DOI: 10.3745/KIPSTA.2008.15-A.2.095

계층적 Folded 하이퍼-스타 연결망(HFH): Folded 하이퍼-스타 연결망을 기반으로 하는 새로운 상호연결망

김 종 석† · 이 형 옥††

요 약

본 논문에서는 Folded 하이퍼-스타 연결망을 기반으로 하는 새로운 상호연결망, 계층적 Folded 하이퍼-스타 연결망 $HFH(C_n,C_n)$을 제안한다. 그리고 본 논문에서 제안한 $HFH(C_n,C_n)$가 Folded 하이퍼-스타 연결망과 기존에 제안된 계층적 연결망인 $HCN(m,m)$, $HFN(m,m)$보다 망비용(지름×분지수) 측면에서 우수한 연결망임을 보인다. 또한 $HFH(C_n,C_n)$의 여러 가지 망 성질(연결도, 라우팅 알고리즘, 지름, 방송)을 분석한다.

키워드 : 상호연결망, 라우팅 알고리즘, 지름, 방송

Hierarchical Folded Hyper-Star Network(HFH): A New Interconnection Network Based on Folded Hyper-Star Network

Kim Jongseok† · Lee Hyeongok††

ABSTRACT

In this paper, we propose a new interconnection network topology, hierarchical folded hyper-star network $HFH(C_n,C_n)$, which is based on folded hyper-star network. Our results show that the proposed hierarchical folded hyper-star network performs very competitively in comparison to folded hyper-star network and hierarchical network $HCN(m,m)$, $HFN(m,m)$ have been previously proposed, when diameter × degree is used as a network cost measure. We also investigate various topological properties of $HFH(C_n,C_n)$ including connectivity, routing algorithm, diameter, broadcasting.

Keyword : Interconnection Network, Routing Algorithm, Diameter, Broadcasting

1. 서 론

대규모 병렬처리 시스템에서 공학과 과학 분야의 다양한 응용분야 알고리즘을 효율적으로 수용하고, 제 성능을 발휘하기 위해서는 병렬처리 시스템을 구성하는 프로세서들의 연결 구조를 그래프 형태로 표현한 상호연결망(interconnection network)의 역할이 매우 중요하다.

지금까지 병렬처리 시스템을 위한 상호연결망으로 다양한 위상들이 발표되었다. 대표적인 위상으로는 토러스, 하이퍼큐브, 스타그래프 등이 있다.

하이퍼큐브 연결망은 2진수를 이용하여 노드 주소를 표현하고, 각종 응용 분야에서 요구하는 통신망 구조를 쉽게 제공할 수 있는 장점이 있어 기존의 연구용 및 상용 시스템에 널리 사용되고 있다. 하이퍼큐브의 특성은 노드 및 에지 대칭, 간단한 라우팅 알고리즘, 최대 고장 허용도, 단순한 재귀적 구조를 가지고 있으며 기존에 제안된 다양한 상호 연결망과 임베딩이 가능하다는 장점을 가지고 있다[3,4,7]. 이러한 하이퍼큐브 연결망을 기반으로 하면서 변형된 연결망 구조로 [1,5,8]이 있으며, 하이퍼큐브를 기반으로 계층적 상호연결망 형태를 갖는 $HCN(m,m)$[9], $HFN(m,m)$[2]가 제안되었다.

본 연구에서는 최근에 병렬처리를 위한 새로운 위상으로 제시된 Folded 하이퍼-스타 $FHS(2n,n)$ 연결망을 이용하여 계층적인 상호연결망을 설계 및 분석하고자 한다. 하이퍼-스타 $HS(2n,n)$ 연결망은 노드 주소를 표현하는데 하이퍼큐브와 동일하게 2진수를 이용하고, 노드를 연결하는 에지는 스타(star)그래프의 성질을 갖도록 정의되었다. 하이퍼-스타 $HS(2n,n)$은 같은 노드수를 갖는 하이퍼큐브보다 망비용(network cost)이 개선되었고, 차원이 증가함에 따라 노드수가 급격하게 증가하는 스타그래프의 단점을 개선한 연결망이다. 하이퍼-스타 연결망은 간단한 라우팅 알고리즘, 최대

† 정 회 원 : 영남대학교 전자정보공학부 BK21연구교수
†† 종신회원 : 순천대학교 컴퓨터교육과 부교수(교신저자)
논문접수 : 2007년 11월 16일, 심사완료 : 2008년 3월 14일

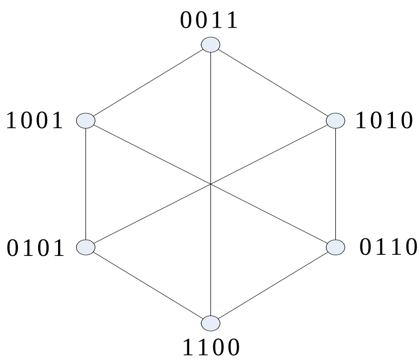
고장 허용도와 유용한 확장성을 가지고 있으며, 고장 지름, 방송, 이분할 연결망, 진단도 등이 분석되었다[6,10,11,12]. 이처럼 그래프이론 관점에서 좋은 성질을 갖는 하이퍼-스타 연결망의 지름을 1/2 정도 개선하기 위해 제안된 연결망이 Folded 하이퍼-스타이다[6,13].

본 논문에서는 Folded 하이퍼-스타 $FHS(2n,n)$ 연결망을 기반으로 하는 새로운 계층적 연결망인 계층적 Folded 하이퍼-스타(HFH) 연결망을 제안하고, 그래프이론 관점에서 성질 분석과 라우팅, 방송 알고리즘을 제시한다. 또한, 계층적 Folded 하이퍼-스타(HFH) 연결망의 연구 결과를 기반으로 하이퍼큐브를 기반으로 설계된 계층적 연결망 HCN, HFN 보다 지름(diameter)과 망비용(network cost) 측면에서 우수함을 비교하겠다. 본 논문에서는 $2n$개의 이진수에서 동일한 2진수 n개를 선택하는 노드의 개수 즉, 조합(combination)을 나타내는 수식으로 $\binom{2n}{n}$을 C_n으로 표시하겠다.

본 논문의 구성은 2장에서 Folded 하이퍼-스타 연결망의 기본 성질을 알아보고, 3장에서 본 연구에서 제시하는 계층적 Folded 하이퍼-스타(HFH) 연결망을 설계하고, 여러 가지 망척도를 분석한다. 4장에서는 본 연구에서 제안하는 연결망과 기존의 연결망을 망척도 관점에서 비교 분석하고, 마지막으로 결론을 맺겠다.

2. Folded 하이퍼-스타 연결망의 성질

Folded 하이퍼-스타 $FHS(2n,n)$는 C_n개의 노드로 구성된 연결망으로 각 노드는 $2n$개의 이진비트스트링 $b_1b_2...b_i...b_{2n}$으로 표현되며, 비트 1의 개수와 비트 0의 개수는 각각 n개이다. $FHS(2n,n)$의 임의의 두 노드를 U와 V라고 하자. 두 노드 U와 V를 연결하는 에지는 2가지가 있다. 첫째, 심볼 b_1과 심볼 b_i가 보수이고, 심볼 b_1과 b_i가 교환된 두 노드 $U=b_1b_2...b_i...b_{2n}$와 $V=b_ib_2...b_1...b_{2n}$, $(2\le i\le 2n)$이에 에지가 발생하며, 이때 노드 U와 V를 연결하는 에지를 i-에지라고 한다. 둘째, 노드 U와 V가 보수 관계에 있는 경우(즉, 노드 $U=b_1b_2...b_i...b_{2n}$와 $V=\overline{b_1b_2\ldots b_i\ldots b_{2n}}$) 에지가 발생하며, 이때 노드 U와 V를 연결하는 에지를 c-에지라고 한다[6]. (그림 1)은 $FHS(4,2)$을 나타낸다.



(그림 1) $FHS(4,2)$

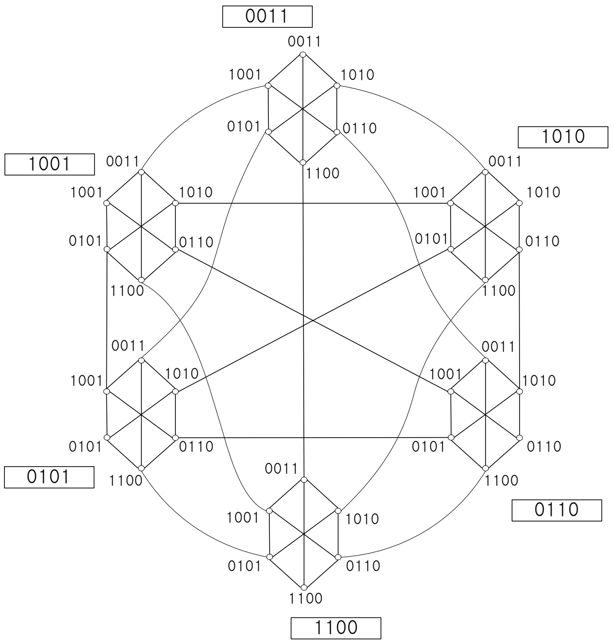
$FHS(2n,n)$의 임의의 두 노드를 $U=u_1u_2...u_i...u_{2n}$와 $V=v_1v_2...v_i...v_{2n}$이라 할 때, 두 노드 U와 V 사이에 Exclusive-OR함수(⊕)를 적용시킨 결과를 $R=r_1r_2...r_i...r_{2n}$, ($r_i=u_i\oplus v_i$) 이라고 표시하겠다($1\le i\le 2n$). 두 노드 U와 V 사이의 거리(distance)를 $dist(U,V)$라고 표시하면, 두 노드 사이의 거리 $dist(U,V)$는 다음과 같다. $num(R)$는 $r_i=1$인 r_i의 개수를 나타낸다.

$$\cdot\ dist(U,V)=\begin{cases} d=\sum_{i=2}^{2n} r_i & \text{if } 1\le num(r_i)\le n \\ 2n-d & \text{if } n+1\le num(r_i)\le 2n \end{cases}$$

3. 계층적 Folded 하이퍼-스타 연결망(HFH)의 설계

본 논문에서는 Folded 하이퍼-스타 $FHS(2n,n)$ 연결망을 기본 모듈로 하는 새로운 계층적 상호연결망을 설계한다. 제안된 계층적 연결망을 계층적 Folded 하이퍼-스타(HFH)라하고, HFH를 구성하는 각각의 $FHS(2n,n)$를 클러스터라 하겠다. $HFH(C_n,C_n)$은 Folded 하이퍼-스타 $FHS(2n,n)$을 클러스터로 가지며, 노드의 주소는 두 개의 요소 (I,J)로 표현하며, I와 J를 구성하는 비트스트링의 개수는 같다. 노드 주소 표현에서 I는 클러스터를 나타내고, J는 클러스터 내부의 노드 주소를 나타낸다. $HFH(C_n,C_n)$의 에지는 클러스터와 클러스터를 연결하는 에지와 클러스터 내부의 노드를 연결하는 에지로 구성된다. 클러스터와 클러스터를 연결하는 에지를 외부에지라고 하는데, 이 에지는 노드 주소 (I,J)에 따라 결정된다. 노드 주소에서 $I\neq J$인 경우에 두 노드 (I,J)와 (J,I) 사이에 외부에지가 존재한다. 만약, 노드 주소가 $I=J$인 경우에는 클러스터와 클러스터를 연결하는 에지가 존재하지 않는다. 외부에지를 제외한 나머지 에지 즉, 클러스터 내부의 노드를 연결하는 에지를 내부에지라고 한다. $HFH(C_n,C_n)$의 노드는 에지 정의에 의해 노드 분지수가 $n+1$ 또는 $n+2$를 갖는다. (그림 2)는 $HFH(C_2,C_2)$의 구조를 나타낸다. 예를 들어, $HFH(C_2,C_2)$에서 사각형안에 있는 주소는 클러스터 주소이고, 나머지는 클러스터 내부의 노드 주소이다. $HFH(C_2,C_2)$에서 노드 (0011,1010)와 외부에지에 의해 인접한 노드 주소는 (1010,0011)이다. 단, 노드 (0011,0011)와 외부에지에 의해 인접한 노드는 존재하지 않는다.

상호연결망 G의 노드 연결도, 에지 연결도, 분지수는 각각 $\kappa(G)$, $\lambda(G)$, 그리고 $\delta(G)$로 나타낼 때, $\kappa(G)\le\lambda(G)\le\delta(G)$인 사실이 알려져 있다. 노드 연결도는 연결망을 노드 중복 없이 둘 이상의 부분으로 나누기 위해 제거해야 할 최소 노드의 개수이다. 상호연결망의 노드 연결도가 k이면 상호연결망의 임의의 두 노드 사이의 노드 중복 없는 경로가 최소 k개가 존재하고, 또한 그 역도 성립한다는 것은 Menger의 정리에 의해 잘 알려져 있다. 따라서 $HFH(C_n,C_n)$에서 제거된 노드가 특정 노드 S에 인접한 노드로 집중된 경우 n개를 제거하면 연결망은 연결(connected)



(그림 2) HFH(C_2,C_2)

상태이지만, n+1개를 제거하면 분지수가 n+1인 노드는 분리(disconnected) 됨을 이용하여 증명하도록 하겠다.

정리 1 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 연결도는 n+1이다.

[증명] $HFH(C_n,C_n)$를 구성하는 노드의 분지수는 노드 주소에 따라 n+1 또는 n+2로 구성되어 있다. 분지수 n+1을 갖는 노드는 클러스터 내부의 노드 사이에만 에지가 있고, n+2를 갖는 노드는 클러스터 내부 노드와 n+1개 에지를 그리고 외부에지에 의해 다른 클러스터의 노드와 연결된 에지가 한 개 존재한다. $HFH(C_n,C_n)$는 정규연결망이고 재귀적 구조에 의해 네트워크가 정의된다. 노드 연결도를 증명하는 방법은 임의의 노드 S를 포함하는 클러스터를 기준으로 n개 이하와 n+1개 노드를 제거하는 경우로 나누어보인다.

경우 1) $HFH(C_n,C_n)$의 임의의 노드 S에 연결되어 있는 n개 혹은 그 이하의 노드를 제거했다고 가정하자. 그러면 $HFH(C_n,C_n)$를 구성하는 노드의 분지수는 노드 주소에 따라 n+1 또는 n+2로 구성되어 있다고 했으므로 노드 S는 적어도 1개 혹은 2개 이상의 노드에 연결되어 있음을 쉽게 알 수 있다.

경우 2) $HFH(C_n,C_n)$를 구성하는 노드에서 n+1개의 노드를 제거하는 경우를 생각해보자. 제거된 n+1개 노드가 임의의 노드 S에 모두 인접한 노드이고, 그 때 노드 S의 주소 (I,J), $I \neq J$이면 노드 S는 최소한 한 개의 에지 즉, 클러스터와 클러스터를 연결한 에지에 의해 $HFH(C_n,C_n)$의 노드와 연결(connected) 되어 있다. 만약, 제거된 n+1개 노드가 특정 노드 S에 인접한 모든 노드이고, 그 때 노드 S의 주소가 (I,J), I=J이면 노드 S는 $HFH(C_n,C_n)$의 다른 노드와 단절(disconnected) 되어 $HFH(C_n,C_n)$의 연결망이 2개 이상으로 분리된다. 그러므로 $HFH(C_n,C_n)$의 노드 연결도는 n+1이다.
□

$HFH(C_n,C_n)$의 임의의 두 노드 U의 주소는 (I,J)이고, V의 주소는 (K,L)라고 하면, $I \neq K$인 경우 노드 U와 V 사이의 라우팅 알고리즘은 다음과 같다. I,J,K,L은 임의의 비트 스트링이다. 만약, 두 노드의 클러스터 주소에서 I=K이면 두 노드가 동일한 클러스터에 포함되어 있음을 의미하므로 Folded 하이퍼-스타 라우팅 알고리즘을 적용한다. 아래의 라우팅 알고리즘에서 사용하는 심벌 ⇒와 →는 다음과 같다. 라우팅 과정에서 Folded 하이퍼-스타 라우팅 알고리즘을 이용하는 에지는 내부에지이고 심벌 ⇒로 표시하고, 클러스터와 클러스터 사이의 노드를 연결하는 에지는 외부에지이고 심벌 →로 표시한다.

1) 라우팅 알고리즘 A : $(I,J) \Rightarrow (I,K) \rightarrow (K,I) \Rightarrow (K,L)$
2) 라우팅 알고리즘 B : $(I,J) \Rightarrow (I,L) \rightarrow (L,I) \Rightarrow (L,K) \rightarrow (K,L)$

정리 2 $HFH(C_n,C_n)$의 임의의 두 노드의 주소를 (I,J)와 (K,L)라고 하고($I \neq K$), 노드 (I,J)로부터 노드 (K,L)까지의 경로를 P라고 하면, 경로 P가 3개 이상의 외부 에지를 포함하면 경로 P는 최단 경로가 아니다.

[증명] 원시노드를 (I,J)라고 하고, 목적노드를 (K,L)라고 가정하자. I=V_0, J=V_{-1}, K=V_x, L=V_{x+1}라고 표시하고, 두 노드를 연결하는 경로 P가 x개의 외부 에지를 포함한다면($x \geq 3$), 경로 P는 다음과 같이 구성할 수 있다.

$P = (V_0,V_{-1}) \Rightarrow (V_0,V_1) \rightarrow (V_1,V_0) \Rightarrow (V_1,V_2) \rightarrow (V_2,V_1) \Rightarrow \cdots \rightarrow (V_x,V_{x-1}) \Rightarrow (V_x,V_{x+1})$.

경로 P의 라우팅 거리 $R_P = \sum_{i=1}^{x+1} dist(V_{i-2}, V_i) + x$

이다.

x값에 따라 다음과 같은 두 가지 경우로 나누어 증명하겠다.

경우 1) x가 홀수일 때 : 하나의 외부 에지를 포함하는 경로 Q를 다음과 같이 구성한다.

$Q = (V_0,V_{-1}) \Rightarrow (V_0,V_1) \Rightarrow (V_0,V_3) \Rightarrow \cdots \Rightarrow (V_0,V_x) \rightarrow (V_x,V_0) \Rightarrow (V_x,V_2) \Rightarrow (V_x,V_4) \Rightarrow \cdots \Rightarrow (V_x,V_{x+1})$.

경로 Q의 라우팅 거리 $R_Q = \sum_{i=1}^{x+1} dist(V_{i-2}, V_i) + 1$

이다. 그래서 $R_Q < R_P$ 이므로, 경로 Q의 길이가 경로 P의 길이보다 더 짧다는 것을 알 수 있다.

경우 2) x가 짝수일 때 : 두 개의 외부 에지를 포함하는 경로 Q를 다음과 같이 구성한다.

$Q = (V_0,V_{-1}) \Rightarrow (V_0,V_1) \Rightarrow (V_0,V_3) \Rightarrow \cdots \Rightarrow (V_0,V_{x+1}) \rightarrow (V_{x+1},V_0) \Rightarrow (V_{x+1},V_2) \Rightarrow (V_{x+1},V_4) \Rightarrow \cdots \Rightarrow (V_{x+1},V_x) \rightarrow (V_x,V_{x+1})$.

경로 Q의 라우팅 거리 R_Q = $\sum_{i=1}^{x+1} dist(V_{i-2}, V_i)+2$ 이다. 그래서 $R_Q<R_P$ ($x\geq4$)이므로, 경로 Q의 길이가 경로 P의 길이보다 더 짧다는 것을 알 수 있다.

그러므로 만약 경로 P가 3개 이상의 이상의 외부 에지를 포함하면, 경로 P는 최단경로가 아님을 알 수 있다. □

정리 3 임의의 두 노드가 동일한 클러스터에 포함되어 있으면 두 노드를 연결하는 최단경로에는 외부에지가 포함되지 않는다.

〚**증명**〛 정리 2에 의해 3개 이상의 외부에지가 포함되면 최단경로가 아님을 증명하였으므로, 두 노드를 연결하는 최단경로에 하나의 외부에지가 포함되었다고 가정하자. 그러면 두 노드는 서로 다른 클러스터에 포함되어 있다. 이것은 가정에 모순이다. 두 노드를 연결하는 최단경로에 두 개의 외부에지가 포함되었다고 가정하자. 두 노드를 포함하는 클러스터를 M이라고 하고, M과 연결된 클러스터를 T라고 하면, M과 T를 연결하는 외부에지 e는 $HFH(C_n,C_n)$의 정의에 의해 한개만 존재한다. 두 노드를 연결하는 최단경로에 두 개의 외부에지가 포함되었다는 것은 에지 e를 두 번 사용한다는 것을 의미하므로 이 경우도 최단경로가 아님을 알 수 있다. □

정리 4 $HFH(C_n,C_n)$의 임의의 두 노드를 (I,J)와 (K,L)라 하자($I\neq K$). 두 노드 (I,J)와 (K,L) 사이의 라우팅 경로를 P라고 하고, 하나의 외부에지를 이용하는 라우팅 알고리즘 A를 사용하여 구해진 라우팅 거리를 R_A라고 하고, 두 개의 외부에지를 이용하는 라우팅 알고리즘 B를 사용하여 구해진 라우팅 거리를 R_B라고 하자. 그러면 두 노드 사이의 최단경로 라우팅의 거리는 다음과 같다.

1) R_A = $dist(J,K)+dist(I,L)+1$

2) R_B = $dist(J,L)+dist(I,K)+2$

특히, $I=J$이거나 $I=L$이거나 $K=J$이거나 $K=L$인 경우에는 라우팅 알고리즘 A가 최단 경로가 된다.

〚**증명**〛 1) 노드 (I,J)와 (K,L) 사이를 연결하는 라우팅 경로 중에 하나의 외부에지를 이용하는 경로는 (I,K)와 (K,I)를 연결하는 외부에지를 반드시 사용해야만 한다. 그러므로 최단 경로 라우팅은 $(I,J) \Rightarrow (I,K) \rightarrow (K,I) \Rightarrow (K,L)$ 이므로, R_A = $dist(J,K)+dist(I,L)+1$이다.

2) 두 개의 외부 에지를 포함하는 경로 P를 다음과 같이 구성한다.

P = $(I,J) \Rightarrow (I,X) \rightarrow (X,I) \Rightarrow (X,K) \rightarrow (K,X) \Rightarrow (K,L)$ ($X\neq I$, $X\neq K$).

그러면 경로 P의 거리는 $dist(J,X)+dist(I,K)+dist(X,L)+2$이다. $L=X$라 하자. 그러면 P' = $(I,J) \Rightarrow (I,L) \rightarrow (L,I) \Rightarrow (L,K) \rightarrow (K,L)$이므로 거리는 $dist(J,L)+dist(I,K)+2$이다. $dist(J,X)+dist(I,K)+dist(X,L)+2 \geq dist(J,L)+dist(I,K)+2$이므로 P'가 최소임을 알 수 있다.

$I=J$인 경우에 $J=X$라 하자. 그러면 경로 P = $(J,J) \Rightarrow (J,K) \rightarrow (K,J) \Rightarrow (K,L)$ 이므로 거리는 $dist(J,K)+dist(J,L)+1$이다. $J\neq K$인 경우에 $J=X$라 하면, 경로 P = $(I,J) \rightarrow (J,I) \Rightarrow (J,K) \rightarrow (K,J) \Rightarrow (K,L)$ 이므로 거리는 $dist(I,K)+dist(J,L)+2$이다. 그러므로 경로 P의 거리는 $J=K$인 경우에 라우팅 알고리즘 A를 이용한 라우팅이 최소임을 알 수 있다. $I=L$이거나 $K=J$이거나 $K=L$인 경우도 동일한 방법으로 증명할 수 있다.

정리 2와 4에 의해 $HFH(C_n,C_n)$에서 $I\neq K$인 두 노드 (I,J)와 (K,L)을 연결하는 정규 라우팅 알고리즘을 찾을 수 있다. 정규 라우팅 알고리즘은 두 개의 라우팅 알고리즘 A, B 중에서 짧은 경로를 갖는 알고리즘이다. 두 노드 (I,J)와 (K,L) 사이의 거리 d는 두 개의 경로길이 중에서 최단 거리가 된다.

· $d=\min(R_A,R_B)$

예를 들어 두 노드 U=(0011,1010)과 V=(1100,0110) 사이의 거리 d를 구해보자. 두 개의 라우팅 경로의 길이는 다음과 같다.

R_A = 2+2+1 = 5.

R_B = 1+1+2 = 4.

R_B가 최소값을 가지므로, 라우팅 알고리즘 B가 두 노드 U와 V에 대한 정규 라우팅 알고리즘임을 알 수 있다.

연결망 G 내부의 임의의 두 노드 사이의 거리(distance)는 두 노드 사이의 최단 경로의 길이(length)를 의미하며, 연결망 G의 지름(diameter)은 두 노드 사이의 최단경로의 최대 거리(maximal distance)를 의미한다.

정리 5 $HFH(C_n,C_n)$의 지름은 $2n+1$이다.

〚**증명**〛 3개 이상의 외부에지를 포함하는 경로는 최단 거리가 아님을 정리 2에서 증명하였고, 동일한 클러스터에 포함되어 있는 두 노드를 연결하는 최단 경로에는 외부에지가 포함되지 않음을 정리 3에서 증명하였다. 그러므로 하나의 클러스터에 포함되어 있는 임의의 두 노드를 연결하는 최단경로의 최대거리는 Folded 하이퍼-스타의 지름이고, 서로 다른 클러스터에 포함되어 있는 임의의 두 노드를 연결하는 최단경로의 최대거리는 하나의 외부에지를 포함하는 라우팅 알고리즘 A 또는 두 개의 외부에지를 포함하는 라우팅 알고리즘 B의 최대거리이다. Folded 하이퍼-스타의 지름은 n이다[6]. $HFH(C_n,C_n)$의 임의의 두 노드를 n이 짝수인 경우 (I,J) = (00...0011...11,00...0011...11)와 (K,L) = (0101...0101, 0101...0101)라고 하고, n이 홀수 인 경우 (I,J) = (00...0011...11,00...0011...11)와 (K,L) = (1010...1010,1010...1010)라고 하자. $I=J$ 이고 $K=L$ 이므로 정리 4에 의해 두 노드 사이의 최단 경로 라우팅은 알고리즘 A에 의해 구할 수 있다. $dist(J,K)=dist(I,L)=n$ 이므로 라우팅 알고리즘 A를 이용한 두 노드 사이의 최대거리는 $n+1+n=2n+1$이다. 라우팅 알고리즘 B를 이용한 두 노드 사이의 최대거리는 $n+1+n+1=2n+2$이다. 그렇지만 $2n+2$는 $HFH(C_n,C_n)$의 지름이 될 수 없다. 왜냐하면 정규 라우팅 알고리즘은 두 개의 라

우팅 알고리즘 A, B 중에서 짧은 경로를 갖는 알고리즘이므로, 라우팅 알고리즘 B를 이용한 두 노드 사이의 최대거리가 $2n+2$인 경우에는 정규 라우팅 알고리즘은 라우팅 알고리즘 A를 이용하여 구한 거리($\le 2n+1$)가 선택된다. 그러므로 알고리즘 B를 이용한 최대거리는 알고리즘 A를 이용한 최대거리보다 작거나 같다. 그러므로 $HFH(C_n,C_n)$의 지름은 $2n+1$임을 쉽게 알 수 있다. □

정리 5에서 $HFH(C_n,C_n)$의 일-대-다(one-to-all) 방송 기법을 제안하고 최소 방송 시간이 $4n-1$이하임을 보이겠다.

정리 6 $HFH(C_n,C_n)$의 최소 방송 시간은 $4n-1$이하이다.

【**증명**】 $HFH(C_n,C_n)$의 모든 클러스터는 Folded 하이퍼-스타이다. Folded 하이퍼-스타의 방송 수행 시간은 $2n-1$이다[13]. 그리고 하나의 클러스터는 자신을 제외한 다른 모든 클러스터와 외부에지에 의해 연결되어 있다. 방송하는 과정은 3단계로 나눈다.

[단계 1] 메시지를 가지고 있는 노드 S가 자신이 속해 있는 클러스터 내부의 모든 노드에 메시지를 전송한다.

[단계 2] 노드 S를 포함한 클러스터의 모든 노드에서 외부에지를 이용하여 각 클러스터에 적어도 한 노드로 메시지를 전송한다.

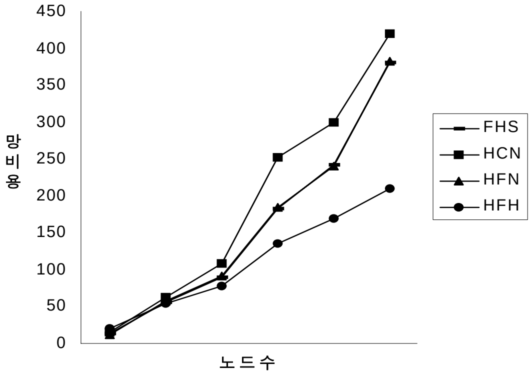
[단계 3] 각 클러스터에서 [단계 1]의 과정을 반복한다.

방송 시간은 [단계 1]에서 하이퍼-스타의 방송 수행 시간과 동일하므로 $2n-1$이고, [단계 2]에서 외부에지를 이용한 전송을 1회 수행하고, [단계 3]에서 [단계 1]의 과정을 반복하므로 메시지 전송을 $2n-1$번 수행한다. 따라서 최소 방송 시간은 $4n-1$ 이하이다. □

망비용(network cost)은 지름과 분지수의 곱으로 나타낸다. 지름은 임의의 두 노드를 연결하는 최단경로의 최대거리를 나타내는데, 이는 연결망의 전체에 정보를 전파하는데 드는 지연 시간의 하한값으로 효과적인 메시지 전달을 측정하는 기준이며, 분지수는 주어진 연결망으로 병렬 컴퓨터를 설계할 때 처리기를 구성하는 핀의 개수로써 라우팅 제어논리의 복잡도를 결정하는 요인이 되는데, 연결망을 구축하는 하드웨어 비용을 측정하는 기준이다. 그래서 망비용은 연결망을 측정하는 가장 중요한 요소이다.

지금까지의 연구 결과를 바탕으로 본 논문에서 제안한 $HFH(C_n,C_n)$이 병렬 처리를 위한 대규모 시스템 구현에 적합하다는 것을 보이기 위해 기존에 제안된 Folded 하이퍼-스타 연결망과 하이퍼큐브를 기반으로 설계된 $HCN(m,m)$, $HFN(m,m)$보다 망비용 측면에서 우수하다는 것을 <표 1>과 (그림 3)을 통하여 보이겠다. 네 가지 연결망은 차원 증가에 따른 노드 증가 개수가 동일하지 않기 때문에 노드수가 비슷한 경우를 비교하여 망비용을 분석하도록 하겠다.

망비용 비교 결과를 <표 1>과 (그림 3)에 나타냈다. 이와 같은 망비용 비교 결과에 의해 본 논문에서 제안한 $HFH(C_n,C_n)$이 기존에 제안된 Folded 하이퍼-스타 연결망과 하이퍼큐



(그림 3) 망비용 비교

〈표 1〉 망비용 비교

$FHS(2n,n)$				$HCN(m,m)$			
노드수	분지수	지름	망비용	노드수	분지수	지름	망비용
$\binom{2n}{n}$	$n+1$	n	$n(n+1)$	2^{2m}	$m+1$	$m+\left\lfloor\frac{m+1}{3}\right\rfloor+1$	$(m+1)\times(m+\left\lfloor\frac{m+1}{3}\right\rfloor+1)$
$\binom{6}{3}=20$	4	3	12	$2^4=16$	3	5	15
$\binom{14}{7}=3432$	8	7	56	$2^{12}=4096$	7	9	63
$\binom{18}{9}=48620$	10	9	90	$2^{16}=65536$	9	12	108
$\binom{26}{13}\fallingdotseq 1.04\times10^7$	14	13	182	$2^{24}=1.67\times10^7$	13	17	221
$\binom{30}{15}\fallingdotseq 1.55\times10^8$	16	15	240	$2^{28}\fallingdotseq 2.68\times10^8$	15	20	300
$\binom{38}{19}\fallingdotseq 3.53\times10^{10}$	20	19	380	$2^{34}\fallingdotseq 1.72\times10^{10}$	18	24	432

$HFN(m,m)$				$HFH(C_n,C_n)$			
노드수	분지수	지름	망비용	노드수	분지수	지름	망비용
2^{2m}	$m+2$	$2\left\lceil\frac{m}{2}\right\rceil+1$	$(m+2)\times(2\left\lceil\frac{m}{2}\right\rceil+1)$	$\binom{2n}{n}^2$	$n+2$	$2n+1$	$(n+2)\times(2n+1)$
$2^4=16$	4	3	12	$\binom{4}{2}^2=36$	4	5	20
$2^{12}=4096$	8	7	56	$\binom{8}{4}^2=4900$	6	9	54
$2^{16}=65536$	10	9	90	$\binom{10}{5}^2=63504$	7	11	77
$2^{24}=1.67\times10^7$	14	13	182	$\binom{14}{7}^2\fallingdotseq 1.18\times10^7$	9	15	135
$2^{28}\fallingdotseq 2.68\times10^8$	16	15	240	$\binom{16}{8}^2\fallingdotseq 1.68\times10^8$	10	17	170
$2^{34}=1.72\times10^{10}$	19	20	380	$\binom{20}{10}^2\fallingdotseq 3.41\times10^{10}$	12	21	210

브를 기반으로 설계된 $HCN(m,m)$, $HFN(m,m)$보다 망비용 측면에서 우수하다는 것을 알 수 있다. 따라서 병렬처리 컴퓨터의 상호연결망 구조로 $HFH(C_n,C_n)$이 효과적임을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 하이퍼-스타 연결망을 기반으로 하는 새로운 상호연결망, 계층적 Folded 하이퍼-스타 연결망 $HFH(C_n,C_n)$을 제안하였고, 제안된 $HFH(C_n,C_n)$의 여러 가지 성질들을 분석하였다. 즉, 노드연결도가 n+1임을 증명하였고, 라우팅 알고리즘을 제안하였고, 지름이 $2n$+1임을 보였으며, 최소 방송 시간이 $4n$-1 이하임을 보였다. 또한 기존에 제안된 $HCN(m,m)$, $HFN(m,m)$과 Folded 하이퍼-스타 연결망의 망비용 측면에서 비교 분석함으로써 $HFH(C_n,C_n)$이 계층적 연결망으로 우수한 연결망임을 보였다. 이와 같은 결과는 $HFH(C_n,C_n)$이 병렬 처리를 위한 대규모 시스템에서 상호연결망으로 적합한 연결망임을 의미한다 하겠다. 본 논문에서 제안한 HFH는 유용한 성질들을 가지고 있지만 정규형 연결망(regular network)이 아니므로 대칭성이 존재하지 않는다. 따라서 여러 가지 응용 알고리즘을 구현할 때 쉽게 나타내기 어려운 단점이 있다.

참 고 문 헌

[1] S. Abraham, "The Twisted Cube Topology for Multiprocessor: A Study in Network Asymmetry," Journal of Parallel and Distributed Computer, Vol.13, pp.104-110, 1991.

[2] D-R. Duh, G-H. Chen and J-F. Fang, "Algorithms and Properties of a New Two-Level Network with Folded Hypercubes as Basic Modules," IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Vol.6, No.7, pp.714-723, July, 1995.

[3] A. H. Esfahanian, L. M. Ni and B. E. Sagan, "The Twisted N-Cube with Application to Multiprocessing," IEEE Trans. Computer, Vol.40, No.1, pp.88-93, Jan., 1991.

[4] S. L. Johnsson, "Communication Efficient Basic Linear Algebra Computations on Hypercube Architectures," Journal of Parallel Distributed Computer, Vol.4, pp.133-172, 1987

[5] J. Kim and K-G. Shin, "Operationally Enhanced Folded Hypercubes," IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Vol.5, No.12, pp.1310-1316, 1994.

[6] H.-O. Lee, J.-S. Kim, E. Oh, H.-S. Lim, "Hyper-Star Graph: A New Interconnection Network Improving the Network Cost of the Hypercube," Lecture Notes in Computer Science : EurAsia-ICT 2002, LNCS 2510, pp.858-865, 2002.

[7] F. T. Leighton, "Introduction to Parallel Algorithms and Architectures : Arrays, Hypercubes," Morgan Kaufmann Publishers, 1992.

[8] A. S. Vaidya, P. S. N. Rao and S. r. Shankar, "A Class of Hypercube_like Networks," Proc. of the 5th IEEE Symposium on Parallel and Distributed Processing, pp.800-803, 1993.

[9] S.-K. Yun and K.-H. Park, "Comments on Hierarchical Cubic Networks", IEEE Trans. Parallel Distributed systems., Vol.9, No.4, pp.410-414, 1998.

[10] 김종석, 오은숙, 이형옥, "하이퍼-스타 연결망의 위상적 망 성질과 방송 알고리즘," 정보처리학회논문지A, Vol.11-A, No.5, pp.341-346, 2004.

[11] 김종석, 이형옥, "상호연결망 HS(2n,n)의 이분할 에지수와 고장 지름 분석," 정보처리학회논문지A, Vol.12-A, No.6, pp.499-506, 2005. 12.

[12] 김종석, 이형옥, "PMC 모델과 비교진단모델을 이용한 하이퍼-스타 연결망의 진단도 분석," 정보처리학회논문지A, Vol.13-A, No.1, pp.19-26, 2006. 2.

[13] 김종석, "Folded 하이퍼-스타 FHS(2n,n)의 위상적 성질 분석," 정보처리학회논문지A, Vol.14-A, No.5, pp.263-268, 2007. 10.

김 종 석

e-mail : rockhee7@gmail.com
1995년 2월 순천대학교 전산학과(학사)
2001년 2월 순천대학교 컴퓨터과학과 (이학석사)
2004년 8월 순천대학교 컴퓨터과학과 (이학박사)
2005년 2월~2008년 2월 오클라호마 주립대학교 컴퓨터과학과 박사후연구원
2008년 2월~현 재 영남대학교 전자정보공학부 BK21연구교수
관심분야 : 병렬 및 분산처리, 계산이론, 네트워크 설계 및 분석

이 형 옥

e-mail : oklee@sunchon.ac.kr
1994년 2월 순천대학교 전산학과(학사)
1996년 2월 전남대학교 전산통계학과 (석사)
1999년 2월 전남대학교 전산통계학과 (박사)
1999년 10월~2002년 2월 한국정보사회진흥원 선임연구원
2006년 1월~2007년 7월 University of Texas at Dallas 교환교수
2002년 3월~현 재 순천대학교 컴퓨터교육과 부교수
관심분야 : 병렬 및 분산처리, 계산이론, 알고리즘, 네트워크 설계 및 보안