

이방성 매질의 편광투과특성 분석을 위한 확장된 존스 행렬식의 개선

류장위[†] · 신유식 · 김상열

아주대학교 분자과학기술학과
Ⓣ 443-749 경기도 수원시 영통구 원천동 산5

안성혁

아주대학교 물리학과
Ⓣ 443-749 경기도 수원시 영통구 원천동 산5

김용기

삼성전자첨단기술연구소
Ⓣ 442-380 수원시 영통구 원천동 339번지

(2008년 1월 28일 받음, 2008년 3월 18일 수정본 받음)

확장된 존스 행렬법을 응용하여 등방성 매질과 이방성 매질의 경계면에서 투과계수를 근사적인 방법을 사용하지 않고 정확히 계산하였다. 광학 이방성이 작은 경우 ($|n_e - n_o| \ll n_o, n_e$), 계산된 투과계수가 근사식에 의한 투과계수와 일치하는 것을 확인하였다. 정확한 투과계수 표현을 사용하여 입의 편광상태로 입사한 빛이 단축이방성 a -판을 투과한 후의 편광상태를 입의 입사각과 방위각에 대하여 계산하였다. 또한 광축이 수직으로 교차된 이상적인 두 o -타입 편광자에 편광되지 않은 빛이 투과한 경우 투과율을 입의 입사각과 방위각에서 계산한 후, 기존의 근사식과 비교하였고, 완전하지 않은 두 편광자의 소광계수와 두께의 변화에 따른 투과율을 계산하여 실제의 편광자를 상정한 소광도를 평가하였다. 근사식이 적용되지 않는 이방성이 큰 이방성 매질을 통과한 후의 빛의 편광상태를 분석할 때 적용될 수 있도록 정확한 투과계수를 사용하는 방법을 제시함으로써 액정 디스플레이 분야 광소자의 편광 분석에 기여하고자 하였다.

주제어: Liquid Crystal Display, Extended Jones Matrix, Polarization, Anisotropy

I. 서 론

액정 디스플레이(Liquid Crystal Display, LCD)는 평판형 정보 디스플레이 분야에서 가장 많이 사용되고 있으며, 기술 개발 또한 가장 활발히 연구되는 분야이다. LCD는 액정의 이방성을 전기적인 신호로 제어하여 개별 화소를 on/off 하는데, 액정의 분자 구조상 시야각 의존성을 갖는 문제점이 있다. 액정의 시야각 의존성을 줄이기 위하여 기존의 TN(Twisted Nematic) 구동방식의 LCD의 두 편광자 사이에 보상판을 삽입하거나, 시야각을 개선하기 위한 IPS(In-Plane Switching), PVA(Patterned Vertical Alignment) 등의 새로운 액정 구동모드를 개발하였고 이들을 양산에 적용하고 있다. 한편 액정의 시야각 특성뿐만 아니라, 대조비, 응답성 등을 향상시켜 최적의 LCD 화질을 구현할 목적으로 모든 액정 구동모드를 실험을 통하여 확인하려면 시간과 비용이 많이 소요된다. 이에 비하여 액정의 광학적 특성을 컴퓨터 시뮬레이션 하면 그 노력과 비용을 크게 줄일 수 있다. 신호 인가에 따른 액정 구동을 광학적으로 액정과 동등한 모델을 사용하여 컴퓨터 시뮬레이션 한다면 빛의 진행에 따른 LCD의 편광상태 변화를 예측할 수 있고, 이를 통해 LCD의 시야각 개선, 대조비 (Contrast

Ratio, CR) 향상 등의 화질개선에 기여할 수 있다.

빛이 매질을 통과한 후에 편광상태 변화를 계산하는 가장 간단한 방법은 존스 행렬법이다.^[1] 존스 행렬법은 2×2 행렬의 간단한 계산을 통해 이방성 매질을 투과한 물질의 편광상태를 기술하는 쉽고 강력한 방법이다. 그러나 이 방법은 빛이 수직 입사하는 경우만 고려하고, 또한 매질 사이의 경계면에서 반사되는 빛은 고려하지 않는 등의 문제가 있어 LCD 분야에서는 입사파가 수직 입사하는 간단한 계산 이외에는 사용하지 않고 있다. Berreman에 의해 유도된 4×4 행렬법은 매질의 경계면에서 전자기파의 굴절, 다중 반사와 파장 등을 고려한 정확한 계산 방법이다.^[2,3] 그러나 이 방법은 계산 식 자체가 매우 복잡할 뿐만 아니라 LCD의 복잡한 구조에 따른 광해석을 위한 컴퓨터 시뮬레이션 시간이 오래 걸린다는 단점이 있다.

수직입사가 아닌 일반적인 LCD의 광학적 특성의 계산 시간을 단축하면서 비교적 쉽고 직관적으로 계산할 수 있는 방법이 Yeh 등과 Lien에 의해서 개별적으로 유도된 확장된 존스 행렬법으로 TFT(Thin Film Transistor)-LCD의 3차원 시뮬레이션에 가장 많이 사용되고 있다.^[4,9] 확장된 존스 행렬법은 서로 다른 두 매질의 경계면에서 반사하는 빛이 투과하는 빛보다 매우 작을 경우 비교적 간단한 방법으로 빛의 편광상태 변화를 계산할 수 있는데 Berreman의 4×4 행렬법의 계산

[†]E-mail: jangwisi@ajou.ac.kr

결과와 큰 차이가 없음이 Kwok 등에 의해 보고되었다.^[10]

편광자나 위상지연자와 같은 이방성 물질은 정상복소굴절율(n_o)과 이상복소굴절율(n_e)의 차이가 크지 않아 $n_e \approx n_o$ 로 가정한 후 위상지연 등의 광학적 특성을 계산할 수 있으나, 액정은 이방성이 크기 때문에 n_o 와 n_e 의 차이를 고려하여야 한다. Yeh 등에 의해 제시된 확장된 존스 행렬법은 이방성이 작은 경우만 고려하여 매질을 투과한 빛의 편광에 대해 기술하였고, 또한 이방성 매질에서 등방성 매질로 굴절하는 경우 투과계수의 정확한 표현이 나타나 있지 않다.^[4-7] 본 연구에서는 Yeh 등의 논문을 보완하여 이방성 매질을 투과한 빛의 편광상태 변화에 대한 수식을 구하였고, 이방성이 작은 경우 정확한 계산에 의한 투과계수가 Yeh 등의 수식과 일치함을 확인하였다. 또한 광축이 수직으로 교차된 o -타입 편광자를 투과한 빛의 광학적 특성을 Yeh 등의 근사식과 비교하였다. n_o 와 n_e 의 차이를 반영한 정확한 편광 표현을 사용하면 큰 이방성이 연속적으로 변하는 꼬인 액정과 같은 매질의 편광 분석도 정확하게 할 수 있다.

II. 이방성 매질을 투과한 빛의 편광상태

이방성 매질로 구성된 광학 필름은 광축의 정렬 방향에 따라 다음의 세 종류로 분류할 수 있다. 광축이 필름 면에 수직인 c -판, 수평인 a -판, 그리고 면의 법선에 대하여 임의의 각도로 기울어져 있는 o -판이 있다. c -판은 면 방향의 굴절률이 균일한 분포를 가지고 있어 다른 두 경우보다 굴절률 분포를 다루기 용이하다. a -판은 c -판보다 굴절률 분포가 다소 복잡하긴 하나 면상에 좌표계를 설정하는 경우 광축이 면상의 임의의 축으로부터 회전된 형태로 간단히 표현할 수 있다. o -판은 광축이 면 방향이나 법선 방향에 존재하지 않아 빛의 진행에 따른 굴절률 분포가 복잡하므로 필름 매질을 투과한 후의 빛의 편광상태 기술이 매우 복잡한 식으로 이루어진다.

이방성 매질을 투과한 빛의 편광상태를 분석하기 위해서는 매질 경계면에서의 투과계수와 매질 내에서 빛의 진행에 따른 위상지연을 고려해야 한다. 식 (1)은 임의의 편광상태를 갖는 빛이 이방성 매질을 투과한 후의 편광상태를 표현하는 일반적인 식이다. 이 식은 임의의 입사각을 갖는 빛이 이방성 매질에 입사하는 경우 입사면에 수직인 s -파, 수평인 p -파로 성분을 분리한 후, 이 분리된 s -파와 p -파의 각각에 대하여 등방성 매질에서 이방성 매질로의 경계면에서 주어지는 투과행렬 D_i , 매질내에서 빛의 진행에 따른 위상지연을 나타내는 전파행렬 P , 이방성 매질에서 등방성 매질로의 경계면에서 주어지는 투과행렬 D_o 를 거쳐 등방성 매질에서 s -파, p -파로 분리되어 투과하는 빛의 편광 상태를 표현하고 있다.^[4-7]

$$\begin{pmatrix} A_s' \\ A_p' \end{pmatrix} = D_o P D_i \begin{pmatrix} A_s \\ A_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{es} & t_{os} \\ t_{ep} & t_{op} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-ik_e d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_o d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{se} & t_{pe} \\ t_{so} & t_{po} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_s \\ A_p \end{pmatrix} \quad (1)$$

(1)에서 입사파의 s -파 성분은 A_s , p -파의 성분은 A_p , 투과파의 s -파의 성분은 A_s' , p -파의 성분은 A_p' , 그리고 t_{se} 는 s -파에서 이상파(e -파)로 진행되는 투과계수, t_{pe} 는 p -파에서 e -파로 진행되는 투과계수, t_{so} 는 s -파에서 정상파(o -파)로 진행되는 투과계수, t_{po} 는 p -파에서 o -파로 진행되는 투과계수, 이방성 매질의 두께는 d , k_{ez} 와 k_{oz} 는 각각 e -파 파수벡터의 z 성분과 o -파 파수벡터의 z 축 성분을 가리킨다. 입사파와 투과파의 성분은 진폭과 위상을 포함하고 있어 일반적인 타원편광 상태의 빛을 표현할 수 있다.

III. 등방성 매질에서 이방성 매질로의 투과계수

그림 1은 등방성 매질과 이방성 매질간 경계면에 원점이 있는 xyz 좌표계를 표현한 것이다. 이 좌표계에서는 x - y 평면상에 매질이 있고, y - z 평면상에 입사파의 파수벡터 \vec{k} 가 입사각 θ 로 입사하고 있다. 이방성 매질 중 a -판의 경우, 광축은 x - y 평면상에 존재하며, x -축으로부터 ϕ 만큼 회전되어 있다. 반사파의 파수벡터를 \vec{k}' , 이방성 매질 내에서 진행되는 정상파수벡터를 \vec{k}_o , 이상파수벡터를 \vec{k}_e , 매질내의 진행파에 따른 o -파와 e -파의 굴절각을 각각 θ_o , θ_e 라고 하면, 파수벡터들과 입사각 그리고 굴절각 들은 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \vec{k} &= k \sin \theta \hat{y} + k \cos \theta \hat{z} \\ \vec{k}' &= k \sin \theta \hat{y} - k \cos \theta \hat{z} \\ \vec{k}_o &= k_o \sin \theta_o \hat{y} + k_o \cos \theta_o \hat{z} \\ \vec{k}_e &= k_e \sin \theta_e \hat{y} + k_e \cos \theta_e \hat{z} \end{aligned} \quad (2)$$

입사면이 y - z 평면상에 있기 때문에 입사파의 s -파와 p -파의 방향은 좌표계의 단위벡터 \hat{x} 와 입사파의 파수벡터 \vec{k} 를 사용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

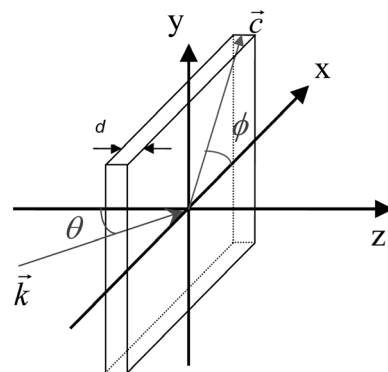


그림 1. 두께가 d , 광축의 방향각이 x -축에 대하여 ϕ 회전되어 있는 이방성 필름과 xyz 좌표계. 이방성 필름의 면은 x - y 평면 내에 있으며 입사파는 y - z 평면 내에 있고, 입사광은 z -축에 대하여 입사각 θ 로 기울어져 입사한다.

$$\hat{s} = \hat{x}$$

$$\hat{p} = \frac{\vec{k} \times \hat{s}}{|\vec{k} \times \hat{s}|} \quad (3)$$

그림 2(a)에서와 같이 입사파의 전기장 성분 중 s-파의 성분을 A_s , p-파의 성분을 A_p , 반사파의 전기장 성분 중 s-파의 진폭을 B_s , p-파의 성분을 B_p , 굴절파의 전기장 성분 중 정상파의 성분을 C_o , 이상파의 성분을 C_e 라고 한다면, 경계면에서 전기장과 자기장 성분들의 연속 조건을 이용해 다음과 같은 투과계수를 얻을 수 있다.^[4-7]

$$t_{so} = \frac{2k_z D}{AD - BC}$$

$$t_{po} = \frac{-2k_z B}{AD - BC} \quad (4)$$

$$t_{se} = \frac{-2k_z C}{AD - BC}$$

$$t_{pe} = \frac{2k_z A}{AD - BC}$$

여기에서 k_z 는 \vec{k} 의 z-축 성분이고, A, B, C, D는 식 (5)와 같이 표현된다.^[4-7]

$$A = \hat{o} \cdot (\hat{y} \times \vec{k}) + \hat{o} \cdot (\hat{y} \times \vec{k}_o)$$

$$B = \hat{e} \cdot (\hat{y} \times \vec{k}) + \hat{e} \cdot (\hat{y} \times \vec{k}_e)$$

$$C = \hat{o} \cdot \hat{y} k - \frac{(\hat{y} \times \vec{k}) \cdot (\vec{k}_o \times \hat{o})}{k} \quad (5)$$

$$D = \hat{e} \cdot \hat{y} k - \frac{(\hat{y} \times \vec{k}) \cdot (\vec{k}_e \times \hat{e})}{k}$$

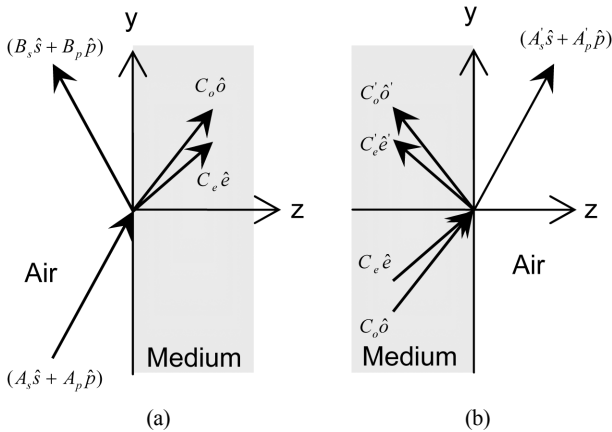


그림 2. 이방성 필름의 첫 번째 경계면 (a)와 두 번째 경계면 (b)에서 전자기파의 진행. 입사파와 투과파는 그림 1에서와 같이 y-z 평면상에 있다. 화살표의 방향은 파수벡터의 진행 방향을 의미하며, 전자기파는 이방성 매질 내에서 정상파와 이상파의 두 성분으로 분리되어 진행한다.

여기에서 \hat{o} 와 \hat{e} 는 각각 o-파, e-파의 단위벡터이고, k_{oz} 와 k_{ez} 는 다음과 같다.

$$k_{oz} = n_o \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2}} \quad (6)$$

$$k_{ez} = n_e \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{(\sin \theta \sin \phi)^2}{n_o^2} - \frac{(\sin \theta \cos \phi)^2}{n_e^2}}$$

IV. 이방성 매질에서 등방성 매질로의 투과계수

Yeh 등의 논문에서는 이방성 매질에서 등방성 매질로의 투과계수의 정확한 표현은 기술되어 있지 않고 근사식만이 나타나 있다. 이 경계면에서 근사식이 아닌 정확한 투과계수를 얻기 위해서 등방성 매질에서 이방성 매질의 경계면에서 투과계수를 계산한 것과 같은 방법으로 전자기파의 연속성을 이용하였다. 그림 2(b)는 두 번째 경계면에서, 즉 이방성 매질에서 등방성 매질로의 경계면에서 입사파, 반사파, 굴절파를 보여주고 있다. 이방성 매질에서 진행되는 o-파와 e-파는 두 번째 경계면에서 동일한 점으로 입사한다고 설정하였고, 전자기파의 연속성을 이용한 계산에서 o-파와 e-파를 동시에 고려할 경우 초래되는 복잡한 계산과 유도 과정을 피하고 필요한 핵심사항인 o-파에서 s-파와 p-파로의 그리고 e-파에서 s-파와 p-파로의 연속성만을 계산하기 위하여 o-파와 e-파로 나누어 각각 경계조건을 적용하였다.

o-파로 진행한 입사파만을 고려한다면, 입사파, 반사파, 굴절파의 전자기장 성분은 각각 다음과 같다.

$$\vec{E} = C_o \hat{o} e^{-i\vec{k}_o \cdot \vec{r}} e^{i\omega t}$$

입사파 : $\vec{H} = \frac{1}{\omega \mu} (C_o \vec{k}_o \times \hat{o} e^{-i\vec{k}_o \cdot \vec{r}}) e^{i\omega t} \quad (7)$

$$\vec{E} = C'_o \hat{o}' e^{-i\vec{k}'_o \cdot \vec{r}} e^{i\omega t}$$

반사파 : $\vec{H} = \frac{1}{\omega \mu} (C'_o \vec{k}'_o \times \hat{o}' e^{-i\vec{k}'_o \cdot \vec{r}}) e^{i\omega t} \quad (8)$

$$\vec{E} = (A'_s \hat{s} + A'_p \hat{p}) e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

굴절파 : $\vec{H} = \frac{1}{\omega \mu} (A'_s \vec{k} \times \hat{s} + A'_p \vec{k} \times \hat{p}) e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (9)$

(7)~(9)에서 C'_o 는 반사파의 o-파 방향 진폭, \vec{k}'_o 는 파수벡터, \hat{o}' 와 \hat{e}' 는 반사파의 o'-파, e'-파의 단위벡터이다. 전기장과 자기장은 맥스웰 방정식에 따라 다음과 같은 관계를 만족한다.

$$\vec{H} = \frac{i}{\omega \mu} \nabla \times \vec{E} \quad (10)$$

(7)~(9)에서 경계면에서 전자기장의 x, y 성분을 비교하면

다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E_x &: C_o \hat{x} \cdot \hat{o} + C_o' \hat{x} \cdot \hat{o}' = A_s' \\
 E_y &: C_o \hat{y} \cdot \hat{o} + C_o' \hat{y} \cdot \hat{o}' = A_p' \hat{y} \cdot \hat{p} \\
 H_x &: C_o \hat{x} \cdot (\vec{k}_o \times \hat{o}) + C_o' \hat{x} \cdot (\vec{k}_o' \times \hat{o}') = A_p' \hat{x} \cdot (\vec{k} \times \hat{p}) \\
 H_y &: C_o \hat{y} \cdot (\vec{k}_o \times \hat{o}) + C_o' \hat{y} \cdot (\vec{k}_o' \times \hat{o}') = A_s' \hat{y} \cdot (\vec{k} \times \hat{s})
 \end{aligned} \tag{11}$$

(11)을 정리하여 o -파에서 s -파, o -파에서 p -파로의 투과계수를 각각 계산할 수 있고 그 결과를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 t_{os} &= \frac{A_s'}{C_o} = \frac{(\hat{x} \cdot \hat{o})(\hat{y} \cdot (\vec{k}_o' \times \hat{o}')) - (\hat{x} \cdot \hat{o}')(\hat{y} \cdot (\vec{k}_o \times \hat{o}))}{(\hat{x} \cdot \hat{s})(\hat{y} \cdot (\vec{k}_o' \times \hat{o}')) - (\hat{x} \cdot \hat{o}')(\hat{y} \cdot (\vec{k} \times \hat{s}))} \\
 &= -\frac{\cos \theta_o \sin \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \frac{2n_o \cos \theta_o}{n_o \cos \theta_o + n \cos \theta} \\
 t_{op} &= \frac{A_p'}{C_o} = \frac{(\hat{y} \cdot \hat{o})(\hat{x} \cdot (\vec{k}_o' \times \hat{o}')) - (\hat{y} \cdot \hat{o}')(\hat{x} \cdot (\vec{k}_o \times \hat{o}))}{(\hat{y} \cdot \hat{p})(\hat{x} \cdot (\vec{k}_o' \times \hat{o}')) - (\hat{y} \cdot \hat{o}')(\hat{x} \cdot (\vec{k} \times \hat{p}))} \\
 &= \frac{\cos \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \frac{2n_o \cos \theta_o}{n_o \cos \theta_o + n \cos \theta}
 \end{aligned} \tag{12}$$

같은 방법으로 e -파에서 s -파로의, e -파에서 p -파로의 투과계수를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 t_{es} &= \frac{A_s'}{C_e} = \frac{(\hat{x} \cdot \hat{e})(\hat{y} \cdot (\vec{k}_e' \times \hat{e}')) - (\hat{x} \cdot \hat{e}')(\hat{y} \cdot (\vec{k}_e \times \hat{e}))}{(\hat{x} \cdot \hat{s})(\hat{y} \cdot (\vec{k}_e' \times \hat{e}')) - (\hat{x} \cdot \hat{e}')(\hat{y} \cdot (\vec{k} \times \hat{s}))} \\
 &= \frac{\cos \phi \cos(\theta_o - \theta_e)}{\sqrt{\cos^2 \theta_o \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \cos^2(\theta_o - \theta_e)}} \frac{2n_e \cos \theta_e}{n_e \cos \theta_e + n \cos \theta} \\
 t_{ep} &= \frac{A_p'}{C_e} = \frac{(\hat{y} \cdot \hat{e})(\hat{x} \cdot (\vec{k}_e' \times \hat{e}')) - (\hat{y} \cdot \hat{e}')(\hat{x} \cdot (\vec{k}_e \times \hat{e}))}{(\hat{y} \cdot \hat{p})(\hat{x} \cdot (\vec{k}_e' \times \hat{e}')) - (\hat{y} \cdot \hat{e}')(\hat{x} \cdot (\vec{k} \times \hat{p}))} \\
 &= \frac{\cos \theta_o \sin \phi}{\sqrt{\cos^2 \theta_o \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \cos^2(\theta_o - \theta_e)}} \frac{2n_e \cos \theta_e}{n_e \cos \theta_e + n \cos \theta}
 \end{aligned} \tag{13}$$

식 (13)에서 \vec{k}_e' 는 반사파의 e -파 방향 파수벡터이다.

식 (12)와 식 (13)에서 o -파, e -파의 투과계수에서 n_o 와 n_e , 그리고 이에 따른 굴절각 차이가 반영된 것을 확인할 수 있다. 위의 식들을 이용하면 이방성 매질에서 등방성 매질로의 정확한 투과계수를 계산할 수 있으며 식 (4), (6)와 더불어 두께가 d 인 균일한 이방성 매질을 투과한 빛의 편광 상태를 식 (1)을 통하여 정확하게 계산할 수 있다.

V. 이방성이 작은 경우의 투과계수의 근사식

이방성이 작은 경우, 즉 $|n_e - n_o| \ll n_o, n_e$ 이면, $\theta_o \approx \theta_e$, $\vec{k}_o \approx \vec{k}_e$ 라 가정할 수 있고, (1)은 아래와 같은 비교적 간단한 형태로 표현된다. 즉 \vec{k}_o 와 \vec{k}_e 가 나란하므로 (1)의 투과행렬

은 s -파와 p -파의 투과계수를 대각선 성분으로 가지는 행렬과, s -파, p -파와 o -파, e -파간의 회전행렬의 곱으로 표현할 수 있다.^[4-7]

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} A_s' \\ A_p' \end{pmatrix} &= T_o R(-\psi) P R(\psi) T_i \begin{pmatrix} A_s \\ A_p \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} t_s & 0 \\ 0 & t_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-ik_e d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_o d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_s & 0 \\ 0 & t_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_s \\ A_p \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{14}$$

식 (14)에서 T_i 는 등방성 매질에서 이방성 매질로의 프레넬 투과계수이며, $R(\psi)$ 는 등방성 매질의 s -파, p -파에서 이방성 매질의 e -파, o -파로의 회전행렬, $R(-\psi)$ 는 이방성 매질에서 등방성 매질로의 회전행렬, T_o 는 이방성 매질에서 등방성 매질로의 프레넬 투과계수이다. $t_s, t_p, t_s', t_p', \cos \psi, \sin \psi$ 는 각각 다음과 같다.^[4-7]

$$\begin{aligned}
 t_s &= \frac{2n \cos \theta}{n \cos \theta + n_o \cos \theta_o} \\
 t_p &= \frac{2n \cos \theta}{n \cos \theta_o + n_o \cos \theta} \\
 t_s' &= \frac{2n_o \cos \theta_o}{n_o \cos \theta_o + n \cos \theta} \\
 t_p' &= \frac{2n_o \cos \theta_o}{n_o \cos \theta + n \cos \theta_o} \\
 \sin \psi &= \frac{\cos \theta_o \sin \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \\
 \cos \psi &= \frac{\cos \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}}
 \end{aligned} \tag{15}$$

(14)를 이용하면 광축이 면상에 있는 a -판에서 이방성이 작은 경우 입사파 대비 투과파의 s -파, p -파를 계산할 수 있으며, 이를 이용하여 투과율, 포앙카레 구를 통한 빛의 편광 추적 등의 광해석도 할 수 있다.

VI. 이방성이 작은 경우의 정확한 투과계수와 근사된 투과계수의 비교

일반적인 편광자나 위상지연자의 경우 이방성이 작기 때문에 확장된 존스 행렬법에서 $|n_e - n_o| \ll n_o, n_e$ 의 근사식을 사용하게 된다. 이 절에서는 이방성이 작은 경우 III, IV절에서 계산된 각 경계면에서의 투과계수 (4), (12), (13)가 (15)의 근사식과 일치하는지를 확인한다.

(5)의 A, B, C, D 의 각 성분을 계산하기 위해서는 우선 광축 방향의 단위벡터를 구한다. 이방성 매질의 광축은 x -축에 대하여 ϕ 만큼 회전되어 있으므로 광축 방향의 단위벡터 \hat{e} 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{c} = \hat{x} \cos \phi + \hat{y} \sin \phi \quad (17)$$

또한 o -파와 e -파의 단위벡터는 파수벡터 \vec{k}_o, \vec{k}_e 와 \hat{c} 에 의해 다음과 같이 주어진다.^[7]

$$\begin{aligned} \hat{o} &= \frac{\vec{k}_o \times \hat{c}}{|\vec{k}_o \times \hat{c}|} \\ \hat{e} &= \frac{\vec{k}_e \times \hat{c}}{|\vec{k}_e \times \hat{c}|} \approx \frac{\vec{k}_o \times \hat{c}}{|\vec{k}_o \times \hat{c}|} \end{aligned} \quad (18)$$

(5)의 각 성분에 (2), (17), (18)의 관계식을 대입하여 식을 정리하면 (19)와 같다.

$$\begin{aligned} A &= -\frac{\omega (n \cos \theta + n_o \cos \theta_o) \cos \theta_o \sin \phi}{c \sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \\ B &= \frac{\omega (n \cos \theta + n_o \cos \theta_o) \cos \phi}{c \sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \\ C &= \frac{\omega (n \cos \theta_o + n_o \cos \theta) \cos \phi}{c \sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \\ D &= \frac{\omega (n \cos \theta_o + n_o \cos \theta) \cos \theta_o \sin \phi}{c \sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \end{aligned} \quad (19)$$

따라서 $AD - BC$ 는 다음과 같고,

$$AD - BC = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (n \cos \theta + n_o \cos \theta_o)(n \cos \theta_o + n_o \cos \theta) \quad (20)$$

이를 이용하여 정확한 투과계수의 표현인 (4)는 다음과 같이 구체적인 표현으로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} t_{so} &= -\frac{\cos \theta_o \sin \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \frac{2n \cos \theta}{n \cos \theta + n_o \cos \theta_o} \\ t_{po} &= \frac{\cos \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \frac{2n \cos \theta}{n \cos \theta_o + n_o \cos \theta} \\ t_{se} &= \frac{\cos \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \frac{2n \cos \theta}{n \cos \theta + n_o \cos \theta_o} \\ t_{pe} &= \frac{\cos \theta_o \sin \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \frac{2n \cos \theta}{n \cos \theta_o + n_o \cos \theta} \end{aligned} \quad (21)$$

한편 근사식인 (14)에서 첫 번째 경계면의 투과계수를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_s & 0 \\ 0 & t_p \end{pmatrix}$$

$$= \frac{2n \cos \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \begin{pmatrix} \frac{\cos \phi}{n \cos \theta + n_o \cos \theta_o} & \frac{\cos \theta_o \sin \phi}{n \cos \theta_o + n_o \cos \theta} \\ -\frac{\cos \theta_o \sin \phi}{n \cos \theta + n_o \cos \theta_o} & \frac{\cos \phi}{n \cos \theta_o + n_o \cos \theta} \end{pmatrix} \quad (22)$$

(21)와 (22)을 비교하면 투과행렬의 성분이 서로 같다는 것을 확인할 수 있다. 같은 방법으로 이방성 매질에서 등방성 매질로의 투과계수의 정확한 표현인 (12), (13)은 이방성이 작은 경우 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} t_{os} &= \frac{-\cos \theta_o \sin \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \frac{2n_o \cos \theta_o}{n_o \cos \theta + n_o \cos \theta_o} \\ t_{op} &= \frac{\cos \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \frac{2n_o \cos \theta_o}{n_o \cos \theta + n \cos \theta_o} \\ t_{es} &= \frac{\cos \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \frac{2n_o \cos \theta_o}{n_o \cos \theta_o + n \cos \theta} \\ t_{ep} &= \frac{\cos \theta_o \sin \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \frac{2n_o \cos \theta_o}{n_o \cos \theta + n \cos \theta_o} \end{aligned} \quad (23)$$

(14)에서 (23)에 대응되는 근사식인 두 번째 경계면에서 투과계수를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} t'_s & 0 \\ 0 & t'_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} = \frac{2n_o \cos \theta_o}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi}} \begin{pmatrix} \frac{\cos \phi}{n_o \cos \theta_o + n \cos \theta} & \frac{-\cos \theta_o \sin \phi}{n_o \cos \theta_o + n \cos \theta} \\ \frac{\cos \theta_o \sin \phi}{n_o \cos \theta + n \cos \theta_o} & \frac{\cos \phi}{n_o \cos \theta + n \cos \theta_o} \end{pmatrix} \quad (24)$$

마찬가지로 (23)과 (24)를 비교하면 투과행렬의 각 성분이 같다는 것을 확인할 수 있다. 즉 이방성이 작은 경우 (4), (12), (13)식이 (22), (24)의 식으로 근사 되는 것을 확인할 수 있다.

VII. 광축이 수직으로 교차된 두 편광자를 투과한 빛의 투과율 수치해석

III-IV절에서 유도한 (4), (12), (13)을 사용하면 광축이 면상에 있는 a -판을 투과한 빛의 편광 상태 변화를 계산할 수 있다. 이 절에서는 이방성 매질 중 가장 간단한 경우인 광축이 수직으로 교차된 편광자를 투과한 빛의 투과율을 정확한 투과계수를 사용한 계산 결과와 이방성이 작은 경우의 근사식에 의한 결과를 비교하였고, 편광자의 광학상수 변화에 따른 투과율 변화를 계산하였다. 확장된 존스 행렬법을 이용하여 투과율을 계산하는 경우, 전파행렬과 투과행렬을 계산하는 식에는 다음과 같은 방법이 있다. 이상적인 편광자를 예

를 들어 전파행렬의 경우를 살펴보면, 전파행렬을 (25)와 같이 광축상으로 진행하는 투과파는 완벽하게 차단하고, 광축에 수직으로 진행하는 투과파는 100% 투과시키는 방법과, 일반적인 이방성 매질 내를 진행하는 경우에 다뤄지는 (1) 내의 전파행렬로 표현하는 방법의 두 가지가 있다. 투과행렬을 계산하는 방법은 (14)와 같이 이방성이 작은 경우 ($|n_e - n_o| \ll n_o, n_e$), 즉 $n_o \approx n_e$ 로 가정하는 방법과 (4), (12), (13)과 같이 n_o 와 n_e 의 차이를 반영하여 계산하는 방법의 두 가지로 다시 나뉜다.

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (25)$$

그림 3은 광축이 수직으로 교차된 편광자를 투과한 빛의 투과율을 입사각과 방위각에 따라 계산한 투과율 그래프 (a)와 방위각 45도에서 입사각에 따른 투과율을 보여주는 그래프 (b)이다. 계산에 사용한 편광자의 광학상수는 $n_o = 1.5$, $n_e = 1.5 - i(0.01)$ 이고 두께는 $50 \mu\text{m}$ 이며 빛의 파장은 $0.55 \mu\text{m}$ 이다. 입사파는 편광되지 않은 빛이며, 교차하는 두 편광자의 광축은 각각 x-축, y-축 상에 있다. (a)에서 볼 수 있듯이 교차하는 두 광축 방향으로 입사한 빛은 빛샘이 없지만 방위각이 광축에서 벗어나고 입사각이 증가함에 따라 빛샘이 발생함을 볼 수 있다. 특히 방위각이 두 광축의 중간 위치인 45도, 135도, 225도, 315도 그리고 입사각이 70도 근방에서 빛의 빛샘이 가장 큰 것을 볼 수 있는데, 이 위치에서 투과율은 4.05%이다. 이것으로부터 광축이 수직으로 교차된 편광자라 하더라도 입사각이나 방위각에 따라 빛샘이 발생한다는 것을 확인할 수 있는데 동일 위치에서 이상적인 편광자의 투과율 계산결과도 동일한 값으로 구해진다. 그림 3(b)에서 I(\square)는 이상적인 편광자의 전파행렬과 근사화된 투과행렬, S(\triangle)는 정확히 계산된 전파행렬과 근사화된 투과행렬, E(∇)는 정확히 계산된 전파행렬과 투과행렬을 사용하여 계

산한 투과율이다. 그림 3(b)에서 보는 것과 같이 n_o, n_e 의 차이가 없고 소광계수와 두께를 곱한 값이 충분히 크다면 계산 방법에 따른 차이는 최대 0.016%를 초과하지 않아 최대 빛샘의 투과율인 4.05% 보다 매우 작으므로 무시할 수 있다. 완전하지 않은 편광자를 사용할 때에는 수직입사에서도 빛샘이 있지만 위 조건과 같은 편광자를 사용할 경우 그 값은 대략 0.001%으로 극히 작다.

그림 4(a)는 편광자의 굴절률은 $n_o = n_e = 1.5$ 으로 유지하고 편광자의 두께 d 와 이상소광계수 k_e 를 변수로 하여 빛의 최대 빛샘이 일어나는 조건인 입사각 70도, 방위각 45도에서 투과율을 계산한 그래프이다. k_e 가 감소하거나 d 가 감소하면 빛샘은 증가하며 이상적인 편광자 조건을 근사적으로 만족하기 위해서는, 즉 이상적인 편광자에 의한 결과인 약 4.05%의 투과율을 초과하는 투과율 값이 0.01% 이내를 유지되기 위해서는 $k_e \cdot d$ 가 $0.677 \mu\text{m}$ 이상이어야 한다. 즉 $k_e = 0.001$ 인 경우 두께가 $677 \mu\text{m}$, $k_e = 0.005$ 인 경우는 두께가 $136 \mu\text{m}$ 이상이어야 한다. 그림 4(b)는 이상적인 편광자에 의한 투과율을 초과하는 투과율 값이 일정한 값을 만족하는 조건 즉 등투과율을 이루기 위한 k_e 와 d 의 상관관계를 보여준다. 이상적인 편광자에 의한 투과율을 ΔT 만큼 초과하는 등투과율 조건을 만족하기 위한 관계식은 $k_e \cdot d = -\frac{\lambda}{2\pi} \ln \Delta T$ 와 같으며 이는 그림 4(b)에서도 확인할 수 있다. 실제 산업계에서 사용되는 편광자의 광학상수는 본 연구에서 사용한 광학상수의 범위 내에 있으며 특히 $k_e \cdot d$ 값의 경우 이상적인 편광자와 투과율 차이가 0.02% 정도가 되는 값을 가지고 있다.^[11]

그림 5는 $n_o = 1.5$, $n_e = 1.6 - i(0.005)$, 두께 $50 \mu\text{m}$ 인 두 편광자가 수직으로 교차되어 있을 경우 입사각에 따른 투과율 그래프이다. 입사파는 편광되지 않은 빛이며 이 경우 $k_e \cdot d$ 가 충분히 커지 못해 이상적인 편광자와 비교하여 편광자가 충분히 소광하지 못하여 수직 입사하는 빛에서도 약 0.3%의 빛샘이 발생하고 있다. 또한 n_o 와 n_e 의 차이($n_e - n_o = 0.1$)가

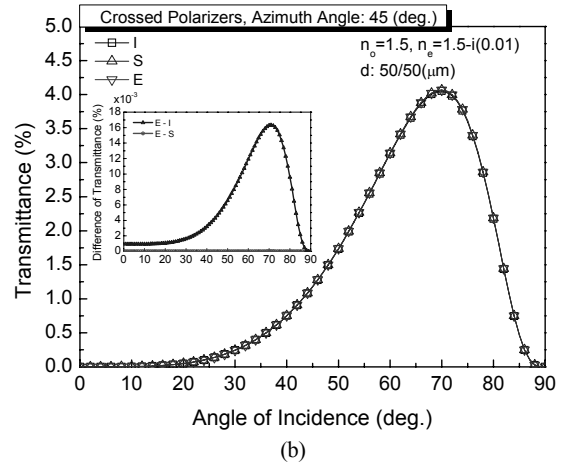
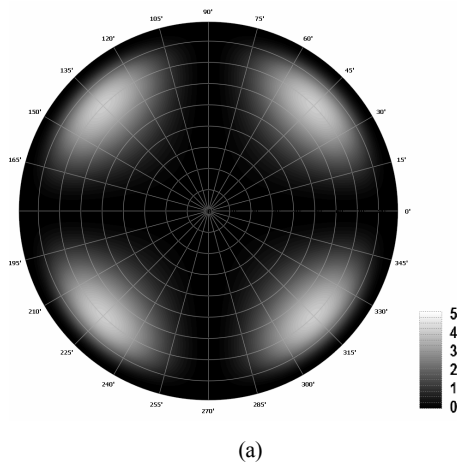
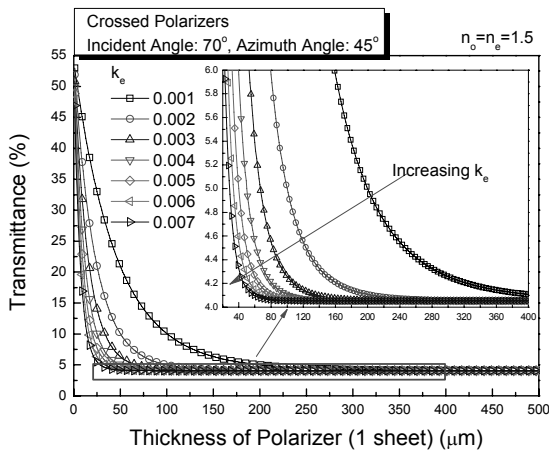
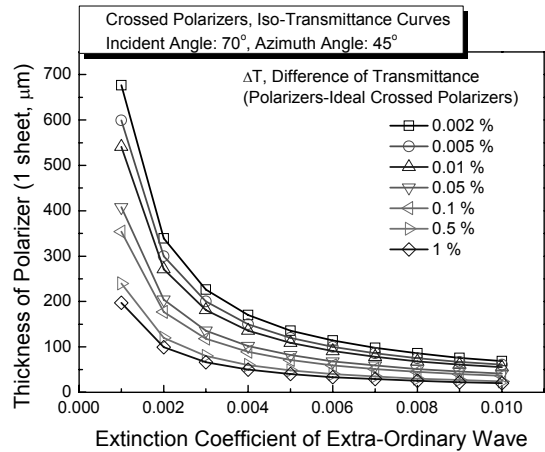


그림 3. 광축이 수직으로 교차된 두 편광자를 투과한 빛의 입사각, 방위각에 따른 투과율 전방위각 그래프(a)와 방위각이 45도인 경우 입사각에 따른 투과율 그래프(b).

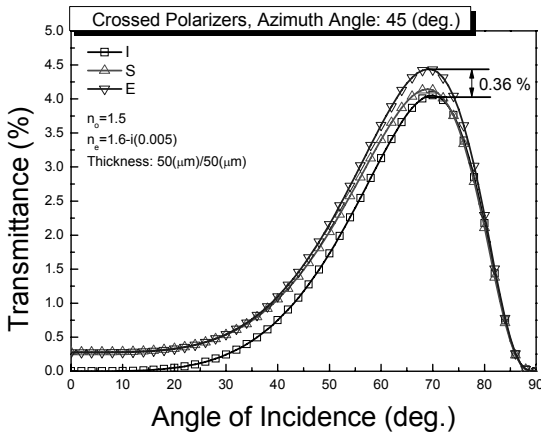


(a)



(b)

그림 4. 광축이 수직으로 교차된 편광자를 투과한 빛의 편광자의 두께와 k_e 의 변화에 따른 투과율 그래프(a)와 입사각 70도, 방위각 45도에서 계산한 등투과율 곡선(b). 이상적인 편광자에 의한 투과율은 약 4.05%인데 이로부터 0.01% 이내의 투과율이 유지되기 위해서는 $k_e \cdot d$ 가 $0.677 \mu\text{m}$ 이상이어야 한다. 등투과율을 만족하기 위해서는 $k_e \cdot d = -\frac{\lambda}{2\pi} \ln \Delta T$ 의 관계식을 만족해야 하며 그래프 (b)와 같이 나타난다.



Angle of Incidence (deg.)

그림 5. $n_o = 1.5$, $n_e = 1.6 - i(0.005)$ 인 두 편광자가 수직으로 교차된 경우 입사각에 따른 투과율 그래프.

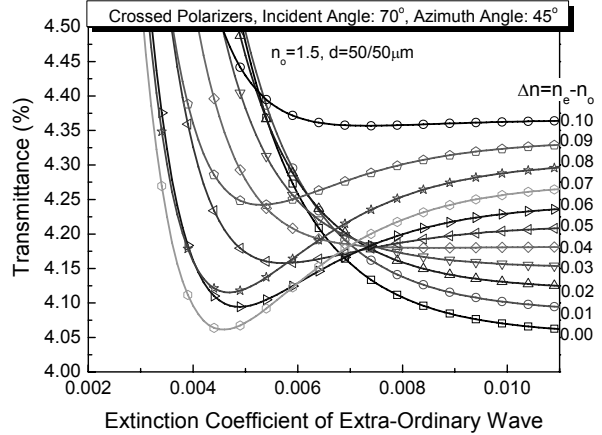


그림 6. $n_o = 1.5$, $d = 50 \mu\text{m}$ 인 두 편광자가 수직으로 교차된 경우 n_e , k_e 의 변화에 따른 투과율 그래프.

투과행렬에 반영되어 입사각 70도에서 0.36%의 투과율 차이가 발생한다.

그림 6은 편광자의 n_o 와 두께를 고정하고 n_e 와 k_e 를 변화시키면서 입사각 70도, 방위각 45도에서 계산한 투과율 그래프이다. 대략 k_e 가 0.01 이상일 때부터 투과율이 안정화되어 있는데 이것은 편광자의 두께가 $50 \mu\text{m}$ 인 경우 직교한 두 편광자를 통과한 빛의 투과율이 안정된 값을 갖기 위해서는 0.01 이상의 k_e 값이 필요하다는 것을 의미하며, $\Delta n (= |n_e - n_o|)$ 이 0.01씩 커짐에 따라 투과율의 차이가 대략 0.03%씩 증가함을 알 수 있다. 일반적인 경우, 복소굴절률이 커지면 투과율은 작아지나, 편광자의 광축 방향으로의 굴절률(n_e)이 커지면, 입사각 70도, 방위각 45도에서 투과율이 커진다. 이와는 반대로 n_e 를 고정하고, n_o 를 키우면 투과율은 작아지는 경향이 있다.

그림 7은 몇 가지 복소굴절률의 값에서 입사각과 방위각에

따른 투과율을 계산한 결과를 보여주는 그래프이다. 입사각은 편광되지 않았으며 편광자의 두께는 $50 \mu\text{m}$ 로 고정하였다. 이상굴절률은 (a) $n_e = 1.5 - i(0.05)$, (b) $n_e = 1.5 - i(0.005)$, (c) $n_e = 1.57 - i(0.05)$, (d) $n_e = 1.57 - i(0.005)$ 와 같이 변화시켰다. (a), (b)는 n_e 가 같지만, k_e 가 달라 입사각 70도 방위각 45도에서 0.42%의 투과율 차이가 나고, (c), (d)에서는 0.21%의 차이가 난다. n_o , n_e 의 차이가 반영되어 정확히 계산된 투과행렬에 의한 결과와 기존의 이방성이 작은 경우에 사용한 근사식을 다음과 같이 설명할 수 있다. 편광자를 이상적인 경우로 가정한다면 (a)와 (c)의 경우 $k_e = 0.05$, (b)와 (d)의 경우 $k_e = 0.005$ 를 모두 충분히 큰 값으로 가정을 하는 것이고, 이 경우에 (a)와 (b)에 의한 계산 결과가 동일하게 되고 또한 (c)와 (d)의 계산 결과도 동일하게 된다. 편광자를 이방성이 작은 경우로 가정한다면 (a)와 (b)의 경우 $n_e = 1.5$, (c)

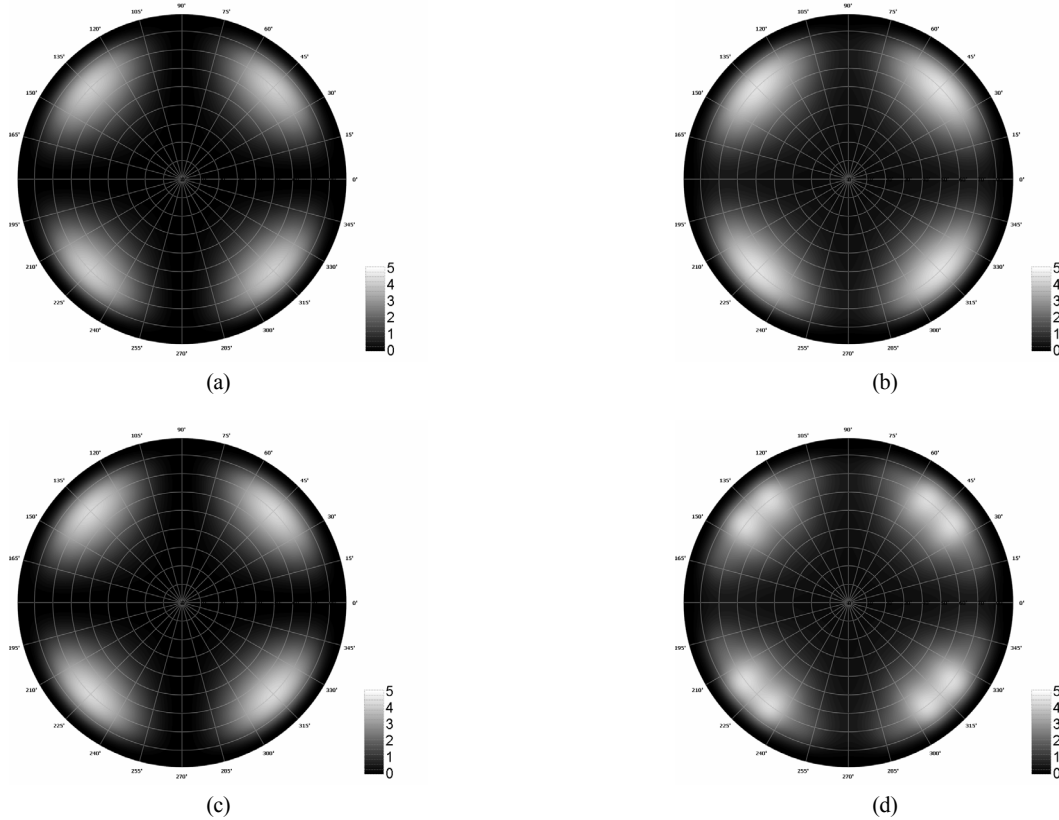


그림 7. $n_o = 1.5$, $d = 50 \mu\text{m}$ 인 두 편광자가 수직으로 교차된 경우 n_e , k_e 의 변화와 입사각, 방위각에 따른 투과율 그래프. (a) $n_e = 1.5$, $k_e = 0.05$, (b) $n_e = 1.5$, $k_e = 0.005$, (c) $n_e = 1.57$, $k_e = 0.05$, (d) $n_e = 1.57$, $k_e = 0.005$. 그래프의 스케일바에서 투과율의 최대값은 5%, 최소값은 0%이다.

와 (d)의 경우 $n_e = 1.57$ 에서 $n_o \approx n_e$ 로 근사화가 되어 이 경우에 (a)와 (c)의 계산 결과가 동일하게 되며, 또한 (b)와 (d)의 계산 결과도 동일하게 된다. 그리고 그림 7과 같이 편광자의 광학상수 변화에 따라 최대투과율이 한 점에 위치하거나, (d)의 경우와 같이 그 이상의 점에 위치하기도 하지만 방위각 45도 부근을 중심으로 대칭인 것은 유지된다.

VIII. 결 론

본 연구에서는 Yeh 등이 제시한 확장된 존스 행렬법을 응용하여 등방성 매질과 이방성 매질의 경계면에서 투과계수의 구체적인 표현식들을 구하였다. 유도된 투과계수는 이방성이 작은 경우 기존의 확장된 존스 행렬의 근사식들과 일치함을 확인하였다. 정확한 표현식을 사용하여 광축이 수직 교차된 두 편광자를 투과한 빛의 투과율을 임의의 입사각과 방위각에 따라 계산하였고, 실제 편광자의 작용을 시뮬레이션할 수 있도록 편광자의 광학상수를 변화시키며 등투과율 그래프의 변화 양상을 살펴 보았다. 이 계산을 통해 0.01% 이내의 오차 범위 내에서 이상적인 편광자로 취급할 수 있는 소광계수와 두께는 $k_e \cdot d$ 가 대략 $0.677 \mu\text{m}$ 이상이 되어야 함을 확인하였고, 이방성의 차이에 기인한 투과율의 변화도 함께 검토하였다. n_o 와 n_e 의 차이를 정확히 반영한 투과계수를 이용하면

기존의 편광자나 위상지연자 뿐만 아니라, 액정과 같이 이방성이 큰 매질을 투과한 빛의 편광상태 변화도 정확히 기술할 수 있으므로 꼬인 액정에 의한 편광상태의 엄밀한 해석에 크게 기여할 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] R. C. Jones, "A new Calculus for the Treatment of Optical systems," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 31, pp. 488-493, 1941.
- [2] D. W. Berreman, "Optics in Stratified and Anisotropic Media : 4x4-matrix Formulation," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 62, pp. 502-510, 1972.
- [3] D. W. Berreman, "Optics in smoothly varying anisotropic planar structures: Application to liquid-crystal twist cells," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 63, pp. 1374-1380, 1973.
- [4] P. Yeh, "Extended Jones matrix method," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 72, pp. 507-513, 1982.
- [5] C. Gu and P. Yeh, "Extended Jones matrix method. II," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 10, pp. 966-973, 1993.
- [6] C. Gu and P. Yeh, "Extended Jones matrix method and its application in the analysis of compensators for liquid crystal displays," *Displays*, vol. 10, pp. 237-257, 1999.
- [7] P. Yeh and C. Gu, *Optics of Liquid Crystal Displays*, (John

- Wiley & Sons, Inc., 1999), pp. 306-356.
- [8] A. Lien, "Extended Jones matrix representation for the twisted nematic liquid-crystal display at oblique incidence," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 57, pp. 2767-2769, 1990.
- [9] A. Lien, "A detailed derivation of extended Jones matrix representation for twisted nematic liquid crystal displays," *Liquid Crystals*, vol. 22, pp. 171-175, 1997.
- [10] F. H. Yu and H. S. Kwok, "Comparison of extended Jones matrices for twisted nematic liquid-crystal displays at oblique angles of incidence," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 16, pp. 2772-2780, 1999.
- [11] Q. Hong, T. X. Wu, X. Zhu, R. Lu, and S. T. Wu, "Extraordinarily high-contrast and wide-view liquid-crystal displays," *Appl. Phys. Lett.* vol. 86, pp. 121107-1-121107-3, 2005.

An Improvement of the Extended Jones Matrix Expression for Analyzing Polarization Transmission Characteristics of a Uniaxial Medium

Jang Wi Ryu[†], You Sik Shin, and Sang Youl Kim

Department of Molecular Science and Technology, Ajou University, Suwon, 443-749, Korea

[†]*E-mail: jangwisi@ajou.ac.kr*

Sung Hyuck An

Department of Physics, Ajou University, Suwon, 443-749, Korea

Yong Ki Kim

Samsung Advanced Technology Training Institute, Suwon, 442-380, Korea

(Received January 28, 2008, Revised manuscript March 18, 2008)

The exact transmission coefficients at the interface between a uniaxial anisotropic medium and an isotropic medium at oblique incidence are derived by applying the extended Jones matrix method. When the birefringence of the uniaxial anisotropic medium is small ($|n_e - n_o| \ll n_o, n_e$), the exact transmission coefficients are compared with those by the conventional extended Jones matrix method by Yeh *et al.* They showed an excellent agreement with each other. In addition, using the exact transmission coefficients, we calculated the polarization characteristics of a light through a uniaxial medium to an incident light with arbitrary polarization state at oblique incidence. We compared the transmittances of an unpolarized light through a pair of crossed *o*-type polarizers by two different methods and calculated the transmittance as the variation of the optical constants of the polarizers to evaluate of the extinction ratio. The polarization analysis method using the exact transmission coefficients can be applied to polarization characteristics of a light through a uniaxial medium with large birefringence as well as to liquid crystals and to optical anisotropic material.