직육면체를 지나는 층류 유동

김 동 주*1

LAMINAR FLOW OVER A CUBOID

Dongjoo Kim*1

Laminar flows over a cube and a cuboid (cube extended in the streamwise direction) are numerically investigated for the Reynolds numbers between 50 and 350. First, vortical structures behind a cube and lift characteristics are scrutinized in order to understand the variation in vortex shedding characteristics with respect to the Reynolds number. As the Reynolds number increases, the flow over a cube experiences the steady planar-symmetric, unsteady planar-symmetric, and unsteady asymmetric flows. Similar to the sphere wake, the planar-symmetric flow over a cube can be divided into two different regimes: single-frequency regime and multiple-frequency regime. The former has a single frequency due to regular shedding of vortices with the same strength in time, while the latter has multiple frequency components due to temporal variation in the strength of shed vortices. Second, the effect of the length-to-height ratio of the cuboid on the flow characteristics is investigated for the Reynolds number of 270, at which planar-symmetric vortex shedding takes place behind a cube. With the ratio smaller than one, the flow over the cuboid becomes unsteady asymmetric flow, whereas it becomes steady flow for the ratios greater than one. With increasing the ratio, the drag coefficient first decreases and then increases. This feature is related to the flow reattachment on the side faces of the cuboid.

Key Words : 직육면체(Cuboid), 정육면체(Cube), 면대칭 유동(Planar-symmetric flow), 비대칭 유동(Asymmetric flow)

1. 서 론

뭉툭한 물체(bluff body)에서 발생하는 후류(wake) 및 보텍스 쉐딩(vortex shedding)의 특성을 이해하고, 이를 제어하는 것은 중요한 연구과제이다. 뭉툭한 물체는 원형 실린더와 사각 실린더로 대표되는 2차원 뭉툭한 물체와 구(sphere)와 정육면체(cube)로 대표되는 3차원 뭉툭한 물체로 구분할 수 있다. 지난 수십년간 원형 및 사각 실린더에 대한 많은 연구 결과가 발표되었고[1-3], 최근에는 구 주위의 유동에 대한 연구 역시 활발히 진행되고 있다[4-9]. 이에 비해, 정육면체에서 발생하는 후류에 대한 연구는 상대적으로 매우 미비하다.

정육면체 후류에 대한 이전 연구를 살펴보면, Raul 등[10]은 와도-벡터포텐셜 방법을 이용하여 레이놀즈수 100이하의 정상 유동을 해석하고, 정육면체 낙하 실험과 항력계수를 비교하였다. 그 후 Raul과 Bernard[11]는 관심 영역을 Re=2,000과 14,000의 난류 유동장으로 확장하였다. 최근 Saha[12]는 레이놀즈수 300 이하에 대해 연구를 수행하여, 비정상 유동으로의 천이가 레이놀즈수 265와 270 사이에서 발생함을 보였다. 또한, Re≤300의 비정상 유동장은 모두 면대칭의 성격을 가지고 있고, 규칙적인 보텍스 쉐딩으로 인해 유동장은 하나의 주파수 성분만을 가지고 있다고 보고하였다.

하지만, 구 후류에 대한 최근 결과를 살펴보면, 구에서 발생하는 비정상 층류 유동은 다음과 같이 세 가지 유형으로 구분할 수 있다[9]. 첫째는 규칙적인 보텍스 쉐딩으로 하나의 주파수 성분을 갖는 면대칭 유동, 둘째는 쉐딩되는 보텍스의 세기가 일정하지 않아 둘 이상의 주파수 성분을 갖는 면대칭 유동, 마지막은 보텍스의 쉐딩 위치가 일정하지 않은 비대칭 유동이다. 따라서, 본 연구의 목적은 정육면체의 경우에도 구에서와 마찬가지로 세 가지 유형의 비정상 유동이 모두 존재하는지를 살펴보고, 레이놀즈수에 따른 항력 및 양력과 보텍스 구조의 변화를 분석하는 것이다. 특히, 이전의 연구가 3차원 보텍스의 구조를 분석하지 않거나 격자 해상도가 매우 부

접수일: 2008년 1월 16일, 심사완료일: 2008년 2월 27일.
1 정회원, 금오공과대학교 기계공학부
* E-mail: kdj@kumoh.ac.kr

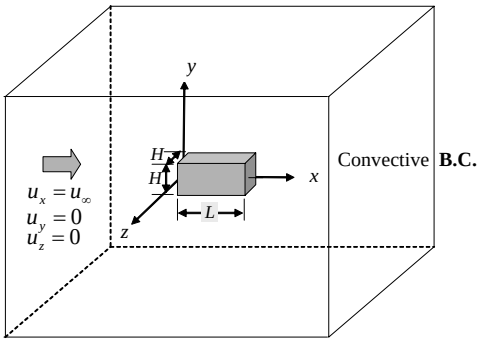

Fig. 1 Coordinate system and boundary conditions

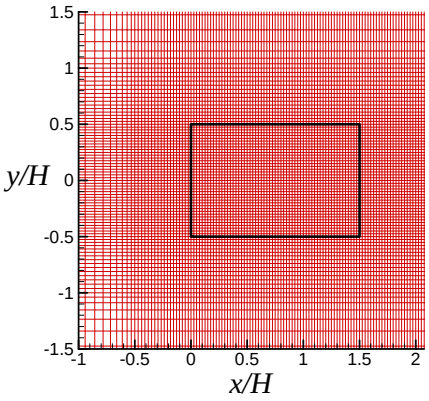

Fig. 2 Mesh near a cuboid at $z=0$. Thick lines denote the cuboid of $L=1.5H$

족했던 점을 고려하여, 본 연구에서는 보텍스 구조와 항력 및 양력의 상관관계를 중점적으로 살펴보고자 한다.

한편, 본 논문의 또 다른 연구 목적은 정육면체의 주유동 방향 길이를 변화시킨 직육면체(Fig. 1 참조) 주위의 유동을 해석하고, 길이 변화에 따른 유동장의 변화를 분석하는 것이다. 이러한 직육면체 형상은 유동 박리점(separation point)이 변하는 구와는 달리 박리 위치가 고정되고, 높이와 길이의 비율이 1이 아니라는 점에서 트럭이나 트레일러와 같은 운송체의 단순화된 모델로 활용될 수 있다.

2. 수치해석 방법

본 연구에서는 Kim 등[13]이 제시한 가상경계방법을 이용하여 수치해석을 수행하였다. 이 방법은 Navier-Stokes 방정식에 운동량 부가(momentum forcing)와 질량 원천/흡입(mass source/sink)을 도입함으로써 유동장 내에 존재하는 물체를 모사하는 방법으로, 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j}=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{1}{Re}\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}+f_i, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}-q=0. \tag{2}$$

여기서, f_i와 q는 각각 물체 내부에 정의되는 운동량 부가와 질량 원천/흡입을 나타낸다. 모든 변수는 직육면체의 높이 H와 입구에서의 유동속도 u_∞로 무차원화 하였고, 레이놀즈수는 $\mathrm{Re}=u_\infty H/\nu$로 정의하였다. 최근 다수의 연구자들이 가상경계방법을 사용하고 있으며, 이 방법을 사용하여 본 연구자는 구 주위의 층류 및 난류 유동장을 성공적으로 해석한 바 있다[7-9]. f_i 및 q를 구하는 방법 등의 자세한 수치해석 방법은 Kim 등[13]의 논문을 참고하길 바란다.

Fig. 1은 좌표계 및 경계조건을 나타내고 있으며, 본 연구에서는 직교좌표계에 가상경계방법을 적용하여 수치해석을 수행하였다. 본 연구에서 좌표계의 중심은 직육면체 앞면의 중심으로 정의하였다(Fig. 2 참조). 계산영역은 주유동 방향으로는 $-15H \le x \le 17H$, 주유동에 수직인 방향으로는 $-15H \le y, z \le 15H$를 사용하였다. 경계조건으로는 입구 및 원거리에서 Dirichlet 경계조건을 사용하였고, 출구에서는 대류경계조건을 사용하였다.

Fig. 2는 해석에 사용된 격자계의 xy-단면($z=0$)을 나타낸다. 여기서, 굵은 선은 $L=1.5H$인 직육면체를 나타내며, L은 직육면체의 길이를 의미한다. 전체적으로 사용된 격자수는 약 462만개로 x, y, z 각 방향으로 368, 112, 112개의 격자를 사용하였고, 격자수에 대한 테스트를 수행하여 결정하였다.

본 연구에서는 우선 $50 \le \mathrm{Re} \le 350$에 대해 정육면체($L=H$) 주위의 유동을 해석하였다. 레이놀즈수 증가에 따른 유동장의 변화를 관찰하고, 구에 대한 이전 연구 결과와 비교하였다. 또한, 정육면체에서 주기적인 보텍스 쉐딩이 관찰되는 $\mathrm{Re}=270$에 대해, 길이비 L/H의 변화에 따른 직육면체 주위 유동의 특성 변화를 고찰하였다. 이때, 높이와 길이의 비는 $0.6 \le L/H \le 3.0$로 정하였다.

3. 결과 분석

3.1 정육면체 주위의 유동

3.2.1 정상 유동 (steady flow, $50 \le \mathrm{Re} \le 250$)

본 연구에서는 레이놀즈수 50, 100, 250의 세 경우에서 정상 유동이 관찰되었다. Fig. 3은 대표적인 레이놀즈수인 100과

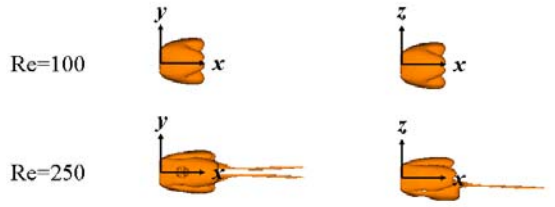

Fig. 3 Vortical structures in the steady flow behind a cube

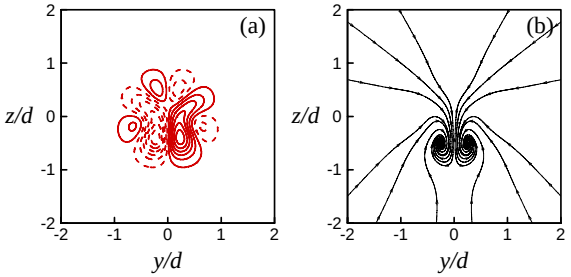

Fig. 4 A pair of streamwise vortices in the cube wake at Re=250: (a) streamwise vorticity contours at *x/H*=5; (b) streamlines at *x/H*=5

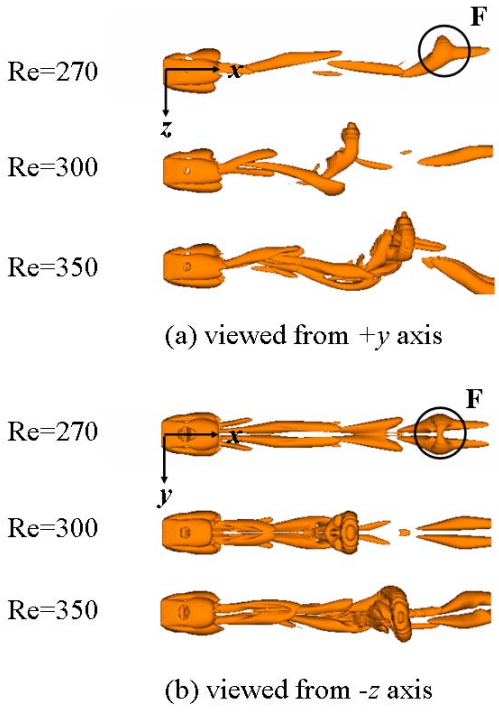

Fig. 5 Variation of vortical structures behind a cube with respect to the Reynolds number

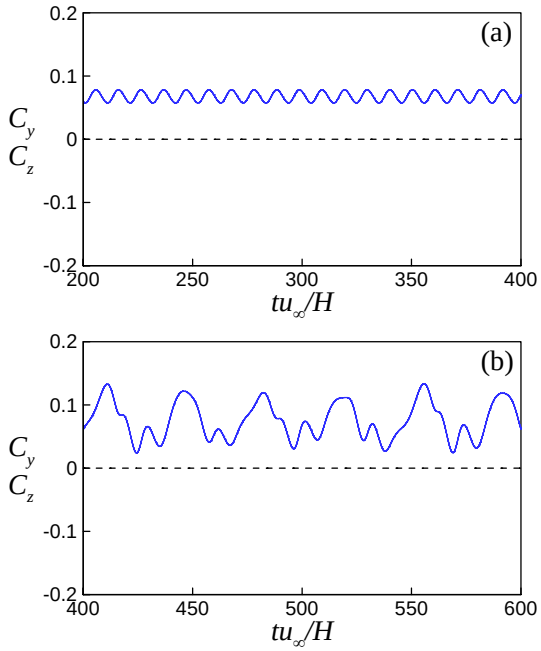

Fig. 6 Temporal variation of lift coefficients (------, C_y; ——, C_z): (a) Re=270; (b) Re=300

250의 경우에 대해 보텍스 구조를 나타낸 것으로, Jeong & Hussain[14]의 방법을 이용하였다. 그림에서 알 수 있듯이, Re=100에서는 표면 근처의 강한 와도(vorticity) 영역을 제외하고는 후류에 보텍스 구조가 발견되지 않으며, 유동장은 (x,y)-평면 및 (x,z)-평면에 대해 대칭을 이룬다. 하지만, Re=250에서는 후류에 한 쌍의 보텍스가 발생하며, 그 결과 (x,z)-평면에 대해서만 대칭성을 유지한다.

Fig. 4는 Re=250에서 발생하는 보텍스 주변의 속도장을 이해하기 위해, $x/H=5$ 평면에서 주유동 방향 와도 성분과 유선을 나타낸 것이다. 한 쌍의 보텍스가 강한 주유동 방향 와도를 가지고 있음을 알 수 있으며, 이러한 특징은 Re=250의 구 후류에서 발견되는 보텍스와 매우 유사하다[5,7]. 한편, 본 연구에서는 보텍스가 $z<0$ 영역에서 발생하였는데, 보텍스의 발생 위치는 초기 조건, 컴퓨터의 round-off 에러 등에 따라 달라질 수 있다.

3.2.2 비정상 유동 (unsteady flow, 270≤Re≤350)

본 연구에서는 레이놀즈수가 270보다 큰 경우에 비정상 유동장이 발견되었으며, 비정상 유동으로의 천이가 레이놀즈수 265와 270 사이에서 발생한 Saha[12]의 결과와 잘 일치한다. Fig. 5는 레이놀즈수에 따른 3차원 보텍스 구조의 변화를 나타내며 모든 레이놀즈수에서 보텍스 쉐딩을 관찰할 수 있다. Re=270의 경우, 헤어핀 보텍스(hairpin vortex)의 머리에 해당

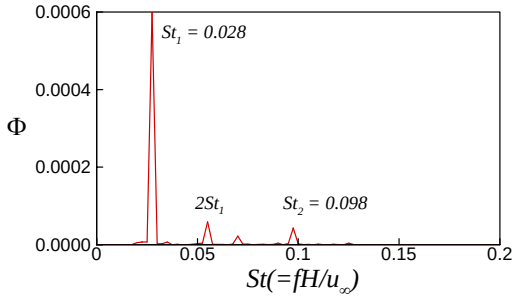

Fig. 7 Power spectrum of lift coefficient C_z at Re=300

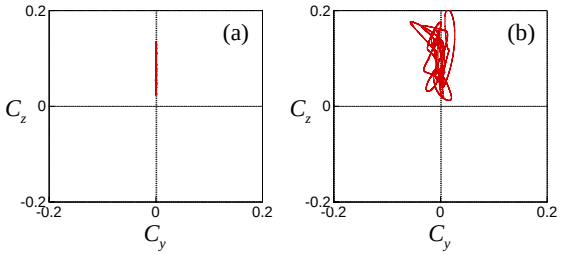

Fig. 8 Phase diagram of lift coefficients (C_y, C_z): (a) Re=300 (planar-symmetric flow); (b) Re=350 (asymmetric flow)

하는 보텍스 F가 헤어핀의 다리 사이에서 형성되는 것을 볼 수 있는데, 이는 Re=300의 구에서 발생하는 보텍스와 매우 유사하다[7,9]. 레이놀즈수가 300으로 증가함에 따라 헤어핀의 머리가 보다 명확하게 루프(loop)의 형태를 띠며, 보다 일찍 하류에 나타난다. 여기서 주목할 만한 것은 Re=270과 300에서는 보텍스 구조가 (x,z)-평면에 대해 대칭을 유지하지만, Re=350에서는 면대칭의 성질을 잃고 비대칭이 된다는 사실이다(Fig 5b). 이와 같이 면대칭에서 비대칭으로의 유동 천이는 구 후류에서도 발견되고 있으며, Re=375 근처에서 천이가 일어나는 것으로 알려져 있다[6,9]. 따라서, 구에 비해 정육면체의 후류가 보다 낮은 레이놀즈수에서 비대칭으로 천이됨을 알 수 있다.

Fig. 6은 비정상 면대칭 유동인 Re=270과 300에 대해 양력 계수의 시간에 따른 변화를 비교한 것으로, 양력 계수 C_y가 항상 0이라는 사실로 유동장이 면대칭임을 확인할 수 있다. 우선, Re=270의 경우를 살펴보면, 일정한 강도의 주기적인 보텍스 쉐딩으로 인해 양력 계수 C_z가 하나의 주파수 성분만을 가지고 있다. 이때, 무차원 스트롤수($St = fH/u_\infty$)는 0.097에 해당하며, 구에서 발생하는 보텍스 쉐딩 스트롤수(0.134)와 비교하여 상대적으로 작은 값을 갖는다. 이에 반해, Re=300의 경우에는 보텍스 쉐딩 주기에 해당하는 주파수 이외에 다른 주파수 성분이 있음을 알 수 있다. 이러한 주파수

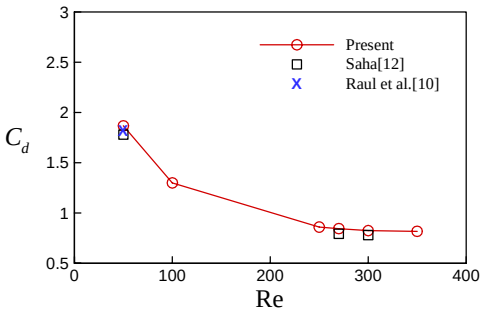

Fig. 9 Time-averaged drag coefficient as a function of the Reynolds number

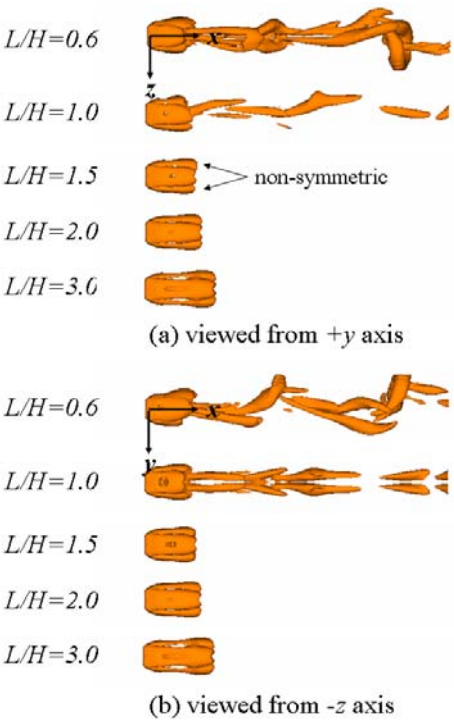

Fig. 10 Variation of vortical structures with respect to the length-to-height ratio of a cuboid

성분을 보다 정확히 관찰하기 위해 Fig. 7과 같이 스펙트럼 분석을 수행하였다. 그림에서 알 수 있듯이 물리적인 의미를 갖는 두 개의 주파수 성분이 존재하는데, $St_2 = 0.098$은 보텍스의 쉐딩 주기와, $St_1 = 0.028$은 쉐딩되는 보텍스 강도의 시간 변화 주기와 관련이 있다.

Fig. 8은 양력 계수 C_y와 C_z의 위상선도를 $200H/u_\infty$ 동안 그린 것으로, 양력의 크기와 방향이 시간에 따라 어떻게 변하는지는 보여준다. 면대칭 유동인 Re=300의 경우에는 양

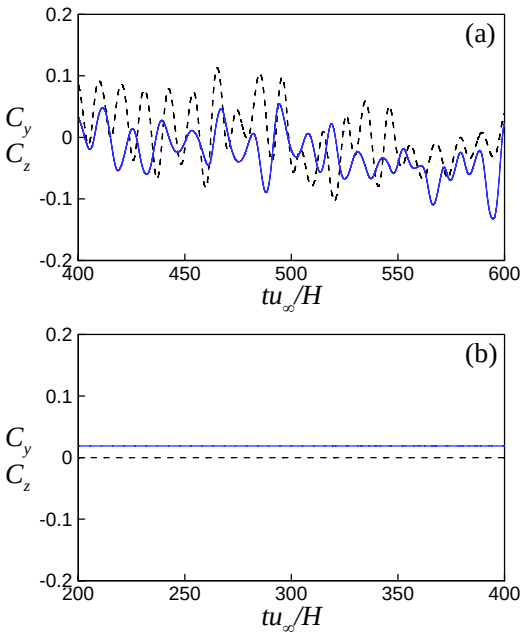

Fig. 11 Temporal variation of lift coefficients (------, C_y; ——, C_z): (a) $L/H=0.6$; (b) $L/H=1.5$

력의 방향이 변하지 않고 크기만 바뀌기 때문에 위상선도가 직선이 된다. 하지만, 비대칭 유동인 Re=350의 경우에는 위상선도가 더 이상 직선의 형태를 갖지 않고, C_y의 값이 0이 아니다.

마지막으로 계산을 수행한 모든 레이놀즈수에 대해 평균 항력 계수의 변화를 Fig. 9에 나타내었다. 전체적으로 레이놀즈수를 증가시킴에 따라 항력 계수가 감소하며, 이전의 연구결과[10,12]와 비교하여 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

3.2 직육면체 주위의 유동

본 연구에서는 직육면체의 높이-길이비에 따른 유동장의 변화를 또한 고찰하였다. 이때, 레이놀즈수는 정육면체에서 보텍스 쉐딩이 발생하는 270으로 고정하였다. 우선, Fig. 10과 같이 3차원 보텍스의 변화를 살펴보면, L/H를 증가시킴에 따라 비정상 비대칭($L/H=0.6$), 비정상 면대칭($L/H=1.0$), 정상 면대칭($L/H=1.5,2.0,3.0$) 유동으로 변하는 것을 쉽게 알 수 있다. 또한, $L/H=1.5$인 경우에는 (x,z)-평면에 대해서만 대칭이지만, $L/H=2.0$과 3.0인 경우에는 (x,y)-평면과 (x,z)-평면에 대해 모두 대칭이다. 즉, 같은 레이놀즈수에서 직육면체의 길이를 증가시키면, 유동장이 안정화되어 대칭성이 증가하고 정상 유동으로 바뀐다.

시간에 따른 양력 계수의 변화를 L/H가 0.6과 1.5인 경우에 대해 그려 보았다 (Fig. 11). $L/H=0.6$인 경우, 유동장이

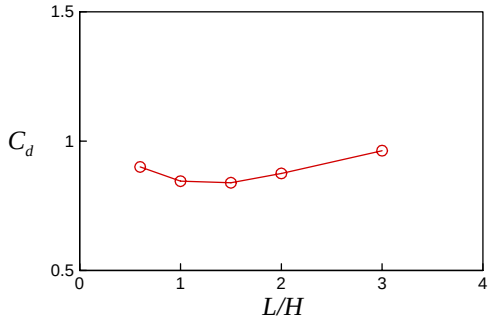

Fig. 12 Time-averaged drag coefficient as a function of the length-to-height ratio of a cuboid

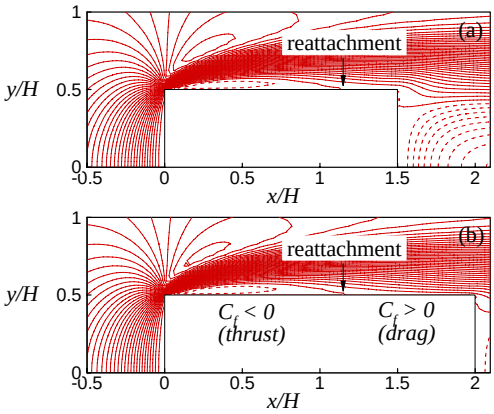

Fig. 13 Contours of the streamwise velocity at z=0: (a) $L/H=1.5$; (b) $L/H=2.0$. The intersection of the side wall and the u=0 contour line denotes the flow reattachment point

비대칭이기 때문에 양력 계수 C_y 또는 C_z가 더 이상 영으로 고정되지 않고, 다소 복잡한 거동을 보인다. 이러한 특징은 Re=350의 정육면체 후류와 매우 유사하며(Figs. 5와 8 참조), 보텍스 쉐딩의 강도와 위치가 시간에 따라 변하기 때문이다. 한편, (x,z)-평면에 대해 면대칭인 $L/H=1.5$인 경우에는 $C_y=0$이지만, C_z는 0.019의 값을 갖는다. 반면, (x,y)-평면과 (x,z)-평면에 대해 모두 대칭인 $L/H=2.0$과 3.0인 경우에는 $C_y=C_z=0$이 된다.

Fig. 12는 평균 항력 계수를 직육면체 길이비의 함수로 나타낸 그림이다. 길이비 L/H를 증가시킴에 따라 항력 계수가 감소하다가 L/H가 1.0과 1.5인 경우에는 비슷한 값을 갖는다. 하지만, L/H가 1.5보다 커지면 항력 계수는 다시 증가하기 시작한다. 이처럼 항력 계수가 최소값을 갖는 이유는 유동박리 및 재부착(reattachment)과 관련이 있다. Fig. 13은 직육면체 근처의 주유동 방향 속도 분포를 나타낸 것으로 L/H가 1.5 이상인 경우에는 앞쪽 모서리에서 박리된 유동장이 직육

면체 옆면($x/H \sim 1.2$)에서 재부착된다. 이때, 재부착 앞쪽에서는 마찰력이 음수가 되어 추진력으로 작용하고 뒤쪽은 항력으로 작용한다. 따라서, L/H가 증가하여 재부착 이후의 영역이 커질수록 마찰 항력이 증가한다. 반면, 재부착이 발생하지 않는 $L/H=0.6$과 1.0인 경우에는 옆면 전체의 마찰 항력이 음수가 되어 전체 항력을 감소시키는 역할을 한다. 한편, 압력 항력은 L/H을 증가시킴에 따라 감소하지만, 마찰 항력의 변화에 비해 그 변화량이 상대적으로 작기 때문에 전체 항력의 변화는 마찰 항력의 증감을 따르게 된다. 예를 들어, L/H가 2.0에서 3.0으로 증가하면 압력 항력 계수의 감소량은 0.010이지만, 마찰 항력 계수의 증가량은 0.088이다.

4. 결 론

정육면체에서 발생하는 유동장을 수치해석을 이용하여 예측하고, 레이놀즈수에 따른 정육면체 후류의 특성 변화를 살펴보았다. 본 논문에서는 레이놀즈수 50에서 350까지를 고려하였다. 레이놀즈수를 증가시킴에 따라 정상 면대칭, 비정상 면대칭, 비정상 비대칭 유동으로 천이가 발생하였다. 또한, 비정상 면대칭 유동은 구 후류에서와 마찬가지로 두 영역으로 구분할 수 있었다. 즉, 하나는 쉐딩되는 보텍스가 일정한 강도를 갖기 때문에 하나의 주파수 성분만을 갖는 면대칭 유동이고, 나머지는 보텍스의 강도가 시간에 따라 변하기 때문에 둘 이상의 주파수 성분을 갖는 면대칭 유동이다. 하지만, 구 후류와 비교해 볼 때, 비정상 유동으로의 천이 및 비대칭 유동으로의 천이가 보다 낮은 레이놀즈수에서 발생함을 알 수 있었다.

또한, 본 연구에서는 고정된 레이놀즈수 270에 대해 직육면체의 높이와 길이의 비에 따른 유동장의 변화를 살펴보았다. 길이비가 증가할수록 유동장이 안정화되는 경향이 있어 유동장의 대칭성이 증가하고 비정상 유동에서 정상 유동으로 변하였다. 한편, 평균 항력 계수가 최소가 되는 길이비가 존재하며, 이는 직육면체 측면에서의 유동 재부착과 밀접한 관련이 있음을 알았다. 향후 연구 주제로 트럭이나 트레일러와 같은 운송체 주위의 유동을 이해하기 위해서는 높은 레이놀즈수의 난류 유동을 지면 효과를 고려하여 해석할 필요가 있다.

후 기

본 연구는 금오공과대학교 학술연구비에 의해 연구된 논문이며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

[1] 1990, Strykowski, P.J. and Sreenivasan, K.R., "On the formation and suppression of vortex shedding at low Reynolds numbers," *J. Fluid Mech.*, Vol.218, pp.71-107.

[2] 1996, Williamson, C.H.K., "Vortex dynamics in the cylinder wake," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.28, pp.477-539.

[3] 1996, Kwon, K. and Choi, H., "Control of laminar vortex shedding behind a circular cylinder using splitter plates," *Phys. Fluids*, Vol.8, pp.479-486.

[4] 1990, Sakamoto, H. and Haniu, H., "A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow," *J. Fluids Eng.*, Vol.112, pp.386-392.

[5] 1999, Johnson, T.A. and Patel, V.C., "Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300," *J. Fluid Mech.*, Vol.378, pp.19-70.

[6] 1999, Mittal, R., "Planar symmetry in the unsteady wake of a sphere," *AIAA J.*, Vol.37, No.3, pp.388-390.

[7] 2002, Kim, D. and Choi, H., "Laminar flow past a sphere rotating in the streamwise direction," *J. Fluid Mech.*, Vol.461, pp.365-386.

[8] 2006, Yun, G., Kim, D. and Choi, H., "Vortical structures behind a sphere at subcritical Reynolds numbers," *Phys. Fluids*, Vol.18, pp.015102-1-14.

[9] 2006, 김동주, "구 주위의 비정상 면대칭 및 비대칭 유동의 특성," 제4회 한국유체공학 학술대회 논문집, pp.1009-1012.

[10] 1990, Raul, R., Bernard, P.S. and Buckley, Jr., F.T., "An application of the vorticity-vector potential method to laminar cube flow," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol.10, pp.875-888.

[11] 1991, Raul, R. and Bernard, P.S., "A numerical investigation of the turbulent flow field generated by a stationary cube," *J. Fluids Eng.*, Vol.13, pp.216-222.

[12] 2004, Saha, A.K., "Three-dimensional numerical simulation of the transition of flow past a cube," *Phys. Fluids*, Vol.16, pp.1630-1646.

[13] 2001, Kim, J., Kim, D. and Choi, H., "An immersed boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries," *J. Comput. Phys.*, Vol.171, pp.132-150.

[14] 1995, Jeong, J. and Hussain, F., "On the identification of a vortex," *J. Fluid Mech.*, Vol.285, pp.69-94.