

수치해석을 통한 충격 시 접시 스프링의 비선형 특성 고찰

Non-linearity Characteristics Consideration of the Disc Spring Under Shock Using Numerical Analysis

방 승 우* · 이 해 진* · 심 현 진* · 박 상 길* · 이 정 윤** · 오 재 응†

Seung-woo Bang, Hae-Jin Lee, Hyun-Jin Sim, Sang-Gil Park, Jung-Youn Lee and Jae-Eung Oh

(2007년 9월 7일 접수 ; 2007년 12월 27일 심사완료)

Key Words : Disc Spring(접시 스프링), Nonlinear-vibration-equation(비선형 진동방정식), Runge-Kutta Method (룬지-쿠타)

ABSTRACT

General coil spring has linearity. However, disc spring has non-linearity so that using this non-linearity disc spring can be designed to do shock-absorbing in cases we need because shock response also has non-linearity. By changing the shape and stacking number, it is satisfactory with response of displacement, velocity and acceleration. Conventionally, disc spring was used to control the vibration against huge load and limited space. However, it is limitedly used because of difficulty of the designing guidance. Therefore, disc spring is needed to study further in order to apply it widely. Response of disc spring is compared to response of coil spring by changing h_o/t ratio with computer simulation and the usage of disc spring is increased through analysis of effect of design factors. The purpose of this paper is that the shock response of disc spring is calculated through numerical simulation and effect of h_o/t and stiffness is analyzed to broad usage so that design factor of disc spring is presented.

기 호 설 명

- D_e : 외경 지름
- D_i : 내경 지름
- l_o : 스프링 높이
- F_c : 평면형상일 때 하중
- t : 두께
- z : 상대변위
- E : 영 계수

1. 서 론

스프링이라 하면 일반적으로 선형성이 보장되는 코일 스프링을 말한다. 여기서 선형성이 보장된다는 것은 입력값이 system(스프링)을 통과하여도 그 출력을 예상할 수 있다는 것을 뜻한다. 비선형성을 지닌 접시 스프링은 2차, 3차의 강성계수를 가지고 있으며 진동방정식에 적용하여 수치적인 접근을 통해 그 응답을 구할 수가 있다.

접시 스프링은 선형성을 지닌 일반 코일 스프링과는 달리 비선형성을 지니고 있으며 이런 비선형성 특성을 이용하면 충격에 대한 완충효과를 요구사항에 맞게 변화시킬 수 있다.

즉, 충격에 대한 응답 또한 비선형성 특성을 가지

† 교신저자: 정회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : jeoh@hanyang.ac.kr
Tel : (02)2294-8294, Fax : (02)2299-3153

* 한양대학교 대학원 기계공학과

** 정회원, 경기대학교 기계시스템디자인공학과

게 되는 것으로 접시 스프링의 형상 및 적층 개수를 변화시킴으로써 응답 변위, 가속도, 속도를 요구 수준으로 맞출 수 있다.

기존의 접시 스프링은 좁은 공간의 큰 하중에 대한 진동 절연 역할이 주가 되고 가이드 제작의 불편함 때문에 사용대역이 좁아지게 되는 한계를 가지고 있었다. 따라서 접시 스프링의 사용대역을 넓히기 위해서는 좀 더 세심한 연구가 필요할 것이다.

따라서 시뮬레이션을 통한 h_0/t 비(높이와 두께의 비)에 따른 응답, 충격 시 선형 스프링과 접시 스프링의 응답 비교와 접시 스프링 설계 인자에 대한 영향도 분석을 통하여 접시 스프링의 활용도를 높일 수 있다.

이 연구에서는 기계 시스템의 수직 방향에 대한 접시 스프링 완충기 설계를 위해 충격에 대한 접시 스프링의 비선형성 응답을 수치해석에 의해 구하고 h_0/t 비와 강성항의 영향도 분석 수행을 통하여 접시 스프링의 사용대역을 높이고 사용 목적에 맞는 접시 스프링 형상 설계 방안을 제시하는데 그 목적이 있다.

2. 이 론

Fig. 1의 바닥 가진에 대한 1자유도 진동 방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \quad (1)$$

여기서 m 은 질량, c 는 댐핑 계수, k 는 강성이다. 상대변위 $z = x - y$ 로 치환하면 식(1)은 다음과 같이 된다.

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -m\ddot{y} \quad (2)$$

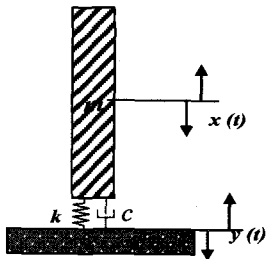


Fig. 1 Free body diagram of 1-DOF model of base excitation double half sine pulse

접시 스프링에 대한 식은 다음(참고문헌 (2))과 같다.

$$F = \frac{4E}{1-\mu^2} \frac{zt^3}{K_1 D_e^2} \left[\left(\frac{h_0}{t} - \frac{z}{t} \right) \left(\frac{h_0}{t} - 0.5 \frac{z}{t} \right) + 1 \right] \quad (3)$$

$$K_1 = \frac{1}{\pi} \frac{\left(\frac{\delta-1}{\delta} \right)^2}{\delta+1} \frac{2}{\delta-1 \ln \delta}, \quad \delta = \frac{D_e}{D_i} \quad (4)$$

$$F_c = \frac{4E}{1-\mu^2} \frac{zt^3}{K_1 D_e^2}, \quad (z = h_0) \quad (5)$$

식(2)와 식(3)을 적용하여 접시 스프링이 적용된 1자유도 진동방정식을 표현하면 다음과 같다.

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + F_c \cdot \left[\left(\frac{h_0}{t^2} + \frac{1}{h_0} \right) \cdot z - \left(\frac{1.5}{t^2} \right) \cdot z^2 + \left(\frac{1}{2h_0 t^2} \right) \cdot z^3 \right] = m\ddot{y} \quad (6)$$

여기서 F_c 는 접시 스프링이 100%로 평평해 질 때의 힘이다.

선형성을 지닐 경우 정적 처짐이 선형적이므로 식

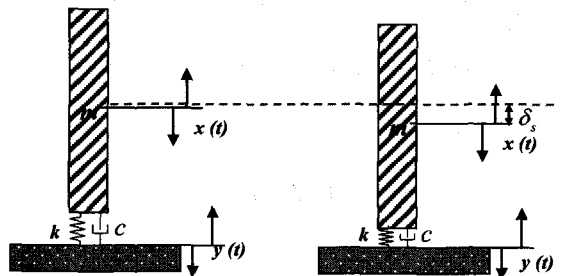


Fig. 2 Free body diagram of consideration of static deflection

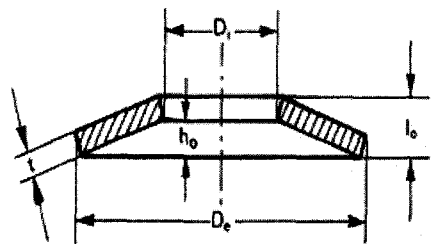


Fig. 3 Conventional shape of a disc spring

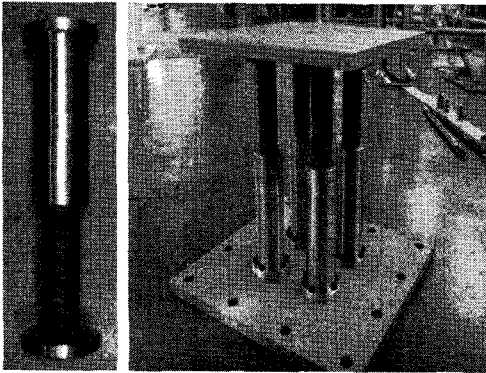


Fig. 4 Design of shock absorber using disc spring

(6)에 영향을 주지 않지만 비선형성일 경우 정적 처짐 또한 비선형성을 지니게 되므로 정적 처짐을 고려한 1자유도 진동방정식으로 표현하면 다음과 같은 비선형성 진동 방정식으로 정형화 할 수 있다.

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + \left[F_c \cdot \left(\frac{h_0}{t^2} + \frac{1}{h_0} - \frac{1.5}{t^2} \times 2\delta_s + 3\delta_s^2 \right) \cdot z - \left(\frac{1.5}{t^2} - 3\delta_s \right) \cdot z^2 + \left(\frac{1}{2h_0 t^2} \right) \cdot z^3 \right] = m\ddot{y} \quad (7)$$

여기서 δ_s : 정적처짐이다.

완성된 식(7)을 Runge-Kutta method를 이용하여 수치적 해를 구한다.

Fig. 4는 접시 스프링을 이용한 수직 방향 완충기이다. 외경과 내경 가이드를 통해 접시 스프링을 체결하고 수치적 시뮬레이션을 통한 적층 방식, 적층 개수 선정을 통한 완충기 설계의 예이다.

3. Simulation 및 고찰

3.1 선형 스프링 49개 적층 시 시뮬레이션

해석에 적용한 외부 입력은 double half sinepulse를 사용하였으며 바닥 가진이다. 입력에 대한 결과로써 상대변위와 충격가속도를 구하였으며 접시 스프링의 적층 개수와 형상에 대한 상대변위와 충격가속도의 변화를 살펴보았다.

시뮬레이션에 적용된 접시 스프링의 제원을 Fig. 3과 Table 1에 나타내었고 Table 2에 질량, 강성, 댐핑 계수를 나타내었다. 충격은 NATO 충격 조건인 BV043을 기준으로 하였으며 Fig. 4 및 Table 3

Table 1 Specification of disc spring

Spec.	h_0 (mm)	F_c (N)	t (mm)	D_i (mm)	D_o (mm)	E (PSI)	μ
Value	1.75	8904	2.50	31	63	30×106	0.30

Table 2 Parameters of 1-DOF system

	M (mass)	C (damping factor)
Value	660kg	0.03

Table 3 Parameters of shock input

	$a1$	$a2$	$t1$ (ms)	$t2$ (ms)
Value	700	-464.2	8.97	13.53

에 제원을 나타내었다. 접시 스프링은 허용변위가 h_0 에 의해서 결정되며 접시 스프링 단품이 질량에 의한 정적 처짐을 견딜 수 있는가가 가장 큰 설계 변수이다. 따라서 이 모든 조건에 만족하는 조건을 기준으로 접시 스프링의 특성을 살펴보고 그 다음으로 설계 인자의 변화를 통하여 설계변수의 영향도 분석을 수행한다. 해석에 적용한 제약 공간을 210 mm로 하였으며 제약 공간 안에서 적층 가능한 접시 스프링 개수를 정하여 최적의 접시 스프링 설계를 수행하였다.

시뮬레이션 수행은 설계 공간과 설계 입력 하중 조건을 만족해야 하며 이 연구는 충격에 적합한 설계를 위한 기반 연구로써 접시 스프링의 충격에 대한 특성을 알아보는 것이 목적이다. 따라서 선형 스

Input : shock acceleration

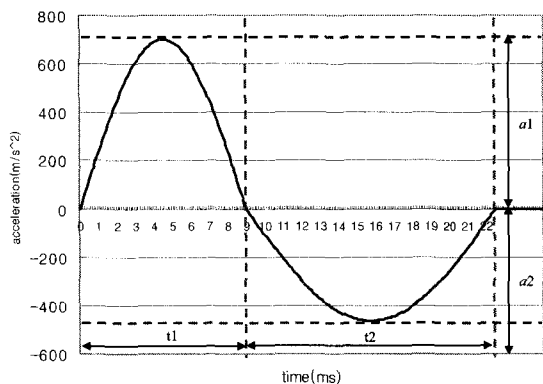


Fig. 5 Shock input : double half sine pulse

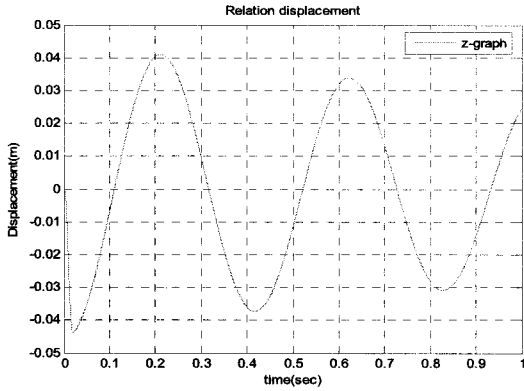


Fig. 6 Response of relation-displacement(linear)

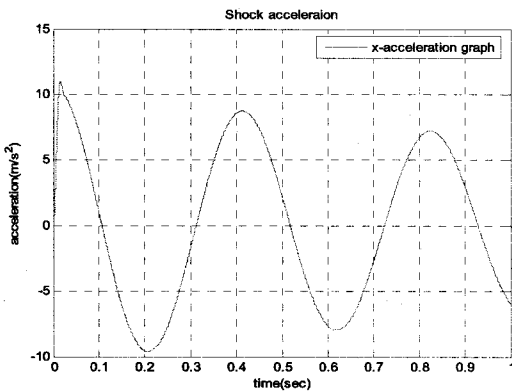


Fig. 7 Response of shock-acceleration(linear)

프링을 적용한 경우와 접시 스프링을 적용한 경우의 응답 비교 및 접시 스프링에 존재하는 1차, 2차, 3차 강성항의 영향도 분석까지의 시뮬레이션을 수행한다.

접시 스프링의 1차 강성항만 존재하는 선형 스프링으로 모든 해석 조건은 동일하다.

3.2 접시 스프링 49개 적층 시 시뮬레이션

비선형성인 접시 스프링의 경우 선형 스프링보다 강성이 감소함으로써 고유진동수가 감소하고 응답 변위가 증가하는 반면 응답 충격 가속도가 감소하는 결과를 보였다.

3.3 h_o/t 비에 따른 다른 영향도 분석

h_o/t 비 따른 접시 스프링의 응답 특성을 분석하였다. h_o/t 의 경우 접시 스프링의 힘-처짐 특성 곡선으로 나타내어진다. 일반적으로 접시 스프링은 h_o/t 비가 약 0.4일 때 선형성을 보이며 그 이상의 값을

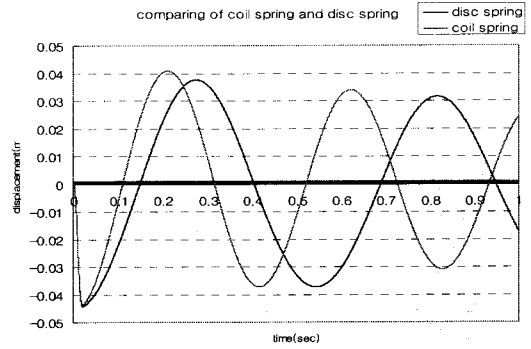


Fig. 8 Comparing of result of coil spring and disc spring(displacement)

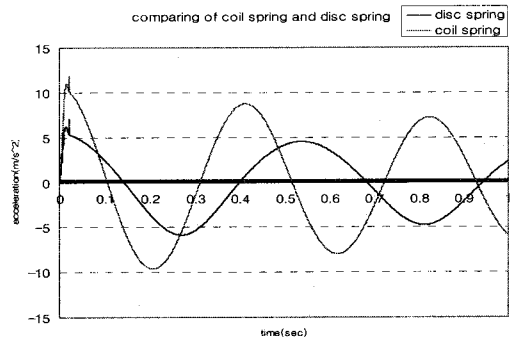


Fig. 9 Comparing of result of coil spring and disc spring(acceleration)

가지면서 비선형성을 지니게 된다. 이 연구에서 적용하는 접시 스프링의 경우 D_e 와 D_i 가 고정된 상태에서 시중에서 판매되는 접시 스프링은 $h_o/t=0.7$, $h_o/t=1.417$, $h_o/t=1.9$ 이며 다음과 같은 힘-처짐 특성 곡선을 가지게 된다.

(1) h_o/t 비에 따른 힘-처짐 특성 곡선

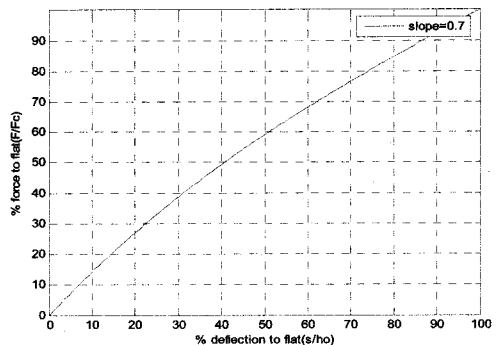


Fig. 10 Deflection in % of h ($h_o/t=0.7$, $h_o=1.75$ mm, $t=2.5$ mm, stacks of 49 springs)

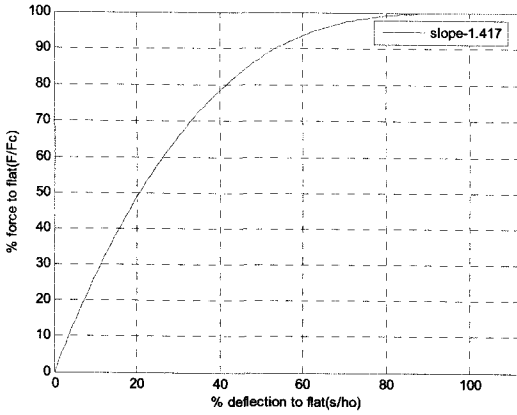


Fig. 11 Deflection in % of h ($h_o/t=1.417$, $h_o=3.4$ mm, $t=2.4$ mm, stacks of 36 springs)

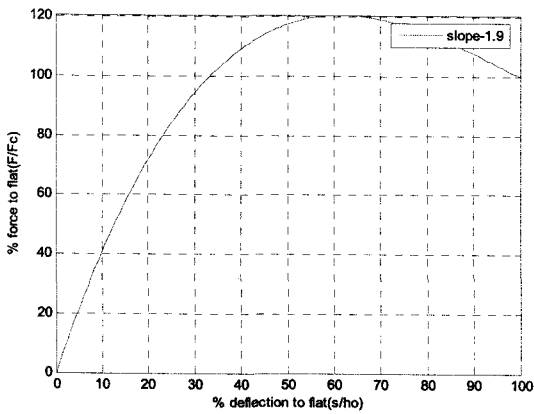


Fig. 12 Deflection in % of h ($h_o/t=1.9$, $h_o=3.8$ mm, $t=2$ mm, stacks of 36 springs)

(2) h_o/t 비에 따른 응답 결과

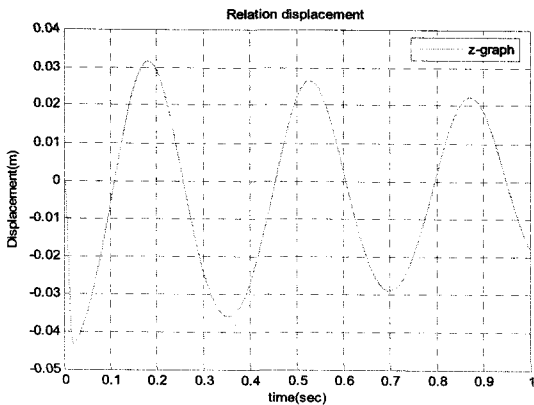


Fig. 13 Response of relation-displacement ($h_o/t=1.417$, $h_o=3.4$ mm, $t=2.4$ mm, stacks of 36 springs)

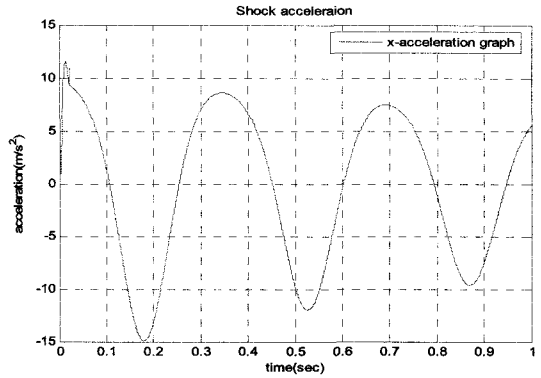


Fig. 14 Response of shock-acceleration ($h_o/t=1.417$, $h_o=3.4$ mm, $t=2.4$ mm, stacks of 36 springs)

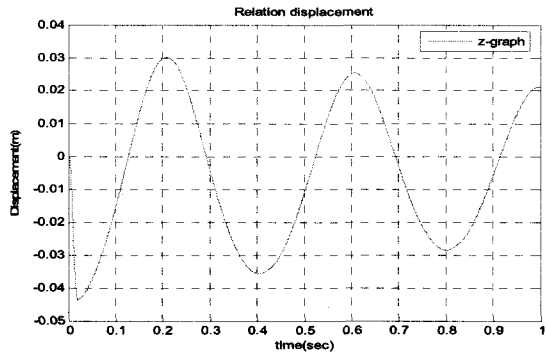


Fig. 15 Response of relation-displacement ($h_o/t=1.9$, $h_o=3.8$ mm, $t=2$ mm, stacks of 36 springs)

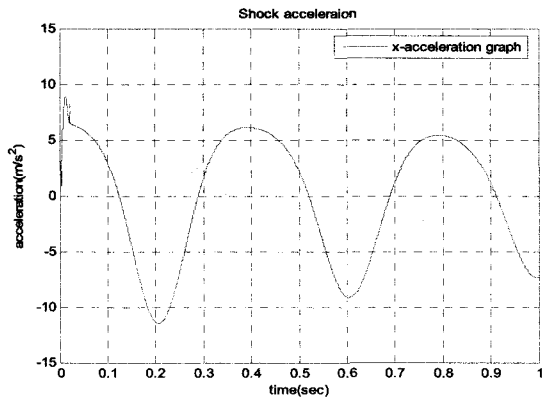


Fig. 16 Response of shock-acceleration ($h_o/t=1.9$, $h_o=3.8$ mm, $t=2$ mm, stacks of 36 springs)

Table 4 Specification of disc spring

	$h_o/t=0.7$	$h_o/t=1.417$	$h_o/t=1.9$
F_c	8903.6 N	15305 N	9898.8 N

각 case별 최대 허용 하중은 Table 4와 같다. 강성이 강해지면서 변위는 감소하나 충격 가속도가 증가함을 알 수 있다.

3.4 설계 인자 변화에 따른 영향도 분석
접시 스프링의 강성항은 1차, 2차 그리고 3차항이

존재하게 된다. 각 강성항에 영향을 주는 설계 인자로는 h_0 와 δ , 그리고 t 가 존재하며 강성항의 영향도를 분석함으로써 49개 적층 시 충격에 대한 접시 스프링의 비선형성 특성을 알아보았다.

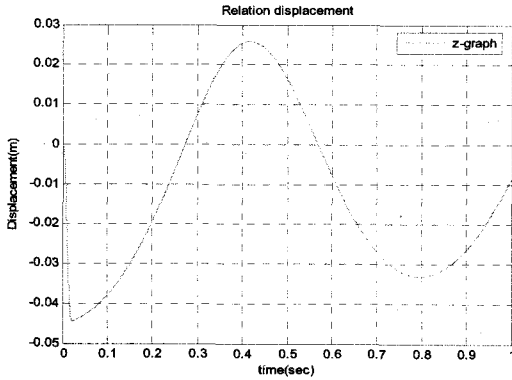


Fig. 17 Result of stiffness effect(1th+2nd)

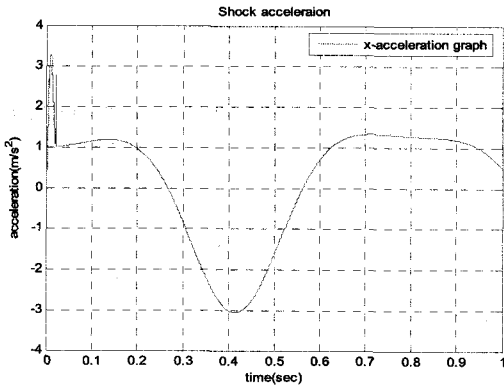


Fig. 18 Result of stiffness effect(1th+2nd)

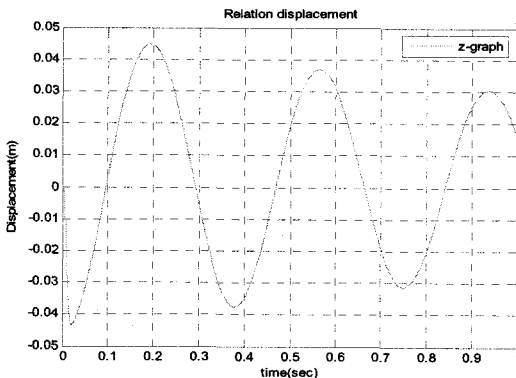


Fig. 19 Result of stiffness effect(1th+3rd)

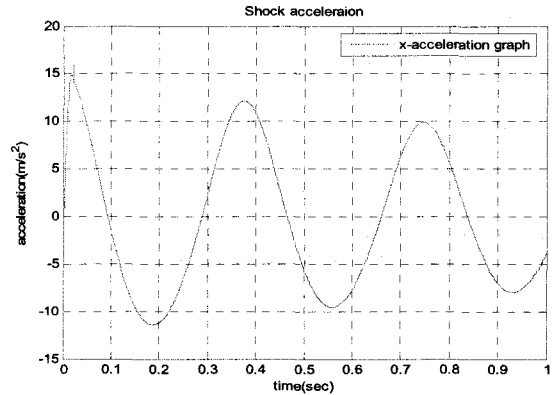


Fig. 20 Result of stiffness effect(1th+3rd)

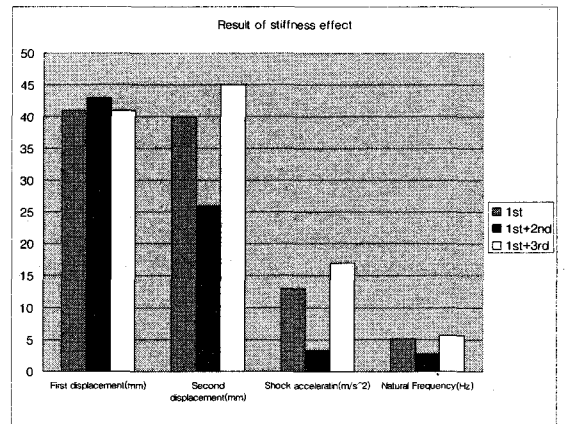


Fig. 21 Result of stiffness effect

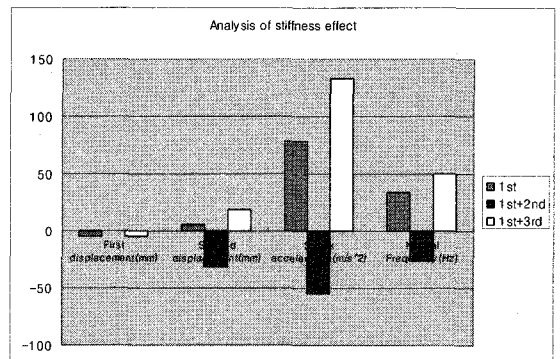


Fig. 22 Analysis of stiffness effect

4. 결 론

이 연구를 통해 충격에 대한 접시 스프링의 응답과 h_0/t 의 비에 따른 응답 특성을 분석하였으며 각 1차, 2차, 3차 강성항의 응답에 미치는 영향을 분석함으로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 접시 스프링의 1차 강성항만을 고려할 경우 2차와 3차를 고려했을 때보다 등가 강성값의 감소에 의해 고유 진동수와 변위는 감소하고 충격 가속도값은 증가를 가져왔다.

(2) h_0/t 비가 선형값을 가지는 0.4에서 커짐에 따라 비선형성이 커지면서 변위와 충격 가속도값 모두가 감소하는 경향을 보였다. 단, 설계 공간의 제약을 두었기 때문에 적층 개수는 각각 49개와 36개 이다.

(3) 2차 강성항의 경우 식(9)에서도 볼 수 있듯이 등가 강성의 감소를 가져오는 역할을 한다.

(4) 1차만 존재하는 선형과 비교했을 경우 변위의 영향보다는 가속도와 고유진동수가 증가함을 볼 수 있으며 이를 통해 2차, 3차 강성항은 등가 강성을 감소시킨다는 것을 알 수 있다.

(5) 변위 및 충격 가속도 응답을 줄이기 위해서는 설계 인자인 h_0 를 크게 함으로써 3차 강성항을 감소시키고 δ_c 를 작게 하여 2차 강성항을 증가시키는 설계가 이루어져야 한다. 단 F_c 값이 mass를 견딜 수 있는 범위가 되어야 한다. 변위 또는 충격 가속

도값의 각각에 대한 영향을 선택적으로 줄이기 위한 목적이 있을 경우 접시 스프링의 설계 인자의 변경을 통하여 목적에 맞는 충격 절연 설계가 가능할 것이다.

참 고 문 헌

(1) Daniel, I., Second Edition, "Engineering Vibration", Prentice Hall, Inc, pp.147~155, pp. 360~417.

(2) Monica, C., 2002, "A CAD Program for the Automated Checkout and Design of Belleville Spring", ASME, Vol. 124, pp.393~396.

(3) Samuel, D., 2001, "Response of Single Degree of Freedom Mechanisms to Base Excitation", Mechanism and Machine Theory, 36, pp. 833~842.

(4) Chandra Shekhar, N., Hatwal, H. and Mallik, A. K., 1999, "Performance of Non-linear Isolators and Absorbers to Shock Excitations", Journal of Sound and Vibration, Vol. 227, No. 2, pp. 293~307.

(5) "Engineering Handbook", Key Bellevilles, INC

(6) Hunt, J. B., 1979, "Dynamic Vibration Absorbers", Mechanical Engineering Publications LTD London.