xi_c, \tau)}{\partial \xi^2} &= \frac{\partial^2 \eta_2(\xi_c, \tau)}{\partial \xi^2}, \\ \frac{\partial^3 \eta_1(\xi_c, \tau)}{\partial \xi^3} &= \frac{\partial^3 \eta_2(\xi_c, \tau)}{\partial \xi^3} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 (\cdot) 는 무차원화된 시간 τ 에 대한 미분을 나타내며, 식(16)의 각 행렬의 요소는 각각 다음과 같다.

$$m_{ij} = \int_0^{\xi_c} \phi_{1i}(\xi) \phi_{1j}(\xi) d\xi + \int_{\xi_c}^1 \phi_{2i}(\xi) \phi_{2j}(\xi) d\xi \quad (19)$$

$$c_{ij} = 2u\sqrt{\beta} \left[\int_0^{\xi_c} \phi_{1i}(\xi) \phi'_{1j}(\xi) d\xi + \int_{\xi_c}^1 \phi_{2i}(\xi) \phi'_{2j}(\xi) d\xi \right] \quad (20)$$

$$\begin{aligned} k_{ij} = & \int_0^{\xi_c} \phi_{1i}(\xi) \phi^{iv}_{1j}(\xi) d\xi \\ & + \int_{\xi_c}^1 \phi_{2i}(\xi) \phi^{iv}_{2j}(\xi) d\xi \\ & + u^2 \left[\int_0^{\xi_c} \phi_{1i}(\xi) \phi''_{1j}(\xi) d\xi \right. \\ & \left. + \int_{\xi_c}^1 \phi_{2i}(\xi) \phi''_{2j}(\xi) d\xi \right] \\ & + \begin{cases} k\phi_{1i}(\xi_k)\phi_{1j}(\xi_k), & \text{for } 0 \leq \xi_k \leq \xi_c \\ k\phi_{2i}(\xi_k)\phi_{2j}(\xi_k), & \text{for } \xi_c \leq \xi_k \leq 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

식(16)에서 $\mathbf{q}(\tau) = \mathbf{q}_0 e^{\lambda \tau}$ 로 표현할 수 있으며, 여기서 고유치 λ 는 복소수 형태로서 $\lambda = \alpha \pm i\gamma$ ($i = \sqrt{-1}$)로 나타낼 수 있다. 파이프의 동적안정성은 고유치 λ 의 실수부인 α 의 부호에 의해 결정된다. 만약 $\alpha < 0$ 이면 파이프는 안정하게 되며, $\alpha > 0$ 이면 불안정이 되는데 이때 허수부 $\gamma = 0$ 의 경우 발산형 불안정, $\gamma \neq 0$ 인 경우 플러터형 불안정이 된다. 또, $\alpha = 0$ 일 때는 안정과 불안정의 경계가 되는 임계값이며 이때의 유속을 플러터 임계유속 u_{cf} 라 하였다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

이 연구에서는 수치해석에서 유도된 무차원 운동방정식을 이용하여 크랙과 파이프를 지지하는 스프링의 위치변화, 그리고 스프링 상수가 파이프의 불안정을 유발하는 임계유속에 미치는 영향을 수치해석하고 고찰하였다. 결과의 타당성을 검토하기 위하여 스프링이 파이프의 끝단에 위치하고 그 크기 $k = 50$ 인 경우에 대하여 크랙이 없는 참고문헌(5)의 엄밀해와 비교하였으며, 그 결과를 Fig. 2에 나타내었다.

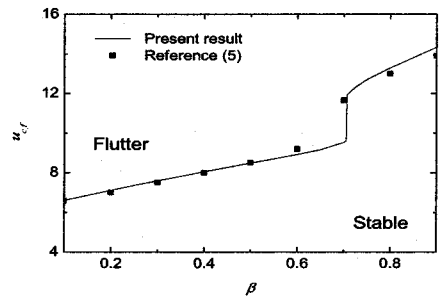


Fig. 2 Comparison between present numerical results and data of Ref. (5)

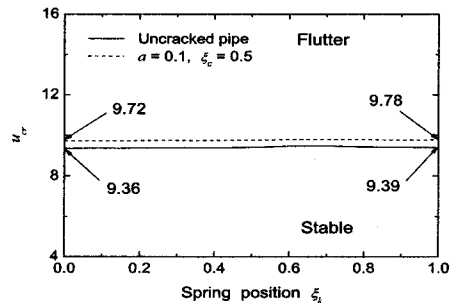


Fig. 3 Instability regions of system depending on the intermediate spring support for $k = 10$

여기서 세로축의 u_{cr} 는 플러터 임계유속을 의미한다.

전반적으로 질량비가 0.6 이상에서 약간의 결과 차이가 있으나 이 논문의 수치 해와 근사한 일치를 보였다.

Fig. 3은 질량비 $\beta=0.5$, 무차원 스프링 상수 $k=10$ 인 경우 크랙이 없는 경우와 크랙이 존재하는 경

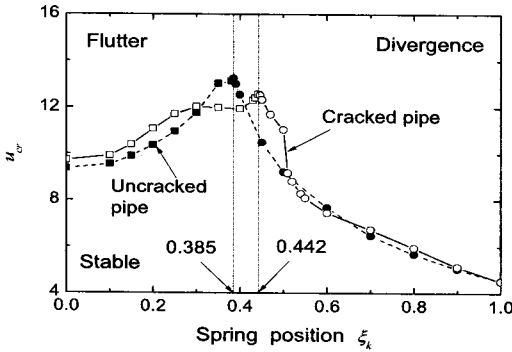
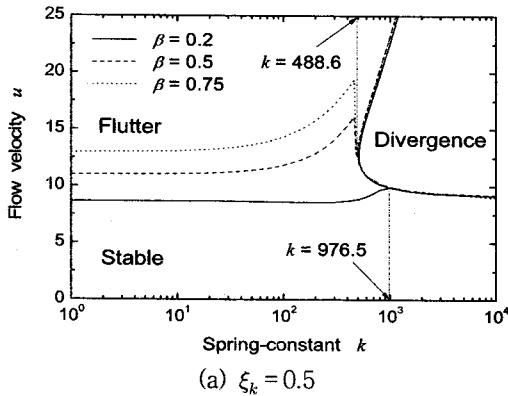
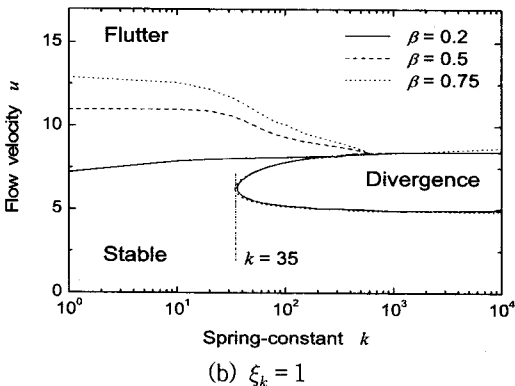


Fig. 4 Instability regions of system depending on the intermediate spring support for $k=10^3$



(a) $\xi_k = 0.5$



(b) $\xi_k = 1$

Fig. 5 Critical flow velocities of cracked cantilever pipe with spring support for $a=0.2$ and $\xi_c=0.5$

우 스프링의 지지 위치에 따른 계의 임계유속의 변화를 나타내었다. 크랙이 존재하는 경우 그 크기와 위치는 각각 0.1과 0.5이다. 세로축의 u_{cr} 은 플러터 혹은 발산형 불안정을 일으키는 임계유속을 의미한다. Fig. 3의 결과에서 볼 수 있는 것처럼 크랙의 유무에 관계없이 스프링의 지지점이 어떤 위치에 존재하여도 플러터 불안정만이 발생함을 알 수 있다. 또 전반적으로 스프링의 지지점 위치와 관계없이 거의 일정한 플러터 임계유속을 가지지만 $\xi_k=0$ 일 때 크랙이 없는 경우에 비하여 크랙의 크기가 0.1인 경우의 임계유속은 약 3.8%, $\xi_k=1$ 인 경우는 약 4.2% 정도 큰 값을 가진다.

Fig. 4는 $\beta=0.5$, 무차원 스프링 상수 $k=103$ 일 때 크랙이 없는 경우와 크랙의 크기 $a=0.1$, 그 위치가 0.5인 경우 스프링의 지지점 위치 변화에 따른 계의 임계유속을 도시하였다. 크랙이 없는 경우 $\xi_k < 0.385$ 인 스프링 지지 위치에서는 플러터형 불안정만을 일으키지만 $\xi_k = 0.385$ 이후에서는 발산형 불안정으로 천이가 일어남을 알 수 있다. 또 크랙의 크기가 0.1인 경우에는 $\xi_k = 0.442$ 에서 플러터형에서 발산형 불안정으로의 천이가 발생한다. 전반적으로 스프링 지지 위치에 따른 임계유속은 크랙이 존재하는 경우 더 큰 값을 가지지만 $0.308 \leq \xi_k \leq 0.441$, 그리고 $0.571 \leq \xi_k \leq 0.644$ 인 영역에 스프링이 지지되어 있는 경우는 반대의 경향을 가진다.

Fig. 5는 크랙의 크기 $a = 0.2$, 크랙의 위치 $\xi_c = 0.5$ 인 경우 스프링 상수와 질량비 β 의 변화에 따른 계의 임계유속을 나타내었다. Fig. 5(a)는 스프링 지지 위치가 0.5, 그리고 Fig. 5(b)는 파이프의 끝단에 스프링이 지지된 경우의 결과이다. 스프링의 지지점의 위치($\xi_k = 0.5, 1$)와 관계없이 플러터 임계유속은 질량비 β 와 서로 비례적인 경향을 보인다. Fig. 5(a)의 스프링의 지지 위치가 0.5인 경우를 살펴보면 질량비가 0.5와 0.75인 경우 무차원 스프링 상수가 약 488에서 플러터로부터 발산형 불안정으로의 천이가 일어나며, 질량비 $\beta=0.2$ 일 때는 스프링 상수 $k=976$ 이상에서 발산형 불안정이 발생한다. Fig. 5(b)에서는 질량비에 관계없이 거의 동일한 스프링 상수($k=35$) 값에서 플러터형 불안정에서 발산형 불안정으로 계의 불안정 형태가 바뀔 수 있다.

Figs. 6, 7은 크랙의 영향, 즉 크랙의 크기와 위치가 서로 상이할 때 스프링 상수의 변화에 따른 계의 플러터 및 좌굴 임계유속을 나타낸 것이다. Fig. 6에서 크랙의 크기가 큰 경우 플러터 임계유속 및 좌굴 임계유속이 모두 더 큰 값을 가진다. 크랙의 크기가 0.2인 경우 스프링 지지점의 위치가 0.5일 때는 $k = 483$ 에서, 그리고 $\xi_k = 1$ 일 때는 $k = 36.8$ 을 기점으로 플러터형 불안정에서 좌굴형 불안정으로의 천이가 발생함을 알 수 있다. 스프링의 위치가 0.5인 경우는 크랙의 크기가 0.2일 때가 0.1일 때에 비하여 작은 스프링 상수 값에서 계는 좌굴 불안정을 일으키지만, 스프링의 지지 위치가 1인 경우에는 반대의 경향을 나타낸다. 또 스프링의 지지점 위치가 0.5인 경우에 스프링 상수 $k = 35$, 그리고 지지점의 위치가 1인 경우는 $k = 18$ 까지 거의 일정한 플러터 임계유속을 갖는다. Fig. 7은 크랙의 위치에 따른 계의 플러터 및 좌굴 임계유속을 도시한 것이다. 크랙의 위

치가 보의 고정단 가까이 존재할수록 임계유속이 낮아지는 경향을 보인다. 스프링 지지점의 위치가 1인 Fig. 7(b)에서 크랙의 위치가 0.1일 때는 $k = 13.7$ 에서, 그리고 $\xi_c = 0.5$ 일 때는 $k = 36.1$ 에서 계는 플러터형 불안정에서 좌굴형 불안정으로의 천이가 일어난다.

Fig. 8은 크랙의 크기와 위치가 각각 0.2, 0.5인 경우 파이프와 유체의 질량비 β 에 따른 계의 플러터 임계유속의 변화를 나타내었다. 질량비 $\beta < 0.209$ 의 영역에서는 스프링 상수 $k = 10$ 일 때 $k = 100$ 인 경우보다 더 낮은 임계유속을 보이지만 그 이상의 질량비 영역에서는 $k = 100$ 인 경우 더 낮은 임계유속을 나타냄을 알 수 있다.

Fig. 9는 질량비 β 가 변화할 때 계의 플러터 임계유속에 미치는 스프링 지지점의 위치, 크랙의 크기, 그리고 크랙의 위치의 영향을 나타내었다. Fig. 9(a)는 스프링의 지지점 위치에 따른 계의 임계유속의

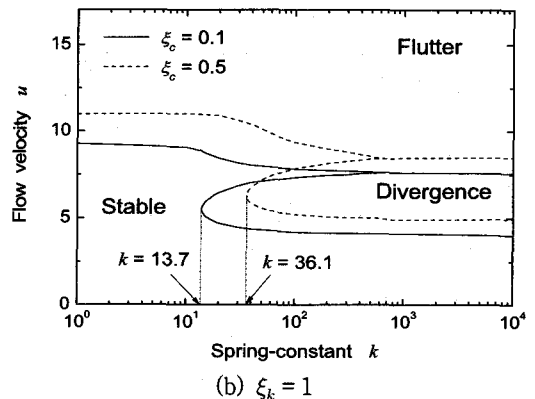
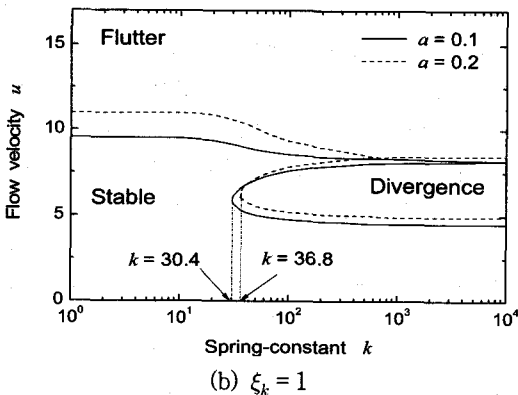
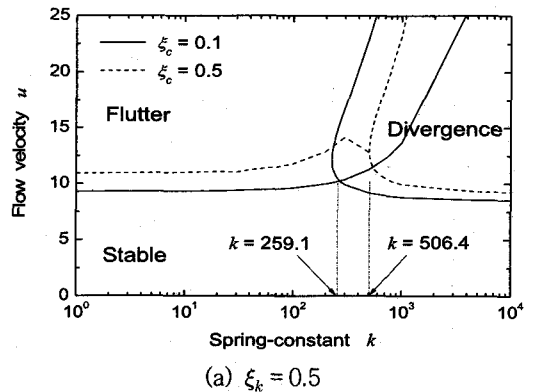
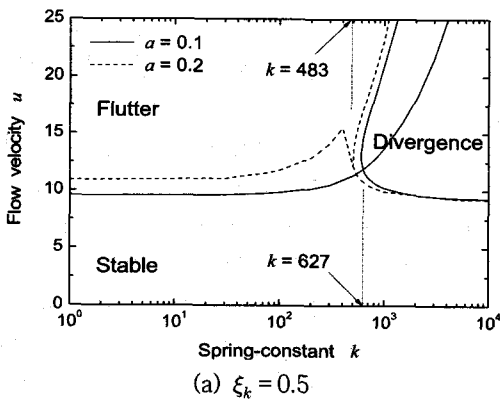


Fig. 6 Critical flow velocities of cracked cantilever pipe with spring support for $\beta=0.5$ and $\xi_c = 0.5$

Fig. 7 Critical flow velocities of cracked cantilever pipe with spring support for $\beta=0.5$ and $a = 0.2$

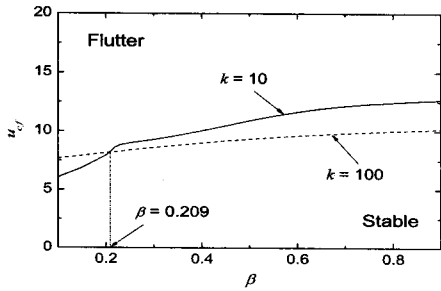
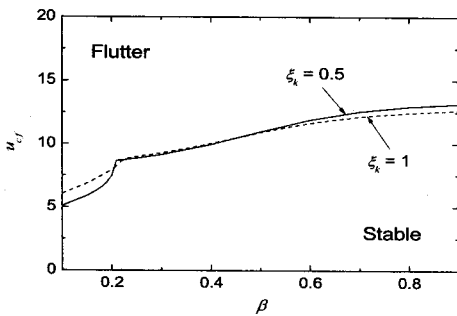
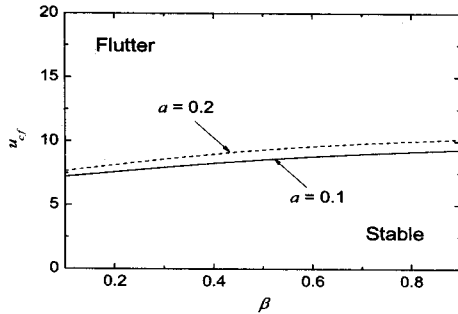


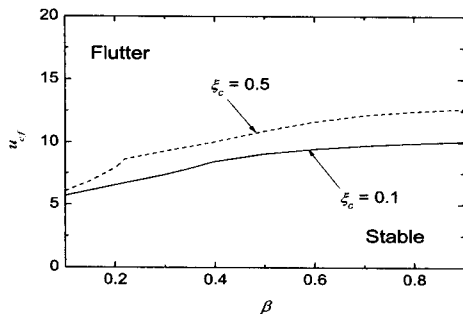
Fig. 8 Critical flow velocity for flutter, u_{cf} , of cracked cantilever pipe, as function of β , for $a=0.2$, $\xi_c=0.5$ and $\xi_k=1$



(a) Effect of ξ_k , $a=0.2$, $\xi_c=0.5$ and $k=10$



(b) Effect of a , $\xi_k=1$, $\xi_c=0.5$ and $k=10^2$



(c) Effect of ξ_c , $a=0.2$, $\xi_k=1$ and $k=10$

Fig. 9 Critical flow velocity for flutter, u_{cf} , of cracked cantilever pipe, as function of β

변화를 나타낸 것으로, 전 질량비 영역에서 지지점 위치가 0.5인 경우에 비하여 1인 경우 계의 임계유속 변화가 더 적다는 것을 알 수 있다. Fig. 9(b)의 크랙의 크기에 의한 임계유속의 변화를 살펴보면 크랙의 크기와 임계유속은 서로 비례적인 경향을 가짐을 알 수 있다. 예를 들어, $\beta=0.5$ 일 때 크랙의 크기가 0.1인 경우에 비하여 0.2인 경우 플러터 임계유속은 약 9% 정도 더 큰 값을 가진다. 또 크랙의 위치가 파이프의 고정단에 가까이 존재할수록 전체 질량비 영역에서 임계유속은 더 작은 값을 가짐을 알 수 있다.

4. 결 론

이 연구에서는 내부에 유체가 흐르고, 크랙을 가진 파이프 구조물이 탄성 스프링으로 지지된 경우 파이프의 안정성과 플러터 및 좌굴 불안정을 일으키는 임계유속을 수치해석 하였다. 수치해석의 결과는 타 참고문헌의 결과와 비교하여 그 타당성을 검토하였다. 일반적으로 탄성지지 없는 유체유동 외팔파이프의 경우 플러터형 불안정만이 발생하지만 탄성지지 스프링의 영향으로 인하여 일정크기 이상의 스프링 상수에서 좌굴형 불안정 형태로 천이가 일어남을 알 수 있었다. 크랙이 존재하는 경우 크랙의 크기가 클수록, 크랙의 위치가 파이프의 고정단에 가까이 존재할수록 플러터 임계유속은 더 큰 값을 가진다. 또 스프링의 지지점 위치가 파이프의 끝단에 존재하는 경우에 크랙의 크기가 클수록, 크랙의 위치가 파이프의 고정단에서 멀리 위치할수록 좌굴형 불안정을 유발하는 스프링 상수 값은 더 커짐을 알 수 있다. 또 크랙과 스프링 지지점 위치에 관계 없이 작은 스프링 상수 값($k < 10$)에서는 플러터 불안정만이 발생하며 그 임계유속은 거의 동일하다.

참 고 문 헌

- (1) Chen, S. S., 1971, "Dynamic Stability of a tube Conveying Fluid", ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 97(EM5), pp. 1469~1485.
- (2) Leipholz, H., 1980, Stability of Elastic Systems, Sijthoff & Noordhoff, The Netherlands.

- (3) Chen, S. S., 1987, Flow-induced Vibration of Circular Cylindrical Structures, Washington: Hemisphere.
- (4) Ryu, B. J., Jung, S. H. and Kang, Y. C., 1998, "A Study on the Dynamic Stability and Vibration Control of Cantilevered Pipes Conveying Fluid", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 8, No. 1, pp. 171~179.
- (5) Paidoussis, M. P., 1998, Fluid-structure Interactions (Volume 1), Academic Press.
- (6) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(I. Theory)", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 261, pp. 457~486.
- (7) Sugiyama, Y., Tanaka, Y., Kishi, T. and Kawagoe, H., 1985, "Effect of a Spring Support on the Stability of Pipes Conveying Fluid", Journal of Sound and Vibration, Vol. 100, pp. 257~270.
- (8) Lee, H. P., 1995, "Divergence and Flutter of a Cantilever Rod with an Intermediate Spring Support", International Journal of Solids and Structures, Vol. 32, No. 10, pp. 1371~1382.
- (9) Yoon, H. I., Son, I. S. and Ahn, T. S., 2007, "Stability Analysis of Pipe Conveying Fluid with Crack", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 1, pp. 10~16.
- (10) Wang, Q., 2004, "A Comprehensive Stability Analysis of a Cracked Beam Subjected to Follower Compression", International Journal of Solids and Structures, Vol. 41, pp. 4875~4888.
- (11) Datta, P. K. and Lal, M. K., 1992, "Parametric Instability of a Non-prismatic Bar with Localized Damage Subjected to an Intermediate Periodic Axial Load", Computers and Structures, Vol. 4, No. 6, pp. 1199~1202.
- (12) Mohammad, H. D., 1997, "A Comprehensive Crack Identification Algorithm for Beams under Different End Conditions", Applied Acoustics, Vol. 51, No. 4, pp. 381~398.
- (13) Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. and Yao, J., 2001, "Vibration of a Beam with a Breathing Crack", Journal of Sound and Vibration, Vol. 239, No. 1, pp. 57~67.
- (14) Liu, D., Gurgenci, H. and Veidt, M., 2003, "Crack Detection in Hollow Section Structures through Coupled Response Measurements", Journal of Sound and Vibration, Vol. 261, pp. 17~29.
- (15) Son, I. S., Yoon, H. I. and Ahn, T. S., 2007, "Stability Analysis of Cracked Cantilever Beam with Tip Mass and Follower Force", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 7, pp. 605~610.