

# MATLAB 을 이용한 유연 다물체 시스템의 해석 및 제어

정 성 필<sup>†</sup> · 박 태 원\*

(2008년 3월 10일 접수, 2008년 3월 23일 심사완료)

## Analysis and Control of the Flexible Multibody System Using MATLAB

Sung Pil Jung and Tae Won Park

**Key Words :** Flexible Multibody(유연 다물체), Modal Coordinate(모드 좌표계), Modal Mass(모드 질량), Modal Stiffness(모드 강성), Constraint Mode Shape(구속 모드)

### Abstract

In this paper, analysis and control of the flexible multibody system using MATLAB is presented. The equations of motion of a flexible body are derived in terms of the modal coordinate. The rigid-flexible multibody dynamic solver is developed. Finite element information required to analyze motion of flexible bodies is imported from ANSYS. The modified finite element data, such as modal mass matrix, modal stiffness matrix and constraint mode shapes, is calculated in the solver. Since the solver is developed using MATLAB, it is very easy to connect with SIMULINK which is widely used to control motion of the multibody system. Several simulations are implemented to verify the developed solver. A control example is carried out and the usefulness of the developed solver is demonstrated.

### 1. 서 론

유연 다물체 동역학 해석에 있어서 변형을 나타내기 위해 주로 사용되는 좌표는 크게 절점 좌표와 모드 좌표로 구분된다. 절점 좌표를 이용한 유연체 해석은 유한요소모델의 각 절점에 좌표계를 부착함으로써 시스템의 자유도가 노드 수의 6 배만큼 증가하기 때문에 수치해석 효율성이 매우 낮은 단점이 있다.<sup>(1)</sup> 반면 모드좌표는 시스템의 자유도가 사용한 모드의 개수만큼 증가한다. 따라서, 변형을 적절히 나타낼 수 있는 모드를 잘 선택하여 사용한다면 보다 효율적인 시뮬레이션을 수행할 수 있다.<sup>(2)</sup>

본 논문에서는 탄성 효과를 고려한 유연 다물체 운동 방정식을 유도하였다. 유도한 방정식에 기초

하여 MATLAB 을 이용하여 해석 프로그램을 개발하였다. 유연체 해석을 위한 기본 정보로써 상용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS<sup>(3)</sup>를 이용하여 요소의 강성행렬과 질량행렬, 진동모드를 출력하였다. 출력된 결과를 조합하여 모드 질량 행렬, 모드 강성 행렬 및 구속 모드<sup>(4)</sup>를 계산하였다. 해석 결과의 검증을 위해 여러 가지 시스템에 대하여 해석을 수행한 후 엄밀해 및 상용동역학 프로그램인 ADAMS 와 결과를 비교하였다.

한편 본 연구에서 개발한 해석 프로그램은 MATLAB 을 기반으로 이루어졌기 때문에 SIMULINK 와의 연계를 통한 제어가 매우 쉽다는 장점이 있다. 지금까지 제어 시스템 해석의 대부분은 모델을 단순화 및 선형화한 후 전달 함수와 상태 방정식을 구하여 해석해야 하는 한계점이 있었다.<sup>(5,6)</sup> 따라서 비선형 기계 시스템을 제어하기에는 많은 어려움이 있었고, 비선형 시스템을 무리하게 선형화 시키면서 실제 시스템과 제어 시스템간의 큰 오차가 발생하게 되었다. 최근 ADAMS/Control<sup>(7)</sup>과 DADS/Control<sup>(8)</sup> 등이 개발되어 활용되고 있긴 하지만 이들 프로그램도 기본적으로

<sup>†</sup> 책임저자, 아주대학교 대학원 기계공학과  
E-mail : park@ajou.ac.kr  
TEL : (031)219-2952 FAX : (031)219-1965

\* 회원, 아주대학교 기계공학과

로 시스템의 운동 방정식으로부터 상태방정식을 유도한 후 제어기를 장착하는 형태를 띄고 있다. 본 연구에서 개발한 프로그램을 이용하면 운동 방정식을 SIMULINK 에서 바로 읽어 들일 수 있기 때문에 시스템의 상태 방정식을 따로 유도할 필요가 없다. 따라서 제어 시스템 해석에 소요되는 시간을 줄일 수 있다. 특히 비선형 시스템의 선형화 또는 상태 방정식으로의 전환 과정이 필요 없기 때문에 다물체 시스템의 비선형 제어 분야에 유용하게 활용 될 수 있다. 제어 시스템 해석과정을 검증하기 위해 단순 진자를 강체-유연체로 모델링 한 후 PID 기법을 이용하여 제어하였다.

## 2. 유연체 동역학

### 2.1 유연체 질점 동역학

유연체 내부 임의의 질점에 대한 움직임이 Figure 1 에 나타나 있다. 3 차원 공간에서 운동하는 유연체 내부의 임의의 점  $i$  는 식 (1)과 같이 표현된다.<sup>(9,10)</sup>

$$\bar{r}_i = \bar{r} + A\bar{S}_i^0 = \bar{r} + A(\bar{S}_i^0 + \bar{u}_i^0) \quad (1)$$

여기서  $A$  는 좌표계  $X'-Y'-Z'$  에서 좌표계  $X-Y-Z$  로의 변환행렬,  $\bar{S}_i^0$  는 변형 전의 위치 벡터,  $\bar{u}_i^0$  는 변형에 의한 점  $i$  의 병진노드 변위이다. 점  $i$  에 대응하는 병진 및 회전 자유도의 변형 모달 행렬은 다음과 같이 표시한다.

$$\psi^i = \begin{bmatrix} \psi_r^{i^T} & \psi_r^{i^T} \end{bmatrix} \quad (2)$$

모달행렬을 이용한 병진 변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

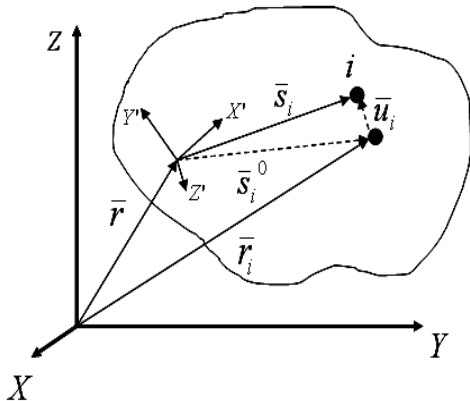


Fig. 1 Elastic body

$$u_i^0 = \psi_r^{i^0} \bar{a} \quad (3)$$

여기서  $\bar{a}$  는 모달 위치 벡터이다. 식 (1)을 모달 벡터를 이용하여 다시 쓰면 식 (4)와 같다.

$$\bar{r}_i = \bar{r} + A(\bar{S}_i^0 + \psi_r^{i^0} \bar{a}) \quad (4)$$

$\tilde{a}$  를  $\bar{a}$  의 비대칭 행렬(skew symmetric matrix)로 정의하고,  $\dot{A} = A\tilde{\omega}'$ ,  $\tilde{a}\bar{b} = -\tilde{b}\bar{a}$  임을 이용하여<sup>(11)</sup> 식 (4)를 미분하면 식 (5)와 같은 절점  $i$  의 속도 벡터가 유도된다.

$$\dot{\bar{r}}_i = \dot{\bar{r}} - A\tilde{S}_i^0 \tilde{\omega}' + A\psi_r^{i^0} \dot{\bar{a}} \quad (5)$$

마찬가지로  $\ddot{A} = A\dot{\tilde{\omega}}' + A\tilde{\omega}'\tilde{\omega}'$  임을 이용하여<sup>(11)</sup> 식 (4)를 두 번 미분하면 식 (6)과 같은 절점  $i$  의 가속도 벡터가 유도된다.

$$\ddot{\bar{r}}_i = \ddot{\bar{r}} - A\dot{\tilde{S}}_i^0 \tilde{\omega}' + A\tilde{\omega}'\tilde{\omega}'\bar{S}_i^0 + A\psi_r^{i^0} \ddot{\bar{a}} \quad (6)$$

한편 절점  $i$  의 변형에 의한 회전 변위는 모달 행렬을 이용하여  $\psi_r^{i^0} \bar{a}$  로 나타낼 수 있으며 작은 탄성변형을 가정하면 이는 아주 작은 값이다. 절점  $i$  의 물체 고정 좌표계에서의 절대 각속도는 식 (7)과 같다.

$$\bar{\omega}^i = \bar{\omega}' + \psi_r^{i^0} \dot{\bar{a}} \quad (7)$$

절점  $i$  의 각 가속도는 식 (7)을 시간에 대해 미분함으로써 얻을 수 있다.

$$\dot{\bar{\omega}}^i = \dot{\bar{\omega}}' + \tilde{\omega}'\psi_r^{i^0} \dot{\bar{a}} + \psi_r^{i^0} \ddot{\bar{a}} \quad (8)$$

따라서 식 (5)와 식 (7)로부터 절점  $i$  의 가상 변위 및 회전을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\delta \bar{r}_i = \delta \bar{r} - A\tilde{S}_i^0 \delta \pi^i + A\psi_r^{i^0} \delta \bar{a} \quad (9)$$

$$\delta \pi^i = \delta \pi' + \psi_r^{i^0} \delta \bar{a} \quad (10)$$

### 2.2 유연체 운동 방정식

유연체가  $N$  개의 유한요소로 되어있고 각 요소는 집중질량  $m_i$  와 관성행렬  $J_i'$  로 되어있다고 했을 때 구속식을 만족하는 유연체의 가상변위 및 가상 회전의 변분형 운동방정식은 식 (11)과

같다.<sup>(12)</sup>

$$\sum_{i=1}^N \{ \delta \mathbf{r}_i^T (m_i \ddot{\mathbf{r}}_i - \bar{\mathbf{F}}_i) + \delta \boldsymbol{\pi}_i^T (J_i' \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i' J_i' \boldsymbol{\omega}_i - \bar{\mathbf{T}}_i) \} = -\delta W \quad (11)$$

여기서  $\bar{\mathbf{F}}_i, \bar{\mathbf{T}}_i'$  는 절점  $i$  의 외부힘과 토크이며  $N$  은 전체 절점의 개수,  $\delta W$  는 내부 일반힘에 의한 가상일이다. 유연체 내부에서는 절점들 사이의 강성으로 인한 내력만이 일반힘으로 작용하므로  $\delta W$  는 다음과 같이 구성된다.

$$\delta W = [\delta \mathbf{r}^T \quad \delta \boldsymbol{\pi}^T \quad \delta \bar{\mathbf{a}}^T] [0 \quad 0 \quad \bar{\mathbf{a}}^T \boldsymbol{\psi}_i^T K^T \boldsymbol{\psi}_i]^T \quad (12)$$

여기서  $K$  는 강성 행렬이다. 식 (11)에 앞에서 구한 식 (6), (8), (9), (10), (12)들을 대입하면 식 (13)과 같이 변형된다.<sup>(13)</sup>

$$M \begin{bmatrix} \ddot{\bar{\mathbf{r}}} \\ \dot{\bar{\boldsymbol{\omega}}} \\ \ddot{\bar{\mathbf{a}}} \end{bmatrix} + S(\bar{\boldsymbol{\omega}}', \dot{\bar{\mathbf{a}}}) + U(\bar{\mathbf{a}}) - \bar{\mathbf{Q}} = 0 \quad (13)$$

여기서  $M$  은 질량 행렬,  $S(\bar{\boldsymbol{\omega}}', \dot{\bar{\mathbf{a}}})$  는 코리올리 (Coriolis) 가속도 벡터,  $U(\bar{\mathbf{a}})$  는 내부 일반힘,  $\bar{\mathbf{Q}}$  는 외력벡터이다. 라그랑지 멀티플라이어 (Lagrange multiplier)를 사용하여 미분 방정식과 구속식을 동시에 만족시키는 전체 시스템의 미분 대수 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\bar{\mathbf{q}}} \\ \ddot{\bar{\boldsymbol{\lambda}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Q}} - \bar{S} - \bar{U} \\ \bar{\boldsymbol{\gamma}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서  $\bar{\mathbf{q}} = [\bar{\mathbf{r}}^T \quad \boldsymbol{\pi}^T \quad \bar{\mathbf{a}}^T]^T$  이고,  $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$  는 라그랑지 멀티플라이어이다.  $\bar{\boldsymbol{\gamma}}$  는 일반적으로 아래와 같은 구속식의 가속도 방정식으로부터 구한다.<sup>(14)</sup>

$$\Phi_{\bar{q}} \ddot{\bar{\mathbf{q}}} = -2\Phi_{\bar{q}_i} \dot{\bar{\mathbf{q}}} - (\Phi_{\bar{q}} \dot{\bar{\mathbf{q}}})_{\bar{q}} \dot{\bar{\mathbf{q}}} - \Phi_{\bar{u}} = \bar{\boldsymbol{\gamma}} \quad (15)$$

### 3. 프로그램 구성

Figure 2 는 본 연구에서 개발한 유연 다물체 해석 프로그램의 구성을 보여준다. 전처리기에서는 위치, 속도, 외력등의 초기조건을 정의하고

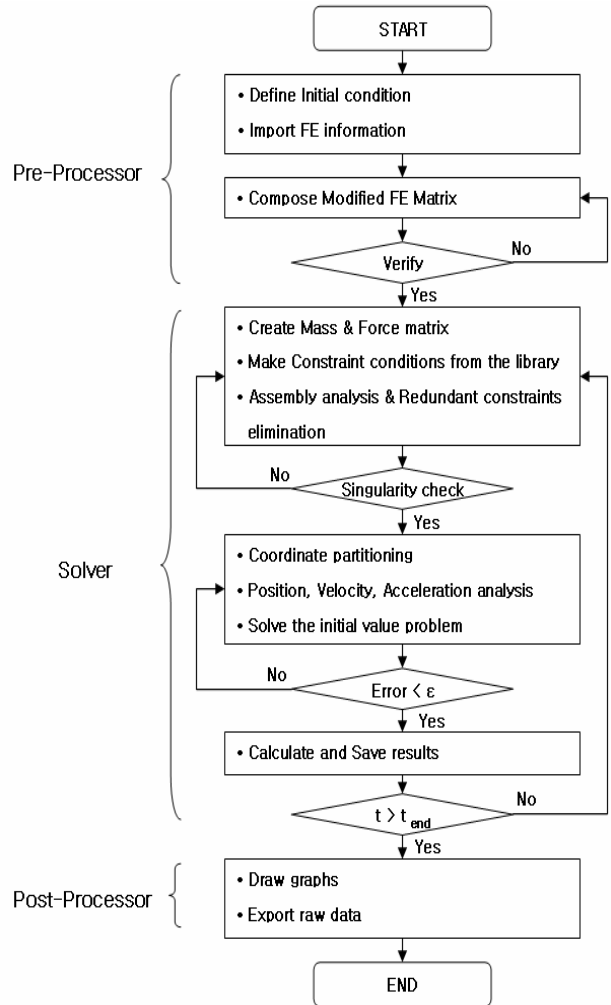


Fig. 2 Structure of the program

유한 요소 정보를 불러들인다. 다음 강성 행렬을 바탕으로 구속모드를 추출하고, 정규 모드와 구속 모드를 정규화 시킨다. 해석기에서는 시스템의 질량 및 힘 행렬을 생성하고, 구속조건을 조합한다. 어셈블리 해석을 통해 초기 조건을 만족하는지 여부를 확인하고, 잉여 구속 제거과정을 거쳐 운동 방정식 행렬의 특이성(singularity)을 방지한다. 다음 일반좌표를 독립좌표와 종속좌표로 분리한 후 위치, 속도, 가속도 값을 구하고, 미분 방정식에 대한 초기치 문제를 푼 후 결과를 저장한다. 끝으로 후처리기에서는 해석기에서 구한 결과를 그래프 또는 데이터로 출력한다.

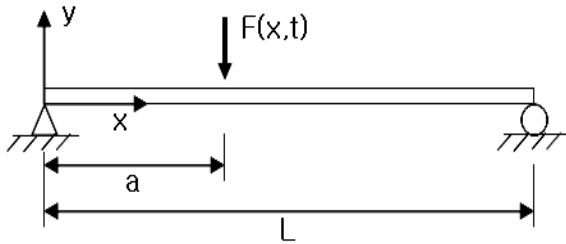
### 4. 수치 예제

#### 4.1 단순 지지보

MATLAB 으로 작성된 프로그램의 신뢰성을 확보하기 위하여 Figure 3 과 같은 단순 지지보에

**Table 1** Material properties and dimensions of a beam

Mass density	$\rho$	$kg/m^3$	7700
Young's Modulus	E	$kgf/m^2$	207e9
Length	L	m	2
Area	A	$m^2$	$0.1 \times 0.01$



**Fig. 3** Simply supported beam

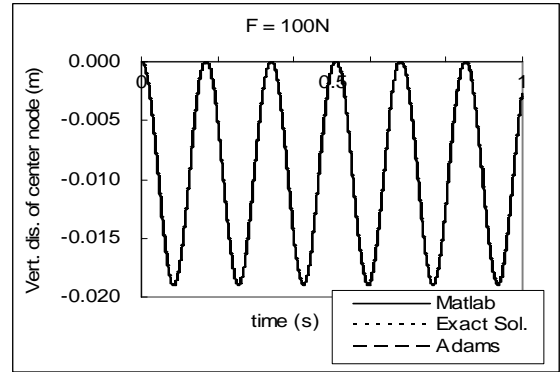
정적 하중과 동적 하중을 가하여 보의 거동을 해석하였다. 보의 중앙점에  $F(x,t)$ 의 하중이 작용했을 때 중앙점의 변위를 엄밀해(exact solution)와 상용 프로그램인 ADAMS 와 비교하였다.

보는 초기에 변형되지 않았다고 가정하였고, 보의 제원은 Table 1 과 같다. 보 중심에 정적 하중  $F_0$  가 가해졌을 때 엄밀해는 식 (16)과 같이 주어진다.<sup>(15)</sup>

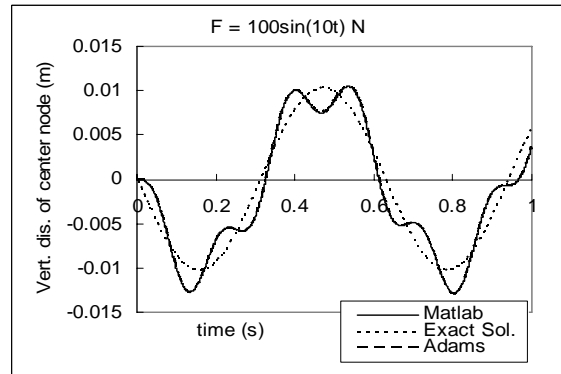
$$y(x,t) = \frac{2L^3 F_0}{EI \pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \sin \frac{n \pi a}{L} \sin \frac{n \pi x}{L} \cos n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{gEI}{wL^4}} t \quad (16)$$

여기서  $n$  은 모드형상(Mode shape)의 개수,  $w$  는 보의 단위 길이당 질량이다. 식 (16)에서 2 차 이상의 모드가 보의 변형량에 미치는 영향은 아주 미미함을 알 수 있다. 따라서 1 차 모드만 사용하여 해석을 수행하였으며, 프로그램 결과값과 엄밀해, ADAMS 결과를 각각 비교하였다. Figure 4 는  $F=100N$  인 정적 하중을 보의 중앙에 가했을 때, 중앙부의 거동을 보여주고 있다. MATLAB 결과값과 엄밀해가 정확하게 일치함을 알 수 있다.

Figure 5 는 보 중앙에  $F=100\sin(10t)$  N 의 동적하중이 가해졌을 경우, 중앙부의 거동을 보여주고 있다. 이 경우 엄밀해는 식 (17)과 같이 표현 된다.<sup>(16)</sup>



**Fig. 4** Response of the beam by static load



**Fig. 5** Response of the beam by dynamic load

$$y(x,t) = \frac{2F_0}{\rho AL} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2} \sin \frac{n \pi a}{L} \sin \frac{n \pi x}{L} \sin \omega t \quad (17)$$

여기서  $F_0$  는 외력의 진폭,  $\omega$  는 외력의 주파수를 의미한다. Figure 5 에서 볼 수 있듯이 MATLAB 결과값과 ADAMS 결과값은 정확하게 일치하지만 엄밀해와는 약간의 오차를 보이고 있다. 이는 MATLAB 과 ADAMS 의 유한체 해석기는 동적 하중이 가해질 때 각 절점들이 지니고 있는 관성 커플링에 의해 절점들끼리 서로 영향을 미치기 때문이다. 반면에 엄밀해는 전체 보의 질량을  $m$  으로 하고, 미소변위의 변형을 적분하여 전체 길이로 확장시킨다. 따라서 전체 시스템을 이산 질량이 아닌 연속 질량으로 생각하기 때문에 질량끼리의 관성 커플링 영향이 없다.

4.2 평판

Figure 6 과 같이 완전 구속된 평판에 대해서 해석을 수행하였다. 평판의 물성치는 단순 지지보와 같고 두께는 0.01m 이다. 평판의 유한요소 모델을 위해 ANSYS 의 탄성 쉘 요소인 SHELL63 을 이용하였다. 그림에서 검은색 점으로 표현된 노드의 Z 방향 변위를 측정하였다. Figure 7 은 자중에 의한 처짐을 보여주고 있다. Figure 8 은 자중과 동적 하중을 동시에 가했을 때 대하여 결과를 보여주고 있다. 그림에서 보는 것과 같이 MATLAB 결과와 ADAMS 결과가 정확하게 일치함을 알 수 있다.

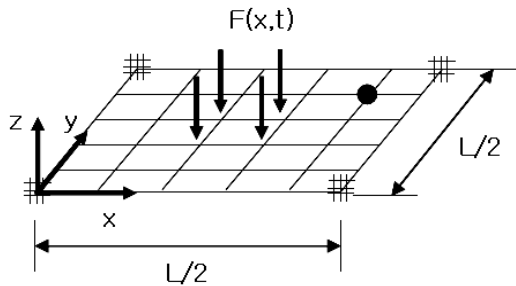


Fig. 6 Plate

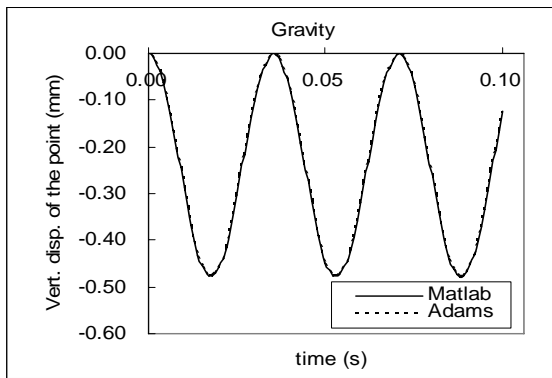


Fig. 7 Response of the plate by gravity

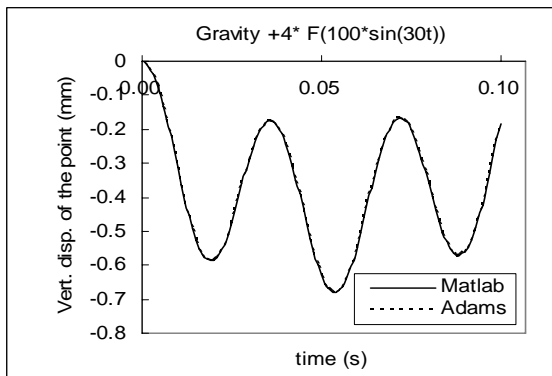


Fig. 8 Response of the plate by gravity + dynamic load

4.3 제어 예제

Figure 9 와 같은 단순 진자 시스템에 PID 제어를 부착함으로써 본 연구에서 개발한 해석기의 유용성을 검증하고자 한다. SIMULINK 에서 m 과 일로 구성된 MATLAB 함수를 불러와서 진자 시스템을 구성하였고, 적분기는 SIMULINK 에서 제공하는 ODE45 를 이용하였다. PID 제어기도 역시 SIMULINK 에서 제공하는 것을 사용하였다.

진자 시스템은 지표면, 진자, 집중 질량 등 총 3 개의 바디로 구성된 3 차원 강체-유연체 모델로 구성하였다. 여기서 지표면은 강체, 진자는 유연체, 집중질량은 강체로 모델링하였다. 진자의 탄성 효과를 증대시키기 위해 진자 끝에 질량이 50kg 인 집중질량을 부착하였다. 진자의 물성치는 Table 1 과 같고, 중력이외의 다른 외력은 가하지 않았다. 집중 질량의 y 방향 변위가 0.05m 이가 되도록 모터에 걸리는 토크를 제어하였다.

Figure 10 은 MATLAB 으로 구성된 단순 진자 시스템의 운동방정식을 SIMULINK 에서 읽어 들여서 구성한 블록 다이어그램이다. 전체 프로그램은 전처리기, 해석기, 모터, PID 제어기, 후처리기로 구성된다. 전처리기에서는 ANSYS 에서 추출한 유한 요소 정보를 읽어들이고, 진자와 집중 질량의 초기 위치 및 속도, 초기 모터 토크를 정의한다. 해석기에서는 전체 시스템의 질량 및 힘 행렬을 계산하고, 구속조건을 조합한 후 진자의 운동 방정식을 구성한다. Figure 2 의 해석과정과 마찬가지로 어셈블리 해석 및 잉여 구속 제거 과정을 거친 후 일반 좌표 분리법을 이용하여 방정식의 해를 구한다. 적분과정 동안 집중질량의 y 방향 위치정보가 모터로 입력되고, 모터는 이 정보에 따라 (+) 또는 (-)의 토크를 출력시킨다. 초기 토크와 모터에서 발생한 토크가 합성되어 PID 제어기로 입력되며, PID 제어기는 이 토크를 비례기, 적분기, 미분기 등의 이득값에 따라 보정한 후 해석기로 출력시킨다.

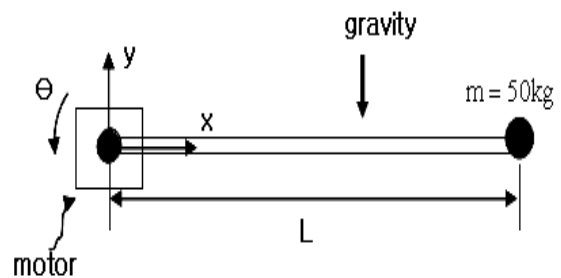


Fig. 9 Simple pendulum

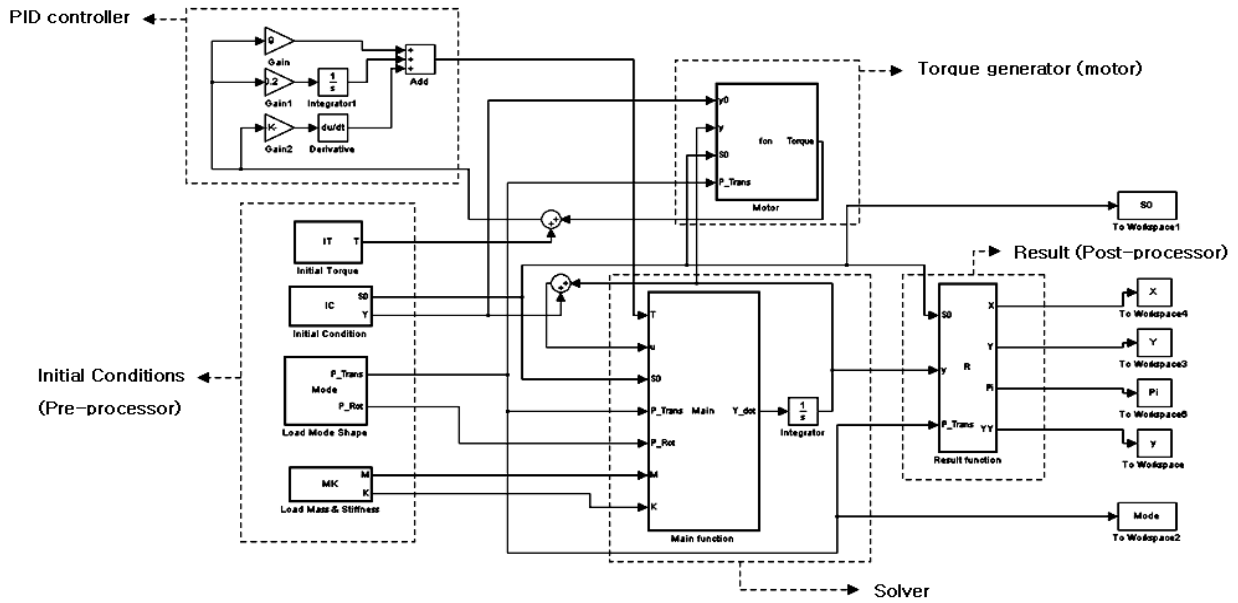


Fig. 10 Block diagram to control the simple pendulum

후처리기에서는 해석기에서 계산된 유연체 진자와 집중 질량의 무게 중심에 대한 변위, 속도, 가속도 정보, 그리고 모터 토크 등을 저장한다. 이때 전처리기에서 읽어 들인 모드 정보와 변환 행렬을 이용하여 진자를 구성하는 모든 노드에 대한 변위, 속도, 가속도 및 응력 등을 계산한다. 모든 결과 데이터는 그래프 또는 전처리 데이터 (raw data) 형식으로 출력된다. 전처리기, 모터 등 시스템을 구성하는 모든 블록 요소가 MATLAB에서 작성한 m 파일 함수를 그대로 불러들이기 때문에 운동 방정식의 상태 방정식으로의 변환 없이 제어가 가능하다.

Figure 11 과 Figure 12 는 제어기가 없는 상태에서 진자의 끝에 붙어있는 집중 질량의 움직임을 보여주고 있다. Figure 11 은 시간에 따른 집중 질량의 X-Y 좌표의 변화를 보여주고 있다. 집중 질량의 무게로 인해 유연체 진자의 탄성효과가 잘 나타나고 있음을 알 수 있다. Figure 12 는 시간에 따른 집중 질량의 y 방향 움직임을 보여주고 있다.

PID 제어기를 부착했을 때 집중 질량의 y 방향 변위가 Figure 13 에 나타나 있다. 집중 질량의 y 방향 변위가 시간이 흐름에 따라 0.05m 에 수렴하고 있다. 따라서 SIMULINK 에서 구성한 제어 시스템이 잘 작동하고 있음을 알 수 있다. 여러 가지 게인 값을 조절함으로써 변위가 수렴하는 속도를 조절할 수 있다. PID 제어기의 게인값을 조절해본 결과 비례이득이 적분이득 및 미분이득보다 시스템에 미치는 영향이 크게 나타났다.

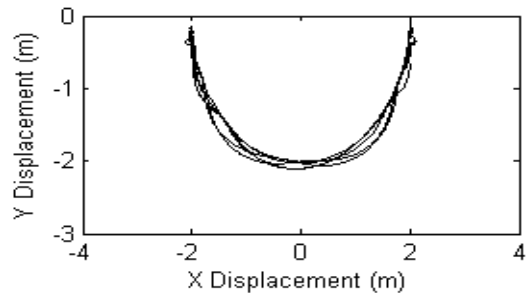


Fig. 11 Response of the lumped mass with no control

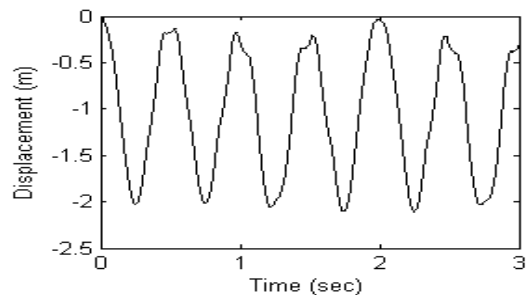


Fig. 12 Y disp. of the lumped mass with no control

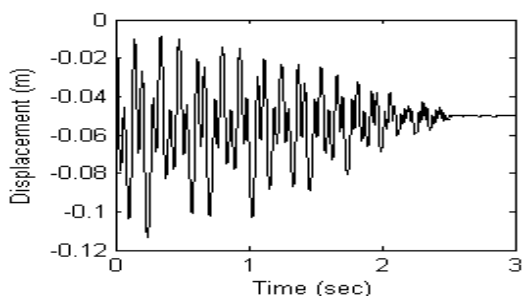


Fig. 13 Y disp. of the lumped mass with control

## 5. 결론

본 연구에서는 탄성효과를 고려한 일반적인 다물체계의 해석을 위한 방정식을 유도하였고, MATLAB 을 이용하여 해석기를 개발하였다. 해석 결과의 신뢰성을 검증하기 위하여 단순 지지보와 평판에 대하여 해석을 수행한 후, 그 결과를 엄밀해 또는 상용 동역학 프로그램인 ADAMS 와 비교하였다. MATLAB 을 이용하여 개발된 본 해석기는 C++, Fortran 등의 언어를 사용하여 만든 다른 해석기에 비해 프로그램의 확장 및 제어가 쉽다는 큰 장점을 지니고 있다. MATLAB 이 지원하는 자유로운 매트릭스(Matrix)의 확장과 연산, SQP (Sequential Quadratic Programming) 등의 최적화 (Optimization) 함수를 포함한 기타의 다른 함수들은 본 연구에서 개발된 해석기의 발전 가능성을 배가시킨다. 또한, 앞선 예제에서 볼 수 있듯이 SIMULINK 를 이용하여 운동 방정식의 상태방정식으로의 변환 없이 시스템을 쉽게 제어할 수 있다. 따라서, FEM 의 연산과정을 포함한 유연체 기계시스템의 동역학적 해석뿐만 아니라 로봇 및 선박, 항공기등과 같이 제어가 필요한 시스템의 제어 장치 설계까지 본 해석기가 유용하게 응용될 수 있으리라 사료된다.

## 참고문헌

- (1) Shabana, A. A., 1998, *Dynamics of Multibody systems, 2<sup>nd</sup> edition*, Cambridge university press.
- (2) Craig, R. R., 1981, *Structural Dynamics, An Introduction to Computer Methods*, John Wiley & Sons.
- (3) ANSYS User's Manual, 2006, TAESUNG S&E.
- (4) Shin, S. H. and Yoo, W. S., 1993, "Effects of Mode Selection, Scaling, and Orthogonalization on the Dynamics Analysis of Flexible Multibody Systems," *J. STRUCT. MECH.*, 21(4), pp. 507~507.
- (5) Franklin, G. F., Powel, J. D and Emami-Naeini. A., 2002, *Feedback Control of Dynamic systems, 4<sup>th</sup> edition*, Prentice-Hall, Inc.
- (6) Kim, S. O., Jun, K. J., Sohn, J. H. and Yoo, W. S., 2002, "Development of a Control Module in Multibody Dynamics Program CADyna", *Trans. KSAE*, Vol. 10, No. 4, pp. 106~113.
- (7) ADAMS User's Manual, 2002, MSC software.
- (8) DADS User's Manual, CADSI, Oakdale, IA, U.S.A.
- (9) Yoo, W. S. and Haug, E. J., 1986, "Dynamics of Articulated structures. Part I. Theory," *J. STRUCT. MECH.*, 14(1), pp. 105~126.
- (10) Yoo, W. S., and Haug, E. J., 1986, "Dynamics of Articulated structures. Part II. Computer Implementation and Applications," *J. STRUCT. MECH.*, 14(2), pp. 177~189.
- (11) Haug, E. J., 1989, *Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical System, Vol. 1 : Basic Method*, Prentice-Hall, Inc.
- (12) Nikravesh, P. E., 1988, *Computer Aided Analysis of Mechanical systems*, Prentice-Hall, Inc.
- (13) Go, S. S., You, J. Y., Lee, J. H., Kim, S. S. and Yoo, W. S., 1995, "Development of Intermediate Processor for Flexible Body Vehicle Dynamics Program AUTODYN7," Fall Conf. Proc., KSAE, pp.384~389.
- (14) Shabana, A. A., 1994, *Computational Dynamics*, John Wiley & Sons, Inc.
- (15) CHURCH, A. H., 1963, *Mechanical Vibrations, 2<sup>nd</sup> edition*, John Wiley & Sons, Inc.
- (16) RAO, S. S., 2002, *Mechanical Vibrations, 4<sup>th</sup> edition*, Pearson Education, Inc.
- (17) Burden, R. L., Faires, J. D., 2001, *Numerical Anlysis, 7<sup>th</sup> edition*, Brooks/Cole.