

논문 2008-45SP-6-7

웨이블릿 영역에서 이변수 가우스 모델을 이용한 영상 잡음 제거

(Image Denoising Using Bivariate Gaussian Model In Wavelet Domain)

엄 일 규*

(Il Kyu Eom)

요 약

본 논문에서는 웨이블릿 영역에서 이변수 가우스 확률밀도함수를 이용하여 잡음을 효과적으로 제거하는 방법을 제안한다. 본 논문의 방법은 웨이블릿 영역의 스케일간의 관계에 대한 통계적 모델을 이변수 가우스 확률분포로 설정하고, 이에 대한 베이지 추정법을 통하여 잡음 제거를 수행한다. 베이지 추정법을 위한 통계 파라미터는 Hölder 부등식을 이용하여 근사적으로 추정한다. 실험 결과를 통하여 본 논문의 방법이 기존의 이변수 사전 확률모델을 이용한 잡음 제거 방법에 비하여 우수한 결과를 보여 준다는 것을 알 수 있다.

Abstract

In this paper, we present an efficient noise reduction method using bivariate Gaussian density function in the wavelet domain. In our method, the probability model for the interscale dependency in the wavelet domain is modeled by bivariate Gaussian function, and then, the noise reduction is performed by Bayesian estimation. The statistical parameter for Bayesian estimation can be approximately obtained by the Hölder inequality. The simulation results show that our method outperforms the previous methods using bivariate probability models.

Keywords : noise reduction, wavelet, interscale dependency, bivariate Gaussian model, Hölder inequality

I. 서 론

현재 디지털 카메라, 디지털 TV, 휴대폰, 의료기기, 군사용 장비 등에서 영상 미디어의 처리, 저장 및 전송이 보편화되어 있다. 또한 높은 화질에 대한 수요가 점점 증가하고 있는 추세를 감안할 때 영상 장치의 화질이 경제적인 측면 및 품질의 측면에서 중요한 요소로 부각되고 있다. 위에 언급한 영상 미디어 장치는 장치의 특성에 따라 영상을 획득한 후 응용분야에 따라 다양한 형태의 처리과정을 거치게 된다. 그러나 영상 장

치는 획득 과정에서 획득 장치의 특성 및 주변 환경에 따라서 잡음의 첨가, 해상도의 변환, 기하학적 왜곡 등을 유발하게 된다. 영상 획득 과정의 왜곡들은 영상 처리, 저장 및 전송을 원활히 수행하는데 방해 요소로 작용한다. 따라서 획득 영상에 대한 잡음의 제거, 내삽 또는 고해상도 변환(super-resolution), 기하학적 왜곡의 보정 등이 전처리 과정으로 필수적으로 행해지게 된다.

영상 처리 분야에서 획득된 영상에 대한 전처리 과정은 영상 처리 분야가 활성화되면서 이전부터 발전해 왔던 분야이며, 효과적인 영상 처리를 위해 필수적인 분야이다. 그러나 영상 미디어의 발전 및 고화질 영상의 획득 및 처리가 일반화되면서, 전처리 분야 또한 지속적으로 새롭게 발전되고 있다.

앞서 언급한 전처리 기법 중 잡음 제거 분야는 영상의 처리, 저장 및 전송의 성능에 영향을 미칠 수 있는 분야이며, 아울러 해상도 변환 및 기하학적 왜곡 보정

* 정회원, 부산대학교 전자전기통신공학부
(School of Electrical Eng., Pusan National University)

※ 이 논문은 2006년도 정부재원(교육인적자원부 학술 연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2006-521-D00355)

접수일자: 2008년6월16일, 수정완료일: 2008년10월2일

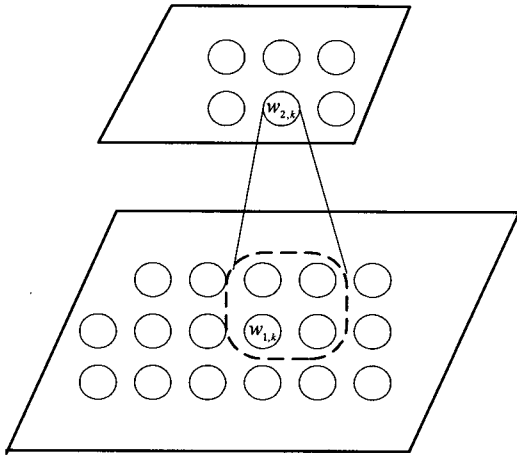


그림 1. 직교 웨이블릿 변환에서 부모계수와 자식계수의 의존관계.

Fig. 1. Interscale dependency between parent and child coefficients of the orthogonal wavelet transform.

의 성능에도 영향을 미칠 수 있는 중요한 분야로 인식되고 있다. 디지털 영상에 대한 잡음 제거 문제는 다음과 같이 모델링될 수 있다.

$$o = v + n \tag{1}$$

여기서 v 는 잡음이 없는 영상, o 는 관측된 잡음이 첨가된 영상을 나타낸다. n 은 평균이 영이고 분산이 σ_n^2 인 독립적이고 동일하게 분포된 가우스 랜덤 변수이다. 만약 잡음에 대한 정보를 가지고 있거나 추정할 수 있다면, 관측된 o 로부터 최적의 v 를 추정하는 것이 잡음 제거의 목적이다.

Donoho와 Johnston^[1]이 웨이블릿 영역에서의 임계화를 이용한 잡음 제거 방법을 발표한 이래 웨이블릿 변환을 이용한 영상 및 신호의 잡음을 제거하는 방법이 일반화되고 있다. 웨이블릿 영역의 잡음 제거에 대한 모델링은 식 (1)을 웨이블릿 변환함으로써 다음과 같이 구성된다.

$$y = w + n \tag{2}$$

여기서 w 와 y 는 각각 웨이블릿 영역에서의 원영상과 잡음이 첨가된 관찰 영상이다. n 은 식 (1)에서와 마찬가지로 분산이 σ_n^2 인 가우스 랜덤 변수이다. 관찰된 y 에서 w 를 추정하는 것이 잡음 제거의 목적이 된다. y 및 w 를 랜덤 변수로 보고 y_k, w_k 를 각각 위치 k 에서 랜덤 변수에 대한 현실화된 값으로 가정하면, 식 (2)에 대한 베이즈 추정은 다음과 같다.

$$\hat{w}_k(y_k) = \arg \max p_{w|y}(w_k|y_k) \tag{3}$$

베이즈 추정법에 의한 잡음 제거 방법은 웨이블릿 계수의 프라이어 모델 및 파라미터의 추정이 중요한 요소로 작용한다. 일반적으로 웨이블릿 계수의 프라이어를 가우스 모델로 설정하는 경우^[2~4, 8~9]가 많은데 이는 해석적으로 풀리는 해를 구하기 위함이다. 이 경우에는 원 신호의 분산이 파라미터가 되는데, ML(maximum likelihood) 추정법 또는 MAP(maximum a posterior) 추정법 등을 일반적으로 사용한다.

그러나 웨이블릿 계수의 통계적 특성은 일반적으로 비-가우스 분포를 가지는 것으로 알려져 있다^[6~7, 10~11]. 또한 웨이블릿 스케일간의 의존성을 이용한 잡음 제거 방법이 발표되었다^[8, 12~13]. 이 방법은 웨이블릿 계수의 부모-자식 관계를 이용하여 효과적인 잡음 제거 성능을 보이고 있다. 본 논문에서는 웨이블릿 계수의 부모-자식간 의존성을 이변수 가우스 확률밀도 함수로 모델링하고 이에 대한 베이즈 추정법에 의한 잡음 제거를 수행하고자 한다. 베이즈 추정법에 의한 파라미터는 Hölder 부등식에 의해 근사적으로 추정된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 이변수 가우스 모델의 베이즈 추정방법을 기술하고, III장에서는 Hölder 부등식에 의한 파라미터를 추정한다. 모의실험 결과를 통하여 제안 방법의 우수성을 IV장에서 보이고, V장에서 결론을 맺는다.

II. 이변수 가우스 모델의 베이즈 추정법

본 논문의 제안 방법에 앞서 먼저 일변수를 가지는 가우시안 사전 확률분포에 대한 베이시안 추정을 살펴보면 다음과 같다. 즉, 잡음의 분산을 알고 있다고 가정하면 식 (3)의 베이시안 추정기 $\hat{w}_k(y_k) = \arg \max p_{w|y}(w_k|y_k)$ 에 대한 해석적인 해는

$$\hat{w}_k = \frac{\sigma_k^2}{\sigma_k^2 + \sigma_n^2} y_k \tag{4}$$

이다. 이 때의 통계 파라미터는 웨이블릿 계수의 분산 σ_k^2 으로 ML 방법에 의해서 다음과 같이 쉽게 구할 수 있다.

$$\sigma_k^2 = \left(\frac{1}{|c(k)|} \sum_{m \in c(k)} y_m^2 - \sigma_n^2 \right)_+ \tag{5}$$

여기서 $c(k)$ 는 분산을 구하기 위한 이웃 영역의 웨

$$f_{W_{1,k}W_{2,k}}(w_{1,k}, w_{2,k}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{1,k}\sigma_{2,k}\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\right) \left\{ \left(\frac{w_{1,k}-\mu_{1,k}}{\sigma_{1,k}}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{w_{1,k}-\mu_{1,k}}{\sigma_{1,k}}\right)\left(\frac{w_{2,k}-\mu_{2,k}}{\sigma_{2,k}}\right) + \left(\frac{w_{2,k}-\mu_{2,k}}{\sigma_{2,k}}\right)^2 \right\} \quad (6)$$

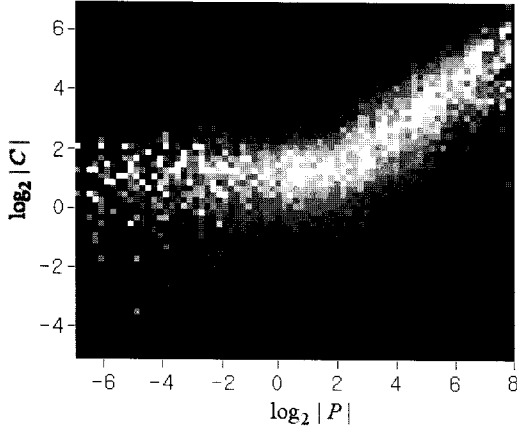


그림 2. 부모계수와 자식계수의 절대값의 의존관계.
Fig. 2. Dependency between parent and child coefficients in the manner of the absolute value.

이블릿 계수의 집합이며, $|c(k)|$ 는 계수들의 수이다. 또한 $(h)_+$ 연산은 $h < 0$ 일 때 $h=0$ 의 값을 가지고 $h \geq 0$ 일 때는 그대로 값을 할당하는 연산이다.

다음으로 이변수 가우시안 사전 확률함수를 살펴보자. 웨이블릿 영역에서 위치 k 에서의 웨이블릿 계수를 $w_{1,k}$ 라 하고 이 계수의 부모 계수를 $w_{2,k}$ 라 하면 이차원 랜덤 변수 $W_k = (W_{1,k}, W_{2,k})$ 를 정의할 수 있다. 그림 1은 웨이블릿 영역에서 부모계수와 자식계수의 관계를 표현하고 있다. W_k 가 가우시안 사전 확률분포를 가진다고 가정하면, 확률밀도함수는 식 (6)과 같다. 식 (6)은 웨이블릿 영역에서 부모계수와 자식계수의 의존성을 고려한 확률밀도 함수이다. 일반적으로 직교 웨이블릿 변환은 decorrelating 변환이므로 웨이블릿 계수간의 상관도는 없다고 가정할 수 있다. 따라서 $\rho = 0$ 으로 둘 수 있고^[12] 웨이블릿 계수의 평균도 0으로 둘 수 있다. 그러면 식 (6)은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_{W_{1,k}W_{2,k}}(w_{1,k}, w_{2,k}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{1,k}\sigma_{2,k}} \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \left\{ \left(\frac{w_{1,k}}{\sigma_{1,k}}\right)^2 + \left(\frac{w_{2,k}}{\sigma_{2,k}}\right)^2 \right\} \quad (7)$$

식 (7)와 같이 정의된 이변수 가우시안 사전 확률모델을 이용한 베이지안 추정법은 해석적으로 유도하기가 매우 힘들다. 그러므로 부모계수와 자식계수의 의존성을 적절히 모델링하여 베이지안 추정법이 해석적으로

유도 가능하도록 하는 것이 매우 중요하다. 본 연구에서는 웨이블릿 영역에서 해석적인 베이지안 추정이 가능한 부모계수와 자식계수의 의존 관계를 모델링하는 방법을 제시한다.

웨이블릿 계수의 크기는 스케일에 따라 지수적으로 감소하는 특성을 가지고 있다. 이러한 특성은 은닉 마코프 모델링을 이용한 잡음 제거^[15~19], 마코프 랜덤 필드를 이용한 잡음 제거^[20~21] 방법 등에 효과적으로 사용되었다. 웨이블릿 계수의 스케일간의 의존 관계는 웨이블릿 계수 크기의 비율 즉, $|w_{2,k}/w_{1,k}|$ 로 특성지을 수 있다. 이러한 비율은 평균은 다음과 같이 웨이블릿 계수의 의존 관계를 표현한다^[20~21].

$$r_{j,k} = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^d \left| \frac{w_{j,k}}{w_{j-1,k}} \right| \approx 2^\alpha \quad (8)$$

여기서 j 는 웨이블릿 계수의 스케일을 나타내며, d 는 스케일의 개수이고, α 감쇄를 표현하는 상수이다. 식 (8)은 웨이블릿 계수의 비율 $|w_{2,k}/w_{1,k}|$ 의 평균이 지수적인 관계를 가진다는 것을 보여준다. 그러나 이 관계 또한 잡음 제거를 위한 베이지안 추정법에 그대로 적용하기는 힘들기 때문에 간략화할 필요성이 존재한다. 그림 2는 웨이블릿 영역에서 부모계수와 자식계수의 절대값에 따른 관계를 나타낸 것이다. 부모-자식의 관계는 식 (8)에서 볼 수 있는 바와 같이 지수적인 관계를 가지고 있다. 따라서 그림 2는 log 영역을 나타내기 때문에 선형성을 가지고 있다.

본 논문에서는 웨이블릿 계수의 의존 관계를 선형적으로 모델링하여 이를 베이지안 추정법에 적용하고자 한다. 식 (8)로부터 웨이블릿 계수의 비율을 다음과 같이 웨이블릿 계수의 절대값에 대한 선형 모델로 볼 수 있다.

$$|w_{2,k}| = a |w_{1,k}| \quad (9)$$

여기서 a 는 웨이블릿 계수의 비율을 나타낸다. 식 (9)와 같이 선형적으로 모델링된 웨이블릿 계수의 의존 관계를 이용하면 이변수 가우시안 사전 확률모델에서 하나의 변수를 줄일 수 있다. 즉,

$$f_{w_{1,k}w_{2,k}}(w_{1,k}, w_{2,k}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{1,k}\sigma_{2,k}} \exp\left\{-\frac{w_{1,k}^2}{\sigma_{1,k}^2} - \frac{(a|w_{1,k}|)^2}{\sigma_{2,k}^2}\right\} \quad (10)$$

잡음이 첨가된 웨이블릿 계수의 log 우도 $\log(w_{1,k}|y_{1,k})$ 의 최대값을 구하기 위하여 미분하여 0으로 두면

$$\frac{y_{1,k} - \hat{w}_{1,k}}{\sigma_n^2} - \frac{\hat{w}_{1,k}}{\sigma_{1,k}^2} - \frac{a^2 \hat{w}_{1,k}}{\sigma_{2,k}^2} = 0 \quad (11)$$

식 (11)을 풀어 베이지스 추정기를 구하면 다음과 같다.

$$\hat{w}_{1,k} = \frac{\sigma_{1,k}\sigma_{2,k}^2}{\sigma_{1,k}^2\sigma_{2,k}^2 + \sigma_n^2(a^2\sigma_{1,k}^2 + \sigma_{2,k}^2)} y_{1,k} \quad (12)$$

식 (12)에서 보면 본 논문에서 제안하는 베이지안 추정기는 이변수 가우시안 사전 확률모델을 사용하면서도 해석적인 추정이 가능하다. 이는 웨이블릿 계수의 절대치에 대한 선형 모델링에 기인한다. 본 연구의 추정기와 일변수 가우시안 사전 확률모델에 의한 추정기와와의 관계를 살펴보면 다음과 같다. 즉, 식 (9)의 $|w_{2,k}| = a|w_{1,k}|$ 에서 $w_{2,k} = 0, w_{1,k} \neq 0$ 이면 $a = 0$ 이 된다. 따라서 식 (12)은 식 (4)가 되므로 이므로 일변수 모델과 같이 된다. 이는 $w_{2,k} = 0$ 이므로 부모계수와 자식계수의 상관관계를 설정할 수 없는 경우이다. 그러므로 일변수 모델의 베이지안 추정기는 본 논문에서 제안한 추정기의 특수한 경우로 볼 수 있다.

두 번째 $w_{2,k} \neq 0, w_{1,k} = 0$ 인 경우는 $a \rightarrow \infty$ 가 된다. 이 경우는 $\hat{w}_{1,k} = 0$ 이 된다. 즉, $w_{1,k} = 0$ 이기 때문에 추정값 또한 당연히 $\hat{w}_{1,k} = 0$ 되는 경우이다. 세 번째로 $w_{2,k} = 0, w_{1,k} = 0$ 이면 a 는 임의의 아무 값이나 가질 수 있다. 이런 경우는 $a = 0$ 이라고 가정한다. 마지막으로 $w_{2,k} \neq 0, w_{1,k} \neq 0$ 의 경우에는 식 (12)의 추정값이 사용된다. 위의 네 가지 경우에서 알 수 있듯이 본 연구에서 제안한 베이지안 추정기는 일변수 베이지안 추정기의 일반화된 형태로 볼 수 있으므로, 보다 우수한 성능의 향상이 기대된다.

III. 파라미터 추정

실제로 잡음 제거를 수행하기 위해서 통계 파라미터 $\sigma_{1,k}^2, \sigma_{2,k}^2$ 및 a 값을 추정해야 한다. 먼저 본 논문에서 제안하는 베이지안 추정기의 성능을 판단하기 위하여

표 1. 파라미터를 알고 있을 때 잡음 제거 결과 (Lena 영상).

Table 1. The denoising results when the parameters are known (Lena image).

Lena : PSNR/ σ_n	10	15	20	25
ML(7X7) [3]	34.18	32.11	30.65	29.50
MAP(5X5) [3]	34.32	32.33	30.90	29.80
Bivariate [13]	34.36	32.51	31.19	30.15
Chang & Vettri [6]	-	32.36	31.04	30.04
Zhaohui et al. [5]	34.22	32.23	30.85	29.79
Upper bound	35.28	33.35	32.01	30.97

직교 웨이블릿 변환을 사용하고, 모든 a 값 및 분산을 알고 있다고 가정할 때 Lena 및 Barbara 영상에 대한 잡음 제거 결과를 표 1에 나타내었다. 이 때의 a 값 및 분산은 잡음이 없는 원 영상에서 직접 계산하였다. 표 1에서 볼 수 있는 바와 같이 본 연구에서 수행하고자 하는 방법의 upper bound는 기존의 잡음 제거 방법에 비하여 상당히 높음을 알 수 있다. 즉 평균 1dB 정도의 PSNR 향상을 가져온다. 잡음 제거 분야에서 1dB 정도의 PSNR은 상당히 높은 수치로 알고 있다. 그러나 실제로 통계 파라미터의 값을 모르기 때문에 통계 파라미터의 정확한 추정이 가장 중요한 문제가 된다.

앞선 논문 [22]에서는 최소자승법을 사용하여 a 값을 추정하여 잡음 제거를 수행하였다. 최소자승법으로 파라미터를 추정한 결과가 우수하나, 본 연구에서는 Holder 부등식을 이용하여 a 값을 보다 정확히 추정하는 방법을 연구하였다. 이 방법 또한 최소자승법에 근거하지만, 테스트 영상을 사용하지 않고, 해석적인 접근법을 사용한다. 최소자승법을 이용하여 a 값을 추정하기 위해 오차 함수를 다음과 같이 설정할 수 있다. 즉,

$$\epsilon = \sum_{k=0}^{N-1} (|w_{2,k}| - a|w_{1,k}|)^2 \quad (13)$$

여기서 N 은 추정을 하기 위한 웨이블릿 계수의 개수이다. 식 (13)의 오차를 최소화하기 위해 오차를 미분하고 0으로 두면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial a} = -2 \sum_{k=0}^{N-1} |w_{1,k}| (|w_{2,k}| - a|w_{1,k}|) = 0 \quad (14)$$

식 (14)를 풀면 다음과 같이 a 값을 구할 수 있다.

$$a = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} |w_{1,k}| |w_{2,k}|}{\sum_{k=0}^{N-1} w_{1,k}^2} \quad (15)$$

식 (15)에서 알 수 있듯이 우리는 $w_{1,k}^2$ 및 $|w_{1,k}| |w_{2,k}|$ 의 값을 알지 못한다. 따라서 이 값을 추정할 수 있는 방법이 다시 필요하게 된다.

먼저 $\sum_{k=0}^{N-1} w_{1,k}^2$ 은 ML 추정법을 사용하여 구할 수 있다. 분산 σ_1^2 은 ML 추정법에 의하여 다음과 같이 추정될 수 있다.

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} w_{1,k}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y_{1,k}^2 - \sigma_n^2 \quad (16)$$

식 (16)에서 우리는 잡음의 분산 σ_n^2 을 알고 있고, 관측된 잡음이 첨가된 웨이블릿 계수의 평균 에너지를 $\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y_{1,k}^2$ 을 알고 있다. 따라서, $\sum_{k=0}^{N-1} w_{1,k}^2$ 은 다음과 같이 계산된다.

$$\sum_{k=0}^{N-1} w_{1,k}^2 = \sum_{k=0}^{N-1} y_{1,k}^2 - N\sigma_n^2 \quad (17)$$

다음으로 $|w_{1,k}| |w_{2,k}|$ 의 값을 추정해야 한다. $|w_{1,k}| |w_{2,k}|$ 은 일반적으로 구하기에는 상당한 어려움이 존재한다. 본 연구에서는 다음과 같은 Holder 부등식을 사용하여 $|w_{1,k}| |w_{2,k}|$ 의 값을 추정하고자 한다. 어떤 랜덤 변수 X, Y 에 대한 Hölder 부등식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E|XY| \leq (E|X|^p)^{1/p} (E|Y|^q)^{1/q} \quad (18)$$

여기서 p, q 는 부등식을 표현하는 승수이다. 위의 관계식을 수치해석적 관점에서 재구성하면 다음과 같다. 즉,

$$\sum_{k=0}^{N-1} |x_k y_k| \leq \left(\sum_{k=0}^{N-1} x_k^p \right)^{1/p} \left(\sum_{k=0}^{N-1} y_k^q \right)^{1/q}, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 \quad (19)$$

본 논문에서는 $p = q = 2$ 인 경우를 사용하여 식 (19)를 다음과 같이 적용하였다.

$$\sum_{k=0}^{N-1} |w_{1,k} w_{2,k}| \leq \left(\sum_{k=0}^{N-1} w_{1,k}^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{k=0}^{N-1} w_{2,k}^2 \right)^{1/2} \quad (20)$$

즉, $|w_{1,k}| |w_{2,k}|$ 의 합이 부등식의 형태로 나타나게 된다.

위의 부등식에서 $\left(\sum_{k=0}^{N-1} w_{1,k}^2 \right)^{1/2}$ 의 항은 식 (17)에서 이미 추정된 값이며, $\left(\sum_{k=0}^{N-1} w_{2,k}^2 \right)^{1/2}$ 의 항은 부모 계수의 에너지값이 된다. 이 항은 이미 잡음에 제거된 항이기 때문에 식 (20)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_{k=0}^{N-1} |w_{1,k} w_{2,k}| \leq \left(\sum_{k=0}^{N-1} w_{1,k}^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{k=0}^{N-1} \hat{w}_{2,k}^2 \right)^{1/2} \quad (21)$$

은 다음과 같이 근사화될 수 있다. 즉, 식 (21)에서 알 수 있듯이 $|w_{1,k}| |w_{2,k}|$ 의 합은 어떠한 값보다 작다는 것을 알 수 있다. 그러나 우리는 정확한 값을 알아야 하기 때문에 다음과 같은 가정을 도입한다. 즉, $\sum_{k=0}^{N-1} |w_{1,k} w_{2,k}|$ 값에 어떤 변수 D 를 더한 값은 다음과 같은 등식의 관계를 가질 수 있다.

$$\sum_{k=0}^{N-1} |w_{1,k} w_{2,k}| + D \cong \left(\sum_{k=0}^{N-1} w_{1,k}^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{k=0}^{N-1} w_{2,k}^2 \right)^{1/2} \quad (22)$$

그리고 식 (22)에서 D 값은 다음과 같다고 가정한다.

$$D = \alpha \left(\sum_{k=0}^{N-1} w_{1,k}^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{k=0}^{N-1} w_{2,k}^2 \right)^{1/2} \quad (23)$$

그러면 $\sum_{k=0}^{N-1} |w_{1,k} w_{2,k}|$ 을 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\sum_{k=0}^{N-1} |w_{1,k} w_{2,k}| \cong (1 - \alpha) \left(\sum_{k=0}^{N-1} w_{1,k}^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{k=0}^{N-1} w_{2,k}^2 \right)^{1/2} \quad (24)$$

따라서 식 (17) 및 (24)으로부터 a 값을 추정할 수 있다. 즉,

$$a = \frac{(1 - \alpha) \left(\sum_{k=0}^{N-1} y_{1,k}^2 - N\sigma_n^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{k=0}^{N-1} \hat{w}_{2,k}^2 \right)^{1/2}}{\sum_{k=0}^{N-1} y_{1,k}^2 - N\sigma_n^2} \quad (25)$$

본 논문에서는 20개의 테스트 영상을 이용하여 α 값을 실험적으로 추정하였다. 실험적으로 $\alpha = 0.45$ 로 결정하여 잡음 제거 실험을 수행하였다.

IV. 모의실험 및 결과

본 논문에서 제시된 영상 잡음 제거 방법을 이용하여 표준 영상(Lena: 8bpp)에 대하여 모의실험을 하였다. 가

표 2. 다양한 잡음 제거 방법 및 잡음 강도에 대한 잡음 제거된 Lena 영상의 PSNR 값.

Table 2. The PSNR results of Lena image for several denoising methods and noise powers.

σ_n	PSNR			
	10	15	20	25
LAWML ^[2]	34.18	32.11	30.65	29.50
LAWMAP ^[2]	34.32	32.33	30.90	29.80
Bivariate ^[8]	34.23	32.32	31.04	29.92
Cai ^[9]	34.22	32.23	30.85	29.79
Chang ^[3]	-	32.36	31.04	30.04
제안방법(Db8)	34.6	32.7	31.4	30.4

우스 백색 잡음은 MATLAB을 사용하여 생성하였다. 웨이블릿 변환을 위해서는 다른 잡음 제거 결과들과의 비교를 위해서 Daubechies의 8-탭 직교 웨이블릿 필터를 사용하여 다섯 번의 웨이블릿 변환을 수행하였다. 또한 신호의 분산은 ML 방법으로 추정을 하다. 신호의 분산을 추정하기 위하여 부모 계수의 경우에는 3×3 창을 사용하였고, 자식 계수의 경우에는 7×7 창을 사용하였다.

표 2는 Lena 영상에 대하여 제안 방법과 다양한 잡음 제거 방법을 비교한 결과를 나타낸다. 표 2에서 제안 방법은 무작위로 발생된 10개의 잡음 영상의 결과를 평균한 것이다. 표 2에서 볼 수 있듯이 제안 방법의 결과가 다른 방법의 결과보다 우수함을 알 수 있다. 본 논문의 방법은 웨이블릿 영역에서 부모-자식 계수간의 관계를 확률밀도 함수로 설정하고 이에 대한 베이지 추정을 사용하였기 때문에 기존의 방법보다 우수한 결과를 보일 수 있었다.

V. 결 론

본 논문에서는 웨이블릿 계수의 스케일간 통계적 특성을 이변수 가우스 모델로 설정하고 이에 대한 베이지 추정법을 사용하여 잡음을 제거하였다. 웨이블릿 계수의 절대치에 대한 선형 모델을 이용하여 잡음 제거 추정기를 계산하였다. 베이지 추정에 따른 파라미터는 Hölder 부등식을 이용하여 근사적으로 구하였다. 모의 실험을 통하여 본 논문의 방법이 직교 웨이블릿 변환을 사용한 최신의 잡음 제거 방법보다 우수한 성능을 나타낸다는 것을 보여 주었다.

참 고 문 헌

- [1] D. L. Donoho and I. M. Jonhstone, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage," J. Amer. Statist. Assoc., vol. 90, no. 432, pp. 1200-1224, 1995.
- [2] M. K. Mihcak, I. Kozintsev, K. Ramchandran, and P. Moulin, "Low-complexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients," IEEE Signal Processing Letters, vol. 6, pp. 300-303, 1999.
- [3] S. G. Chang, B. Yu, and M. Vetterli, "Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising," IEEE Trans. Image Processing, vol.9, pp.1522-1531, 2000.
- [4] M. K. Mihcak, I. Kozintsev, K. Ramchandran, "Spatially Adaptive statistical Modeling of Wavelet Image Coefficients and Its Application to Denosing," Proc. IEEE Int. Conf. Acous., Speech and Signal Processing, vol.6, pp. 3253-3256, 1999.
- [5] J. Liu and P. Moulin, "Image denoising based on scale-space mixture modeling of wavelet coefficients," Proc. IEEE Int. Conf. on Image Processing, Kobe, Japan, 1999.
- [6] J. K. Romberg, H. Choi, and R. G. Baraniuk, "Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden Markov models," IEEE. Trans. Image Processing, vol.10, no.7, pp. 1056-1068, 2001.
- [7] H. Choi, J. Romberg, R. Baraniuk, and N. Kingsbury, "Hidden Markov Tree Modeling of Complex Wavelet Transforms," Proc. IEEE Int. Conf. Acous., Speech and Signal Processing, Istanbul, Turkey, June, 2000.
- [8] L. Sendur and I. W. Selesnick, "Bivariate shrinkage with local variance estimation," IEEE Signal Processing Letters, vol.9, no.12, pp.438-441, 2002.
- [9] Z. Cai, T. H. Cheng, C. Lu, and K. R. Subramanian, "Efficient wavelet based image denoising algorithm," Electron. Lett., vol. 37, no.11, pp.683-685, 2001.
- [10] J. Pirtilla, V. Strela, M. Wainwright and E. Simoncelli, "Adaptive Wiener Denoising Using a Gaussian Scale Mixture Model," Proc. IEEE Int. Conf. on Image Processing, 2001.
- [11] J. C. Pesquet, H. Krim, D. Loporini and E. Hamman, IEEE Int. Conf. Acous., Speech and Signal Processing, pp. 2634-2637, 1996.
- [12] L. Sendur and I. W. Selesnick, "Bivariate shrinkage functions for wavelet-based denoising

- exploiting interscale dependency," IEEE Transaction on Signal Processing, vol.50, no.11, pp.2744-2756, 2002.
- [13] D. Cho, and T. D. Bui, "Multivariate statistical modeling for image denoising using wavelet transforms," Signal Processing: Image Communication, vol.20, pp.77-89, 2005.
- [14] I. Daubechies, Ten Lectures on Wavelets, Philadelphia, PA: SIAM, 1992.
- [15] M. S. Crouse, R. D. Nowak, and R.G. Baraniuk, "Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models," IEEE Transaction on Image Processing, vol.46, pp.886-902, 1998.
- [16] J. K. Romberg, H. Choi, and R.G. Baraniuk, "Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden Markov models," IEEE Transaction on Image Processing, vol.10, no.7, pp.1056-1068, 2001.
- [17] H. Choi, J. Romberg, R. Baraniuk, and N. Kingsbury, "Hidden Markov tree modeling of complex wavelet transforms," Proceeding of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Istanbul, Turkey, June, 2000.
- [18] G. Fan and X. G. Xia, "Image denoising using local contextual hidden Markov model in the wavelet domain," IEEE Signal Processing Letters, vol.8, no.5, pp.125-128, 2001.
- [19] M. M. Ichir and A. M. Djafari, "Hidden Markov models for wavelet image separation and denoising," Proceeding of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, pp.225-228, 2005.
- [20] M. Malfait and D. Roose, "Wavelet-based image denoising using a Markov random field a priori model," IEEE Transaction on Image processing, vol.6, no.4, pp.549-565, 1997.
- [21] A. Pizurica, W. Philips, I. Lemahieu, and M. Acheroy, "A joint inter- and intrascale statistical model for wavelet based Bayesian image denoising," IEEE Transactions on Image Processing, vol.11, no.5, pp.545-557, 2002.
- [22] Il Kyu Eom and Sang Soo Kim, "Image Denoising Using Multi-variate Gaussian Model," Proceeding of the 20-th Korean Signal Processing Conference, vol.20, 2007.

 저 자 소 개



엄 일 규(정희원)

1990년 부산대학교 전자공학과 학사.

1992년 부산대학교 전자공학과 석사.

1998년 부산대학교 전자공학과 박사.

현재 부산대학교 전자공학과 교수

<주관심분야 : 통계신호처리, 영상처리, 웨이블릿 변환 신호처리, 신경회로망>